УДК 539.3

Мезорівняння термомеханіки пористого насиченого рідиною багатокомпонентного середовища з урахуванням локальних зміщень маси та електричного заряду

Ольга Грицина[1], Василь Кондрат[2], Тарас Нагірний[3]

[1] к. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: gryt@cmm.lviv.ua
[2] д. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: kon@cmm.lviv.ua
[3] д. ф.-м. н., професор, Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, Україна, 79005; Зеленогурський Університет, вул. проф. Шафрана, 4, Зелена Гура, Польща, 65-516, e-mail: tnagirny@yahoo.com

Отримано повну систему мезорівнянь для опису взаємозв'язаних механотермоелектродифузійних процесів у пористому електропровідному неферомагнетному поляризованому середовищі з урахуванням необоротності процесів локальних зміщень електричних зарядів та маси. Насичене пористе середовище складається з твердофазного скелета та в'язкої порової рідини, які відповідно є n-компонентними твердим розчином і розчином сильного електроліта. Сформульована система рівнянь є базовою для отримання відповідної системи макрорівнянь із урахуванням ефектів контактної взаємодії твердої та рідкої фаз.

Ключові слова: насичене пористе середовище, взаємозв'язані електромеханотермодифузійні процеси, необоротні зміщення маси й електричного заряду, приконтактна неоднорідність.

Вступ. Один із підходів до побудови макроскопічних рівнянь фізико-механічних процесів у пористих насичених середовищах полягає у формулюванні мезорівнянь, які описують розглядувані процеси у твердофазному скелеті та поровій рідині, відповідних крайових умов і наступному осередненні отриманої системи співвідношень [1-3]. При цьому вважають, що розміри пор такі, що до рідини у порах і твердофазного скелета можна застосувати методи нерівноважної термодинаміки, механіки й електродинаміки суцільного середовища. Приймають також, що віддаль L_*, яка характеризує розглядувані процеси, суттєво перевищує характерний розмір пор l_*, таким чином, що $l_* << d_* << L_*$ (d_* — діаметр області, у якій проводять просторове осереднення). Такий підхід дозволяє як на мезо-, так і на макрорівні враховувати ефекти контактної взаємодії твердої та рідкої фаз. На основі такого підходу у працях [4, 5] отримано рівняння моделі електромагнетної механіки пористих тіл, у якій явища механоелектромагнетної взаємодії зумовлені наявністю подвійного електричного шару в околі поверхні контакту фаз. Однак у згаданих роботах не враховано структурну перебудову речовини в приконтактній області, яка може приводити до приповерхневої неоднорідності напружено-деформованого стану, виникнення поверхневого заряду, що, своєю чергою, може впливати на параметри подвійного електричного шару та міцність пористого тіла загалом. У дослідженнях [6-8] таку структурну перебудову пов'язують з явищем локального зміщення маси. На цій основі проведено дослідження приповерхневої неоднорідності механічних напружень, електричної поляризації, наведеного електричного заряду у твердих тілах і рідинах, вивчено вплив такої неоднорідності на параметри міцності та стійкості, електромагнітний відгук на утворення нових поверхонь [7-10] тощо.

Метою цієї роботи є формулювання мезорівнянь для опису взаємозв'язаних механічних, теплових, дифузійних та електромагнетних процесів у неферомагнетних поляризованих пористих насичених рідиною багатокомпонентних середовищах із урахуванням процесів локального зміщення маси й електричного заряду.

1. Об'єкт дослідження

Відтак об'єктом дослідження є пористе насичене в'язкою стисливою рідиною середовище, яке складається з твердофазного скелета (n-компонентного неферомагнетного поляризованого твердого розчину) та порової рідини (n-компонентного неферомагнетного поляризованого розчину електроліту). Приймаємо, що пористість є відкритою, а середовище статистично однорідне й ізотропне. У ньому протікають взаємозв'язані фізико-механічні процеси, посеред яких визначальними є процеси деформування, тепло- та масоперенесення, електропровідності, а також локальних зміщень електричного заряду (електрична поляризація) та маси. Локальні зміщення електричного заряду та маси спричиняються, зокрема, упорядкуванням атомно-молекулярної структури тіла під дією електричного поля. Ці зміщення будемо характеризувати відповідно векторними потоками $\vec{J}_{es}^{(j)}$ та $\vec{J}_{ms}^{(j)}$ [7-9]. Тут і надалі значення верхнього індексу $j = 1$ відповідатиме характеристикам твердої, а $j = 2$ — рідкої фаз.

2. Рівняння електродинаміки

Рівняння Максвелла для твердої ($j = 1$) і рідкої фаз ($j = 2$) мають вигляд [11, 12]

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}^{(j)} = 0\,, \quad \vec{\nabla}\cdot\vec{D}^{(j)} = \rho_e^{(j)}\,, \quad \vec{\nabla}\times\vec{E}^{(j)} = -\frac{\partial\vec{B}^{(j)}}{\partial t}\,, \quad \vec{\nabla}\times\vec{H}^{(j)} = \vec{J}_{ef}^{(j)}\,. \tag{1}$$

Тут $\vec{E}^{(j)}$ та $\vec{H}^{(j)}$ — вектори напруженостей електричного та магнетного полів; $\vec{D}^{(j)}$, $\vec{B}^{(j)}$ — вектори індукції електричного та магнетного полів ($\vec{D}^{(j)} = \varepsilon_0\vec{E}^{(j)} + {}$ $+\vec{\Pi}_e^{(j)}$, ε_0 — електрична стала, $\vec{\Pi}_e^{(j)}$ — вектор локального зміщення електричного заряду (поляризації); для неферомагнетних середовищ, розглядом яких обмежуємося, $\vec{B}^{(j)} = \mu_0\vec{H}^{(j)}$, μ_0 — магнетна стала); $\vec{J}_{ef}^{(j)} = \vec{J}_e^{(j)} + \vec{J}_{ed}^{(j)} + \vec{J}_{es}^{(j)}$ — вектор густини повного електричного струму; $\vec{J}_{ed}^{(j)} = \varepsilon_0\,\partial\vec{E}^{(j)}\big/\partial t$; $\vec{J}_{es}^{(j)} = \partial\vec{\Pi}_e^{(j)}\big/\partial t$ — вектор густини струму, зумовленого упорядкуванням зарядової системи (поляризаційний струм) [11]; $\vec{J}_e^{(j)} = \vec{J}_{ef}^{(j)} - \vec{J}_{ed}^{(j)} - \vec{J}_{es}^{(j)}$; $\rho_e^{(j)}$ — густина вільних електричних зарядів; t — час; $\vec{\nabla}$ — оператор Гамільтона; «·», «×» — знаки скалярного та векторного добутків відповідно.

Введемо у розгляд густину наведеного заряду $\rho_{e\pi}^{(j)}$ таким чином, щоб для довільного тіла скінченних розмірів (область $(V^{(j)})$) вектор $\vec{\Pi}_e^{(j)}$ локального зміщення електричного заряду, густина $\rho_{e\pi}^{(j)}$ та радіус вектор $\vec{r}^{(j)}$ справджували співвідношення [11]

$$\int\limits_{(V^{(j)})} \vec{\Pi}_e^{(j)} dV = \int\limits_{(V^{(j)})} \rho_{e\pi}^{(j)} \vec{r}^{(j)} dV . \tag{2}$$

Як наслідок із співвідношення (2) отримуємо [9, 11]

$$\int\limits_{(V^{(j)})} \rho_{e\pi}^{(j)} dV = 0 , \qquad \rho_{e\pi}^{(j)} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}_e^{(j)} . \tag{3}$$

Якщо продиференціювати друге співвідношення системи (3) за часом і врахувати, що $\vec{J}_{es}^{(j)} = \partial \vec{\Pi}_e^{(j)} / \partial t$, то одержимо рівняння

$$\frac{\partial \rho_{e\pi}^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{es}^{(j)} = 0 ,$$

яке має форму закону збереження наведеного електричного заряду [11].

Надалі замість вектора $\vec{\Pi}_e^{(j)}$ будемо використовувати загальновживане позначення $\vec{P}^{(j)}$ для вектора поляризації.

3. Рівняння балансу маси

Нехай тверда ($j = 1$) і рідка ($j = 2$) фази пористого середовища є n-компонентними хімічно інертними ізотропними розчинами, які складаються з підсистем розчинника — підсистема n, та домішок — підсистеми $k = \overline{1, n-1}$. Рівняння балансу маси для розглядуваних підсистем в інтегральній формі мають вигляд [6]

$$\frac{d}{dt} \int\limits_{(V^{(j)})} \rho_k^{(j)} dV = - \int\limits_{(\Sigma^{(j)})} \rho_k^{(j)} \vec{v}_k^{(j)} \cdot \vec{n}^{(j)} d\Sigma , \quad k = \overline{1, n-1} , \quad j = 1, 2, \tag{4}$$

$$\frac{d}{dt} \int\limits_{(V^{(j)})} \rho_n^{(j)} dV = - \int\limits_{(\Sigma^{(j)})} \left(\rho_n^{(j)} \vec{v}_n^{(j)} + \vec{J}_{ms}^{(j)} \right) \cdot \vec{n}^{(j)} d\Sigma , \quad j = 1, 2, \tag{5}$$

де $\rho_k^{(j)}$ — густина маси k-ої підсистеми твердої ($j = 1$) та рідкої ($j = 2$) фаз; $\vec{v}_k^{(j)}$ — вектор швидкості k-ої компоненти у точці евклідового простору з радіус-вектором $\vec{r}^{(j)}$; $\vec{n}^{(j)}$ — вектор зовнішньої нормалі до поверхні тіла $\left(\Sigma^{(j)}\right)$.

Аналогічно до вектора локального зміщення електричного заряду $\vec{\Pi}_e^{(j)} \equiv \equiv \vec{P}^{(j)}$ введемо вектори $\vec{\Pi}_m^{(j)}$ локального зміщення маси розчинника твердої ($j = 1$) та рідкої ($j = 2$) фаз [7-9]

$$\vec{\Pi}_m^{(j)}\left(\vec{r}^{(j)}, t\right) = \int_0^t \vec{J}_{ms}^{(j)}\left(\vec{r}^{(j)}, t'\right)dt' . \tag{6}$$

Таким чином, для визначення вектора $\vec{J}_{ms}^{(j)}$ маємо співвідношення

$$\vec{J}_{ms}^{(j)} = \frac{\partial \vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t} . \tag{7}$$

З урахуванням співвідношення (7) і теореми Остоградського-Гаусса [13] рівняння балансу маси (4) та (5) у локальній формі набувають вигляду

$$\frac{\partial \rho_k^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_k^{(j)} \vec{v}_k^{(j)}) = 0, \quad k = \overline{1, n-1}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial \rho_n^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho_n^{(j)} \vec{v}_n^{(j)} + \frac{\partial \vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t}\right) = 0 . \tag{9}$$

Введемо також у розгляд континуум центрів мас, який характеризуватимемо густиною $\rho^{(j)}$ та вектором $\vec{v}^{(j)}$ швидкості центра мас частинок тіла

$$\rho^{(j)}\left(\vec{r}^{(j)}, t\right) = \sum_{k=1}^{n} \rho_k^{(j)}\left(\vec{r}^{(j)}, t\right), \quad \vec{v}^{(j)} = \frac{1}{\rho^{(j)}}\left(\sum_{k=1}^{n} \rho_k^{(j)} \vec{v}_k^{(j)} + \frac{\partial \vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t}\right). \tag{10}$$

Якщо рівняння (8), (9) додати і врахувати формули (10), то отримаємо рівняння балансу маси континуума центрів мас у загальноприйнятому вигляді [14, 15]

$$\frac{\partial \rho^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho^{(j)} \vec{v}^{(j)}) = 0 . \tag{11}$$

Введемо концентрації компонент твердого розчину $C_k^{(j)} = \rho_k^{(j)} \big/ \rho$. Тоді рівняння балансу маси (8), (9) можна записати так

$$\rho^{(j)} \frac{d_j C_k^{(j)}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{mk}^{(j)}, \quad k = \overline{1, n-1}, \tag{12}$$

$$\rho \frac{d_j C_n^{(j)}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \left(\vec{J}_{mn}^{(j)} + \frac{\partial \vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t}\right). \tag{13}$$

Тут $\vec{J}_{mk}^{(j)} = \rho_k^{(j)}\left(\vec{v}_k^{(j)} - \vec{v}^{(j)}\right)$ — вектори потоків маси компонент твердої ($j = 1$) та рідкої ($j = 2$) фаз [6], $d_j .../dt = \partial .../\partial t + \vec{v}^{(j)} \cdot \vec{\nabla} ...$ — оператор субстанціональної похідної за часом. З огляду на співвідношення (10) для векторів $\vec{J}_{mk}^{(j)}$ маємо

$$\sum_{k=1}^{n} \vec{J}_{mk}^{(j)} = -\frac{\partial \vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t} . \tag{14}$$

Аналогічно до густини наведеного заряду $\rho_{e\pi}^{(j)}$ введемо у розгляд густину наведеної маси $\rho_{m\pi}^{(j)}$. Приймаємо, що для довільного тіла скінченних розмірів (область $(V^{(j)})$) вектор $\vec{\Pi}_m^{(j)}$ локального зміщення маси та густина $\rho_{m\pi}^{(j)}$ задовольняють таке інтегральне співвідношення [7-9]

$$\int\limits_{(V^{(j)})} \vec{\Pi}_m^{(j)} dV = \int\limits_{(V^{(j)})} \rho_{m\pi}^{(j)} \vec{r}^{(j)} dV . \qquad (15)$$

Звідси маємо [7-9]

$$\int\limits_{(V^{(j)})} \rho_{m\pi}^{(j)} dV = 0 , \quad \frac{\partial \rho_{m\pi}^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_{ms}^{(j)} = 0 , \qquad (16)$$

$$\rho_{m\pi}^{(j)} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\Pi}_m^{(j)} . \qquad (17)$$

Друге співвідношення системи (16) має форму закону збереження наведеної маси твердої (j = 1) та рідкої (j = 2) фаз [7-9].

4. Рівняння балансу ентропії

У локальній формі рівняння балансу ентропії для обох фаз має вигляд [15]

$$\rho^{(j)} T^{(j)} \frac{d_j s^{(j)}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_q^{(j)} + \frac{1}{T^{(j)}} \vec{J}_q^{(j)} \cdot \vec{\nabla} T^{(j)} + T^{(j)} \sigma_s^{(j)} + \rho^{(j)} \Re^{(j)} . \qquad (18)$$

Тут $s^{(j)}$ — питома ентропія; $T^{(j)}$ — абсолютна температура; $\vec{J}_q^{(j)}$ — вектор густини потоку тепла; $\sigma_s^{(j)}$ — виникнення ентропії за одиницю часу; $\Re^{(j)}$ — розподілені джерела тепла.

5. Рівняння балансу енергії електромагнетного поля

Із рівнянь Максвелла випливає співвідношення, яке трактують як рівняння балансу енергії електромагнетного поля [11, 12],

$$\frac{\partial U_e^{(j)}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{S}_e^{(j)} + \left(\vec{J}_e^{(j)} + \frac{\partial \vec{P}^{(j)}}{\partial t} \right) \cdot \vec{E}^{(j)} = 0 . \qquad (19)$$

Тут $U_e^{(j)} = \left[\varepsilon_0 \left(\vec{E}^{(j)} \right)^2 + \mu_0 \left(\vec{H}^{(j)} \right)^2 \right] \Big/ 2$ — густина енергії електромагнетного поля, $\vec{S}_e^{(j)} = \vec{E}^{(j)} \times \vec{H}^{(j)}$ — вектор густини потоку енергії електромагнетного поля. Перепишемо останню складову у рівнянні (19) таким чином, щоб вона містила вектори напруженості електричного поля $\vec{E}_*^{(j)} = \vec{E}^{(j)} + \vec{v}^{(j)} \times \vec{B}^{(j)}$, поляризації $\vec{P}_*^{(j)} = \vec{P}^{(j)} +$

$+\varepsilon_0\mu_0\vec{v}^{(j)}\times\vec{M}^{(j)}$ і густини $\vec{J}_{e*}^{(j)}=\vec{J}_e^{(j)}-\rho_e^{(j)}\vec{v}^{(j)}$ електричного струму провідності, віднесені до системи відліку центрів мас, яка рухається зі швидкістю $\vec{v}^{(j)}$ відносно лабораторної системи відліку. Тут $\vec{M}^{(j)}$ — вектор намагнеченості, який у випадку немагнетного тіла дорівнює нулеві. У розглядуваному випадку, коли кожна з фаз є багатокомпонентною, маємо також співвідношення [4, 5]

$$\vec{J}_{e*}^{(j)}=\sum_{k=1}^{n}q_k\vec{J}_{mk}^{(j)}\,,\quad \rho_e^{(j)}=\sum_{k=1}^{n}q_k\rho^{(j)}C_k^{(j)}\,, \tag{20}$$

де q_k — питомий заряд k-ої компоненти. Тоді, враховуючи рівняння балансу маси (11), рівняння балансу енергії електромагнетного поля (19) запишемо так

$$\frac{\partial U_e^{(j)}}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\vec{S}_e^{(j)}+\vec{J}_{e*}^{(j)}\cdot\vec{E}_*^{(j)}+\left[\rho_e^{(j)}\vec{E}_*^{(j)}+\left(\vec{J}_{e*}^{(j)}+\frac{\partial(\rho^{(j)}\vec{p}^{(j)})}{\partial t}\right)\times\vec{B}^{(j)}+\right.$$
$$\left.+\rho^{(j)}\left(\vec{\nabla}\otimes\vec{E}_*^{(j)}\right)\cdot\vec{p}^{(j)}\right]\cdot\vec{v}^{(j)}+\rho\vec{E}_*^{(j)}\cdot\frac{d\vec{p}^{(j)}}{dt}-\vec{\nabla}\cdot\left[\rho^{(j)}\left(\vec{E}_*^{(j)}\cdot\vec{p}^{(j)}\right)\hat{I}\cdot\vec{v}^{(j)}\right]=0\,. \tag{21}$$

Тут $\vec{p}^{(j)}=\vec{P}^{(j)}/\rho^{(j)}$ — вектор питомої поляризації, $\hat{I}$ — одиничний тензор, «$\otimes$» — знак діадного добутку.

6. Рівняння балансу енергії

Приймаємо, що повна енергія обох фаз у довільний момент часу є сумою внутрішньої $\rho^{(j)}u^{(j)}$ ($u^{(j)}$ — питома внутрішня енергія) та кінетичної $\rho^{(j)}\left(\vec{v}^{(j)}\right)^2/2$ енергій, а також енергії $U_e^{(j)}$ електромагнетного поля. Її зміна відбувається внаслідок наявності конвективної складової потоку енергії, дії поверхневих сил потужності $\hat{\sigma}^{(j)}\cdot\vec{v}^{(j)}$, потоку енергії електромагнетного поля $\vec{S}_e^{(j)}$, потоку тепла $\vec{J}_q^{(j)}$, роботи, затраченої на масоперенесення $\sum_{k=1}^{n}\mu_k^{(j)}\vec{J}_{mk}^{(j)}$ й «упорядкування» структури тіла $\mu_\pi^{(j)}\,\partial\vec{\Pi}_m^{(j)}\big/\partial t$, а також дії масових сил $\vec{F}^{(j)}$ і розподілених теплових джерел потужності $\Re^{(j)}$

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{\left(V^{(j)}\right)}\left\{\rho^{(j)}\left[u^{(j)}+\frac{1}{2}\left(\vec{v}^{(j)}\right)^2\right]+U_e^{(j)}\right\}dV=-\oint\limits_{\left(\Sigma^{(j)}\right)}\left\{\rho^{(j)}\left[u^{(j)}+\frac{1}{2}\left(\vec{v}^{(j)}\right)^2\right]\vec{v}^{(j)}-\right.$$
$$\left.-\hat{\sigma}^{(j)}\cdot\vec{v}^{(j)}+\vec{S}_e^{(j)}+\vec{J}_q^{(j)}+\sum_{k=1}^{n}\mu_k^{(j)}\vec{J}_{mk}^{(j)}+\mu_\pi^{(j)}\frac{\partial\vec{\Pi}_m^{(j)}}{\partial t}\right\}\cdot\vec{n}^{(j)}\,d\Sigma+$$
$$+\int\limits_{\left(V^{(j)}\right)}\left(\rho^{(j)}\vec{F}^{(j)}\cdot\vec{v}^{(j)}+\rho^{(j)}\Re^{(j)}\right)dV\,. \tag{22}$$

Тут $\hat{\sigma}^{(j)}$ — тензор напружень (для рідкої фази $\hat{\sigma}^{(2)} = -p^{(2)}\hat{I} + \hat{P}_v^{(2)}$, $p^{(2)}$ — тиск у рідині, а $\hat{P}_v^{(2)}$ — тензор в'язких напружень), $\mu_k^{(j)}$ — хімічний потенціал k-ої компоненти j-ої фази, $\mu_\pi^{(j)}$ — енергетична міра зміни внутрішньої енергії j-ої фази, спричинена локальним зміщенням маси.

Враховуючи формули (14) і (17), рівняння балансу маси (11), (12) та ентропії (18), енергії електромагнетного поля (21), а також теорему Остроградського-Гаусса, з (22) отримуємо такі балансові рівняння у локальній формі:
для твердої фази

$$\rho^{(1)}\frac{d_1u^{(1)}}{dt} = \rho^{(1)}T^{(1)}\frac{d_1s^{(1)}}{dt} + \hat{\sigma}_*^{(1)}\frac{d_1\hat{e}^{(1)}}{dt} + \rho^{(1)}\vec{E}_*^{(1)}\cdot\frac{d_1\vec{p}^{(1)}}{dt} +$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1}\rho^{(1)}\mu_k'^{(1)}\frac{d_1C_k^{(1)}}{dt} + \rho^{(1)}\mu_\pi'^{(1)}\frac{d_1\rho_m^{(1)}}{dt} - \rho^{(1)}\vec{\nabla}\mu_\pi'^{(1)}\cdot\frac{d_1\vec{\pi}_m^{(1)}}{dt} +$$
$$+\vec{J}_{e*}^{(1)}\cdot\vec{E}_*^{(1)} - \sum_{k=1}^{n-1}\vec{J}_{mk}^{(1)}\cdot\vec{\nabla}\mu_k'^{(1)} - \frac{1}{T^{(1)}}\vec{J}_q^{(1)}\cdot\vec{\nabla}T^{(1)} - T^{(1)}\sigma_s^{(1)} -$$
$$-\vec{v}^{(1)}\cdot\left(\rho^{(1)}\frac{d_1\vec{v}^{(1)}}{dt} - \vec{\nabla}\cdot\hat{\sigma}_*^{(1)} - \rho^{(1)}\vec{F}_*^{(1)} - \vec{F}_e^{(1)}\right), \qquad (23)$$

для рідкої фази

$$\rho^{(2)}\frac{d_2u^{(2)}}{dt} = \rho^{(2)}T^{(2)}\frac{d_2s^{(2)}}{dt} - p_*^{(2)}\frac{d_2e^{(2)}}{dt} + \rho^{(2)}\vec{E}_*^{(2)}\cdot\frac{d_2\vec{p}^{(2)}}{dt} +$$
$$+\sum_{k=1}^{n-1}\rho^{(2)}\mu_k'^{(2)}\frac{d_2C_k^{(2)}}{dt} + \rho^{(2)}\mu_\pi'^{(2)}\frac{d_2\rho_m^{(2)}}{dt} - \rho^{(2)}\vec{\nabla}\mu_\pi'^{(2)}\cdot\frac{d_2\vec{\pi}_m^{(2)}}{dt} +$$
$$+P_{vl}^{(2)}\frac{d_2e^{(2)}}{dt} + \hat{P}_{vt}^{(2)} : \frac{d_2\hat{e}^{d(2)}}{dt} + \vec{J}_{e*}^{(2)}\cdot\vec{E}_*^{(2)} - \sum_{k=1}^{n-1}\vec{J}_{mk}^{(2)}\cdot\vec{\nabla}\mu_k'^{(2)} - \frac{1}{T^{(2)}}\vec{J}_q^{(2)}\cdot\vec{\nabla}T^{(2)} -$$
$$-T^{(2)}\sigma_s^{(2)} - \vec{v}^{(2)}\cdot\left(\rho^{(2)}\frac{d_2\vec{v}^{(2)}}{dt} + \vec{\nabla}p_*^{(2)} - \vec{\nabla}\cdot\hat{P}_v^{(2)} - \rho^{(2)}\vec{F}_*^{(2)} - \vec{F}_e^{(2)}\right). \qquad (24)$$

Тут $\hat{P}_v^{(2)} = P_{vl}^{(2)}\hat{I} + \hat{P}_{vt}^{(2)}$, $P_{vl}^{(2)}\hat{I}$ та $\hat{P}_{vt}^{(2)}$ — складові тензора в'язких напружень, зумовлені відповідно зміною об'єму та форми порової рідини; $e^{(j)}$, $\hat{e}^{(j)d}$ — кульова та девіаторна складові тензора деформації $\hat{e}^{(j)} = \left(\vec{\nabla}\otimes\vec{u}^{(j)} + \vec{u}^{(j)}\otimes\vec{\nabla}\right)\Big/2$, $\vec{u}^{(j)}$ — вектор переміщення; $\mu_k'^{(j)} = \mu_k^{(j)} - \mu_n^{(j)}$, $\mu_\pi'^{(j)} = \mu_\pi^{(j)} - \mu_n^{(j)}$; $\vec{\pi}_m^{(j)} = \vec{\Pi}_m^{(j)}/\rho^{(j)}$; $\rho_m^{(j)} = \rho_{m\pi}^{(j)}/\rho^{(j)}$; а приведений тиск у рідкій $p_*^{(2)}$ та тензор напружень $\hat{\sigma}_*^{(1)}$ у твердій фазах, вектори густин приведеної масової $\vec{F}_*^{(j)}$ та пондеромоторної $\vec{F}_e^{(j)}$ сил визначаються такими співвідношеннями

$$\hat{\sigma}_*^{(1)} = \hat{\sigma}^{(1)} - \rho^{(1)}\left(\vec{E}_*^{(1)} \cdot \vec{p}^{(1)} - \rho_m^{(1)}\mu_\pi'^{(1)} - \vec{\pi}_m^{(1)} \cdot \vec{\nabla}\mu_\pi'^{(1)}\right)\hat{I}\,,$$

$$p_*^{(2)} = p^{(2)} + \rho^{(2)}\left(\vec{E}_*^{(2)} \cdot \vec{p}^{(2)} - \rho_m^{(2)}\mu_\pi'^{(2)} - \vec{\pi}_m^{(2)} \cdot \vec{\nabla}\mu_\pi'^{(2)}\right),$$

$$\vec{F}_*^{(j)} = \vec{F}^{(j)} + \rho_m^{(j)}\vec{\nabla}\mu_\pi'^{(j)} - \vec{\pi}_m^{(j)} \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{\nabla}\mu_\pi'^{(j)}\,,$$

$$\vec{F}_e^{(j)} = \rho_e^{(j)}\vec{E}_*^{(j)} + \left(\vec{J}_{e*}^{(j)} + \frac{\partial\left(\rho^{(j)}\vec{p}^{(j)}\right)}{\partial t}\right) \times \vec{B}^{(j)} + \rho^{(j)}\left(\vec{\nabla} \otimes \vec{E}_*^{(j)}\right) \cdot \vec{p}^{(j)}\,, \quad (j = 1, 2).$$

Аналогічно до [7, 8] подамо вектори $\vec{E}_*^{(j)}$ та $\vec{\nabla}\mu_\pi'^{(j)}$ сумами їх оборотних $\vec{E}_{*r}^{(j)}$, $\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)}$ та необоротних $\vec{E}_{*i}^{(j)}$, $\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}$ складових, тобто $\vec{E}_*^{(j)} = \vec{E}_{*r}^{(j)} + \vec{E}_{*i}^{(j)}$, $\vec{\nabla}\mu_\pi'^{(j)} = \vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)} + \vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}$. Беручи до уваги інваріантність рівнянь балансу енергії щодо просторових трансляцій, із рівнянь (23) та (24) отримаємо такі рівняння балансу імпульсу та внутрішньої енергії:
для твердої фази

$$\rho^{(1)}\frac{d_1\vec{v}^{(1)}}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}_*^{(1)} + \rho^{(1)}\vec{F}_*^{(1)} + \vec{F}_e^{(1)}\,, \tag{25}$$

$$\begin{aligned}\rho^{(1)}\frac{d_1u^{(1)}}{dt} &= \rho^{(1)}T^{(1)}\frac{d_1s^{(1)}}{dt} + \hat{\sigma}_*^{(1)}\frac{d_1\hat{e}^{(1)}}{dt} + \rho^{(1)}\vec{E}_{*r}^{(1)} \cdot \frac{d_1\vec{p}^{(1)}}{dt} + \sum_{k=1}^{n-1}\rho^{(1)}\mu_k'^{(1)}\frac{d_1C_k^{(1)}}{dt} + \\ &+ \rho^{(1)}\mu_\pi'^{(1)}\frac{d_1\rho_m^{(1)}}{dt} - \rho^{(1)}\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(1)} \cdot \frac{d_1\vec{\pi}_m^{(1)}}{dt} - T^{(1)}\sigma_s^{(1)} - \rho^{(1)}\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(1)} \cdot \frac{d_1\vec{\pi}_m^{(1)}}{dt} + \\ &+ \rho^{(1)}\vec{E}_{*i}^{(1)} \cdot \frac{d_1\vec{p}^{(1)}}{dt} + \vec{J}_{e*}^{(1)} \cdot \vec{E}_*^{(1)} - \sum_{k=1}^{n-1}\vec{J}_{mk}^{(1)} \cdot \vec{\nabla}\mu_k'^{(1)} - \frac{1}{T^{(1)}}\vec{J}_q^{(1)} \cdot \vec{\nabla}T^{(1)}\,;\end{aligned} \tag{26}$$

для рідкої фази

$$\rho^{(2)}\frac{d_2\vec{v}^{(2)}}{dt} = -\vec{\nabla}p_*^{(2)} + \vec{\nabla} \cdot \hat{P}_v^{(2)} + \rho^{(2)}\vec{F}_*^{(2)} + \vec{F}_e^{(2)}\,, \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\rho^{(2)}\frac{d_2u^{(2)}}{dt} &= \rho^{(2)}T^{(2)}\frac{d_2s^{(2)}}{dt} - p_*^{(2)}\frac{d_2e^{(2)}}{dt} + \rho^{(2)}\vec{E}_{*r}^{(2)} \cdot \frac{d_2\vec{p}^{(2)}}{dt} + \\ &+ \sum_{k=1}^{n-1}\rho^{(2)}\mu_k'^{(2)}\frac{d_2C_k^{(2)}}{dt} + \rho^{(2)}\mu_\pi'^{(2)}\frac{d_2\rho_m^{(2)}}{dt} - \rho^{(2)}\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(2)} \cdot \frac{d_2\vec{\pi}_m^{(2)}}{dt} - \\ &- T^{(2)}\sigma_s^{(2)} + P_{vl}^{(2)}\frac{d_2e^{(2)}}{dt} + \hat{P}_{vt}^{(2)} : \frac{d_2\hat{e}^{d(2)}}{dt} + \vec{J}_{e*}^{(2)} \cdot \vec{E}_*^{(2)} - \sum_{k=1}^{n-1}\vec{J}_{mk}^{(2)} \cdot \vec{\nabla}\mu_k'^{(2)} + \\ &+ \rho^{(2)}\vec{E}_{*i}^{(2)} \cdot \frac{d_2\vec{p}^{(2)}}{dt} - \rho^{(2)}\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(2)} \cdot \frac{d_2\vec{\pi}_m^{(2)}}{dt} - \frac{1}{T^{(2)}}\vec{J}_q^{(2)} \cdot \vec{\nabla}T^{(2)}\,.\end{aligned} \tag{28}$$

Перейдемо до нової термодинамічної функції — питомої узагальненої вільної енергії Гельмгольца $f^{(j)} = u^{(j)} - T^{(j)}s^{(j)} - \vec{p}^{(j)} \cdot \vec{E}_{*r}^{(j)} + \vec{\pi}_m^{(j)} \cdot \vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)}$. З огляду на те, що $f^{(j)} = f^{(j)}\left(T^{(j)}, \hat{e}^{(j)}, \left\{C_k^{(j)}\right\}, \rho_m^{(j)}, \vec{E}_{*r}^{(j)}, \vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)}\right)$ на основі співвідношень (26) та (28) отримуємо узагальнені рівняння Гіббса та вирази для виробництва ентропії для твердої

$$df^{(1)} = -s^{(1)}dT^{(1)} + \frac{1}{\rho^{(1)}}\hat{\sigma}_*^{(1)} : d\hat{e}^{(1)} - \vec{p}^{(1)} \cdot d\vec{E}_{*r}^{(1)} + \sum_{k=1}^{n-1} \mu_k'^{(1)} dC_k^{(1)} +$$

$$+\mu_\pi'^{(1)} d\rho_m^{(1)} + \vec{\pi}_m^{(1)} \cdot d\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(1)}, \tag{29}$$

$$\sigma_s^{(1)} = -\vec{J}_q^{(1)} \cdot \frac{\vec{\nabla}T^{(1)}}{\left(T^{(1)}\right)^2} + \rho^{(1)} \frac{d_1\vec{p}^{(1)}}{dt} \cdot \frac{\vec{E}_{*i}^{(1)}}{T^{(1)}} + \vec{J}_{e*}^{(1)} \cdot \frac{\vec{E}_*^{(1)}}{T^{(1)}} - \sum_{k=1}^{n-1} \vec{J}_{mk}^{(1)} \cdot \frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(1)}}{T^{(1)}} -$$

$$-\rho^{(1)} \frac{d_1\vec{\pi}_m^{(1)}}{dt} \cdot \frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(1)}}{T^{(1)}} \tag{30}$$

та рідкої фаз

$$df^{(2)} = -s^{(2)}dT^{(2)} - \frac{1}{\rho^{(2)}} p_*^{(2)} de^{(2)} - \vec{p}^{(2)} \cdot d\vec{E}_{*r}^{(2)} + \sum_{k=1}^{n-1} \mu_k'^{(2)} dC_k^{(2)} +$$

$$+\mu_\pi'^{(2)} d\rho_m^{(2)} + \vec{\pi}_m^{(2)} \cdot d\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(2)}, \tag{31}$$

$$\sigma_s^{(2)} = P_{vl}^{(2)} \frac{1}{T^{(2)}} \frac{d_2 e^{(2)}}{dt} + \hat{P}_{vt}^{(2)} : \frac{1}{T^{(2)}} \frac{d_2\hat{e}^{d(2)}}{dt} - \vec{J}_q^{(2)} \cdot \frac{\vec{\nabla}T^{(2)}}{\left(T^{(2)}\right)^2} +$$

$$+\rho^{(2)} \frac{d_2\vec{p}^{(2)}}{dt} \cdot \frac{\vec{E}_{*i}^{(2)}}{T^{(2)}} + \vec{J}_{e*}^{(2)} \cdot \frac{\vec{E}_*^{(2)}}{T^{(2)}} - \sum_{k=1}^{n-1} \vec{J}_{mk}^{(2)} \cdot \frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(2)}}{T^{(2)}} - \rho^{(2)} \frac{d_2\vec{\pi}_m^{(2)}}{dt} \cdot \frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(2)}}{T^{(2)}}. \tag{32}$$

Бачимо, що простір параметрів, які визначають термодинамічний стан обох фаз, порівняно з класичною термомеханікою поляризованих тіл містить два нових параметри, а саме: $\rho_m^{(j)}$ та $\vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)}$. Ці параметри зумовлені врахуванням процесу локального зміщення маси. Спряженими до них є параметри $\mu_\pi^{(j)}$ та $\vec{\pi}_m^{(j)}$ відповідно.

7. Визначальні співвідношення

Рівняння стану. У силу незалежності параметрів $T^{(j)}, \hat{e}^{(j)}, \left\{C_k^{(j)}\right\}, \rho_m^{(j)}, \vec{E}_{*r}^{(j)}, \vec{\nabla}\mu_{\pi r}'^{(j)}$ із рівнянь Гіббса (29) і (31) одержуємо рівняння стану, які мають однаковий вигляд для обох фаз, за винятком рівнянь для тензора напружень у твердій фазі та тиску у поровій рідині

$$s^{(j)} = -\frac{\partial f^{(j)}}{\partial T^{(j)}}, \quad \mu_k^{(j)} = \frac{\partial f^{(j)}}{\partial C_k^{(j)}}, \quad \mu_\pi'^{(j)} = \frac{\partial f^{(j)}}{\partial \rho_m^{(j)}}, \quad \vec{p}^{(j)} = -\frac{\partial f^{(j)}}{\partial \vec{E}^{r(j)}},$$

$$\vec{\pi}_m^{(j)} = -\frac{\partial f^{(j)}}{\partial \vec{\nabla}\mu_\pi'^{r(j)}}, \quad \hat{\sigma}_*^{(1)} = \rho^{(1)}\frac{\partial f^{(1)}}{\partial \hat{e}^{(1)}}, \quad p_*^{(2)} = -\rho^{(2)}\frac{\partial f^{(2)}}{\partial e^{(2)}}. \qquad (33)$$

Для конкретизації рівнянь стану необхідно вибрати відповідне подання питомої вільної енергії $f^{(j)}$.

Кінетичні рівняння. Кінетичні співвідношення отримаємо з рівнянь (30), (32) для виробництва ентропії. Беручи до уваги принцип Онзагера [15], у лінійному наближенні ці рівняння запишемо у вигляді [7, 8]

$$P_{vl}^{(2)} = L_{11}^{(2)'}\frac{1}{T^{(2)}}\frac{d_2 e^{(2)}}{dt}, \qquad \hat{P}_{vt}^{(2)} = L_{22}^{(2)'}\frac{1}{T^{(2)}}\frac{d_2 \hat{e}^{d(2)}}{dt}; \qquad (34)$$

$$\vec{J}_q^{(j)} = -L_{33}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}T^{(j)}}{\left(T^{(j)}\right)^2} + L_{34}^{(j)'}\frac{\vec{E}_*^{(j)}}{T^{(j)}} + L_{35}^{(j)'}\frac{\vec{E}_{*i}^{(j)}}{T^{(j)}} - L_{36}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}}{T^{(j)}} - \sum_{k=1}^{n-1} L_{37}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(j)}}{T^{(j)}},$$

$$\vec{J}_{mk}^{(j)} = -L_{43}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}T^{(j)}}{\left(T^{(j)}\right)^2} + L_{44}^{k(j)'}\frac{\vec{E}_*^{(j)}}{T^{(j)}} + L_{45}^{k(j)'}\frac{\vec{E}_{*i}^{(j)}}{T^{(j)}} - L_{46}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}}{T^{(j)}} - \sum_{l=1}^{n-1} L_{47}^{kl(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_l'^{(j)}}{T^{(j)}},$$

$$\vec{J}_{e*}^{(j)} = -L_{53}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}T^{(j)}}{\left(T^{(j)}\right)^2} + L_{54}^{(j)'}\frac{\vec{E}_*^{(j)}}{T^{(j)}} + L_{55}^{(j)'}\frac{\vec{E}_{*i}^{(j)}}{T^{(j)}} - L_{56}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}}{T^{(j)}} - \sum_{k=1}^{n-1} L_{57}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(j)}}{T^{(j)}},$$

$$\rho^{(j)}\frac{d_j\vec{p}^{(j)}}{dt} = -L_{63}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}T^{(j)}}{\left(T^{(j)}\right)^2} + L_{64}^{(j)'}\frac{\vec{E}_*^{(j)}}{T^{(j)}} + L_{65}^{(j)'}\frac{\vec{E}_{*i}^{(j)}}{T^{(j)}} - L_{66}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}}{T^{(j)}} - \sum_{k=1}^{n-1} L_{67}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(j)}}{T^{(j)}},$$

$$\rho^{(j)}\frac{d_j\vec{\pi}_m^{(j)}}{dt} = -L_{73}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}T^{(j)}}{\left(T^{(j)}\right)^2} + L_{74}^{(j)'}\frac{\vec{E}_*^{(j)}}{T^{(j)}} + L_{75}^{(j)'}\frac{\vec{E}_{*i}^{(j)}}{T^{(j)}} - L_{76}^{(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_{\pi i}'^{(j)}}{T^{(j)}} -$$

$$-\sum_{k=1}^{n-1} L_{77}^{k(j)'}\frac{\vec{\nabla}\mu_k'^{(j)}}{T^{(j)}}, \qquad (j = 1, 2). \qquad (35)$$

де $L_{11}^{(j)'}$, $L_{22}^{(j)'}$, $L_{\alpha\beta}^{(j)'}$, $L_{\alpha 7}^{k(j)'}$, $L_{47}^{kl(j)'}$ $\left(k,l=\overline{1,n-1};\ \alpha,\beta=\overline{3,7}\right)$ — кінетичні коефіцієнти. Відзначимо, що для твердої фази (j = 1) кінетичні рівняння мають вигляд (35), а у поровій рідині (j = 2) до системи (35) слід долучити також співвідношення (34).

Записані рівняння Максвелла (1), балансу маси (11), (12), ентропії (18), балансу імпульсів (25), (27), визначальні співвідношення (33), (34), (35) разом із відповідними геометричними співвідношеннями й умовами контакту на міжфазовій поверхні складають повну систему мезорівнянь, яка може бути використана для опису електромагнетотермомеханічних процесів у багатокомпонентному поляризованому пористому середовищі з урахуванням необоротності процесів локального зміщення маси та заряду.

8. Початковий і відліковий (природний) стани

Надалі будемо розрізняти початковий стан, який відповідає невзаємодіючим фазам за рівномірного розподілу домішок і відсутності електромагнітного та механічного полів, наведеної маси та вектора локального зміщення маси, і природний рівноважний стан, який характеризується неоднорідним розподілом концентрації домішок $C_{k0}^{(j)}$ $\left(k=\overline{1,n-1},\ j=1,2\right)$, густин наведеної маси $\rho_{m0}^{(j)}$ і наведеного електричного заряду $\rho_{e0}^{(j)}$, електричного потенціалу $\varphi_0^{(j)}$, енергетичної міри $\mu_\pi^{(j)}$, векторів електромагнетного поля, локального зміщення електричного заряду та маси $\vec{E}_0^{(j)}=-\vec{\nabla}\varphi_0^{(j)}$, $\vec{D}_0^{(j)}$, $\vec{P}_0^{(j)}$, $\vec{\pi}_m^{(j)}$, тензорів $\hat{e}_0^{(j)}$, $\hat{\sigma}_0^{(j)}$ деформацій та механічних напружень за відсутності зовнішньої дії. Цей стан приймемо за відліковий. Поля у відліковому стані визначаються з відповідних (1), (11), (12), (18), (25), (27) рівнянь статики за урахування рівнянь Гіббса (29), (31) та рівності нулю виробництва ентропії (30), (32)

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}_0^{(j)}=0\,,\qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{D}_0^{(j)}=\frac{\rho_{e0}^{(j)}}{\varepsilon^{(j)}}\,,$$

$$\vec{D}_0^{(j)}=\varepsilon_0\vec{E}_0^{(j)}+\rho_0^{(j)}\vec{p}_0^{(j)}\,,\quad \rho_{e0}^{(j)}=\sum_{k=1}^{n}\rho^{(j)}q_kC_{k0}^{(j)}\,,\quad \vec{E}_0^{(j)}=-\vec{\nabla}\varphi_0^{(j)}\,,$$

$$q_k\vec{E}_0^{(j)}-\vec{\nabla}\mu_{k0}^{(j)}=0\,,\ \left(k=\overline{1,n-1}\right),\quad \vec{\nabla}\cdot\hat{\sigma}_{*0}^{(j)}+\vec{F}_{e0}^{(j)}+\vec{F}_{*0}^{(j)}=0\,,$$

$$\vec{F}_{e0}^{(j)}=\rho_{e0}^{(j)}\vec{E}_0^{(j)}+\rho_0^{(j)}\left(\vec{\nabla}\otimes\vec{E}_0^{(j)}\right)\cdot\vec{p}_0^{(j)}\,,\quad \vec{F}_{*0}^{(j)}=\rho_{m0}^{(j)}\vec{\nabla}\mu_{\pi0}^{\prime(j)}-\vec{\pi}_{m0}^{(j)}\cdot\left(\vec{\nabla}\otimes\vec{\nabla}\mu_{\pi0}^{\prime(j)}\right),$$

$$s_0^{(j)}=-\frac{\partial f_0^{(j)}}{\partial T_0^{(j)}}\,,\qquad \mu_{k0}^{(j)}=\frac{\partial f_0^{(j)}}{\partial C_{k0}^{(j)}}\,,\qquad \mu_{\pi0}^{\prime(j)}=\frac{\partial f_0^{(j)}}{\partial\rho_{m0}^{(j)}}\,,\qquad \vec{p}_0^{(j)}=-\frac{\partial f_0^{(j)}}{\partial\vec{E}_0^{r(j)}}\,,$$

$$\vec{\pi}_{m0}^{(j)}=-\frac{\partial f_0^{(j)}}{\partial\vec{\nabla}\mu_{\pi0}^{\prime(j)}}\,,\quad \hat{\sigma}_{*0}^{(1)}=\rho_0^{(1)}\frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial\hat{e}_0^{(1)}}\,,\quad p_{*0}^{(2)}=-\rho_0^{(2)}\frac{\partial f_0^{(2)}}{\partial e_0^{(2)}}\,,\quad T_0^{(j)}=T_0\,,$$

$$\rho_0^{(j)}\rho_{m0}^{(j)}=-\vec{\nabla}\cdot\left(\rho_0^{(j)}\vec{\pi}_{m0}^{(j)}\right),\qquad \vec{E}_{r0}^{(j)}=\vec{E}_0^{(j)}\,,\qquad \vec{\nabla}\mu_{\pi r0}^{\prime(j)}=\vec{\nabla}\mu_{\pi0}^{\prime(j)}\,,$$

$$\hat{e}_0^{(j)}=\frac{1}{2}\left[\vec{\nabla}\otimes\vec{u}_0^{(j)}+\left(\vec{\nabla}\otimes\vec{u}_0^{(j)}\right)^{\mathrm{T}}\right] \tag{36}$$

та умов на поверхні $\left(\Sigma_{12}\right)$ контакту фаз

$$\vec{u}_0^{(1)}=\vec{u}_0^{(2)}\,,\qquad \left(\hat{\sigma}_{*0}^{(1)}+\hat{T}_{e0}^{(1)}\right)\cdot\vec{n}=\left(\hat{\sigma}_{*0}^{(2)}+\hat{T}_{e0}^{(2)}\right)\cdot\vec{n}\,,$$

$$\left(\vec{E}_0^{(1)}-\vec{E}_0^{(2)}\right)\times\vec{n}=0\,,\qquad \left(\vec{D}_0^{(1)}-\vec{D}_0^{(2)}\right)\cdot\vec{n}=0\,,$$

$$q_k \varphi_0^{(1)} + \mu_{k0}^{(1)} = q_k \varphi_0^{(2)} + \mu_{k0}^{(2)}, \qquad \mu'^{(1)}_{\pi} = \mu'^{(2)}_{\pi}. \tag{37}$$

Тут нижнім індексом «0» відзначено величини у відліковому стані, $\hat{T}_{e0}^{(j)} = \vec{E}_0^{(j)} \otimes \vec{D}_0^{(j)} - \frac{1}{2}\left(\vec{E}_0^{(j)} \cdot \vec{D}_0^{(j)}\right)\hat{I}$ — тензори натягів Максвелла ($j = 1, 2$), $\vec{n}$ — зовнішня нормаль до твердої фази (середовища 1), $\varphi_0^{(j)}$ — електричні потенціали ($j = 1, 2$).

9. Збурення полів відносно відлікового стану

Для практики важливим є вивчення збурень шуканих полів, спричинених зовнішньою дією, щодо відлікового рівноважного неоднорідного стану. У зв'язку з цим шукані функції записаної вище системи рівнянь подаються у вигляді сум $f^{(j)} = f_0^{(j)} + f'^{(j)}$, де штрихом відзначено збурення відповідної величини. З огляду на нелінійність виразів для масової та пондеромоторної сил, тензора натягів Максвелла тощо, характеристики полів у відліковому стані будуть входити у рівняння для визначення збурень шуканих функцій навіть у випадку лінеаризованих за збуреннями співвідношень. Справді тоді

$$\vec{F}'^{(j)}_* = \vec{F}^{(j)} + \rho_{m0}^{(j)} \vec{\nabla} \mu''^{(j)}_{\pi} + \rho'^{(j)}_m \vec{\nabla} \mu'^{(j)}_{\pi 0} - \vec{\pi}_{m0}^{(j)} \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{\nabla} \mu''^{(j)}_{\pi} - \vec{\pi}'^{(j)}_m \cdot \vec{\nabla} \otimes \vec{\nabla} \mu'^{(j)}_{\pi 0},$$

$$\vec{F}'^{(j)}_e = \rho_{e0}^{(j)} \vec{E}'^{(j)}_* + \rho'^{(j)}_e \vec{E}_0^{(j)} + \rho_0^{(j)} \left(\vec{\nabla} \otimes \vec{E}_0^{(j)}\right) \cdot \vec{p}'^{(j)} +$$
$$+ \rho_0^{(j)} \left(\vec{\nabla} \otimes \vec{E}'^{(j)}_*\right) \cdot \vec{p}_0^{(j)} + \rho'^{(j)} \left(\vec{\nabla} \otimes \vec{E}_0^{(j)}\right) \cdot \vec{p}_0^{(j)},$$

$$\hat{T}'^{(j)} = \vec{E}_0^{(j)} \otimes \vec{D}'^{(j)} + \vec{E}'^{(j)} \otimes \vec{D}_0^{(j)} - \frac{1}{2}\left(\vec{E}_0^{(j)} \cdot \vec{D}'^{(j)} + \vec{E}'^{(j)} \cdot \vec{D}_0^{(j)}\right) \hat{I}.$$

Зауважимо, що врахування неоднорідності розподілу електричного заряду в околі поверхні контакту фаз (подвійного електричного шару) привело до побудови макроскопічної моделі електромагнетомеханіки пористих насичених тіл [16, 17]. Врахування поряд із процесом локального зміщення електричного заряду (процесом електричної поляризації) також локального зміщення маси приведе до врахування неоднорідності напружено-деформованого стану твердої та рідкої фаз в околі поверхні їх контакту [9, 18]. Побудова відповідних макроскопічних рівнянь і дослідження на цій основі впливу такої неоднорідності на збурення полів будуть предметом наступних досліджень.

Висновки. Таким чином отримана в роботі система мезорівнянь для опису взаємозв'язаних механотермоелектродифузійних процесів у твердій і рідкій фазах пористого електропровідного неферомагнетного поляризованого середовища з урахуванням процесів локальних зміщень електричного заряду та маси є основою побудови відповідних макроскопічних рівнянь, які дозволять врахувати вплив приконтактної неоднорідності як електричних величин, так і напружено-деформованого стану на збурення досліджуваних полів.

Література

[1] *Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А.* Механика насыщенных пористых сред. — М.: Недра, 1970. — 339 с.

[2] *Нигматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978. — 336 с.

[3] *Хорошун Л. П., Солтанов Н. С.* Термоупругость двухкомпонентных смесей. — К.: Наук. думка, 1984. — 112 с.

[4] *Кондрат В. Ф.* К описанию физико-механических процессов в пористых насыщенных средах // В сб. научных трудов: Геофизическая диагностика нефтеазоносных и угленосных разрезов. — К.: Наук. думка, 1989. — С. 124-133.

[5] Фізико-математичне моделювання складних систем. Під заг. ред. Я. Бурака та Є. Чаплі. — Львів: Сполом, 2004. — 264 с.

[6] *Бурак Я. Й., Кондрат В. Ф., Грицина О. Р.* Математичне моделювання механотермодифузійних процесів у твердих розчинах при врахуванні локального зміщення маси // ДАН України. — 2007. — № 3. — С. 59-64.

[7] *Грицина О. Р.* Механотермодифузійні процеси в багатокомпонентних твердих розчинах з урахуванням необоротності локальних зміщень маси // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2007. — Вип. 5. — С. 30-41.

[8] *Грицина О. Р., Кондрат В. Ф.* Моделювання електротермомеханічних процесів у в'язкій електропровідній поляризованій рідині з урахуванням необоротності локальних зміщень маси та електричного заряду // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — Вип. 5, 2007. — С. 42-54.

[9] *Бурак Я. Й., Кондрат В. Ф., Грицина О. Р.* Приповерхневі механоелектромагнетні явища у термопружних поляризованих тілах з врахуванням локального зміщення маси // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2007. — № 4. — С. 5-17.

[10] *Бурак Я. И., Нагирный Т. С., Грицина О. Р., Червинка К. А.* Поверхностные напряжения в слое. Влияние температуры и примесей на прочность // Проблемы прочности. — 2000. — № 6. — С. 35-43.

[11] *Бредов М. М., Румянцев В. В., Топтыгин И. Н.* Классическая электродинамика. — М.: Наука, 1985. — 400 с.

[12] *Можен Ж.* Механика электромагнитных сплошных сред. — М.: Мир, 1991. — 560 с.

[13] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. — М.: Наука, 1974. — 831 с.

[14] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.

[15] *Гроот де С., Мазур П. Ш.* Неравновесная термодинамика. — М.: Мир, 1964. — 456 с.

[16] *Кондрат В. Ф.* К исследованию механоэлектромагнитных процессов в пористых насыщенных средах во внешнем электрическом поле // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. — Ереван: АН Арм. ССР, 1987. — С. 166-170.

[17] *Pride S.* Governing equations for the coupled electromagnetics and acoustics of porous media // Phys. Rev. B. — 1994. — Vol. 50, № 21. — P. 15678-15696.

[18] *Кондрат В. Ф., Нагірний Т. С., Грицина О. Р.* Локальне зміщення маси у термомеханічних системах та приповерхневі явища // Тези доп. 8-й Міжнар. симпозіуму українських інженерів-механіків у Львові. — Львів, 23-25 травня 2007 р. — С. 64-65.

The mesoequations of thermo-mechanics of porous fluid saturated multicomponent medium taking into account the local displacements of mass and electric charge

Olha Hrytsyna, Vasyl Kondrat, Taras Nahirnyy

A complete set of mesoscopic equations for the description of the mutually related mechanical, thermal, electrical, and diffusive processes in the porous electro-conductive ferromagnetic polarisable medium is obtained. The equilibrium character of local displacements of mass and electric charge is taken into account. The porous medium consists of a solid skeleton and a viscous liquid, where the former is the n-component non-ferromagnetic polarisable solid and the latter is the liquid electrolyte solution. The afore-mentioned equations form a basic set needed to obtain macroscopic equations in which the effect of the solid-fluid interaction is taken into consideration.

Мезоуравнения термомеханики пористой насыщенной жидкостью многокомпонентной среды с учетом локальных смещений массы и электрического заряда

Ольга Грицина, Василий Кондрат, Тарас Нагирный

Получено полную систему мезоуравнений для описания взаимосвязанных механотермоэлектродиффузионных процессов в пористой электропроводной неферромагнитной поляризующейся среде с учетом необратимости процессов локального смещения электрических зарядов и массы. Пористая среда состоит из твердофазного скелета и вязкой жидкости, которые являются n-компонентными неферромагнитными поляризующимися твердым раствором и раствором сильного электролита. Сформулированная система уравнений есть базовой для получения соответствующей системы макроуравнений с учетом эффектов контактного взаимодействия твердой и жидкой фаз.

Отримано 4.03.07