УДК 537.84

Моделирование температурного поля феррожидкости в зазоре

Игорь Селезов[1], Александр Радионов[2]

[1] д. ф.-м. н., профессор, Институт гидромеханики НАН Украины, ул. Желябова, 8/4, Киев, 03680, e-mail: selezov@yandex.ru
[2] к. т. н., Научно-производственное внедренческое предприятие «Феррогидродинамика», ул. Большая Морская, 45/5, Николаев, 54030

Исследуется начально-краевая задача для температурного поля, моделирующая начальную стадию разогрева магнитной жидкости в зазоре между двумя поверхностями. Рассматривается плоская задача нагрева феррожидкости в зазоре от начального источника тепла, задаваемого функцией Хэвисайда. Этот источник определяется из решения задачи о тепловыделении при движении вязкой жидкости в зазоре при вращении вала. Применением преобразования Лапласа по времени получено аналитическое решение задачи. Показано существование экстремума температурного поля при его инициировании постоянным по толщине зазора источником. Полученное аналитическое решение для функции Хевисайда может быть преобразовано применением теоремы Эфроса или интеграла Дюамеля для произвольных функций разогрева.

Ключевые слова: феррожидкость, зазор, температурное поле, преобразование Лапласа.

Введение. Магнитные жидкости (феррожидкости) были впервые получены в США в середине 1960-х годов. Они обладают рядом существенных преимуществ по сравнению с обычным уплотнением: малые потери на трение, обеспечение полной герметичности, отсутствие износа, эффект самовосстановления в случае аварийного прорыва уплотняемой среды, высокие надежность и долговечность, простота в изготовлении и обслуживании [1, 2].

Обобщение традиционной модели феррогидродинамики на случай сжимаемых жидкостей и учета временной релаксации представлено в работах [3-6].

Исследование температурных полей в магнитожидкостных уплотнителях (сальниках) было и остается предметом многочисленных исследований. В последнее время теоретическим исследованиям температурных полей в ферромагнитных сальниках посвящено много работ, в которых рассматриваются стационарные задачи. Отметим работу [7], в которой экспериментально исследуется диссипативный разогрев магнитной жидкости и выполнены соответственные расчеты на основе упрощенной системы модели. В работе [8] проводится анализ на основе упрощенной модели феррожидкости (в уравнение Навье-Стокса введен член, учитывающий влияние поведения магнитной жидкости) и из численных расчетов определяется коэффициент тепловых потерь при диссипативном тепловыделении. В этой связи отметим также работу [9].

В отличие от упомянутых работ в настоящей статье рассматривается начально-краевая задача для феррожидкости применительно к разогреву магнитной жидкости в зазоре в начальный момент времени. Таким образом, рассматривается нестационарное движение магнитной жидкости в зазоре.

Теоретический анализ магнитожидкостных устройств обусловлен большими трудностями в связи со сложностью уравнений, описывающих поведение магнитных жидкостей [10-15]. Поэтому здесь будет приведен приближенный анализ, позволяющий получить некоторые качественные результаты.

Температурное поле феррожидкости в зазоре

Движение феррожидкости в трехмерном случае (искомые функции зависят от пространственных координат $\vec{x}$ и времени t) вязкой несжимаемой среды моделируем системой уравнений [16, 17]

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\left(\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{V}\right]=-\vec{\nabla}P+\eta_d\nabla^2\vec{V}+\mu_0\left(\vec{M}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{H}\ , \tag{1}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0\,, \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\vec{V}\cdot\vec{\nabla}\right)T=\chi\nabla^2T+\frac{\nu_k}{2c_p}\left[\vec{\nabla}\otimes\vec{V}+\left(\vec{V}\otimes\vec{\nabla}\right)^{\mathrm{T}}\right]^2, \tag{3}$$

$$\rho=\rho^*\left[1-\beta\left(T-T^*\right)\right], \tag{4}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=0\,, \tag{5}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{H}+\vec{M}\right)=0\,, \tag{6}$$

$$\vec{M}=\frac{M}{H}\vec{H}\ , \tag{7}$$

$$M=M^*-K\left(T-T^*\right)+\chi_r\left(H-H^*\right). \tag{8}$$

Система уравнений (1)-(8) записана в размерном виде. Искомые функции в (1)-(8): $\vec{V}$ — вектор скорости, T — температура, P — давление, $\vec{M}$ — вектор намагниченности, $\vec{H}$ — вектор напряженности магнитного поля, ρ — плотность. Система (1)-(8) включает: (1) — уравнение сохранения импульса; (2) — уравнение неразрывности; (3) — уравнение теплопроводности; (4) — уравнение состояния; (5) — условие отсутствия внешнего заданного тока; (6) — условие отсутствия магнитных зарядов; (7) и (8) — уравнения, определяющие состояние магнитной жидкости. В (1)-(8) приняты обозначения: $\chi=\kappa/\rho c_p$, ρ^*,T^* — некоторые фиксированные значения плотности и температуры, K — пиромагнитный коэффициент, κ — коэффициент теплопроводности, $\chi_r=\left(\partial M/\partial H\right)_{\rho,T}$, η_d — коэффициент динамической вязкости, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, $\nu_k=\eta_d/\rho$ — коэффициент кинематической вязкости, звездочкой помечены средние значения величин.

При вращении вала магнитная жидкость в зазоре (Ω_2) между вращающимся валом (Ω_1) и корпусом (Ω_3) нагревается и на поверхностях раздела имеет место теплообмен. Из системы уравнений (1)-(7) видно, что приближенное решение может быть построено, определяя сначала температурное поле из уравнения (3), которое затем может быть введено в остальные уравнения (1), (4), (8). В дальнейшем рассмотрение проводится в безразмерных величинах.

Тензор скоростей деформации (последний член в правой части уравнения (3)) [18, 19] вычисляется на основе известного решения для вращающейся вязкой жидкости в зазоре [20] и усредняется так, что начальное распределение температуры по толщине зазора равномерное и записывается в виде постоянной величины

$$C = \frac{r_e^4 Br}{24 P_2 \left(r_e^2 - 1\right)^2} \left[\frac{3r_e^4 \ln(r_e)\left(\ln(r_e) - 2\right) + 6r_e^2\left(r_e^2 + \ln(r_e) + 1\right) - 1}{r_e^3} - 11 \right] = const\,. \quad (9)$$

В формулу (9) входят безразмерные величины $r_e^* = r_e / r_0$ и $r_0^* = r_0 / r_0 = 1$ (звездочки опущены), так что $r_e - 1$ — это величина зазора. Кроме того, $Br = \left(\eta_d V_0^2\right) / \left(\kappa T_0\right)$ — число Бринкмана, числитель характеризует диссипативные тепловыделения в магнитной жидкости, зависящие от средней тангенциальной скорости $V_\theta = V_0$, знаменатель — отвод тепла, $P_2 = \left(V_0 r_0\right) / \chi_r$ — число Пекле, T_0 — начальная температура, r_0 — радиус вала, r_e — радиус внешней границы зазора.

В дальнейшем предполагается также, что теплопроводности вала, внешнего корпуса и феррожидкости различны.

Приближенный анализ проводится для плоского элемента в зазоре (область Ω_2), нижняя грань которого контактирует с валом (область Ω_1), а верхняя — с внешним корпусом Ω_3.

Начально-краевая задача для температурных полей формулируется с учетом (9) в безразмерном виде на основе приведенных выше соображений:
уравнение, описывающее температурное поле в зазоре

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{1}{P_2}\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}\right) + CH(t) \quad \text{в} \quad \Omega_2, \quad (10)$$

уравнения во внутренней и внешней областях (i = 1, 3)

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = \frac{1}{P_i}\left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2}\right) \quad \text{в} \quad \Omega_1 \quad \text{и} \quad \Omega_3, \quad (11)$$

условия сопряжения на границе раздела вала и зазора $x = 1$

$$T_1 \Big|_{x=1} = T_2 \Big|_{x=1}, \quad \left.\frac{\partial T_1}{\partial x}\right|_{x=1} = \left.\frac{\partial T_2}{\partial x}\right|_{x=1}, \quad (12)$$

условия сопряжения на границе раздела зазора и корпуса $x = r_e$

$$T_3\Big|_{x=r_e} = T_2\Big|_{x=r_e}, \quad \left.\frac{\partial T_3}{\partial x}\right|_{x=r_e} = \left.\frac{\partial T_2}{\partial x}\right|_{x=r_e}. \tag{13}$$

При формулировке условий сопряжения (12) и (13) предполагается, что температура в боковых областях, примыкающих к области, занимаемой магнитной жидкостью, мало отличается от ее температуры, поэтому тепловой баланс в боковых направлениях мало нарушается, т. е. отвод тепла в прилегающие боковые зоны можно не учитывать. Это дает возможность упростить анализ и рассматривать плоскую задачу, решение которой позволит определить распределение температурных полей в областях Ω_1, Ω_2, Ω_3 и вычислить тепловые потоки через поверхности раздела.

В связи с тем, что величина зазора очень мала по сравнению с характерным линейным масштабом (радиус вала), можно ставить условия убывания полей в областях Ω_1 и Ω_3 при удалении от поверхности раздела.

Начальные условия принимаем нулевыми, так как система в начальный момент времени t находится в покое

$$T_1(x,z,t)\big|_{t=0} = T_2(x,z,t)\big|_{t=0} = T_3(x,z,t)\big|_{t=0} = 0.$$

Для решения поставленной задачи (10)-(13) применим интегральное преобразование Лапласа по t согласно формуле [21]

$$T_i^L(x,z,p) = \int_0^\infty T_i(x,z,t)e^{-pt}dt, \tag{14}$$

и для производной, интегрируя по частям, получаем

$$\frac{\partial T_2^L(x,z,p)}{\partial t} = \int_0^\infty \frac{\partial T_2(x,z,t)}{\partial t}e^{-pt}dt =$$

$$= T_2(x,z,t)e^{-pt}\Big|_0^\infty + p\int_0^\infty T_2(x,z,t)e^{-pt}dt = pT_2^L(x,z,p),$$

так как система находится в покое при $t \to 0$ и $t \to \infty$. В дальнейшем осуществляем переход в пространство лапласовых изображений (14).

Решение уравнения (11) при $i = 1$ с учетом условия на бесконечности имеет вид

$$T_1^L(x,p) = C_1 e^{\sqrt{P_1 p}\,x}. \tag{15}$$

Решение уравнения (10) записывается в виде

$$T_2^L(x,p) = C_2 e^{\sqrt{P_1 p}\,x} + C_3 e^{\sqrt{P_2 p}\,x} + \frac{C}{pP_2}. \tag{16}$$

Решение уравнения (11) при $i = 3$ с учетом условия на бесконечности имеет вид

$$T_3^L(x,p) = C_4 e^{\sqrt{P_1 p}\,x}. \tag{17}$$

После подстановки решений (15)-(17) в условия сопряжения (12), (13) приходим к системе линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных констант интегрирования. С учетом обозначений

$$P_{21}^{\pm}=\sqrt{P_2}\pm\sqrt{P_1},\quad P_{23}^{\pm}=\sqrt{P_2}\pm\sqrt{P_3} \tag{18}$$

получаем выражения для коэффициентов

$$C_1=\frac{Ce^{-\sqrt{P_1p}}}{p\sqrt{P_2}}\,\frac{2\sqrt{P_3}e^{2\sqrt{P_1p}(r_e+1)}+P_{23}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}e^{2\sqrt{P_1pr_e}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}, \tag{19}$$

$$C_2=\frac{C}{pP_2}\,\frac{P_{21}^{+}e^{\sqrt{P_1pr_e}}-P_{23}^{-}\sqrt{P_1}e^{2\sqrt{P_1pr_e}}}{P_{23}^{-}\left(-P_{21}^{-}\right)e^{2\sqrt{P_2p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}, \tag{20}$$

$$C_3=\frac{Ce^{\sqrt{P_2p}(1+r_e)}}{pP_2}\,\frac{P_{21}^{-}\sqrt{P_3}e^{\sqrt{P_1p}}+P_{23}^{+}\sqrt{P_1}e^{2\sqrt{P_1pr_e}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}, \tag{21}$$

$$C_4=-\frac{Ce^{-\sqrt{P_3p}}}{p\sqrt{P_2}}\,\frac{P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}-2\sqrt{P_1}e^{\sqrt{P_1p}(r_e+1)}-P_{21}^{1}e^{2\sqrt{pP_2}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_2p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}. \tag{22}$$

После подстановки в решения (15)-(17) констант интегрирования C_1, C_2, C_3 и C_4 из (18)-(22) получаем решение уравнения (11) при $i = 1$

$$T_1^L\left(x,p\right)=\frac{Ce^{\sqrt{P_1p}(x-1)}}{p\sqrt{P_2}}\,\frac{2\sqrt{P_3}e^{2\sqrt{P_1p}(r_e+1)}+P_{23}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}e^{2\sqrt{P_1pr_e}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}, \tag{23}$$

уравнения (10)

$$\begin{aligned}T_2^L(x,p)=\frac{C}{pP_2}\Bigg\{&\sqrt{P_1}\Bigg[\left(P_{21}^{+}\sqrt{P_3}e^{\sqrt{P_2pr_e}}+P_{21}^{-}e^{\sqrt{P_1p}}\right)e^{2\sqrt{P_2px}}+\\ &+\left(P_{21}^{+}\sqrt{P_3}e^{\sqrt{P_2p}}+P_{23}^{+}e^{\sqrt{P_2pr_e}}\right)e^{-\sqrt{P_2p}\,x}\,e^{\sqrt{pP_2}(1+r_e)}\Bigg]\times\\ &\left[P_{23}^{-}\left(-P_{21}\right)e^{2\sqrt{P_2p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}\right]^{-1}+1\Bigg\},\end{aligned} \tag{24}$$

уравнения (11) при $i = 3$

$$T_3^L(x,p)=\frac{Ce^{\sqrt{P_3p}(x-1)}}{p\sqrt{P_2}}\,\frac{P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}-2\sqrt{P_1}e^{\sqrt{P_2p}(r_e+1)}-P_{21}^{-}e^{2\sqrt{pP_2}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_1p}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2pr_e}}}. \tag{25}$$

Оригинал вычисляем по формуле Римана-Меллина

$$f(t)=\lim_{Y\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-iY}^{\alpha+iY}F(p)e^{tp}dp,\qquad t>0,$$

где α — абсцисса в полуплоскости абсолютной сходимости интеграла Лапласа. Согласно теореме Коши о вычетах имеем

$$f(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)dx=\sum_{k=1}^{n}\mathrm{res}\left[f(x,z);a_k\right]+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\mathrm{res}\left[f(x,z);x_k\right].$$

Здесь a_k — особые точки функции $f(z)$, расположенные в плоскости $\Im z>0$, а x_k — полюсы первого порядка функции $f(z)$ на действительной оси [22]. Сумма вычетов берется по всем особым точкам p_k функции $F(p)$ в порядке неубывания их модулей [23]. Функции $T_1^L(x,p)$, $T_2^L(x,p)$ и $T_3^L(x,p)$ имеют особые точки, определяемые формулой

$$f(t)=\sum_{k=1}^{n}\mathrm{res}\left(F(p);p_k\right)e^{pl},$$

где

$$P_l=0,\qquad p_2=\frac{1}{4P_2\left(r_e-1\right)^2}\ln^2\frac{\left(\sqrt{P_1}-\sqrt{P_2}\right)\left(\sqrt{P_3}-\sqrt{P_2}\right)}{\left(\sqrt{P_2}+\sqrt{P_1}\right)\left(\sqrt{P_3}-\sqrt{P_2}\right)}.$$

Можно показать, что вклад полюсов более высокого порядка очень мал и может не учитываться.

Исходя из изложенного, оригиналы искомых функций (23)-(25) представляются в виде

$$T_1(x,t)=Ce^{p_2t}e^{\sqrt{P_1p_2}(x-1)}\frac{2\sqrt{P_3}e^{2\sqrt{P_1p_2}(r+1)}+P_{23}^{-}e^{2\sqrt{P_1p_2}}-P_{23}^{+}e^{2\sqrt{P_1p_2}r}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_2p_2}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2p_2}r}},$$

$$T_2(x,t)=Ce^{p_2t}\left[\left(P_{21}^{+}\sqrt{P_3}e^{\sqrt{P_2p_2}r}+P_{23}^{-}\sqrt{P_1}e^{\sqrt{P_2p_2}}\right)e^{\sqrt{P_2p_2}x}+\right.$$

$$\left.+\left(P_{21}^{-}\sqrt{P_3}e^{\sqrt{P_2p_2}(r+2)}+P_{23}^{+}\sqrt{P_1}e^{\sqrt{P_2p_2}(2r+1)}\right)e^{-\sqrt{P_2p_2}x}\right]\times$$

$$\times\left[\left(P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_2p_2}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2p_2}r}\right)+C\right]^{-1},$$

$$T_3(x,t)=Ce^{p_2t}e^{\sqrt{P_3p_2}(r-x)}\frac{-P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2p_2}r_e}+2\sqrt{P_1}e^{\sqrt{P_2p_2}(r+1)}+P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_2p_2}}}{P_{23}^{-}P_{21}^{-}e^{2\sqrt{P_2p_2}}-P_{23}^{+}P_{21}^{+}e^{2\sqrt{P_2p_2}r}}.$$

Определение экстремума функции $T_2(x,t)$ зависит от выражения в числителе. Выражение для этой функции можно записать в виде

$$T_2(x,t) = \left(-Ae^{\sqrt{p_2 P_2}x} - Be^{\sqrt{p_2 P_2}x}\right)e^{p_2 t}, \quad x_s \le x \le x_e, \quad A > 0,\ B > 0,\ t > 0\,. \qquad (26)$$

Обозначим выражение в скобках через $\hat{T}_2(x)$, найдем производную этой функции и приравняем ее к нулю

$$\frac{d\hat{T}_2(x)}{dx} = -A\sqrt{p_2 P_2}e^{\sqrt{p_2 P_2}x} + B\sqrt{p_2 P_2}e^{-\sqrt{p_2 P_2}x} = 0\,, \qquad (27)$$

откуда следует

$$B/A = e^{2\sqrt{p_2 P_2}x}, \qquad (28)$$

и из (34) получаем

$$x = \frac{1}{2\sqrt{p_2 P_2}}\ln\frac{B}{A}\,. \qquad (29)$$

Поскольку $B > 0$ и $A > 0$, то из (26)-(29) следует, что экстремум всегда существует в точке (29) в интервале $x_s \le x \le x_e$ и этот экстремум есть максимум. Величина $B > 0$, если для чисел Пекле выполняется неравенство $P_2 > P_3$ ($P_{23}^{+} > 0$ по формуле (18)).

На основе полученных точных аналитических решений во внутренней и внешней областях для функции Хевисайда могут быть рассмотрены и другие функции разогрева феррожидкости в зазоре. Могут быть выведены точные аналитические решения для любых заданных функций разогрева либо применением теоремы Эфроса [24], либо интеграла Дюамеля. [25].

Выводы. Построены точные аналитические решения для температурных полей в зазоре с феррожидкостью и примыкающих внутренней и внешней областях. Разогрев феррожидкости в зазоре определяется вязкими напряжениями и задается функцией Хевисайда. Доказано существование максимума температурного поля в зазоре. Полученные решения могут быть преобразованы для любой заданной функции применением интеграла Дюамеля или теоремы Эфроса.

Литература

[1] *Rosensweig, R. E.* Ferrohydrodynamics / *R. E. Rosensweig*. — Cambridge University Press, 1985. — 344 p. Русский перевод: *Розенцвейг, Р.* Феррогидродинамика / *Р. Розенцвейг*. — Москва: Мир, 1989. — 365 с.

[2] *Charles, S. W.* Some properties of magnetic fluids / *S. W. Charles* // Proc. 3rd Int. Conference on Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconducting Flows, France, Aussois, 22-26 Sept. 1997. — Vol. 2. — P. 529-534.

[3] *Селезов, И. Т.* Распространение волн в магнитных жидкостях с временной релаксацией / *И. Т. Селезов* // Акуст. симпозіум «КОНСОНАНС-2005», — 27-29 сентября 2005, Киев. — С. 279-282.

[4] *Selezov, I.* Extended ferrohydrodynamic equations to predict finite velocity disturbance propagation / *I. Selezov*; ed. *Maruszewski B. T., Muschik W., Radowicz A.* // Proc. Int. Symp. «Trends in Continuum Physics» (TRECOP'07), 16-20 September 2007, Ukraine, Lviv, Briukhovichi. — P. 66-67.

[5] *Selezov, I. T.* On wave hyperbolic model for disturbance propagation in magnetic fluid / *I. Selezov* // Ser. Operator Theory. Advances and Applications. — Birkhauser Verlag Basel / Switzerland, 2009. — Vol. 191. — P. 221-225.

[6] *Selezov, I.* Wave propagation in ferrofluid on the basis of extended equations // 12th Int. Conference on Magnetic Fluids (ICMF12), Abstract Book. — Japan, Sendai, 1-5 August 2010. — P. 212-213.

[7] *Чернобай, В. А.* Влияние диссипативного разогрева магнитной жидкости на структуру ее течения в зазоре уплотнения / *В. А. Чернобай, С. Г. Погирницкая* // Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» 9-12 сентября 2007 г. Сборник научных трудов. — Ставрополь: Ставропольский государственный университет, 2007. — С. 283-288.

[8] *Полевиков, В. К.* Моделирование динамического магнитожидкостного уплотнения при наличии перепада давления / *В. К. Полевиков, Л. Тобиска* // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2001. — № 6. — С. 42-51.

[9] *Краков, М. С.* О необходимости естественной конвекции при расчете теплового режима высокоскоростных магнитожидкостных уплотнений / *М. С. Краков, И. В. Никифоров* // Всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем» 14-17 сентября 2009 г. Сборник научных трудов. — Ставрополь: Ставропольский государственный университет, 2009. — С. 204-211.

[10] Численное и экспериментальное исследование комбинированных магнитожидкостных уплотнений / *И. Т. Селезов, В. Ф. Гайдук, А. И. Кравцов, И. Л. Новак* // Нелинейные задачи гидроаэромеханики и теории упругости. — Днепропетровск: ДГУ, 1987. — С. 48-53.

[11] *Селезов, И. Т.* Нелинейные волны в гидроупругих системах с магнитными жидкостями / *И. Т. Селезов, С. В. Корсунский* // Магнитная гидродинамика. — 1991. — № 2. — С. 41-44.

[12] *Селезов, И. Т.* Исследование неустановившегося температурного поля в жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами / *И. Т. Селезов, Л. В. Морозова* // Материалы 4 междунар. научной школы-семинара «Импульсные процессы в механике сплошных сред». — Николаев: Атолл, август 2001. — С. 23-25.

[13] *Селезов, И.* О моделировании поведения магнитной жидкости в кольцевом зазоре герметизатора / *И. Селезов, А. Радионов* // Proc. 12th Int. Scientific and Engineering Conference «Hermetic sealing, vibration reliability and ecological safety of pump and compressor machinery» (HERVICON 2008), Poland, Kielce-Przemysl, 9-12 September 2008. — Vol. 2. — P. 27-32.

[14] *Selezov, I.* Some wave problems of magnetofluids / *I. Selezov* // Book of Abstracts, 9th International Conf. on Magnetic Fluids. — Germany, Bremen, 23-27 July 2001.

[15] *Selezov, I.* Some estimates of centrifugal, magnetic and temperature fields in ferrofluid seals / *I. Selezov, L. Morozova, A. Radionov* // Book of Abstracts, 9th International Conf. on Magnetic Fluids, Germany, Bremen, 23-27 July 2001.

[16] *Neuringer, J. L.* Ferrohydrodynamics / *J. L. Neuringer, R. E. Rosensweig* // Phys. Fluids. — 1964. — Vol. 7, Issue 12. — P. 1927-1937.

[17] *Берковский, Б. М.* Магнитные жидкости / *Б. М. Берковский, В. Ф. Медведев, М. С. Краков*. — Москва: Химия, 1989. — 240 с.

[18] *Ландау, Л. Д.* Теоретическая физика: учебное пособие. В 10 т. / *Л. Д. Ландау, В. М. Лифшиц*. — Т. VI. Гидродинамика; 4-е изд. — Москва: Наука. ГИФМЛ, 1988. — 736 с.

[19] *Mase, G. E.* Theory and problems of continuum mechanics / *G. E. Mase*. — Mc Gray-Hill Book Company, 1970. Русский перевод: *Мейз, Дж.* Теория и задачи механики сплошных сред. — Москва: Мир, 1974. — 318 с.

[20] *Лойцянский, Л. Г.* Механика жидкости и газа / *Л. Г. Лойцянский*. — Москва: Наука, 1987. — 840 с.

[21] *Doetsch, G.* Anleitung zum Praktischen Gebrauch der Laplace-transformation und der Z-transformation. — Münshen-Wien: R. Oldenburg, 1967. Русский перевод: *Деч, Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. — Москва: Наука, 1971. — 288 с.

[22] *Лаврентьев, М. А.* Методы теории функций комплексного переменного / *М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат*. — Москва: Физматгиз, 1958. — 678 с.
[23] *Лунц, Г. Л.* Функции комплексного переменного с элементами операционного исчисления / *Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц*. — Москва: Физматгиз, 1958. — 298 с.
[24] *Селезов, И. Т.* Обобщение задачи возбуждения и распространения потенциала действия по нервному волокну / *И. Т. Селезов, Л. В. Морозова* // Прикладная гидромеханика. — 2010. — № 3. — С. 75-83.
[25] *Karman, T.* Mathematical methods in engineering / *T. Karman, M. A. Bio*. — New York: McGraw-Hill, 1940. — 505 p. Русский перевод: *Карман, Т.* Математические методы в инженерном деле / *Т. Карман, М. Био*. — Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1948. — 424 с.

Modeling of temperature ferrofluid field in a gap

Igor Selezov, Alexandr Radionov

Initial boundary-value problem for a temperature field which models an initial stage of heating the magnetic fluid in a gap between the top and lower surfaces is investigated. The plane problem of ferrofluid heating in the gap from the initial heat source, given as a Heaviside function, is considered. This source is determined form the solution of the problem of heating release at viscous fluid motion in the gap under the shaft rotation. The analytical solution is obtained by using the Laplace transform in time. The existence of temperature field extremum is shown in the case of its initiating by a source with a constant gap thickness. The solution can be used for arbitrary functions of heating.

Моделювання температурного поля ферорідини у щілині

Ігор Селезов, Олександр Радіонов

Досліджується початково-крайова задача для температурного поля, що моделює початкову стадію розігріву магнітної рідини у щілині між двома поверхнями. Розглядається плоска задача нагрівання ферорідини у щілині від початкового джерела тепла, що задається як функція Хевісайда. Це джерело визначається із розв'язку задачі про тепловиділення під час руху в'язкої рідини у щілині при обертанні вала. Із застосуванням перетворення Лапласа за часом отримано аналітичне розв'язання задачі та показано існування екстремуму температурного поля у разі його ініціювання постійним за товщиною щілини джерелом. Отриманий розв'язок можна застосувати для довільних функцій розігріву.

Представлено професором Т. Нагірним

Отримано 2.07.11