

Нелінійна контактнo-крайова задача термомеханіки для опромінюваної двошарової пластини, з'єднаної проміжковим шаром

Оксана Турій

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060

(Представлено професором Ю. Зозуляком)

У роботі досліджено теплоперенесення та напружений стан у шаруватій пластині зі складниками різної прозорості, з'єднаними тонким проміжковим шаром, за теплового опромінювання зі сторони частково прозорого шару. Вивіши ефективний коефіцієнт відбивання на поверхні контакту, отримано наближені співвідношення для визначення поля випромінювання в основному частково прозорому шарі. Знайдено наближені співвідношення для напружень у пластині, що враховують жорсткісні характеристики на згин і розтяг проміжкового шару. Нелінійна крайова задача теплоперенесення розв'язана методом скінченних різниць із застосуванням процедури квазілінеаризації.

Ключові слова: шарувата пластини, теплове випромінювання, термомеханічна поведінка, операторний метод, квазілінеаризація.

Вступ. Окремі елементи космічної, авіаційної техніки (багатошарові захисні оболонки й покриття метеорологічних та космічних приладів і апаратів, сонячні батареї), інфрачервоної техніки (функціональні оптичні матеріали), скляних конструкцій у будівництві, машинобудуванні та теплоенергетиці є неоднорідні шаруваті структури зі складниками різної прозорості (частково прозорий і непрозорий) для теплового випромінювання, під дією якого вони можуть перебувати під час експлуатації [1-4]. Вибір раціональних режимів експлуатації передбачає дослідження як процесів теплоперенесення в них (з урахуванням перенесення випромінювання), так і розрахунок напруженого стану. У літературі відомі дослідження процесів перенесення теплового випромінювання та теплопровідності в шаруватих (композитних) частково прозорих тілах, які проводилися, в основному, на модельних задачах для шаруватої пластини [5]. Термонапружений стан двошарової опромінюваної пластини зі складниками різної прозорості досліджено в роботах [6, 7]. При цьому розглянуто пластини з частково прозорими та частково прозорим і непрозорим шарами за дії випромінювання з боку непрозорого шару. Приймалися умови ідеального теплового (з урахуванням випромінювання теплової енергії з поверхні непрозорого шару) та механічного контактів. На практиці з'єднання шарів здійснюється різними способами (зварка, наплавка, склеювання) [1, 2, 8], за яких наявний проміжковий шар із відмінними від основних радіаційними, теплофізичними,

механічними та термомеханічними характеристиками. Під час розрахунку термомеханічної поведінки шаруватих структур із проміжковими шарами їх, зазвичай, виключають із розгляду, а їхній вплив враховують узагальненими контактними тепловими та механічними умовами [9, 10]. З урахуванням перенесення випромінювання в шаруватих тілах зі складниками різної прозорості такі узагальнені умови в літературі не отримано.

1. Формулювання задачі та метод її розв'язування

Розглянемо шарувату пластину, утворену частково прозорим шаром товщини h_1 і непрозорим — h_2 , з'єднаних проміжковим шаром завтовшки h_0 . Вважаємо проміжковий шар частково прозорим, а його товщину значно меншою за товщини основних шарів $h_0 \ll h_j, j=1,2$ (часткова прозорість, зокрема, характерна для прошарків клею, товщини яких не перевищують 0,3 мм). З боку поверхні $z=0$ частково прозорого основного шару (вісь z направлена вздовж нормалі до шарів) пластину перебуває під дією теплового випромінювання від нагрітої ізотермічної плоскої паралельної до неї поверхні (джерела). Області $z < 0$ і $z > h$, де $h = h_1 + h_0 + h_2$, зовнішнього середовища (повітря) приймаємо прозорими для теплового випромінювання. Приймаємо, що на поверхнях поділу шарів $z = h_1$, $z = h_{10}$ ($h_{10} = h_1 + h_0$) виконуються умови ідеального механічного контакту. Поверхні пластини $z = 0$ і $z = h$ та краї $x, y \rightarrow \pm \infty$ вільні від навантаження [6, 7, 11].

Інтенсивність $I_{\lambda s}$ теплового випромінювання від ізотермічної поверхні вважаємо пропорційною до інтенсивності випромінювання $I_{\lambda b}$ абсолютно чорного тіла за температури T_s , тобто $I_{\lambda s} = kI_{\lambda b}(T_s)$ [12, 13]. Поширення теплового випромінювання в основному та проміжковому частково прозорих шарах описуємо рівнянням перенесення в наближенні невипромінюючого матеріалу [12-14]. Враховуємо потоки теплового випромінювання від джерела та з поверхні $z = h_{10}$ непрозорого шару в проміжковий (показник заломлення $n_{\lambda}^{(0)}$), інтенсивність якого за дифузного характеру випромінювання $I_{\lambda}^{op}(h_{10}) = \varepsilon_{\lambda}^{- (0)} I_{\lambda b}(T_2(h_{10}))$ визначається температурою $T_2(h_{10})$ поверхні $z = h_{10}$ і ступенем чорноти $\varepsilon_{\lambda}^{- (0)}$ поверхні контакту клей-метал [8]. Визначення поля випромінювання в шарах зводимо до визначення ефективних інтенсивностей $I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu)$, $I_{\lambda}^{-(1)}(h_1, \nu)$, $I_{\lambda}^{+(0)}(h_1, \nu)$, $I_{\lambda}^{-(0)}(h_{10}, \nu)$ випромінювання на поверхнях $z = 0$, $z = h_1$, $z = h_{10}$. Тут $\nu = \cos \beta$, $I_{\lambda}^{\pm(j)}(z, \nu)$ — спектральні інтенсивності випромінювання в шарах у напрямках, що утворюють гострий кут β та кут $\pi - \beta$ з віссю z . Вважаючи поверхні шарів дифузно відбиваючими, з балансу всіх потоків випромінювання, що підводяться до поверхонь (у тому числі від випромінюючої поверхні та перевідбитих усередині шарів), для їх знаходження отримуємо систему чотирьох інтегральних рівнянь типу Фредгольма другого роду

$$I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu) - 2R_{\lambda}^{+(1)} \int_0^1 I_{\lambda}^{-(1)}(h_1, w) w \exp\left(-\theta_{\lambda}^{(1)} / w\right) dw = I_{\lambda}^{(1)s}(\nu),$$

$$\begin{aligned}
 & I_{\lambda}^{-}(h_1, \nu) - 2R_{\lambda}^{-}(1) \int_0^{\nu_{*10}} I_{\lambda}^{+}(0, \nu) \nu \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\nu) d\nu - \\
 & - 2 \int_{\nu_{*10}}^1 I_{\lambda}^{+}(0, \nu) \nu \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\nu) d\nu = \\
 & = \begin{cases} \left(n_{\lambda}^{(1)}/n_{\lambda}^{(0)} \right)^2 \left(1 - R_{\lambda}^{+(0)} \right) I_{\lambda}^{-}(h_{10}, \xi_{01}) \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/\xi_{01}), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*01}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*01} \leq \nu < 1, \end{cases} \\
 & I_{\lambda}^{+}(h_1, \nu) - 2R_{\lambda}^{+(0)} \int_0^{\nu_{*01}} I_{\lambda}^{-}(h_{10}, w) w \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/w) dw - \\
 & - 2 \int_{\nu_{*01}}^1 I_{\lambda}^{-}(h_{10}, w) w \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/w) dw = \\
 & = \begin{cases} \left(n_{\lambda}^{(0)}/n_{\lambda}^{(1)} \right)^2 \left(1 - R_{\lambda}^{-}(1) \right) I_{\lambda}^{+}(0, \nu) \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\xi_{10}), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*10}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*10} < \nu \leq 1, \end{cases} \\
 & I_{\lambda}^{+}(h_1, \nu) - 2R_{\lambda}^{+(0)} \int_0^{\nu_{*01}} I_{\lambda}^{-}(h_{10}, w) w \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/w) dw - \\
 & - 2 \int_{\nu_{*01}}^1 I_{\lambda}^{-}(h_{10}, w) w \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/w) dw = \\
 & = \begin{cases} \left(n_{\lambda}^{(0)}/n_{\lambda}^{(1)} \right)^2 \left(1 - R_{\lambda}^{-}(1) \right) I_{\lambda}^{+}(0, \nu) \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\xi_{10}), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*10}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*10} < \nu \leq 1, \end{cases} \\
 & I_{\lambda}^{-}(h_{10}, \nu) = I_{\lambda}^{op}(h_{10}) + 2R_{\lambda}^{-}(0) \int_0^1 I_{\lambda}^{+}(h_1, w) w \exp(-\theta_{\lambda}^{(0)}/w) dw, \quad (1)
 \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
 I_{\lambda s}^{(1)}(\nu) & = \begin{cases} \left(n_{\lambda}^{(1)} \right)^2 \left(1 - R_{\lambda}^{(s)} \right) I_{\lambda s}(\xi_1), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*0}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*0} < \nu \leq 1, \end{cases} \\
 \xi_{01} & = \sqrt{1 - \left(n_{\lambda}^{(0)}/n_{\lambda}^{(1)} \right)^2 (1 - \nu^2)}, \quad \xi_{10} = \sqrt{1 - \left(n_{\lambda}^{(1)}/n_{\lambda}^{(0)} \right)^2 (1 - \nu^2)}, \\
 \nu_{*01} & = 1, \text{ якщо } n_{\lambda}^{(1)} < n_{\lambda}^{(0)} \text{ та } \nu_{*01} = \sqrt{1 - \left(n_{\lambda}^{(0)}/n_{\lambda}^{(1)} \right)^2}, \text{ якщо } n_{\lambda}^{(1)} > n_{\lambda}^{(0)}, \\
 \nu_{*10} & = 1, \text{ якщо } n_{\lambda}^{(1)} > n_{\lambda}^{(0)} \text{ та } \nu_{*10} = \sqrt{1 - \left(n_{\lambda}^{(1)}/n_{\lambda}^{(0)} \right)^2}, \text{ якщо } n_{\lambda}^{(1)} < n_{\lambda}^{(0)},
 \end{aligned}$$

$n_\lambda^{(j)}$ — показники заломлення матеріалів шарів відносно довкілля; $R_\lambda^s, R_\lambda^{+(1)}, R_\lambda^{-(1)}, R_\lambda^{+(0)}, R_\lambda^{-(0)}, 1 - R_\lambda^{-(0)} = \varepsilon_\lambda^{-(0)}$ — коефіцієнти дифузного відбивання поверхонь $z = 0 - 0, z = 0 + 0, z = h_1 - 0, z = h_1 + 0, z = h_1 + h_0$; $\theta_\lambda^{(j)} = a_\lambda^{(j)} h_j$ — оптичні товщини шарів, а $a_\lambda^{(j)}$ — їх коефіцієнти поглинання.

Ослаблення випромінювання внаслідок проходження через проміжковий шар малих товщин $\theta_\lambda^{(0)} \ll 1$ є незначне, тобто $\exp(-\theta_\lambda^{(0)} \xi_{12}) \approx 1$. При цьому теплове випромінювання непрозорого шару проникає через проміжковий шар. Тоді розв'язування системи (1) можна звести до визначення ефективних інтенсивностей випромінювання $I_\lambda^{+(1)}(0, \nu), I_\lambda^{-(1)}(h_1, \nu)$, вводячи ефективний коефіцієнт R_{ef} відбивання поверхні $z = h_1 - 0$, який враховує радіаційні характеристики проміжкового та непрозорого шарів. За однократного перевідбивання в проміжковому шарі для згаданих інтенсивностей отримуємо систему рівнянь

$$\begin{aligned} I_\lambda^{+(1)}(0, \nu) - 2R_\lambda^{+(1)} \int_0^1 I_\lambda^{-(1)}(h_1, w) w \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/w) dw &= I_{\lambda s}^{(1)}(\nu), \\ I_\lambda^{-(1)}(h_1, \nu) - 2 \int_0^1 R_{ef}(w) I_\lambda^{+(1)}(0, w) w \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/w) dw &= \\ = \begin{cases} \left(n_\lambda^{(1)}/n_\lambda^{(0)}\right)^2 (1 - R_\lambda^{+(0)}) I_\lambda^{op} \exp(-\theta_\lambda^{(0)}/\xi_{01}), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*01}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*01} < \nu \leq 1, \end{cases} & (2) \\ R_{ef}(w) = \begin{cases} R_\lambda^{-(1)} + R_\lambda^{-(0)} (1 - R_\lambda^{+(0)}) (1 - R_\lambda^{-(1)}) \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/w), & \text{якщо } 0 \leq w \leq \nu_{*10}, \\ 1, & \text{якщо } \nu_{*10} < w \leq 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Зауважимо, що система (2) має структуру аналогічну до системи рівнянь для визначення ефективних інтенсивностей випромінювання на поверхнях опромінюваного частково прозорого шару [15]. Її розв'язок буде

$$\begin{aligned} I_\lambda^{+(1)}(0, \nu) &= A_1(I_{\lambda s}^{(1)} + A_2 I_\lambda^{op}), \\ I_\lambda^{-(1)}(h_1, \nu) &= A_1(I_\lambda^{op} + A_3 I_{\lambda s}^{(1)}). \end{aligned}$$

Тут

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{1 - 2R_\lambda^{+(1)} A_3 E_3(a_\lambda^{(1)} h_1)}, \quad A_2 = 2R_\lambda^{+(1)} E_3(a_\lambda^{(1)} h_1), \\ A_3 &= 2 \int_0^1 R_{ef}(w) w \exp(-\theta_\lambda^{(1)}/w) dw, \end{aligned}$$

$$E_3(x) = \int_0^1 \mu \exp(-x/\mu) d\mu \text{ — інтегroeкспоненційна функція [13].}$$

Тепловий стан пластини за конкретних умов теплообміну з довкіллям пов'язуємо з поглинанням енергії випромінювання шарами, враховуючи випромінювання теплової енергії непрозорим складником. Через ефективні інтенсивності $I_\lambda^{+(1)}(0, \nu), I_\lambda^{-(1)}(h_1, \nu)$ знаходимо вираз для тепловиділень $Q_j(z, t)$ ($j = 0, 1$) в основному та проміжковому частково прозорих шарах [11].

$$\begin{aligned} Q_1(z, t) &= 2\pi \int_0^\infty a_\lambda^{(1)} \int_0^1 \left\{ I_\lambda^{+(1)}(0, \nu) \exp(-a_\lambda^{(1)} z / \nu) + \right. \\ &\quad \left. + I_\lambda^{-(1)}(h_1, \nu) \exp[-a_\lambda^{(1)}(h_1 - z) / \nu] \right\} d\nu d\lambda, \\ Q_0(z, t) &= 2\pi \int_0^\infty a_\lambda^{(0)} \left\{ \int_0^1 \left[I_\lambda^{+(10)} + 2R_\lambda^{+(0)} \int_0^1 I_\lambda^{op} w \exp(-\theta_\lambda^{(0)} / w) dw \right] \exp[-a_\lambda^{(0)}(h_1 + z) / \nu] + \right. \\ &\quad \left. + \left[I_\lambda^{op} + 2R_\lambda^{+(0)} \int_0^1 I_\lambda^{+(10)} w \exp(-\theta_\lambda^{(0)} / w) dw \right] \exp[-a_\lambda^{(0)}(h_{10} - z) / \nu] \right\} d\nu d\lambda, \\ I_\lambda^{+(10)} &= \begin{cases} \left(n_\lambda^{(0)} / n_\lambda^{(1)} \right)^2 \left(1 - R_\lambda^{-(1)} \right) I_\lambda^{+(1)}(0, \xi_{10}) \exp(-\theta_\lambda^{(1)} / \xi_{10}), & \text{якщо } 0 \leq \nu \leq \nu_{*10}, \\ 0, & \text{якщо } \nu_{*10} < \nu \leq 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Ці тепловиділення розглядаємо як питому потужність неперервно розподілених теплових джерел у рівняннях теплопровідності для згаданих шарів.

Для непрозорого шару поглинання та випромінювання теплової енергії є приповерхневі [13, 16]. Враховуємо їх в умовах балансу теплових потоків на поверхні $z = h_{10}$ контакту проміжкового та непрозорого шарів і на поверхні $z = h$ пластини. При цьому інтенсивність теплового випромінювання з поверхні $z = h$ буде $I_\lambda^{op}(h) = \varepsilon_\lambda I_{\lambda b}(T_2(h))$, де ε_λ — ступінь чорноти поверхні $z = h$ непрозорого шару.

Проміжковий шар можна виключити з розгляду і при дослідженні теплоперенесення в розглядуваній тришаровій системі, скориставшись формальним операторним методом, який стосовно задач термомеханіки для однорідних і шаруватих оболонок застосовано в роботах [9, 10, 17, 18]. З його допомогою в монографії [18] отримано узагальнені умови фізичного обміну через проміжковий шар за лінійних контактних умов (зокрема, тепло- та масообміну). Цей метод застосовано для встановлення рівнянь, що описують теплопровідність у тонких однорідних оболонках за лінійних [10, 17] і нелінійних (за законом Стефана-Больцмана) [17] теплових крайових умов. У літературі не отримано узагальнені контактні умови теплообміну через проміжковий шар із врахуванням перенесення випромінювання у шаруватому тілі.

За сталих густин ρ_j і теплофізичних характеристик матеріалів шарів (коефіцієнти теплопровідності κ_j , теплоємності c_{ej} , $j = \overline{0,2}$; індекси «0», «1» і «2», як і раніше, стосуються відповідно проміжкового й основних частково прозорого та непрозорого шарів) система рівнянь для визначення відхилення θ_j температури від початкової $T_0 = const$ в пластині має вигляд [14, 19]

$$\frac{\partial^2 \theta_j(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{\varpi_j} \frac{\partial \theta_j(z,t)}{\partial t} = -\frac{Q_j(z,t)}{\kappa_j}, \quad Q_2(z,t) = 0, \quad j = \overline{0,2} \quad (3)$$

де $\varpi_j = \kappa_j / \rho_j c_{ej}$ — коефіцієнти теплопровідності матеріалів шарів.

Систему рівнянь (3) доповнюємо крайовими умовами на поверхнях $z = 0$, $z = h$ пластини та контактними на межах $z = h_1$, $z = h_{10}$ поділу шарів. Їх отримаємо з балансу всіх теплових потоків, що підводяться до цих поверхонь [13, 14]. На поверхні $z = 0$ наявні потоки, зумовлені теплопровідністю та конвективним теплообміном із повітрям. На поверхні $z = h$ — це потік, викликаний теплопровідністю, потік, що визначається конвективним теплообміном, і потік, спричинений випромінюванням тепла з інтенсивністю $I_{\lambda}^{op}(\theta_2(h) + T^0)$ у довкілля (для повітря $n_{\lambda} \approx 1$).

Якщо поверхню непрозорого шару, що контактує з повітрям, прийняти дифузно сірою ($\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon = const$), то крайові умови на поверхнях $z = 0$, $z = h$ пластини будуть

$$\begin{aligned} \kappa_1 \frac{\partial [\theta_1(0,t)]}{\partial z} &= H_1 [\theta_1(0,t) + T^0 - T_{ext}^{(1)}], \\ \kappa_2 \frac{\partial [\theta_2(h,t)]}{\partial z} &= -\sigma \varepsilon [\theta_2(h,t) + T^0]^4 - H_2 [\theta_2(h,t) + T^0 - T_{ext}^{(2)}], \end{aligned} \quad (4)$$

де σ — постійна Стефана-Больцмана [13], H_j — коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь, $T_{ext}^{(j)}$ — температури повітря в областях $z < 0$ і $z > h$. Контактні умови на межах поділу $z = h_1$, $z = h_{10}$ шарів, враховуючи випромінювання та поглинання теплової енергії [7] і приймаючи рівність температур, запишемо так

$$\begin{aligned} \kappa_1 \frac{\partial [\theta_1(h_1,t)]}{\partial z} &= \kappa_0 \frac{\partial [\theta_0(h_1,t)]}{\partial z}, \\ \theta_1(h_1,t) &= \theta_0(h_1,t), \\ \kappa_0 \frac{\partial [\theta_0(h_{10},t)]}{\partial z} &= -\sigma \varepsilon^{-{(0)}} n_0^2 [\theta_2(h_{10},t) + T^0]^4 + q + \kappa_2 \frac{\partial [\theta_2(h_{10},t)]}{\partial z}, \\ \theta_0(h_{10},t) &= \theta_2(h_{10},t). \end{aligned} \quad (5)$$

Тут поверхню контакту непрозорого шару з проміжковим вважаємо дифузно сірою ($\varepsilon_{\lambda}^{-{(0)}} = \varepsilon^{-{(0)}}$), показник заломлення сталим ($n_{\lambda}^{(0)} = n_0$), а потік q поглинутої

енергії через ефективну інтенсивність $I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu)$ випромінювання з поверхні $z = 0$ визначається за формулою

$$q = \int_0^{\infty} \left[\int_0^1 (1 - R_{\lambda}^{-(0)}) I_{\lambda}^{+(1)}(0, \nu) \exp(-\theta_{\lambda}^{(1)}/\nu) d\nu \right] d\lambda.$$

Інтегрування проводиться у всьому спектральному діапазоні.

Щоб застосувати операторний метод для отримання узагальнених контактних умов, рівняння (3) для тонкого проміжкового шару запишемо у вигляді

$$p^2 \theta_0 + \frac{\partial^2 \theta_0}{\partial z^2} = -\frac{1}{\kappa_0} Q_0, \quad (6)$$

де $p^2 = -\frac{1}{\varpi_0} \frac{\partial \theta_0}{\partial t}$.

Згідно цього методу, загальний розв'язок рівняння (6) шукаємо у вигляді

$$\theta_0 = M(t) \cos(pz) + N(t) \sin(pz) + \frac{1}{p} \theta_*, \quad (7)$$

де $N(t)$, $M(t)$ — невідомі функції часу t , а θ_* — його частковий розв'язок

$$\theta_* = q_2 \sin(pz) - q_1 \cos(pz),$$

$$q_1 = -\int \frac{1}{\kappa_0} Q_0(z, t) \sin(pz) dz, \quad q_2 = -\int \frac{1}{\kappa_0} Q_0(z, t) \cos(pz) dz.$$

Введемо у розгляд інтегральні характеристики Φ , Φ_* проміжкового шару

$$\Phi = \frac{1}{h_0} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \theta_0(z_*) dz_*, \quad \Phi_* = \frac{6}{h_0^2} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \theta_0(z_*) z_* dz_*.$$

Тут для спрощення викладок початок координат перенесено на середину поверхню проміжкового шару, тобто $z_* = z - h_1 - h_0/2$. Тоді, усереднюючи співвідношення (7) і виключаючи невідомі $N(t)$, $M(t)$, визначимо температуру в шарі через ці характеристики

$$\theta_0 = \frac{\tilde{\Phi} p h_0}{2 \sin(p h_0/2)} \cos(pz_*) + \frac{\tilde{\Phi}_* p^2 (h_0/2)^2 \sin(pz_*)}{3(\sin(p h_0/2) - p h_0 \cos(p h_0/2)/2)} + \frac{1}{p} \theta_*(z_*),$$

$$\tilde{\Phi} = \Phi - \frac{1}{p} q_1^*(z_*), \quad \tilde{\Phi}_* = \Phi_* - \frac{1}{p} q_2^*(z_*),$$

$$q_1^* = \frac{1}{h_0} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \theta_*(z_*) dz_*, \quad q_2^* = \frac{6}{h_0^2} \int_{-h_0/2}^{h_0/2} \theta_*(z_*) z_* dz_*.$$

Усреднюючи рівняння (6) і виключаючи в отриманих співвідношеннях величини Φ , Φ_* з допомогою контактних умов (5) і спрямовуючи товщину проміжкового шару до нуля ($h_0/2 \rightarrow 0$), отримуємо такі узагальнені контактні умови

$$\begin{aligned} 2\left(\kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} - \kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z}\right) &= 2\sigma \varepsilon^{-(0)} n_0^2 \theta_2^4 + C \frac{\partial(\theta_1 + \theta_2)}{\partial z} - \int_{-h_0/2}^{h_0/2} Q_0(\theta_2, t) dz_*, \\ 6\left(\kappa_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial z} + \kappa_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial z}\right) - 12D(\theta_2 - \theta_1) &= 6\sigma \varepsilon^{-(0)} n_0^2 \theta_2^4 + C \frac{\partial(\theta_1 - \theta_2)}{\partial t} - \\ &- \int_{-h_0/2}^{h_0/2} Q_0(\theta_2, t) z_* dz_*. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут $C = h_0 \rho_0 c \varepsilon_0$, $D = \kappa_0 / h_0$ — приведені теплоємність і теплопровидність.

Таким чином визначення температури в пластині зводиться до розв'язування системи (3) в основних шарах за крайових (4) й узагальнених контактних (8) умов. Термонапружений стан пластини, викликаний нагрівом, визначаємо з температурної задачі теорії пружності [20]. При цьому систему вихідних рівнянь запишемо в напруженнях

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}^{(j)}}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_{xx}^{(j)}}{\partial z^2} + \frac{E_j}{1 - \nu_j} \frac{\partial^2 M_j}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \sigma_{yy}^{(j)}}{\partial z^2} + \frac{E_j}{1 - \nu_j} \frac{\partial^2 M_j}{\partial z^2} = 0,$$

де $M_j(T_j) = \alpha_t^{(j)}(T_j - T^0)$, $j = \overline{0, 2}$.

Граничні умови для пластини, поверхні якої вільні від навантажень, а краї $x, y \rightarrow \pm\infty$ вільні від зусиль і моментів, відповідно будуть

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}^{(1)}(0, t) &= 0, \quad \sigma_{zz}^{(0)}(h_1, t) = 0, \quad \sigma_{zz}^{(2)}(h, t) = 0, \\ \int_0^{h_1} \sigma_{ll}^{(1)} dz_* + \int_{h_1}^{h_1+h_0} \sigma_{ll}^{(0)} dz_* + \int_{h_1+h_0}^h \sigma_{ll}^{(2)} dz_* &= 0, \\ \int_0^{h_1} (z_* - h_1 - h_0/2) \sigma_{ll}^{(1)} dz_* + \int_{h_1}^{h_1+h_0} (z_* - h_1 - h_0/2) \sigma_{ll}^{(0)} dz_* + \\ + \int_{h_1+h_0}^h (z_* - h_1 - h_0/2) \sigma_{ll}^{(2)} dz_* &= 0, \quad l = x, y. \end{aligned}$$

Контактні умови, які забезпечують рівність переміщень, мають вигляд [11]

$$\begin{aligned} e_{ll}^{(1)} &= e_{ll}^{(0)}, \quad e_{ll}^{(0)} = e_{ll}^{(2)}, \\ \frac{\partial e_{ll}^{(1)}}{\partial z_*} &= \frac{\partial e_{ll}^{(0)}}{\partial z_*}, \quad \frac{\partial e_{ll}^{(0)}}{\partial z_*} = \frac{\partial e_{ll}^{(2)}}{\partial z_*}, \quad l = x, y. \end{aligned}$$

Тоді напруження $\sigma_{xx}^{(j)} = \sigma_{yy}^{(j)}$ у пластині визначаються за формулами

$$\sigma_{ll}^{(j)} = -\frac{\alpha_t^{(j)} E_j}{1-\nu_j} (T_j - T^0) + C_1^{(j)} z_* + C_2^{(j)}, \quad l = x, y,$$

де постійні $C_1^{(j)}, C_2^{(j)}$ ($j = 0, 1, 2$) знаходимо з системи рівнянь

$$\begin{aligned} & C_1^1 \left\{ \frac{h_1^3}{3} + \frac{h_1 h_0}{2} \left(h_1 + \frac{h_0}{2} \right) + \frac{h_0^3}{12 K_{10}} + \frac{1}{K_{12}} \left[\frac{h_1 h_0}{2} \left(h_1 + \frac{h_0}{2} \right) + \frac{h_2^3}{3} \right] \right\} + \\ & + C_2^1 \left[-\frac{h_1}{2} (h_1 + h_0) + \frac{h_2 (h_2 + h_0)}{2 K_{12}} \right] = P, \\ & C_1^1 \left[-\frac{h_1}{2} (h_1 + h_0) + \frac{h_2 (h_2 + h_0)}{K_{12}} \right] + C_2^1 \left(h_1 - \frac{h_0}{K_{10}} + \frac{h_2}{K_{12}} \right) = S, \\ & C_1^0 = C_1^1 / K_{10}, \quad C_2^0 = C_2^1 / K_{10}, \quad C_1^2 = C_1^1 / K_{12}, \quad C_2^2 = C_2^1 / K_{12}. \end{aligned} \quad (9)$$

Тут

$$\begin{aligned} K_{10} &= \frac{E_1}{(1-\nu_1)} \frac{(1-\nu_0)}{E_0}, \quad K_{02} = \frac{E_0}{(1-\nu_0)} \frac{(1-\nu_2)}{E_2}, \quad K_{12} = \frac{E_1}{(1-\nu_1)} \frac{(1-\nu_2)}{E_2}, \\ S &= \frac{\alpha_{t1} E_1}{1-\nu_1} \int_0^{h_1} (T_1 - T^0) dz + \frac{\alpha_{t0} E_0}{1-\nu_0} \int_{h_1}^{h_1+h_0} (T_0 - T^0) dz + \frac{\alpha_{t2} E_2}{1-\nu_2} \int_{h_1+h_0}^h (T_2 - T^0) dz, \\ P &= \frac{\alpha_{t1} E_1}{1-\nu_1} \int_0^{h_1} (z-h_1) (T_1 - T^0) dz + \frac{\alpha_{t0} E_0}{1-\nu_0} \int_{h_1}^{h_1+h_0} (z-h_1) (T_0 - T^0) dz + \\ & + \frac{\alpha_{t2} E_2}{1-\nu_2} \int_{h_1+h_0}^h (z-h_1) (T_2 - T^0) dz. \end{aligned}$$

Враховуючи малість товщини проміжкового шару знайдемо наближені співвідношення для визначення напружень σ в основних шарах. Для цього перейдемо до границі при $h_0/2 \rightarrow 0$ у співвідношеннях (9), зберігаючи приведені жорсткісні характеристики на згин $g_0^* = K_{02} h_0^3 / 2$ та розтяг $g_0 = 2 K_{02} h_0$ проміжкового шару.

Тоді для знаходження постійних $C_1^{(j)}, C_2^{(j)}$ ($j = 1, 2$) отримаємо таку систему рівнянь

$$\begin{aligned} & C_1^1 (2K_{12} h_1^3 + g_0^* + 2h_2^3) + C_2^1 (-3K_{12} h_1^2 + 3h_2^2) = 6K_{12} M, \\ & C_1^1 (-K_{12} h_1^2 + h_2^2) + C_2^1 (2K_{12} h_1 - g_0 + h_2) = 2K_{12} N, \end{aligned}$$

де

$$N = \frac{\alpha_{t1} E_1}{1 - \nu_1} \int_0^{h_1} (T_1 - T^0) dz + \frac{\alpha_{t2} E_2}{1 - \nu_2} \int_{h_1}^h (T_2 - T^0) dz,$$

$$M = \frac{\alpha_{t1} E_1}{1 - \nu_1} \int_0^{h_1} (z - h_1) (T_1 - T^0) dz + \frac{\alpha_{t2} E_2}{1 - \nu_2} \int_{h_1}^h (z - h_1) (T_2 - T^0) dz.$$

2. Числові результати та їх аналіз

Для того, щоб розв'язати контактну-крайову задачу (3)-(5) методом скінченних різниць [21], лінеаризуємо граничні умови, використовуючи метод квазілінеаризації [22]

$$\frac{\tau}{\tilde{h}^2} Y_{k-1}^v - \left(1 + \frac{2\tau}{\tilde{h}^2}\right) Y_k^v + \frac{\tau}{\tilde{h}^2} Y_{k+1}^v = -Y_k^{v-1} - \tau f_k^v,$$

$$\kappa_1 \frac{Y_1^v - Y_0^v}{\tilde{h}} - H_1 (Y_0^v + T_0 - T_1^{ext}) = 0,$$

$$\kappa_1 \frac{Y_{k,p+1}^v - Y_{k-1,p+1}^v}{\tilde{h}} + 4\sigma\varepsilon (Y_{k,p}^v)^3 Y_{k,p+1}^v - 3\sigma\varepsilon (Y_{k,p}^v)^4 - \kappa_2 \frac{Y_{k+1,p+1}^v - Y_{k,p+1}^v}{\tilde{h}} = 0,$$

$$\kappa_2 \frac{Y_{N,p+1}^v - Y_{N-1,p+1}^v}{\tilde{h}} + 4\sigma\varepsilon (Y_{N,p}^v)^3 Y_{N,p+1}^v - 3\sigma\varepsilon (Y_{N,p}^v)^4 +$$

$$+ H_2 (Y_{N,p+1}^v + T_0 - T_2^{ext}) = 0,$$

де $\tilde{h} = h/N$, $\tau = T/M$ — крок по координаті та часу, (k , p , N і M — натуральні числа), $z_k = k\tilde{h}$, $k < N$, $t_v = \nu\tau$, $\tau < T$, $Y_k^v = \theta_j(z_k, t_v)$, а $f_k^v = \begin{cases} Q_1(z_k, t_v), & 0 < z_k < h_1, \\ 0, & h_1 < z_k < h. \end{cases}$

Числові дослідження проводилися для пластини, що складається з частково прозорого шару скла BS-37A та непрозорого шару із нержавіючої сталі X18H9ТЛ, з'єднаних проміжковим шаром кремній-органічного клею (КО-85) товщиною 0,3 мм. Такий клей використовують на практиці для з'єднання елементів електровакуумних приладів. Він характеризується високою температурою трансформації 800 К. Коефіцієнти поглинання основного та проміжкового частково прозорих шарів апроксимували [3, 23-25] кусково-постійною функцією

$$a_\lambda^{(j)} = \begin{cases} a_{1j}, & 0 < \lambda < \lambda_{pj}, \\ a_{2j}, & \lambda_{pj} < \lambda < \infty, \end{cases}$$

де λ_{pj} — порогова довжина хвилі, $j = 0, 1$.

Температуру T_s випромінюючої поверхні вважаємо рівною 1000 К чи 3000 К. Інтегральний потік випромінювання від неї в напрямку шарів

$$I_s = \int_0^{\infty} k I_{\lambda,s} d\lambda \quad (10)$$

вибирався так, щоб температура в скляному шарі пластини ($h_1 \leq 1$ см при $h_2 = 1$ см) за дії випромінювання розглядуваної інтенсивності протягом 4 год. не перевищувала температури трансформації розглядуваного виду скла — 720 К.

Характеристики матеріалів шарів згідно з [2, 3, 6, 8, 14, 25] є такі:
для скла BS-37A:

$$\begin{aligned} R_1 &= 0,02, \quad n_1 = 1,66, \quad \lambda_{п1} = 4,80 \text{ мкм}, \quad a_{11} = 70 \text{ м}^{-1}, \quad a_{21} = 900 \text{ м}^{-1}, \\ \kappa_1 &= 1,38 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}, \quad \varpi_1 = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \alpha_{t1} = 9,3 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}, \\ H_1 &= 22,4 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}, \quad E_1 = 1,03 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \quad \nu_1 = 0,277, \end{aligned}$$

для клею КО-85:

$$\begin{aligned} E_0 &= 4,5 \cdot 10^6 \text{ Па}, \quad \alpha_{t0} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}, \quad \nu_0 = 0,35, \\ \lambda_{п0} &= 2,73 \text{ мкм}, \quad a_{10} = 100 \text{ м}^{-1}, \quad a_{20} = 1000 \text{ м}^{-1}, \end{aligned}$$

для сталі Х18Н9ТЛ:

$$\begin{aligned} \kappa_2 &= 16,7 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}, \quad \varpi_2 = 4,22 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \quad H_2 = 50 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}, \\ E_2 &= 0,198 \cdot 10^{12} \text{ Па}, \quad \nu_2 = 0,28, \quad \alpha_{t2} = 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}, \quad \varepsilon = 0,2. \end{aligned}$$

Розподіли тепловиділень $Q_*(z) = Q_1(z)/Q_1(0)$ (в усталеному температурному режимі) за товщиною частково прозорого шару при товщинах складників $h_1 = 0,001$ м, $h_2 = 0,01$ м показано на рис. 1а. Криві 1-3 відповідають значенням коефіцієнта відбивання $R^{-(0)}$ на межі поділу «клей» – «сталь» 0,5; 0,65; 0,8 (суцільні криві для $T_s = 1000$ К, а штрихові — для $T_s = 3000$ К). Зауважимо, що це значення може залежати від шороховатості поверхні непрозорого матеріалу, умов склеювання і т. п. Бачимо, що зі збільшенням коефіцієнта відбивання рівень тепловиділень в околі поверхні контакту зростає. Отже, характер розподілу тепловиділень визначається не тільки поглинальними властивостями матеріалу шару та температурою джерела випромінювання, але й якістю склеювання. Розподіли Q_* для $h_1 = 0,01$ м, $h_2 = 0,01$ м, $R^{-(0)} = 0,8$ і $T_s = 1000, 3000$ К зображено на рис. 1б кривими 1, 2 відповідно. Штрихові лінії отримано у разі нехтування випромінювання теплової енергії непрозорим складником на поверхні контакту. Як бачимо, неврахування випромінювання в узагальнених теплових контактних умовах суттєво змінює характер розподілу тепловиділень в околі контакту, зокрема, призводить до зниження їхнього рівня.

Аналіз результатів, наведених на рис. 1, показує, що нерівномірність тепловиділень у скляному шарі зростає з пониженням температури джерела та збільшенням його товщини.

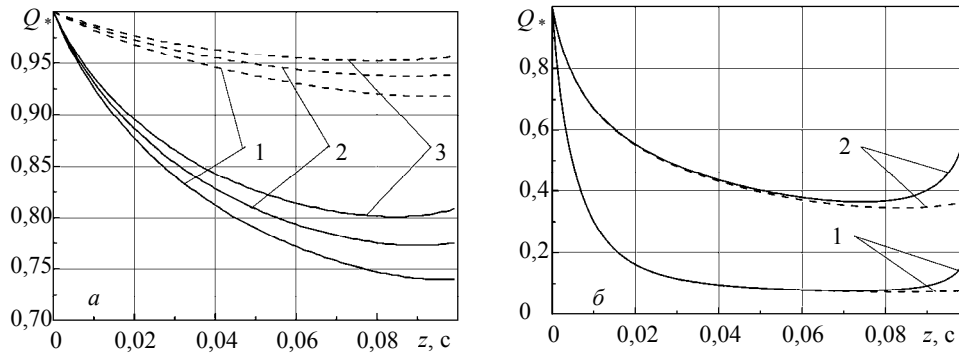


Рис. 1. Розподіли тепловиділень $Q_*(z)$ за товщиною частково прозорого шару

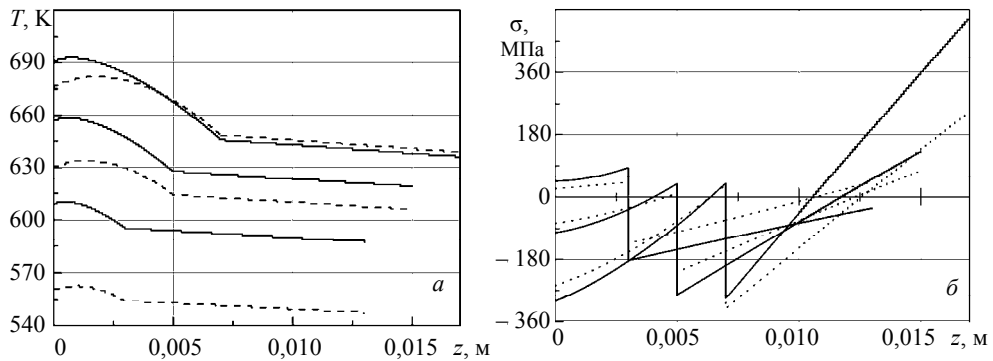


Рис. 2. Розподіли температури та напружень

На рис. 2 суцільними та штриховими лініями подані розподіли температури та напружень (в усталеному режимі) за товщиною пластини внаслідок її нагрівання джерелом із температурою 1000 К та 3000 К для $R^{-(0)} = 0,8$. Коефіцієнт K у співвідношенні (10) для цих температур вибирався рівним 0,028 та 0,00035. Криві 1-3 за фіксованої товщини сталюого шару $h_2 = 10$ мм відповідають різним товщинам скляного шару $h_1 = 3$ мм, 5 мм, 7 мм. Бачимо, що градієнтність нагріву пластини зростає з пониженням температури джерела від 3000 К до 1000 К, а за фіксованої температури — зі збільшенням товщини скляного шару. Зауважимо, що за розрахованими кривими розподілу температури в пластині та відомими з експерименту її значеннями на поверхнях можна оцінити радіаційні характеристики на межі поділу шарів. За розглядуваних товщин і температур джерела в обох шарах наявні зони розтягувальних і стискальних напружень. Максимальні рівні розтягувальних напружень досягаються на поверхні металевого, а стискальні — скляного шарів. На поверхні контакту є стрибок напружень. Їх рівні і величина стрибка зростають зі збільшенням товщини скляного шару.

На рис. 3 зображено розподіли температури та напружень у пластині ($h_1 = 3$ мм, $h_2 = 10$ мм) для $R^{-(0)} = 0,8$, отримані на основі сформульованої нелінійної контактної-крайової задачі (суцільні лінії), нелінійної за нехтування випромінюванням на поверхні контакту (штрихові лінії) та лінійної, коли випромінюванням

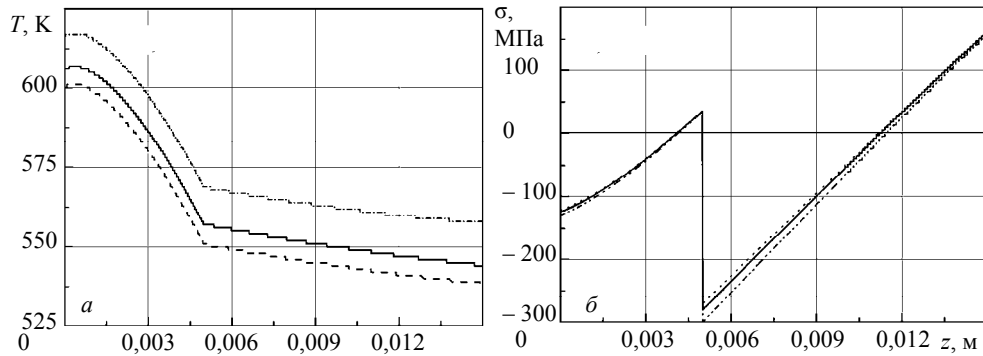


Рис. 3. Розподіли температури та напружень

теплової енергії непрозорим складником знехтувано (штрих-пунктирні лінії). Штрихові та штрих-пунктирні криві вказують на те, що нехтування ефектами випромінювання теплової енергії при формулюванні контактних задач для шаруватих опромінюваних елементів (що містять непрозорі складники) суттєво впливає на розрахункові значення температури та напружень.

Висновки. У статті запропоновано методику дослідження термомеханічної поведінки опромінюваної пластини зі складниками різної прозорості, з'єднаних тонким проміжковим шаром. Вона базується на використанні операторного методу при встановленні узагальнених контактних умов теплообміну через проміжковий шар за врахування переносу випромінювання. На основі розробленої аналітико-числової методики розв'язування нелінійної контактнo-крайової задачі проаналізовано вплив ефектів випромінювання теплової енергії на термомеханічну поведінку пластини.

Література

- [1] Степаньянц, Ю. Р. Экспериментальное исследование скоростей нагрева оболочки ЦЭЛТ при обезгаживании лучевым способом / Ю. Р. Степаньянц, М. В. Морозов // Оборудование электронного машиностроения, технология и робототехника: межвуз. сборник научн. трудов. — Москва: МИЭМ, 1984. — С. 81-86.
- [2] Спосіб термовакуумної обробки електровакуумних приладів / С. Ф. Будз, О. Р. Гачкевич, Р. Ф. Терлецький, Ю. Р. Сосновий // Деклараційний патент України 45183 А на винахід від 15.03.2002 р. (Заявка 2001064014. Рішення від 27.11.2001 р.). — Опубл. 15.03.2002 р. Бюл. № 3. — С. 1-3.
- [3] Термонапряженное состояние стеклооболочки кинескопа при нагреве электромагнитным излучением / А. Р. Гачкевич, В. О. Драбык, Ю. Р. Сосновий, Р. Ф. Терлецький // Мат. методы и физ.-мех. поля. — 1991. — Вып. 33. — С. 31-35.
- [4] Кочубей, Г. С. Потери мощности солнечных батарей высокоорбитальных космических аппаратов при длительном воздействии потоков газа, плазмы и излучения / Г. С. Кочубей // Техническая механика. — 2004. — № 2. — С. 64-70.
- [5] Siegel, R. Transient effects of radiative transfer in semitransparent materials / R. Siegel // Int. J. Eng. Sci. — 1998. — Vol. 36. — P. 1701-1739.

- [6] *Терлецький, Р. Ф.* Термонапружений стан частково прозорої шаруватої пластини при тепловому опроміненні / *Р. Ф. Терлецький, О. П. Турій* // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2006. — Т. 49, № 3. — С. 177-187.
- [7] *Терлецький, Р. Ф.* Термомеханічна поведінка шаруватої пластини з складниками різної прозорості при тепловому опроміненні / *Р. Ф. Терлецький, О. П. Турій* // *Физ.-хим. механика материалов.* — 2007. — № 5. — С. 125-136.
- [8] *Щуров, А. Ф.* Физико-химия эпоксидных композиций на основе кристаллических мономеров / *А. Ф. Щуров, В. М. Николаев.* — Нижний Новгород, 1991. — 125 с.
- [9] *Підстригач, Я. С.* Умови теплового контакту твердих тіл / *Я. С. Підстригач* // *Доповіди АН УРСР.* — 1963. — № 7. — С. 872-874.
- [10] *Подстригач, Я. С.* О влиянии поверхностных слоев на процесс диффузии и на обусловленное им напряженное состояние в твердых телах / *Я. С. Подстригач, П. Р. Шевчук* // *Физ.-хим. механика материалов.* — 1967. — Т. 3, № 5. — С. 575-583.
- [11] *Гачкевич, А. Р.* Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей / *А. Р. Гачкевич.* — Київ: *Наук. думка*, 1992. — 192 с.
- [12] *Рубцов, Н. А.* Теплообмен излучением в сплошных средах / *Н. А. Рубцов.* — Новосибирск: *Наука*, 1984. — 277 с.
- [13] *Зигель, Р.* Теплообмен излучением / *Р. Зигель, Д. Хауэлл.* — Москва: *Мир*, 1975. — 935 с.
- [14] Температурные поля и напряжения в системе плоскопараллельных слоев при нагреве электромагнитным излучением / *Б. С. Малкиель, А. Р. Гачкевич, Ю. Р. Сосновыи, Р. Ф. Терлецкий* // *Мат. методы и физ.-мех. поля.* — 1988. — Вып. 28. — С. 21-26.
- [15] Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл; під заг. ред. *Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра.* Т. 2. Механотермодифузія в частково прозорих тілах / *О. Р. Гачкевич, Р. Ф. Терлецкий, Т. Л. Курницький.* — Львів: СПОЛОМ, 2007. — 184 с.
- [16] *Бурак, Я. Й.* Термомеханіка тіл низької електропровідності при дії електромагнітного випромінювання інфрачервоного діапазону / *Я. Й. Бурак, О. Р. Гачкевич, Р. Ф. Терлецький* // *Доповіди АН УРСР. Сер. А.* — 1990. — № 6. — С. 39-43.
- [17] *Підстригач, Я. С.* Задача теплопроводности для опроминюваних оболонок / *Я. С. Підстригач, Ю. А. Чернуха* // *Доповіди АН УРСР. Сер. А.* — 1974. — № 3. — С. 263-267.
- [18] *Підстригач, Я. С.* Теплообмен излучением в сплошных средах / *Я. С. Підстригач, Р. Н. Швець.* — Новосибирск: *Наука*, 1984. — 277 с.
- [19] *Гачкевич, О. Р.* Механотермодифузійні процеси в напівпрозорому твердому шарі при дії теплового інфрачервоного випромінювання / *О. Р. Гачкевич, Т. Л. Курницький, Р. Ф. Терлецький* // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 1998. — Т. 41, № 3. — С. 121-131.
- [20] *Коваленко, А. Д.* Основы термоупругости / *А. Д. Коваленко.* — Киев: *Наук. думка*, 1970. — 307 с.
- [21] *Волков, Е. А.* Численные методы / *Е. А. Волков.* — Москва: *Наука*, 1982. — 254 с.
- [22] *Беллман, Р.* Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / *Р. Беллман, Р. Калаба.* — Москва: *Мир*, 1968. — 223 с.
- [23] *Гачкевич, О. Р.* Математичне моделювання механотермодифузійних процесів у частково-прозорих деформівних твердих тілах з газовими домішками за умов дії електромагнітного випромінювання світлового діапазону частот / *О. Р. Гачкевич, Р. Ф. Терлецький* // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* — 2003. — Т. 46, № 1. — С. 151-164.
- [24] *Гачкевич, А. Р.* Напряженное состояние в стеклянных телах при их дегазации с использованием нагрева инфракрасным излучением / *А. Р. Гачкевич, Т. Л. Курницький, Р. Ф. Терлецкий* // *Прикл. механика и техн. физика.* — 2002. — Т. 43, № 2. — С. 155-165.
- [25] *Гачкевич, А. Р.* Напряженное состояние в стеклянных телах при их дегазации с использованием нагрева инфракрасным излучением / *А. Р. Гачкевич, Т. Л. Курницький, Р. Ф. Терлецкий* // *Прикл. механика и техн. физика.* — 2002. — Т. 43, № 2. — С. 155-165.

Nonlinear contact boundary problem of thermomechanics for the irradiated two-layer plate connected by an intermediate layer

Oksana Turii

Heat-transfer and the stress state in a layered plate with components of different transparency, connected by an intermediate thin layer, subjected to thermal irradiation from the part of a semi-transparent layer is investigated. Introducing the effective factor of reflection on the contact surface, the approximate relations of the irradiation field in the main semitransparent layer are obtained. The approximate expressions for the stresses in the plate, which take into account characteristics of bending rigidity and tension of the intermediate layer are received. The nonlinear boundary problem of heat-transfer is solved by the method of final elements using quasilinearization procedure.

Нелинейная контактнo-границная задача термомеханики для облучаемой двухслойной пластини, соединенной промежуточным слоем

Оксана Турій

В работе исследовано теплоперенос и напряженное состояние в пластине, состоящей из слоев различной прозрачности, соединенных тонким промежуточным слоем, при тепловом облучении со стороны частично прозрачного слоя. Вводя эффективный коэффициент отражения на поверхности контакта, получены приближенные соотношения для определения поля излучения в основном частично прозрачном слое. Получены также приближенные выражения для напряжений в пластине, учитывающие характеристики на изгиб и растяжение тонкого промежуточного слоя. Нелинейная граничная задача теплопереноса решена методом конечных элементов с использованием процедуры квазилинеаризации.

Отримано 10.09.08