

Математичні моделі заміщення буферного газу азотом у пластах газосховища

Назар Притула

к. т. н., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудасва, 15, Львів, Україна, 79005, e-mail: prytula@cmm.lviv.ua

У роботі наведено характеристику об'єкта дослідження — пласта-колектора підземного сховища газу. Поставлено проблему заміщення буферного газу азотом і наведені постановки задач для можливих варіантів її розв'язання. Запропоновано математичну модель процесу заміщення буферного газу азотом, яка включає модель фільтрації та модель конвекції-дифузії газів із зосередженими джерелами. Для випадку незмішування газів розроблено алгоритм знаходження контуру поширення азоту.

Ключові слова: фільтрація газу, конвективна дифузія, пласт-колектор, підземне сховище газу, буферний газ.

Вступ. Значний об'єм газу в газосховищах України складає, так званий, буферний газ [1]. За величиною й інтенсивністю впливу на режим відбору/закачування, його умовно можна розділити на активну, слабоактивну та пасивну частини. Слабоактивну та пасивну частини буферного газу також можна зробити активними шляхом його витіснення газом іншої природи в робочу область сховища. В якості таких газів використовують інертні, вуглеводневі та димові гази.

Внаслідок впровадження вказаних методів конденсатовіддача зростає до 20 %. Перспективність використання інертних газів пояснюється тим, що їх виробництво в промислових масштабах є просте та дешеве. Окрім цього, наприклад, азот має меншу стисливість, ніж вуглеводневі гази, та малу розчинність у пластовій воді, не викликає корозійних процесів і є екологічно безпечний.

Однією з основних проблем, які слід врахувати під час моделювання заміщення, є проблема змішування природного газу й азоту. Інтенсивність процесів змішування газів суттєво залежить від інтенсивності закачування інертного газу, перетоків між різнорідними пластами газосховища, які пов'язані з існуючими режимами його роботи.

Розв'язання згаданих і багатьох інших задач є неможливе без побудови достатньої точності математичних моделей процесів змішування та проведення їх аналізу [2-6]. Сказане і складає основний зміст роботи.

1. Фізичний об'єкт дослідження (пласт-колектор)

За даними дослідження циклічної експлуатації Дашавського підземного сховища газу (ПСГ) вся його газонасичена область і, відповідно, об'єми газу в ньому,

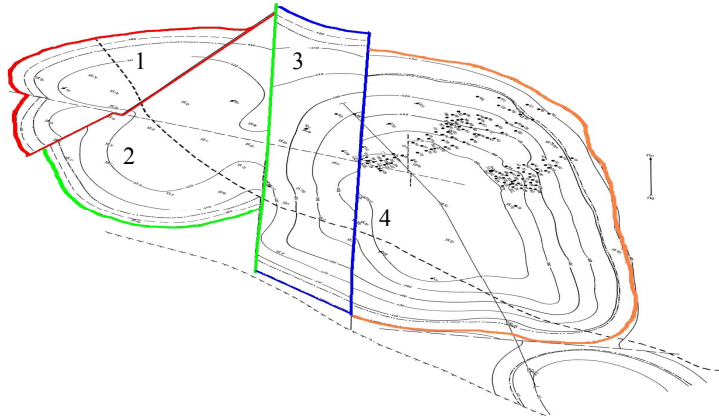


Рис. 1. Структурна карта з розподілом на блоки активності ПСГ.

Блок 1 — поклад Ж-В характеризується застійною газодинамікою.

Блок 2 — частина покладу Д-Д₁ із пасивною газодинамікою та наявністю пасивних зон.

Блок 3 — частина покладу Д-Д₁ із перехідною газодинамікою та з наявністю пасивних зон.

Блок 4 — поклади Е та Г, на яких розміщені робочі свердловини (верхня частина блоку) з активною газодинамікою та нижня частина блоку з пасивною газодинамікою

розділені на чотири блоки (рис. 1), які розмежовані слабо проникними зонами. У четвертому блоці знаходяться основні робочі поклади «Г» й «Е», що безпосередньо працюють у режимі нагнітання та відбирання газу. У процесі циклічної експлуатації відбувається відтік газу з цих покладів у поклад «Д-Д₁» і наступний, у зворотному порядку, притік газу.

Третій блок є перехідний від активної зони першого блоку до застійних зон, до якого належить поклад «Д-Д₁» із свердловинами Д-83, Д-107 і Д-212. Причому, в напрямі свердловини Д-83 простежується краща проникність і динаміка пластового тиску порівняно з свердловинами Д-107 і Д-212. Також є запізнення величини пластового тиску на 5-6 місяців у свердловинах Д-107 та Д-212 і на 2-3 місяці у свердловині Д-83.

Другий блок розташований на південь від тектонічного порушення. Тут поклад «Г» газонасичений, а поклад «Е» — обводнений, що підтверджується геофізичними даними у свердловині 4-Лб. Пластовий тиск у спостережній свердловині 4-Лб поступово збільшується.

Першому блоку відповідає розміщення покладу «Ж+В» і відповідно спостережної свердловини Д-165. У цей блок можливе незначне надходження газу з другого блоку покладу «Д-Д₁» (свердловина Д-107). У спостережній свердловині 165 відбувається поступовий ріст пластового тиску від початку створення ПСГ.

На сьогодні взаємодія між покладами набула стабілізації, що обумовлює стабільну роботу сховища загалом. Газові поклади «Г», «Е», «Д» і «Ж+В» утворюють єдину газогідродинамічну систему горизонту НД-8 і працюють як один об'єкт газосховища.

Параметри об'єкта дослідження. Загальний поровий об'єм ПСГ складає 117,4 млн м³, у тому числі поклади «Е+Г+Д» — 108,5 млн м³, покладів «Ж+В» — 8,9 млн м³. Загальна площа проекції поверхонь покладів на горизонтальну площину

Таблиця 1

Розподіл газу по блоках під кінець сезонів

Блоки	Період відбору газу		Період нагнітання газу	
	Об'єм газу на 01.04.2002 р.		Об'єм газу на 01.10.2002 р.	
	млн м ³	%	млн м ³	%
I	212,0	6,1	214,8	4,1
II	247,6	7,1	246,7	4,8
III	1352,6	39,1	1910,1	36,9
IV	1651,3	47,7	2806,6	54,2
Всього	3463,5	100	5178,2	100

ПСГ («Е+Г+Д») складає 62 790 тис. м², в тому числі четвертий блок — 19 350 тис. м² (30,8 %), третій — 23 600 тис. м² (37,6 %), другий та перший — 19 840 тис. м² (31,6 %).

Із наведених даних (див. табл. 1) бачимо, що другий і перший блоки — «застійні» зони з запасами газу приблизно 460 млн м³, які практично не міняються упродовж циклу. У третьому блоці «застійна» зона утримує близько 1600-1500 млн м³ природного газу. Можна зробити висновок, що в застійних зонах скупчилося приблизно 1,9 млрд м³ природного газу, який теоретично можна замінити азотом.

2. Математична постановка задачі заміщення природного газу азотом

Заміщення буферного газу азотом відбувається у процесі фільтрації, яка супроводжується змішуванням газів. Під час опису процесу фільтрації вважали, що газодинамічні характеристики азоту та природного газу відрізняються незначно. Основна ціль — знайти двовірний нестационарний розподіл градієнта швидкостей в області фільтрації.

2.1. Задача фільтрації. В області Ω у точках із координатами $\{x_i, y_i\}, i = \overline{1, n}$, задано значення тисків (пластові тиски у вибоях робочих і спостережних свердловин). Розглянемо пласт як область Ω^* , товщина якої $h(x, y)$ є значно менша від її інших геометричних розмірів. У зв'язку з цим будемо вважати цю область двовірною Ω з контуром Γ . Декартову систему координат вибрано так, що вісь Oz скеровано вертикально вгору (протилежно до сил тяжіння). З області фільтрації виключаємо області навколо точок $\{x_i, y_i\}, i = \overline{1, n}$, де знаходяться свердловини.

Тому межа Γ складається з $\Gamma_w (i = \overline{1, n})$ та $\Gamma_z (\Gamma = \Gamma_w \cup \Gamma_z)$, а $\Gamma_w = \bigcup_{i=1}^n \Gamma_i$.

У процесі фільтрації тиск газу $p(x, y, t)$ визначається з рівняння

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right] = 2\alpha m h \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p}{z} \right] + 2q(t) h p_0. \quad (1)$$

Рівняння (1) на межі Γ області Ω задовольняє крайові умови: умову Діріхле на Γ_w

$$p(x_i, y_i) = p_i, \quad (x_i, y_i) \in \Gamma_w; \quad (2)$$

умову Неймана на Γ_2

$$\Phi p(x, y) = \frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial x} v_x + \frac{kh}{\mu z} \frac{\partial p}{\partial y} v_y = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_2, \quad (3)$$

де $v_x = \cos(\mathbf{v}, x)$, $v_y = \cos(\mathbf{v}, y)$ — компоненти вектора \mathbf{v} — зовнішньої нормалі до області $\Omega \subset R^2$; $k(x, y, p)$, $m(x, y)$, $h(x, y)$ — відповідно коефіцієнти проникності, пористості та газонасичена товщина пласта; $q(t)$ — функція джерел; z — коефіцієнт стисливості; μ — коефіцієнт динамічної в'язкості; p_0 — тиск повітря за атмосферних умов.

Для ідентифікації параметрів пластової фільтраційної моделі газосховища доволі часто пласт-колектор ділять на дві області — область відбору/закачування газу (область розміщення робочих свердловин) і периферійну область. Пластова модель вважається адекватною реальним фільтраційним процесам, якщо розраховані та заміряні тиски для певних наборів свердловин відрізняються на задану величину. У багатьох випадках достатньо знайти середні значення коефіцієнтів проникності для вказаних двох областей. Часто додатковим критерієм адекватності пластової моделі є оцінка об'ємів підтоку газу в робочу область у нейтральний період (інтервал часу між завершенням відбирання та початком закачування газу).

Задачі заміщення природного газу азотом вимагають розв'язання більш складних задач ідентифікації параметрів пластів колекторів. Сформулюємо таку задачу.

2.2. Задача ідентифікації [4]. Нехай пласт $\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$ є об'єднання n різних пластів Ω_i за параметрами, які між собою гідравлічно-зв'язані.

2.2.1. На кожному i ($i = \overline{1, n}$)-ому пласті розміщено хоча б одну свердловину, в якій проводиться замір пластового тиску. У кожен момент часу t_j , який належить часовому інтервалу $t_j \in [0, t]$, маємо замір пластового тиску $p_{i_k}(t_j)$, де індекс i вказує, що i_k -а свердловини належить i -ому пласту.

Знайти $\bar{p}_i(t_j)$ — середнє значення пластового тиску для кожного i -ого пласта, динаміку газоперетоку між пластами та міжпластову проникність.

2.2.2. Нехай кожен пласт $\Omega_i \subset \Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$ характеризується величинами k_i, m_i, h_i .

Знайти проникності k_i пластів $\Omega_i (i = \overline{1, n})$ (два інші параметри вважаємо відомими) за умов співпадіння заміряних і розрахованих тисків у робочій зоні з наперед заданою точністю упродовж декількох сезонів закачування та відборів газу.

2.2.3. Об'єм акумульованого газу для кожного пласта розрахувати за $S_i, \bar{m}_i, \bar{h}_i, \bar{p}_i$ — площею поверхні, середніми пористістю, потужністю та тиском у пластах. Для кожного i -ого пласта Ω_i за зміною пластових тисків \bar{p}_i встановити об'єми $V_i = V_i(S_i, \bar{m}_i, \bar{h}_i, \bar{p}_i)$ та на основі цього уточнити середні параметри пластів.

Не існує універсальних алгоритмів ідентифікації параметрів моделей пластів-колекторів. Це пов'язано зі складною геологічною будовою пластів, неоднорідністю розподілу параметрів моделі в пласті, двомірністю його представлення, неможливістю повною мірою розділити вплив параметрів на розподіл тиску, нерівномірністю розміщення свердловин як робочих, так і свердловин заміру тиску, неможливістю заміру витрати одночасно на всіх свердловинах і т. д.

2.3. Задача розрахунку контуру поширення азоту без змішування його з природним газом. Розглянемо неоднорідний пласт за проникністю, пористістю та потужністю. Вважаємо, що процес поширення азоту проходить без його змішування з природним газом, тобто розглядаємо роздільну фільтрацію двох газів. Через деякі свердловини нагнітається азот, а через інші можливий відбір природного газу. Різниця висотних відміток верхньої та нижньої поверхонь пласту-колектора, порівняно з іншими розмірами, незначна. Характерні віддалі в задачі — сотні та тисячі метрів, а часи — місяці та роки. За такого наближення відношення капілярного тиску до повної гідродинамічної втрати тиску є мале. Це дозволяє нехтувати капілярними силами. Рух газів підпорядковано закону Дарсі. Гравітаційні сили не враховуємо.

Відбори/закачування газу з підземних сховищ здійснюються через n свердловин, які розміщені в точках (x_i, y_i) упродовж деякого проміжку часу $t \in [t_{1i}, t_{2i}]$ ($i = \overline{1, n}$). Густина відбору визначається формулою

$$q(t) = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^I q_i \delta(x - x_i)(y - y_i) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})], \quad (4)$$

де q_i — відбір газу з i -ої свердловини, $\delta(x)$ — дельта-функція Дірака, $\eta(t - t_{ji})$ — одинична функція Хевісайда, V — об'єм газосховища.

Множина всіх свердловин S є об'єднання двох підмножин свердловин — S_1 та S_2 . У множину S_1 входять робочі свердловини, а в множину S_2 — свердловини, через які проходить закачування азоту. У зв'язку з цим область пласта-колектора також ділимо на дві множини областей. В одній із множин областей є присутній азот. В області поширення азоту справджується рівняння стану для азоту

$$P = g\rho_a z_a R_a T, \quad (5)$$

а в зовнішній — рівняння стану для природного газу

$$P = g\rho z RT. \quad (6)$$

На межі азот-природний газ виконується умова на рівність тисків. Повинна справджуватися ще й умова на об'єм газу у внутрішній області

$$Q_\Sigma = \frac{T_{am}}{P_{am}} \int_0^F \int_0^h \frac{p m}{T z} dF dh \approx \frac{T_{cm}}{P_{cm}} \frac{\bar{p}}{\bar{T} \bar{z}} \bar{m} \bar{h} F, \quad (7)$$

де F — площа, обмежена контуром поширення азоту.

Для знаходження координат точок контуру поступують таким чином. У кожен момент часу знаходимо $\mathbf{v}(x, y, t)_{\bar{n}} = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{d\bar{n}}$ — швидкість руху точок $(x, y) \in \Gamma_a$

контуру за градієнтом тиску вздовж нормалі \bar{n} до контуру розмежування природного газу та суміші азоту з природним газом, де \mathbf{v} — вектор швидкості фільтрації в напрямку нормалі в точці (x, y) на контурі Γ_a , μ — динамічна в'язкість азоту, p — зведений тиск.

Потрібно контролювати виконання, з потрібною точністю, рівності $V_a(t) = V_n(t)$.

Тут $V_a(t)$ — об'єм газу, розташованого в $\Omega_a(t, \Gamma_a)$, а $V_n = \sum_{i=1}^n V_i(t)$ — сумарний

об'єм газу, який надійшов у пласт-колектор за час t через n нагнітальних свердловин. У разі закачування азоту в декілька свердловин кількість незв'язних областей знаходження азоту постійно змінюється.

На відомому інтервалі часу задані плани відборів/закачування природного газу в робочу область та об'єми закачування азоту.

Знайти: розподіл пластового тиску у всіх зонах пласта-колектора; координати контуру поширення азоту як функції часу.

Розглянути випадки: одночасного закачування азоту та відбору природного газу з використанням існуючих свердловин (знайти оптимальне розбиття множин наявних свердловин на нагнітальні та свердловини відбору й оптимальне їх завантаження для забезпечення максимального відбору природного газу); роздільного відбору природного газу та закачування азоту (в цьому випадку задача полягає в максимальному відборі природного газу за умов відсутності впливу на режимні параметри відборів/закачування газу в робочу область); впливу анізотропії пласта на контур поширення азоту.

Вважаємо, що у випадку наближення контуру поширення азоту до свердловини відбору природного газу, робота такої свердловини припиняється.

Частина відібраного природного газу бажано використати для оптимізації режимних параметрів відборів/закачування газу в робочу область. Оптимізацію пов'язано в такому випадку з поповненням буферного газу природним газом. Це дозволяє мінімізувати об'єми паливного газу на режими відбору та закачування газу, а також нарощення піковості (максимальних відборів газу) ПСГ на заданих інтервалах часу його роботи.

Планування режимів відборів газу зі сховища враховує тиск на вході в магістральний газопровід. За невеликих пластових тисків на завершальному етапі відбору газу потрібно суттєво понижати тиск у магістральному газопроводі. Це призводить до додаткових затрат паливного газу на його транспортування. Цей факт слід враховувати в задачі на оптимальне поповнення буферного газу.

3. Математична модель розподілу концентрації азоту в пласті-колекторі, заповненому природним газом

У разі фільтрації азоту в пористому середовищі, заповненому природним газом, на межі середовищ відбуваються взаємодифузія та конвективна дифузія, яка утворює зону змішування газів, близьких за в'язкістю. Конвективна дифузія пов'язана з різними швидкостями руху газів у каналах пористого середовища і тому залежить від структури порових каналів. На величину коефіцієнта конвективної дифузії впливає степінь дисперсії розмірів пор. За малих швидкостей у процесі витіснення газу іншим газом в основному впливає молекулярна дифузія. Для швидкостей у межах 3-4 м/с коефіцієнти молекулярної та конвективної дифузії є сумірні. У разі значних швидкостей газу коефіцієнт конвективної дифузії на 1-2 порядки перевищує молекулярну дифузію. Зі збільшенням степеня турбулентності газу величина молекулярної дифузії зменшується до нуля.

Задача на розподіл концентрації азоту. Знайти $C(x, y, t)$ — розподіл концентрації азоту в пористому середовищі, заповненому природним газом, який задовольняє рівняння

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial (v_x C)}{\partial x} - \frac{\partial (v_y C)}{\partial y} + U(x, y, C_0, t), \quad (8)$$

де D_x, D_y ($D_i = D_{im} + D_{ik}$, $i = \{x, y\}$) — компоненти вектора коефіцієнта молекулярної та конвективної дифузій, v_x, v_y — компоненти вектора швидкості фільтрації (конвективного перенесення) газу, $U(x, y, C_0, t)$ — відома функція зосереджених джерел азоту.

Для коефіцієнта молекулярної дифузії візьмемо відому формулу [7]

$$D_m = \frac{10^{-3} T^{1,75}}{P(v_A^{1/3} + v_G^{1/3})^2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_G}}, \quad (9)$$

де T — абсолютна температура, P — тиск газу, v_A, v_G та M_A, M_G — мольні об'єми та мольні маси азоту та природного газу відповідно.

Концентрація повинна задовольняти співвідношення

$$\frac{\partial C}{\partial n_\Gamma} = 0, \quad (10)$$

яке відповідає умові відсутності азоту за межами зовнішнього контуру Γ пласта-колектора Ω . Вигляд функції зосереджених джерел для задачі (8)-(10) диктується задачею фільтрації (1)-(3) та поданням функції її джерел (4)

$$U(x_i, y_i, C_0, t) = C_i(t) = \delta(x - x_i)(y - y_i)[\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})], \quad i = \overline{1, n}.$$

Слід розглянути варіант постановки задачі (7)-(9) як задачі з рухомими межами (на рухомій межі $C = 0$), що суттєво пришвидшить отримання результату. У цьому випадку дещо ускладниться метод пошуку розв'язку задачі.

Висновки. У роботі запропоновано математичну модель, яка описує процес заміщення буферного газу азотом. Розв'язування сформульованих задач математичної фізики дасть можливість знайти розподіл концентрації азоту як функцій часу та параметрів джерел (кількості, розміщення та продуктивності), що буде використано під час розробки технології заміщення буферного газу азотом.

Література

- [1] *Гімер, Р. Ф.* Підземне зберігання газу / *Р. Ф. Гімер, П. Р. Гімер, М. П. Деркач.* — Львів: Центр Європи, 2007. — 224 с.
- [2] *Тетерев, И. Г.* Управление процессами добычи газа / *И. Г. Тетерев, Н. Л. Шешуков, Е. М. Нанивский.* — Москва: Недра, 1981. — 248 с.
- [3] Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід / *Р. Л. Вечерік, Я. Д. П'янило, М. Г. Притула, Ю. Б. Хасцький* // Нефть и газ. — 2004. — № 6. — С. 83-89.
- [4] Математичний аналіз акумулюючої здатності газоносних пластів ПСГ / *Р. Л. Вечерік, Я. Д. П'янило, М. Г. Притула, Ю. Б. Хасцький* // Нафтова і газова промисловість. — 2005. — № 6. — С. 55-59.
- [5] *П'янило, Я. Д.* Дослідження впливу параметрів пласту та привибійної області свердловини на розрахунок дебіту свердловини / *Я. Д. П'янило, М. Г. Притула* // Вісник ДУ «Львівська політехніка». Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — 2002. — № 392. — С. 45-49.
- [6] Розрахунок початково-граничних умов в задачах фільтрації газу в пористих середовищах / *Н. Б. Лопух, Я. Д. П'янило, М. Г. Притула, Н. М. Притула* // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Комп'ютерні науки та інформаційні технології. — Львів: 2009. — № 638. — С. 239-243.
- [7] *Ефимов, А. В.* Метод расчета коэффициентов диффузии при конденсации водяного пара из продуктов сгорания газообразного топлива / *А. В. Ефимов, Л. В. Гончаренко, А. Л. Гончаренко* // Тепловая энергетика. — 2009. — № 3. — С. 18-21.

Mathematical models of cushion gas substitution by nitrogen in underground gas storage layers

Nazar Prytula

In this article the characteristic of the research object — a reservoir bed of the gas underground storage facility is shown. The problem of substitution of the cushion gas by nitrogen and problems statements of possible variants of its decision are resulted. The mathematical model of the substitution process of cushion gas by nitrogen which includes the model of gas filtration and the lumped parameters diffusion-convection model of gases is offered. The finding algorithm of a nitrogen distribution contour is developed in case of immiscible gases.

Математические модели замещения буферного газа азотом в пластах газохранилища

Назар Притула

В работе приведена характеристика объекта исследования — пласта-коллектора подземного хранилища газа. Поставлена проблема замещения буферного газа азотом и приведены постановки задач для возможных вариантов ее решения. Предложена математическая модель процесса замещения буферного газа азотом, которая включает модель фильтрации газа и модель конвекции-диффузии газов с сосредоточенными источниками. Для случая несмешивания газов разработан алгоритм нахождения контура распространения азота.

Представлено доктором технічних наук Я. П'янилом

Отримано 05.09.11