УДК 539.3

Вплив температури на поверхневі напруження та поляризацію діелектричного шару

Ольга Грицина

К. ф.-м. н., с. н. с., ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3*б*, Львів, 79060;
Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: gryt@cmm.lviv.ua

Співвідношення локально градієнтної лінійної теорії електромагнітотермомеханіки діелектриків використані для вивчення закономірностей розподілу напружень і поляризації у вільному від зовнішнього силового навантаження термопружному шарі ідеального діелектрика, на поверхнях якого підтримується стале значення температури. Проаналізовано вплив температури на приповерхневу неоднорідність напружено-деформованого стану, електричного потенціалу й поляризації. Показано, що співвідношення згаданої теорії описують піроелектричний ефект, який у цьому випадку зумовлений взаємозв'язком процесів поляризації та локального зміщення маси.

Ключові слова: локально градієнтна теорія діелектриків, електромагнітотермомеханічні процеси, локальне зміщення маси, поверхневі напруження, піроелектричний ефект.

Вступ. Рівняння класичних теорій діелектриків коректно описують явища з характерними віддалями, які значно перевищують мікроскопічні характерні довжини. Однак, якщо характерні віддалі у досліджуваних об'єктах чи процесах є величинами порядку віддалі між сусідніми атомами у ґратці, то результати класичних теорій не узгоджуються з низкою експериментальних даних, а також із теорією ґратки [1-4]. Прикладом такої неузгодженості є високочастотна дисперсія пружних хвиль, тоді як класична теорія передбачає лише бездисперсійні плоскі хвилі. Відомо декілька підходів щодо модифікації класичних континуальних теорій діелектриків таким чином, щоб їх співвідношення були застосовні для розв'язування задач із малими характерними віддалями [5-10]. Згадані підходи ґрунтуються на постулюванні сильно [6] чи слабо [2, 7-10] нелокального зв'язку між певними параметрами стану. Статус нелокальної має також локально градієнтна теорія діелектриків, яка ґрунтується на врахуванні поряд із деформаційними, тепловими й електромагнітними процесами також локального зміщення маси, пов'язаного зі змінами структури в межах фізично малого елемента тіла. Основні співвідношення цієї теорії сформульовані у працях [11-13]. У роботах [11, 13-15] показано, що локально градієнтна теорія описує низку експериментально встановлених ефектів, які не передбачають класичні теорії діелектриків, у тому числі, приповерхневу неоднорідність фізико-механічних полів у малорозмірних об'єктах (таких як тонкі плівки, волокна, дроти і т. д.), аномалію Міда, електромагнітний відгук тіла на виникнення у ньому нової поверхні, високочастотну дисперсію плоских хвиль тощо. Однак усі ці результати були отримані за нехтування впливом температури на електромагнітні процеси, деформування та локальне зміщення маси. Метою пропонованого дослідження є застосування співвідношень локально градієнтної теорії діелектриків для вивчення впливу постійного поля температури на напружено-деформований стан та поляризацію тонких діелектричних тіл. Такий аналіз проведемо на прикладі шару ізотропного ідеального діелектрика. При цьому за базові приймаємо процеси деформування, теплопровідності, поляризації та локального зміщення маси.

1. Ключова система стаціонарних рівнянь

Ключову систему стаціонарних рівнянь лінійної локально градієнтної електротермомеханіки у напруженнях отримано в праці [16]. Вона включає рівняння Бельтрамі-Мітчела, рівноваги, теплопровідності, балансу наведеної маси та рівняння електростатики

$$\nabla\cdot\hat{\boldsymbol{\sigma}}+\rho_0\mathbf{F}=0\,, \tag{1}$$

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\sigma}}+\frac{2G'+K'}{2G'}\nabla\nabla\left(\hat{\boldsymbol{\sigma}}:\hat{\mathbf{I}}\right)+\frac{\alpha_T}{6G'}\left(\nabla\nabla\theta+\frac{G'}{G'+K'}\Delta\theta\hat{\mathbf{I}}\right)+\frac{\alpha_\rho}{6G'}\left(\nabla\nabla\rho_m+\right.$$
$$\left.+\frac{G'}{G'+K'}\Delta\rho_m\hat{\mathbf{I}}\right)+\rho_0\left(\nabla\mathbf{F}+\left(\nabla\mathbf{F}\right)^{\mathrm{T}}-\frac{G'}{2\left(G'+K'\right)}\left(\nabla\cdot\mathbf{F}\right)\hat{\mathbf{I}}\right)=0\,, \tag{2}$$

$$\lambda\Delta\theta+\rho_0\Re=0\,, \tag{3}$$

$$\Delta\rho_m-\breve{\lambda}_\mu^2\rho_m=\frac{1}{\breve{d}_\rho}\left(\frac{\alpha_\rho}{3\rho_0}\Delta\sigma+\breve{\beta}_{T\rho}\Delta\theta+\frac{\chi_{Em}}{\chi_m}\nabla\cdot\mathbf{E}\right), \tag{4}$$

$$\nabla\times\mathbf{E}=0\,,\quad \nabla\cdot\mathbf{E}+\kappa_E\left(\frac{\alpha_\rho}{3\rho_0}\Delta\sigma+\breve{\beta}_{T\rho}\Delta\theta-\breve{d}_\rho\Delta\rho_m\right)=0\,. \tag{5}$$

Тут

$$\sigma=\sigma_{kk}=\hat{\boldsymbol{\sigma}}:\hat{\mathbf{I}}\,,\qquad G'=\frac{1}{4G}\,,\qquad K'=\frac{2G-3K}{18KG}\,,$$

$$\breve{\beta}_{T\rho}=\beta_{T\rho}+K\frac{\alpha_T\alpha_\rho}{\rho_0}\,,\qquad \kappa_E=\frac{\rho_0\,\chi_{Em}}{\varepsilon}\,,\qquad \varepsilon=\varepsilon_0+\rho_0\,\chi_E\,,$$

$$\breve{d}_\rho=d_\rho\left(1-K\frac{\alpha_\rho^2}{\rho_0 d_\rho}\right),\qquad \breve{\lambda}_\mu^2=\frac{1}{\chi_m\breve{d}_\rho}\,,$$

$\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ — тензор напружень; $\mathbf{F}$ — вектор зовнішніх масових сил; ρ_0 — густина маси тіла у початковий момент часу; θ і $\Re$ — збурення температури та розподілені джерела тепла; ρ_m — питома густина наведеної маси [11]; $\mathbf{E}$ — вектор напруженості електричного поля; K — модуль об'ємного стиску за сталих температури та питомої густини наведеної маси; G — модуль зсуву; α_T — температурний коефіцієнт об'ємного розширення за сталої питомої густини наведеної маси; α_ρ — коефіцієнт об'ємного розширення, спричиненого локальним зміщенням маси за незмінної температури; ε_0 — електрична стала; χ_E — діелектрична сприйнятливість; χ_m і χ_{Em} — коефіцієнти, які характеризують відповідно локальне зміщення маси та поляризовність тіла, зумовлені градієнтом потенціалу $\mu'_\pi = \mu_\pi - \mu$; μ_π — міра зміни внутрішньої енергії системи, зумовленої локальним зміщенням маси, а μ — хімічний потенціал; $\beta_{T\rho}$ та d_ρ — ізотермо-ізохоричні коефіцієнти залежності ентропії та потенціалу μ'_π від питомої густини наведеної маси; $\hat{\mathbf{I}}$ — одиничний тензор; Δ — оператор Лапласа; ∇ — оператор Гамільтона.

2. Формулювання задачі

Розглянемо вільний від силового навантаження необмежений ізотропний шар ідеального діелектрика, завтовшки $2l$, який у декартовій системі координат (x, y, z) займає область $-l \le x \le l$ простору. На поверхнях $x = \pm l$ тіла задано постійне значення збурення температури θ_*. Вважаємо, що шар у момент $t = 0$ виділено з безмежного середовища так, що у наступні моменти часу він контактує з середовищем, яке за електромагнітними властивостями є вакуумом. Приймаємо, що поверхні тіла сформувалися миттєво, тобто перехідні режими не розглядатимемо, обмежившись розглядом усталеного режиму.

З огляду на характер зовнішньої дії усі шукані функції залежатимуть лише від координати x, тобто

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\boldsymbol{\sigma}}(x), \quad \theta = \theta(x), \quad \rho_m = \rho_m(x),$$

$$\mathbf{E} = \left(E(x), 0, 0\right), \quad \mathbf{E}_\text{v} = \left(E_\text{v}(x), 0, 0\right),$$

$$E(x) = -\frac{d\varphi_e}{dx}, \quad E_\text{v}(x) = -\frac{d\varphi_{e\text{v}}}{dx}, \quad \varphi_e = \varphi_e(x), \quad \varphi_{e\text{v}} = \varphi_{e\text{v}}(x).$$

Тут $\mathbf{E}$ й $\mathbf{E}_\text{v}$ — напруженості, а φ_e й $\varphi_{e\text{v}}$ — потенціали електричного поля у тілі та вакуумі. Зауважимо, що зсувні деформації у тілі відсутні і тензор напружень може мати лише такі ненульові компоненти: $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\left(\sigma_{yy} = \sigma_{zz}\right)$.

За відсутності розподілених джерел тепла та масових сил із системи рівнянь (1)-(5) для знаходження компонент тензора напружень $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$,

збурення температури θ, питомої густини наведеної маси ρ_m, а також потенціалів електричного поля у тілі φ_e та вакуумі $\varphi_{e\mathrm{v}}$ отримаємо:
рівняння в області шару $-l < x < l$

$$\frac{d\sigma_{xx}(x)}{dx} = 0, \quad \frac{d^2}{dx^2}\left[\sigma_{xx}(x) + 2\sigma_{yy}(x)\right] = -\frac{2KG\alpha_\rho \lambda_\rho^2}{K + 4G/3}\,\rho_m(x), \tag{6}$$

$$\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{d^2\rho_m(x)}{dx^2} - \lambda_\rho^2\,\rho_m(x) = 0, \tag{8}$$

$$\frac{d^2\varphi_e(x)}{dx^2} = -\frac{\kappa_E}{\chi_m - \kappa_E\chi_{Em}}\,\rho_m(x); \tag{9}$$

рівняння для потенціалу $\varphi_{e\mathrm{v}}$ електричного поля у вакуумі (області $x < -l,\ x > l$)

$$\frac{d^2\varphi_{e\mathrm{v}}^{(i)}(x)}{dx^2} = 0 \quad \left(i = 1, 2\right); \tag{10}$$

умови на поверхнях $x = \pm l$ шару

$$\sigma_{xx}\left(\pm l\right) = 0, \quad \theta\left(\pm l\right) = \theta_*, \tag{11}$$

$$\breve{d}_\rho \rho_m\left(\pm l\right) - \frac{\alpha_\rho}{3\rho_0}\left[\sigma_{xx}\left(\pm l\right) + 2\sigma_{yy}\left(\pm l\right)\right] = -\mu'_{\pi 0} + \breve{\beta}_{T\rho}\theta_*, \tag{12}$$

$$\varphi_e\left(-l\right) = \varphi_{e\mathrm{v}}^{(1)}\left(-l\right), \quad \varphi_e\left(l\right) = \varphi_{e\mathrm{v}}^{(2)}\left(l\right) \tag{13}$$

та умови обмеженості розв’язку у вакуумі у разі $x \to \pm\infty$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{d\varphi_{e\mathrm{v}}^{(i)}}{dx} = 0. \tag{14}$$

Тут індекс $i = 1$ відповідає області вакууму $x < -l$, $i = 2$ — області $x > l$, а

$$\lambda_\rho^2 = \breve{\lambda}_\mu^2\left(1 - \kappa_E\frac{\chi_{Em}}{\chi_m}\right)^{-1}\left[1 + \frac{4\alpha_\rho^2 KG}{\rho_0\breve{d}_\rho\left(3K + 4G\right)}\right]^{-1}.$$

За додаткові умови для визначення компонент тензора напружень приймемо також, що усереднені по товщині шару напруження σ_{yy}, σ_{zz} і відповідні моменти дорівнюють нулю, тобто

$$\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}\sigma_{\gamma\gamma}(x)dx=0\,,\quad \frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}x\sigma_{\gamma\gamma}(x)dx=0\,,\quad \gamma=\{y,\,z\}\,. \tag{15}$$

У системі рівнянь (6)-(10): (6) — рівняння рівноваги та Бельтрамі-Мітчела, (7) — рівняння теплопровідності, (8) — наслідок рівняння балансу наведеної маси [11, 12], а (9) і (10) — рівняння електростатики для тіла та вакууму. Ці співвідношення сконкретизовані для одномірної задачі, яку розглядаємо тут. Зазначимо також, що співвідношення (11)-(13) є крайовими умовами задачі, в яких (11) відповідає умові відсутності на поверхнях шару нормальних зусиль і заданню на поверхнях тіла сталого значення збурення температури. Співвідношення (12) є записом умови рівності нулю на поверхнях шару потенціалу μ'_π ($\mu'_\pi(\pm l)=0$ — оскільки тіло контактує з вакуумом), а (13) — умови неперервності електричного потенціалу у разі переходу через поверхні шару. Під час запису умов (12) враховано рівняння стану [12]

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}=2G\hat{\boldsymbol{e}}+\left\{\left(K-\frac{2}{3}G\right)e-K\left[\alpha_T\theta+\alpha_\rho\rho_m\right]\right\}\hat{\mathbf{I}}\,, \tag{16}$$

$$\mu'_\pi=\mu'_{\pi0}+d_\rho\rho_m-\beta_{T\rho}\theta-\frac{1}{\rho_0}K\alpha_\rho\,e\,, \tag{17}$$

які пов'язують тензор напружень $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ і потенціал μ'_π з питомою густиною наведеної маси, збуренням температури, тензором деформації $\hat{\boldsymbol{e}}$ та його кульовим складником e ($e=\hat{\boldsymbol{e}}:\hat{\mathbf{I}}$). Тут $\mu'_{\pi0}$ — значення потенціалу μ'_π у вихідному стані, за який приймаємо природний стан необмеженого ізотропного однорідного середовища, в якому

$$\hat{\boldsymbol{e}}=0\,,\quad \hat{\boldsymbol{\sigma}}=0\,,\quad \mathbf{E}=0\,,\quad \mathbf{p}=0\,,\quad \nabla\mu'_\pi=0\,,\quad \boldsymbol{\pi}_m=0\,,\quad \rho_m=0\,;$$

$\mathbf{p}=\mathbf{P}/\rho_0$; $\boldsymbol{\pi}_m=\boldsymbol{\Pi}_m/\rho_0$; $\mathbf{P}$ і $\boldsymbol{\Pi}_m$ — вектори поляризації й локального зміщення маси.

Задачу (6)-(15) розв'язуємо покроково: насамперед знаходимо збурення температури з рівняння Лапласа (7) і питому густину наведеної маси з рівняння Гельмгольца (8). Далі, знаючи густину наведеної маси, на основі рівнянь (6), (9) і (10) обчислюємо напруження та потенціали електричного поля у тілі та вакуумі.

За крайових умов (11), (13) нормальні напруження σ_{xx} у шарі відсутні $(\sigma_{xx}=0)$, напруженість електричного поля у вакуумі також дорівнює нулю $\left(E_{\text{v}}^{(1)}=0,\ E_{\text{v}}^{(2)}=0\right)$, а розподіл температури сталий: $\theta(x)=\theta_*$. Механічні напруження σ_{yy},σ_{zz}, питома густина наведеної маси та напруженість електричного поля у тілі є лінійними функціями збурення температури θ_* і їм властива неоднорідність розподілу по товщині тіла. Для їх визначення маємо співвідношення

$$\sigma_{\gamma\gamma}(x)=\frac{2\rho_0\Lambda\left(\mu'_{\pi0}-\breve{\beta}_{T\rho}\theta_*\right)}{\alpha_\rho\left[1+\frac{4}{3}\Lambda\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\left[\frac{\operatorname{ch}(\xi x/l)}{\operatorname{ch}\xi}-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right],\quad \gamma=\{y,z\},\tag{18}$$

$$\rho_m(x)=-\frac{\mu'_{\pi0}-\breve{\beta}_{T\rho}\theta_*}{\breve{d}_\rho\left[1+\frac{4}{3}\Lambda\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\frac{\operatorname{ch}(\xi x/l)}{\operatorname{ch}\xi},\tag{19}$$

$$E(x)=-\kappa_E\frac{\xi}{l}\frac{\left(\mu'_{\pi0}-\breve{\beta}_{T\rho}\theta_*\right)}{\left[1+\frac{4}{3}\Lambda\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\left(1+\frac{4}{3}\Lambda\right)\frac{\operatorname{sh}(\xi x/l)}{\operatorname{ch}\xi}.\tag{20}$$

Тут

$$\xi=l\lambda_\rho,\qquad \Lambda=\frac{\alpha_\rho^2KG}{\rho_0\breve{d}_\rho\left(K+\frac{4}{3}G\right)}.$$

Бачимо, що задання на поверхнях постійного значення температури має наслідком збурення напруженості електричного поля та виникнення неоднорідних по товщині тіла температурних напружень

$$\sigma_{\gamma\gamma}^{\theta}(x;\theta_*)=-\frac{2\theta_*\Lambda\left(\rho_0\beta_{T\rho}+K\alpha_T\alpha_\rho\right)}{\alpha_\rho\left[1+\frac{4}{3}\Lambda\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\left[\frac{\operatorname{ch}(\xi x/l)}{\operatorname{ch}\xi}-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right],\quad \gamma=\{y,z\},$$

які зумовлені врахуванням зв'язку локального зміщення маси з процесами теплопровідності та деформування. Температурні напруження будуть відсутні, щойно ми приймемо, що температурний коефіцієнт об'ємного розширення α_T та коефіцієнт $\beta_{T\rho}$, який описує залежність ентропії від питомої густини наведеної маси, рівні нулеві.

На основі співвідношення (18) для поверхневих напружень отримаємо формулу

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\pm l)=\frac{2\rho_0\Lambda\left(\mu'_{\pi0}-\breve{\beta}_{T\rho}\theta_*\right)}{\alpha_\rho\left[1+\frac{4}{3}\Lambda\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\left(1-\frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right),\quad \gamma=\{y,z\},$$

яка описує розмірний ефект поверхневих напружень і дозволяє оцінити вплив на них постійного поля температури. Бачимо, що для діелектричних матеріалів, у яких $\mu'_{\pi 0} > 0$, а $\breve{\beta}_{T\rho} < 0$, додатне збурення температури $(\theta_* > 0)$ буде мати наслідком збільшення (за абсолютною величиною) поверхневих напружень, а від'ємне збурення температури $(\theta_* < 0)$ призведе до їх зменшення. У товстих тілах (під якими ми розуміємо шари, товщини яких значно перевищують області приповерхневої неоднорідності полів) поверхневі напруження дорівнюють

$$\sigma^*_{\gamma\gamma}\left(\pm l\right) = 2\rho_0 \varLambda \frac{\mu'_{\pi 0} - \breve{\beta}_{T\rho}\theta_*}{\alpha_\rho \left(1 + \frac{4}{3}\varLambda\right)},$$

зі зменшенням товщини шару вони зростатимуть, пропорційно до $\left(1 - \frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\times$ $\times\left(1 - \frac{4\varLambda \operatorname{th}\xi}{\left(3 + 4\varLambda\right)\xi}\right)^{-1}$, прямуючи до величини

$$\sigma_* = \rho_0 \varLambda \xi^2 \frac{\mu'_{\pi 0} - \breve{\beta}_{T\rho}\theta_*}{\alpha_\rho \left(1 + \frac{2}{3}\varLambda\xi^2\right)}.$$

Для визначення вектора поляризації використаємо рівняння стану, яке в межах локально градієнтної теорії діелектриків має вигляд [12]

$$\mathbf{p} = \chi_E \mathbf{E} - \chi_{Em} \nabla \mu'_\pi. \tag{21}$$

Враховуючи формули (16) і (17), із (21) отримаємо співвідношення, яке визначає поляризацію через напруженість електричного поля, а також градієнти питомої густини наведеної маси, збурення температури та кульового складника тензора напружень

$$\mathbf{p} = \chi_E \mathbf{E} - \chi_{Em} \breve{d}_\rho \nabla \rho_m + \chi_{Em} \breve{\beta}_{T\rho} \nabla \theta + \chi_{Em} \frac{\alpha_\rho}{3\rho_0} \nabla \sigma.$$

Звідси, знаючи функції $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$, θ, ρ_m та E, знаходимо компоненту $p(x)$ вектора поляризації $\mathbf{p} = \left(p(x), 0, 0\right)$. У підсумку одержимо

$$p(x) = \chi_{Em} \frac{\xi\varepsilon_0}{l\varepsilon} \frac{\mu'_{\pi 0} - \breve{\beta}_{T\rho}\theta_*}{1 + \frac{4}{3}\varLambda\left(1 - \frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)} \left(1 + \frac{4}{3}\varLambda\right) \frac{\operatorname{sh}\left(\xi x/l\right)}{\operatorname{ch}\xi}. \tag{22}$$

Легко пересвідчитись, що за такого розподілу напруженості електричного поля та поляризації (див. формули (20) і (22)) вектор індукції $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \rho_0 \mathbf{p}$, а також усереднені по товщині шару поляризація $\langle p \rangle$ та напруженість електричного поля $\langle E \rangle$ дорівнюють нулю, тобто

$$\mathbf{D} = 0\,, \quad \langle p \rangle = \frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} p(x)dx = 0\,,$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} E(x)dx = 0\,.$$

Бачимо, що стале температурне поле призводить до додаткової поляризації тіла, пропорційної збуренню температури,

$$p^{\theta}\left(x;\theta_*\right) = -\chi_{Em}\frac{\varepsilon_0\xi\theta_*}{\varepsilon\rho_0 l}\frac{\left(\rho_0\beta_{T\rho} + K\alpha_T\alpha_\rho\right)}{\left[1 + \frac{4}{3}\Lambda\left(1 - \frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)\right]}\left(1 + \frac{4}{3}\Lambda\right)\frac{\operatorname{sh}\left(\xi x/l\right)}{\operatorname{ch}\xi}\,,$$

тобто співвідношення (22) описує піроелектричний ефект [17], який у цьому випадку зумовлений зв'язком локального зміщення маси з процесами поляризації, теплопровідності та деформування.

Наслідком поляризації тіла є виникнення на його поверхнях зв'язаного електричного заряду, густини $\sigma_{se}\left(\pm l\right) = \rho_0 p\left(\pm l\right)$, для визначення якого маємо співвідношення

$$\sigma_{se}\left(\pm l\right) = \pm\varepsilon_0\kappa_E\lambda_\rho\left(\mu'_{\pi 0} - \breve{\beta}_{T\rho}\theta_*\right)\frac{\left(1 + \frac{4}{3}\Lambda\right)\operatorname{th}\xi}{1 + \frac{4}{3}\Lambda\left(1 - \frac{\operatorname{th}\xi}{\xi}\right)}\,.$$

Отримана формула дозволяє оцінити вплив постійного температурного поля та товщини шару на величину цього заряду.

Висновки. Співвідношення локально градієнтної лінійної теорії ізотропних діелектриків, що враховує поряд з електромагнітними, деформаційними та тепловими процесами також локальне зміщення маси, використані для вивчення впливу температури на напружено-деформований стан, поляризацію тіла та густину зв'язаного електричного заряду. Показано, що в рамках лінійної теорії такий вплив зумовлений взаємозв'язком процесів із локальним зміщенням маси. Показано також, що локально градієнтна теорія діелектриків у лінійному наближенні описує піроелектричний ефект, тобто поляризацію тіла, спричинену постійним температурним полем.

Література

[1] *Yang, J. S.* An introduction to the theory of piezoelectricity / *J. S. Yang*. — New York: Springer, 2005. — 313 p.
[2] *Mindlin, R. D.* Elasticity, piezoelectricity and crystal lattice dynamics / *R. D. Mindlin* // J. Elast. — 1972. — Vol. 2, No 4. — P. 217-282.
[3] *Новацкий, В.* Электромагнитные эффекты в твердых телах / *В. Новацкий*. — Москва: Мир, 1984. — 159 с.
[4] *Можен, Ж.* Механика электромагнитных сплошных сред / *Ж. Можен*. — Москва: Мир, 1991. — 560 с.
[5] *Коган, Ш. М.* Пьезоэлектрический эффект при неоднородной деформации и акустическое рассеяние носителей тока в кристаллах / *Ш. М. Коган* // Физика твердого тела. — 1963. — Т. 5, № 10. — С. 2829-2831.
[6] *Eringen, A. C.* Theory of nonlocal piezoelectricity / *A. C. Eringen* // J. Math. Phys. — 1984. — Vol. 25, No 3. — P. 717-727.
[7] *Kafadar, C. B.* Theory of multipoles in classical electromagnetism / *C. B. Kafadar* // Int. J. Engng. Sci. — 1971. — Vol. 9. — P. 831-853.
[8] *Mindlin, R. D.* Polarization gradient in elastic dielectrics / *R. D. Mindlin* // Int. J. Solids and Struct. — 1968. — Vol. 4. — P. 637-642.
[9] *Tagancev, A. K.* Piezoelectricity and flexoelectricity in crystalline dielectrics / *A. K. Tagancev* // Phys. Rev. B. — 1986. — Vol. 34. — P. 5883-5889.
[10] *Yang, Z.* Effect of electric field gradient on the propagation of short piezoelectric interface waves / *Z. Yang, J. Yang* // Int. J. Appl. Electromagn. Mech. — 2009. — Vol. 29, No 2. — P. 101-108.
[11] *Бурак, Я. Й.* Приповерхневі механоелектромагнетні явища у термопружних поляризовних тілах за локального зміщення маси / *Я. Й. Бурак, В. Ф. Кондрат, О. Р. Грицина* // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2007. — № 4. — С. 5-17.
[12] *Кондрат, В.* Рівняння електромагнітотермомеханіки поляризовних неферомагнітних тіл за врахування локального зміщення маси / *В. Кондрат, О. Грицина* // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2008. — Вип. 8. — С. 69-83.
[13] *Burak, Ya.* An introduction of the local displacements of mass and electric charge phenomena into the model of the mechanics of polarized electromagnetic solids / *Ya. Burak, V. Kondrat, O. Hrytsyna* // J. Mech. Mat. and Struct. — 2008. — Vol. 3, No 6. — P. 1037-1046.
[14] *Кондрат, В. Ф.* Механоелектромагнітна взаємодія в ізотропних діелектриках з урахуванням локального зміщення маси / *В. Ф. Кондрат, О. Р. Грицина* // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2009. — Т. 52, № 1. — С. 150-158.
[15] On electromechanical phenomena in thin dielectric films / *Ye. Chapla, S. Kondrat, O. Hrytsyna, V. Kondrat* // Task Quarterly. — 2009. — Vol. 13, No 1. — P. 1001-1010.
[16] *Бурак, Я. Й.* До постановки стаціонарних задач локально градієнтної теорії діелектриків у напруженнях / *Я. Й. Бурак, О. Р. Грицина* // Вісник Дніпропетровського університету. Сер. механіка. — 2011. (У друці).
[17] *Сивухин, Л. В.* Общий курс физики; в 5 т. Т. 3. Электричество / *Л. В. Сивухин.* — Москва: Наука, 1979. — 703 с.

The temperature effect on the surface stresses and polarization of the dielectric layer

Olha Hrytsyna

The relationships of local gradient linear theory of dielectrics are used to study both the stress and polarization distributions in a thermoelastic layer of an ideal dielectric, free of external loading. The temperature on the surfaces of thermoelastic layer is constant. The temperature effect on the *interface inhomogeneity of the stress-strain state, the electric potential, and the polarization vector is analyzed. It is shown that the relations of local gradient linear theory of dielectrics describe a pyroelectric effect, which is cased in this case by the intercoupling of polarization processes and the local mass displacement.*

Влияние температуры на поверхностные напряжения и поляризацию диэлектрического слоя

Ольга Грицина

Соотношения локально градиентной линейной теории электромагнитотермомеханики диэлектриков использованы для изучения закономерностей распределения напряжений и поляризации в свободном от внешнего силового нагружения термоупругом слое идеального диэлектрика, на поверхностях которого поддерживается постоянное значение температуры. Проанализировано влияние температуры на приповерхностную неоднородность напряженно-деформированного состояния, электрического потенциала и поляризации. Показано, что соотношения упомянутой теории описывают пироэлектрический эффект, который в данном случае обусловлен взаимосвязью процессов поляризации и локального смещения массы.

Представлено професором В. Чекуріним

Отримано 11.09.11