

## Динамічна поведінка трубопроводу з вільним кінцем в околі критичних швидкостей руху рідини

Олег Лимарченко<sup>1</sup>, Олексій Тімохін<sup>2</sup>

<sup>1</sup> д. т. н., професор, КНУ імені Тараса Шевченка, проспект академіка Глушкова, 4е, Київ, e-mail: olelim2010@yahoo.com

<sup>2</sup> КНУ імені Тараса Шевченка, проспект академіка Глушкова, 4е, Київ, e-mail alexey.timohin@gmail.com

*Розглянуто задачу про коливання системи трубопровід–рідина для різних діапазонів зміни швидкості течії, включаючи випадки наближення швидкості течії до критичних значень. Дослідження виконано у межах раніше розробленої дискретної моделі системи. Показані особливості цілеспрямованого енергообміну між формами коливань і течією рідини у разі наближення швидкості течії до критичних значень.*

**Ключові слова:** трубопровід, критична швидкість течії рідини, вільний край, зв'язаний рух, цілеспрямований енергообмін.

**Вступ.** Трубопровід із рідиною, як механічний об'єкт, значно складніший, ніж трубопровід із парою, оскільки інерційними властивостями рідини не можна нехтувати. Течіння рідини може створювати умови для зростання коливань у системі. Існують критичні швидкості течії, в околі яких спостерігається явище типу резонансу, якщо амплітуда відповідної форми коливань буде значно зростати внаслідок цілеспрямованого перерозподілу енергії від потоку рідини до цієї форми. Такі задачі виникають під час застосування трубопроводів у транспортній, енергетичній та інших галузях. Особливо важливими вони є у разі позаштатних ситуацій (пошкодження трубопроводів, потреба в досягненні граничних швидкостей течії тощо). Переважна частина досліджень динаміки трубопроводів стосується задач про установлені процеси [1-4]. Здебільшого дослідження подібних задач виконуються на основі лінійних моделей. Пропоноване дослідження ґрунтується на підходах, поданих у роботах [5, 6], де здійснено мішаний (ейлерово-лагранжевий) опис руху складників системи та виведено дискретну модель системи на основі застосування методу модальної декомпозиції до нелінійного формулювання задачі.

### 1. Об'єкт дослідження

Для різних значень швидкостей течії рідини розглядаємо задачу про коливання трубопроводу, який з одного боку консольно защемлений, а інший кінець трубопроводу вільний. Відомо [1, 2, 6], що в трубопроводі, по якому тече рідина, існують

критичні швидкості течії, які визначаються формулою 
$$v_{crit} = \pm \sqrt{\frac{2}{7\rho} \left( \frac{EJN_1\kappa_1^4}{\beta_{11}^2} + PF \right)}$$

(наведено значення лише для першої критичної швидкості). Тут  $\rho$  — лінійна густина рідини;  $EJ$  — згинна жорсткість балки з поперечним перерізом  $F$ , на основі моделі якої описується трубопровід;  $\mu$  — лінійна густина труби;  $l$  — довжина трубопроводу;  $P$  — внутрішній тиск у трубі; рідина рухається в трубі зі заданою швидкістю  $v(t)$ ,  $\kappa_1, N_1, \beta_{11}^2$  — коефіцієнти, значення яких будуть наведені нижче. У разі досягнення першої критичної швидкості в системі значно зростають амплітуди коливань, які не спадають із подальшим зростанням швидкості течії, тому розглядати поведінку системи в околі таких значень критичних швидкостей недоцільно.

Розглядаємо нелінійну динамічну модель системи стосовно амплітудних параметрів збудження форм коливань  $c_i$ , запропоновану в роботі [6]. Прогин трубопроводу визначаємо за формулою  $u(x,t) = \sum_{i=1}^N A_i(x)c_i(t)$ , де  $c_i$  — амплітудний параметр,  $A_i(x)$  — форма коливань із власним параметром  $\kappa_i$  [6].

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho+\mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho v^2}{(\rho+\mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \frac{2\rho v}{(\rho+\mu)N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \\ & -\frac{PF}{(\rho+\mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{2\rho \dot{v}}{(\rho+\mu)N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{13}{4} \frac{\rho v^2}{(\rho+\mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \\ & -\sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left( d_{jki}^2 - \frac{1}{2} d_{kij}^2 \right) - \frac{EJ}{(\rho+\mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijkl}^6 - \frac{2EF}{(\rho+\mu)N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \\ & -\frac{1}{2N_r} \sum_{pjk} c_j c_k \left[ -\frac{EJ}{(\rho+\mu)} \kappa_p^4 c_p + \frac{7}{2} \frac{\rho v^2}{(\rho+\mu)N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 + \right. \\ & \left. + \frac{2\rho v}{(\rho+\mu)N_p} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{pi}^1 - \beta_{ip}^1) - \frac{PF}{(\rho+\mu)N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 - \frac{2\rho \dot{v}}{(\rho+\mu)N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 \right]. \end{aligned}$$

У дискретну модель системи входять коефіцієнти  $N_i, d_{ijkl}^2, d_{ijkl}^3, d_{ijkl}^4, d_{ijkl}^6, \beta_{ij}^1, \beta_{ij}^2$ , що визначаються через квадратури від форм коливань системи  $A_i(x)$  із власними числами  $\kappa_i$  [1]. Розрахунки проводилися для перших десяти форм коливань системи. Розглядали випадок руху рідини з постійною швидкістю. Вважали, що в початковий момент часу трубопровід має відхилення  $c_2(0) = 0,02l$ .

## 2. Результати чисельного моделювання

Розглянемо поведінку системи, якщо  $v = 0$  (рис. 1). При цьому тут і далі варіант *a* відповідає стартовому руху системи, а варіант *б* — поведінці системи після п'яти періодів коливань.

Бачимо, що коливання за другою формою є домінуючі, перша та третя форми збуджуються нелінійними механізмами, проте їх амплітуди значно поступаються амплітуді другої форми. Під час аналізу прогину трубопроводу помітно, що коливання відбуваються практично за другою формою та не зростають у часі.

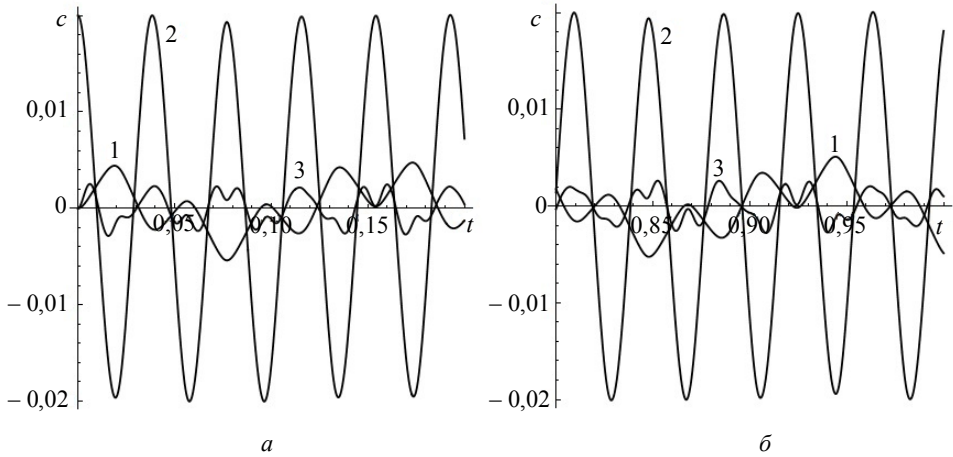


Рис. 1. Зміна перших трьох амплітуд коливань для  $v = 0$  на різних інтервалах часу

Розглянемо тепер випадок  $v = 0,6v_{crit}$ . За такої швидкості поведінка системи докорінно змінюється. Тепер у системі створюються умови для перерозподілу енергії як між формами коливань, так і для її переходу від рідини до коливань трубопроводу за першою формою. Помітно, що на відміну від нульової швидкості течії в системі починає домінувати перша форма коливань. Аналогічно, як і у попередньому варіанті, яскраво помітна модуляція коливань першої та третьої форми за частотою другої форми. Модуляція другої форми відбувається за частотою першої форми. Нелінійні механізми в системі проявляються значно сильніше, ніж у випадку відсутності течії рідини. На рис. 3 для різних моментів часу наведено зміну форми трубопроводу в часі. Форми трубопроводу тепер визначаються значно складнішими профілями, в яких присутні вищі гармоніки спектру. Досліджено також випадок  $v = 0,9v_{crit}$ . При цьому амплітуди коливань значно збільшуються, домінування першої форми стає ще відчутнішим. Спостерігається інтенсивне розгойдування коливань трубопроводу

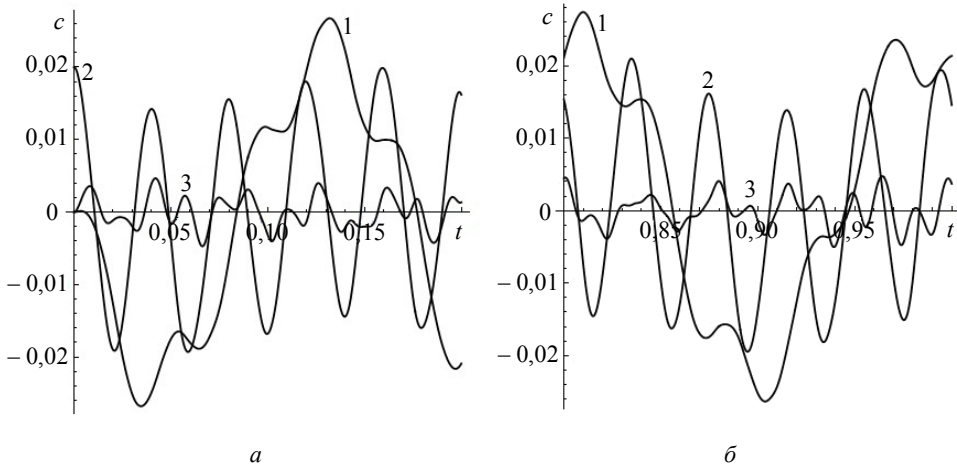


Рис. 2. Зміна перших трьох амплітуд коливань для  $v = 0,6v_{crit}$  на різних інтервалах часу

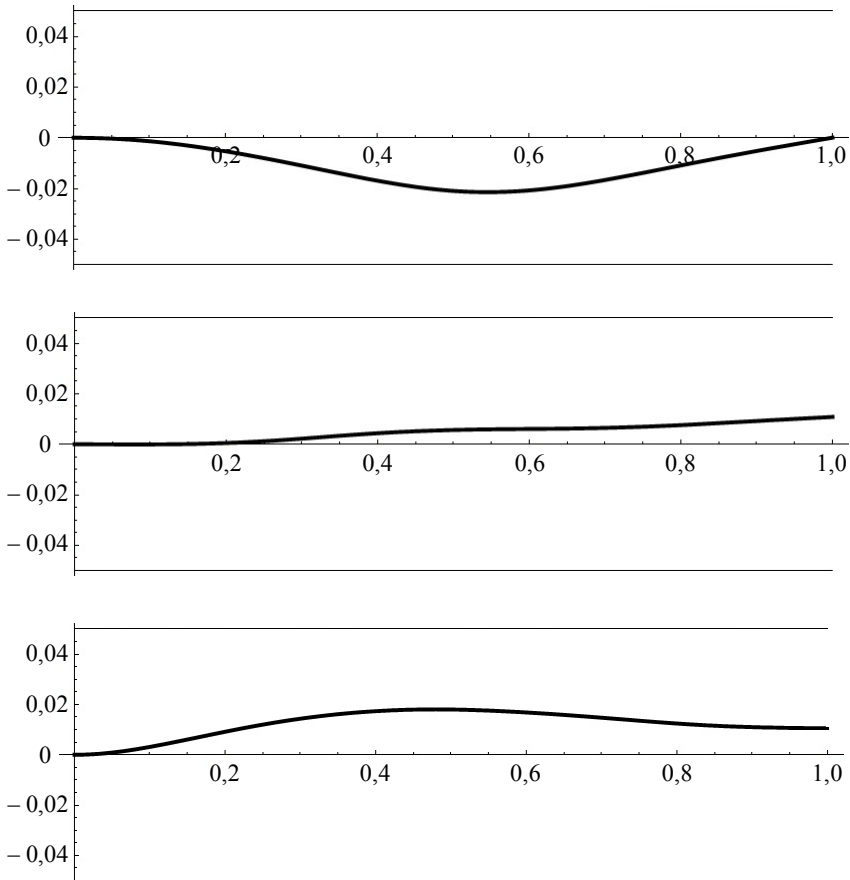


Рис. 3. Форми трубопроводу для  $v = 0,6v_{crit}$  для часу 0,06 с, 0,11 с, 0,8 с

за рахунок механізму типу внутрішнього флатера. Відхилення вільного кінця трубопроводу та кут повороту його перерізу подані на рис. 4. Цікаво відзначити наявність коливань, за яких кінець трубопроводу виконує високочастотні вібрації з поворотами перерізу, але без переходу через рівноважний стан. Це свідчить про значний вклад вищих форм коливань.

Було встановлено, що такі флатерні ефекти в коливаннях трубопроводів для трубопроводів із високою жорсткістю (наприклад, виготовлених із сталі з відносно товстими стінками) є несуттєві.

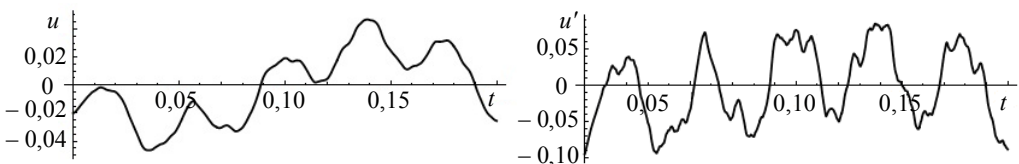


Рис. 4. Залежність переміщення та кута повороту кінця трубопроводу від часу

**Висновки.** Проведене моделювання поведінки трубопроводу з рідиною в околі критичної швидкості свідчить про те, що з наближенням до критичних швидкостей у системі створюються умови для цілеспрямованого перерозподілу енергії від рідини до першої форми коливань трубопроводу. За своїм характером такий механізм розвитку коливань є внутрішнім флатером. За зростання амплітуди першої форми в системі суттєво проявляються нелінійні механізми, які сприяють залученню до коливань вищих форм. Ефекти, пов'язані з наближенням до критичної швидкості, стають суттєвими вже для швидкостей течії порядку половини від її критичного значення.

### Література

- [1] *Феодосьев, В. И.* О колебаниях и устойчивости трубы при протекании через нее жидкости / *В. И. Феодосьев* // Инженерный сборник. — 1951. — Т. 10. — С. 251-257.
- [2] Нелинейные автономные задачи механики упругих систем / *Н. Г. Бондарь*. — Киев: Будивельник, 1971. — 140 с.
- [3] *Kuiper, G. L.* Experimental investigation of dynamic stability of a free hanging pipe conveying fluid / *G. L. Kuiper, V. A. Metrikine* // Journal of Fluids and Structures. — 2008. — № 24. — P. 541-558.
- [4] *Paidoussis, M. P.* A horizontal fluid-conveying cantilever: spatial coherent structures, beam modes and jumps in stability diagram / *M. P. Paidoussis, A. Sarkar, C. Semler* // Journal of Sound and Vibration. — 2005. — № 280. — P. 141-157.
- [5] *Бабаков, И. М.* Теория колебаний / *И. М. Бабаков*. — Москва: Наука, 1968. — 560 с.
- [6] *Василевский, Ю. Е.* Нелинейная модель динамики трубопровода при скоростном течении жидкости / *Ю. Е. Василевский, О. С. Лимарченко* // Збірник праць Інституту математики НАН України. — 2006. — № 4. — С. 322-334.

## Dynamics behavior of a pipeline with a free end in the vicinity of critical velocities of liquid flow

Oleg Limarchenko, Aleksey Timokhin

*The problem on oscillation of the system pipeline–liquid for different ranges of liquid flow velocity change, including the cases of attaining the velocity of flow critical values is considered. Investigations are performed within the framework of the developed before discrete model of the system. The peculiarities of purposeful energy redistribution between normal modes of oscillation and liquid flow when the velocity approaches the critical values are shown.*

## Динамическое поведение трубопровода со свободным концом в окрестности критических скоростей течения жидкости

Олег Лимарченко, Алексей Тимохин

*В работе рассмотрена задача о колебаниях системы трубопровод–жидкость для разных диапазонов изменения скоростей течения, включая случай приближения скорости течения к критическим значениям. Исследование выполнено в рамках ранее разработанной дискретной модели системы. Показаны особенности целенаправленного энергообмена между формами колебаний и течением жидкости при приближении скорости к критическим значениям.*

Представлено доктором технічних наук Я. П'янилом

Отримано 12.09.11