

Матричний метод для прямої й оберненої задачі сейсмології: результати моделювання та перспективи використання

Дмитро Малицький

Д. ф.-м. н., Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, e-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua

У роботі з використанням матричного методу подано розв'язок прямої задачі для поля переміщень на вільній поверхні шаруватого ізотропного середовища. Результати прямої задачі використано для визначення тензора сейсмічного моменту. Введено часову функцію вогнища землетрусу.

Ключові слова: сейсмічне поле, тензор сейсмічного моменту, вогнище землетрусу, ізотропне середовище.

Вступ. У роботі подані основні результати моделювання хвильового поля у шаруватому півпросторі за допомогою матричного методу Томсона-Хаскела та можливості розв'язування оберненої задачі щодо вогнища землетрусу. Одержані напрацювання як в теоретичному, так і в прикладному аспектах знайшли своє застосування для побудови механізмів вогнищ землетрусів і мають перспективи для інших сейсмологічних задач.

Зрозуміло, що обернені задачі є некоректними та для їх розв'язування необхідні додаткові умови, які накладаються на фізичні параметри. Але і за таких умов немає певності, що знайдено правильний розв'язок. Це означає, що може існувати достатньо багато різних систем шуканих параметрів, які задовольняють розв'язок прямої задачі. По суті, для більшості випадків сейсмологічна задача знаходження характеристик джерела сейсмічних хвиль чи досліджуваного середовища зводиться до методу підбору [1], коли шукані параметри змінюються у відомих межах, які визначено фізичними властивостями. Окрім методу підбору, відомі чисельні методи скінчених різниць і скінчених елементів, а також матричний метод, які також широко використовують для обернених задач. У роботі проаналізовано достатньо багато методів розв'язування як прямих, так і обернених задач, розроблено декілька модифікацій матричного методу Томсона-Хаскела, показано його переваги та недоліки, а також перспективи використання для багатьох задач сейсмології [2-6].

1. Пряма задача

Розглядається поширення сейсмічних хвиль у вертикально неоднорідному середовищі, яке моделюється системою однорідних ізотропних n шарів на $(n + 1)$ півпросторі. Вважаємо, що границі між шарами паралельні. На кожній границі виконуються умови ідеального контакту. Метою дослідження є побудова хвильового поля на вільній поверхні шаруватого середовища за умови, що на глибині H_s в однорідному шарі діє точкове джерело, представлене тензором сейсмічного моменту. Матричний метод застосовують саме у випадку поширення сейсмічних хвиль у горизонтально-шаруватому півпросторі, коли неоднорідне середовище моделюється системою однорідних ізотропних шарів із паралельними границями. Кожний шар характеризується товщиною, густиною та швидкостями поширення поздовжніх і поперечних хвиль. Вогнище землетрусу розміщено на довільній уявній границі та може бути у вигляді залежної від часу довільно спрямованої сили або дев'яти пар сил (тензор сейсмічного моменту). У сучасній сейсмології таке джерело знайшло своє застосування, а його опис сейсмічним тензором є найефективнішим, так як дислокаційну модель вогнища задано площиною розриву, яка орієнтована в просторі трьома кутами (рис. 1) і сейсмічним моментом M_0 , який визначає енергію землетрусу. Таке джерело сейсмічних хвиль є точковим у просторі, але може бути розподіленим у часі. У статті достатньо багато уваги приділено саме такій моделі джерела [6]. Ще один важливий аспект полягає у тому, що для розв'язування оберненої задачі використано аналітичні співвідношення прямої задачі, тобто інверсію для сейсмічного тензора здійснено шляхом використання розв'язків для поля переміщень. Постановка прямої задачі полягає у визначенні хвильового поля на вільній поверхні шаруватого півпростору, коли вогнище землетрусу представлено як точкове джерело у просторі, але розподіленим у часі. У такому випадку кожна компонента тензора сейсмічного моменту є функцією часу, тобто є згортокою сейсмічного тензора і, так званої, часової функції вогнища $STF(t)$. Тут слід зазначити, що на теперішній момент немає єдиного підходу до визначення $STF(t)$. Це пов'язано знову ж таки з некоректністю обернених задач, а також, на нашу думку, з відомою методикою визначення сейсмічного

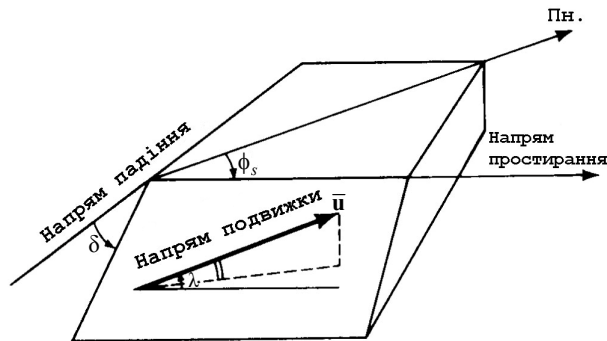


Рис. 1. Дислокаційна модель вогнища землетрусу

тензора. Цей підхід забезпечується наявністю достатньо великої кількості сейсмічних станцій, які повинні бути розміщені навколо епіцентру землетрусу. Тоді за знаками вступів прямих P хвиль і за кутами їх виходу на фокальній площині будуються дві нодальні площини, одна із яких є площиною розриву [7]. Такий відомий метод дозволяє визначати орієнтацію площини розриву та скалярний сейсмічний момент M_0 за сейсмічними записами і знаходити за відомими формулами компоненти сейсмічного тензора. Зрозуміло, що фізичні процеси у вогнищі не відбуваються миттєво. Наприклад, час, упродовж якого відбувається сейсмічна подія, може тривати від часток секунди для малих землетрусів до десятків хвилин для великих землетрусів. У такому випадку введення часової функції вогнища $STF(t)$ є важливим кроком переходу від точкового до розподіленого джерела.

У цій статті наведено основні результати математичного моделювання поширення сейсмічних хвиль у шаруватому півпросторі для джерела у вигляді сейсмічного тензора, які отримані для різних модифікацій матричного методу. Поле переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору отримано у вигляді [5]

$$\begin{aligned}
 u_z^{(0)}(r, \phi_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1z} e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \times \\
 &\times \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2z} e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3z} e^{k\eta} d\eta, \\
 u_r^{(0)}(r, \phi_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1r} e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \times \\
 &\times \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2r} e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3r} e^{k\eta} d\eta, \\
 u_\phi^{(0)}(r, \phi_a, t) &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_5(k, \eta, \phi_a) g_{5\phi} e^{k\eta} d\eta + \\
 &+ \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_6(k, \eta, \phi_a) g_{6\phi} e^{k\eta} d\eta. \tag{1}
 \end{aligned}$$

Параметри $g_{1z}, g_{2z}, \dots, g_{6\phi}$, які входять у співвідношення (1), визначено через елементи характеристичної матриці всього середовища \mathbf{D} (P - SV випадок) і \mathbf{D}^* (SH -випадок) і характеристичної матриці всього середовища над джерелами $\mathbf{D}_{s,1}^{-1}$ і $\mathbf{D}_{s,1}^{*-1}$ [5]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \mathbf{A}_{n+1}^{-1} \mathbf{A}_n \mathbf{L}_n \mathbf{A}_n^{-1} \mathbf{A}_{n-1} \mathbf{L}_{n-1} \dots \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{A}_1 \mathbf{L}_1 \mathbf{A}_1^{-1}, \\
 \mathbf{D}^* &= \mathbf{A}_{n+1}^{*-1} \mathbf{A}_n^* \mathbf{L}_n^* \mathbf{A}_n^{*-1} \mathbf{A}_{n-1}^* \mathbf{L}_{n-1}^* \dots \mathbf{A}_2^{*-1} \mathbf{A}_1^* \mathbf{L}_1^* \mathbf{A}_1^{*-1}, \\
 \mathbf{D}_{s,1}^{-1} &= (d_{ij}^{-1}) = \mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{L}_s^{-1} \mathbf{A}_s \mathbf{A}_{s-1}^{-1} \mathbf{L}_{s-1}^{-1} \mathbf{A}_{s-1} \dots \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{L}_1^{-1} \mathbf{A}_1,
 \end{aligned}$$

$$\tilde{\mathbf{F}}^{(j)} = \mathbf{D}_{s,1}^{-1} \cdot \mathbf{F}^{(j)} = \left(\tilde{F}_1^{(j)}, \tilde{F}_2^{(j)}, \tilde{F}_3^{(j)}, \tilde{F}_4^{(j)} \right)^T.$$

У співвідношеннях для поля переміщень (1) введено такі величини [7]

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{xz} \cos \phi_a + M_{yz} \sin \phi_a, & M_2 &= M_{zz}, \\ M_3 &= M_{xx} \cos^2 \phi_a + M_{yy} \sin^2 \phi_a + M_{xy} \sin(2\phi_a), \\ M_4 &= -M_{xx} \cos(2\phi_a) + M_{yy} \cos(2\phi_a) - 2M_{xy} \sin(2\phi_a), \\ M_5 &= M_{yz} \cos \phi_a - M_{xz} \sin \phi_a, \\ M_6 &= \sin(2\phi_a) M_{xx} - \sin(2\phi_a) M_{yy} - 2 \cos(2\phi_a) M_{xy}, \\ H_s &= h_1 + h_2 + \dots + h_s, & \alpha &= \sqrt{1 + \eta^2 / V_p^2}, & \beta &= \sqrt{1 + \eta^2 / V_s^2}, \end{aligned}$$

де V_{pj} , V_{sj} — швидкості поширення поздовжньої та поперечної хвиль, які визначено для всіх шарів, окрім i -ого, у вигляді

$$V_{pj} = \sqrt{(\lambda_j + 2\mu_j) / \rho_j}, \quad V_{sj} = \sqrt{\mu_j / \rho_j}.$$

Для тестування коректності розв'язку прямої задачі (1) використано результати проекту Source Inversion Validation (SIV), коли для відомого середовища моделювалися синтетичні сейсмограми різними методами (рис. 2). Внизу наведено результат, отриманий за даною методикою. На рис. 1 синтетичні сейсмограми отримані за допомогою восьми методів для моделі середовища: дев'ять шарів на півпросторі, коли джерело сейсмічних хвиль розміщено на глибині 10 км, а часова функція вогнища є прямокутний імпульс протяжністю 0,2 с. Порівняльний аналіз синтетичних сейсмограм показує, що запропоновану модифікацію матричного методу для визначення поля переміщень на вільній поверхні шаруватого півпростору можна використати для моделювання хвильових полів.

2. Обернена задача

Під час розв'язування прямої задачі було введено ті параметри джерела, які потрібно визначати в оберненій задачі. Знову ж таки відзначимо, що вогнище землетрусу задано точковим джерелом, яке описано сейсмічним тензором M_{ij} , а також введено функцію $STF(t)$. Задача полягає у визначенні компонентів тензора сейсмічного моменту, як функції часу. Важливим також є використання розподіленого джерела, тобто залежність зсуву вздовж розриву і, відповідно, компонент тензора сейсмічного моменту від просторових координат. Тоді поверхню розриву слід розглядати як суму, наприклад, прямокутників із різними векторами зсуву, тобто кожний такий прямокутник розглядається як окреме точкове джерело, що описується своїм тензором сейсмічного моменту. Тоді побудова хвильового поля для розподіленого джерела зводиться до визначення сумарного переміщення, яке складається з хвильових полів для точкових джерел. Розв'язування таких задач планується в подальших дослідженнях.

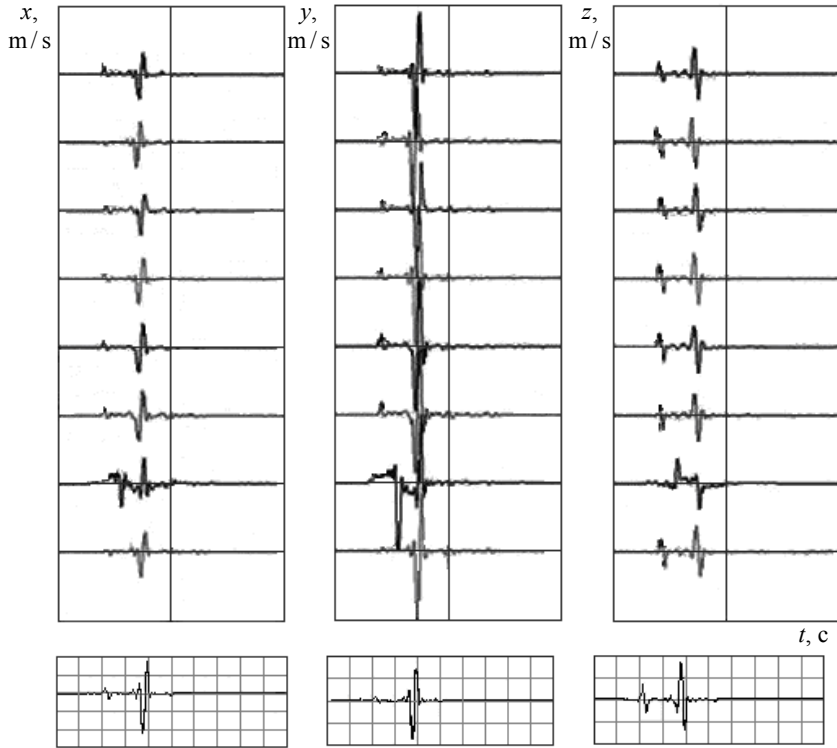


Рис. 2. Компоненти швидкості переміщень на вільній поверхні середовища, обчислені різними методами згідно проекту SIV та запропонованою модифікацією матричного методу

У роботі [6] розроблено метод виділення прямих P й S -хвиль із повного хвильового поля. У цій статті наведемо основні теоретичні результати, а також застосування методики на модельних прикладах. Із використанням задачі на власні значення та власні вектори із співвідношень (1) можна отримати ту частину хвильового поля, яка відповідає за поширення тільки прямих P й S -хвиль, а саме [6]

$$u_z^{(0)} = u_z^{(0)p} + u_z^{(0)s} .$$

Тут

$$u_z^{(0)p} = \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1z}^p e^{k\eta} d\eta + \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \times$$

$$\times \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2z}^p e^{k\eta} d\eta + \int_0^{\infty} \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3z}^p e^{k\eta} d\eta ,$$

$$\begin{aligned}
 u_z^{(0)s} = & \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1z}^s e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \times \\
 & \times \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2z}^p e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3z}^p e^{k\eta} d\eta, \quad (2)
 \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
 g_{1z}^p &= \frac{1}{2\pi\mu_s} a_1, & g_{1z}^s &= \frac{1}{2\pi\mu_s} \frac{g_s}{2\beta_s} a_2, & g_{2z}^p &= -\frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_s}{2\mu_s} a_1, \\
 g_{2z}^s &= -\frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_s}{2\mu_s} a_2, & g_{3z}^p &= \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_s}{2\mu_s \alpha_s} a_1, & g_{3z}^s &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\mu_s} a_2, \\
 a_1 &= \frac{1}{g_1 - 2} \cdots \frac{1}{g_s - 2} \left[\left(x_1^2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} x_1^2 \right) \cdots \left(x_1^2 + \frac{\alpha_s}{\alpha_{s-1}} x_2^s \right) e^{-kh\alpha_1 \dots kh\alpha_s} \alpha_1 \right], \\
 a_2 &= \frac{1}{g_1 - 2} \cdots \frac{1}{g_s - 2} \left[\left(x_1^2 + \frac{\beta_2}{\beta_1} x_1^2 \right) \cdots \left(x_1^2 + \frac{\beta_s}{\beta_{s-1}} x_2^s \right) e^{-kh\beta_1 \dots kh\beta_s} (-1) \right]. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Аналогічно, для компоненти r :

$$u_r^{(0)} = u_r^{(0)p} + u_r^{(0)s}.$$

Тут

$$\begin{aligned}
 u_r^{(0)p}(r, \phi_a, t) = & \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1r}^p e^{k\eta} d\eta + \\
 & + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2r}^p e^{k\eta} d\eta + \\
 & + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3r}^p e^{k\eta} d\eta, \\
 u_r^{(0)s}(r, \phi_a, t) = & \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_1(k, \eta, \phi_a) g_{1r}^s e^{k\eta} d\eta + \\
 & + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_2(k, \eta, \phi_a) g_{2r}^s e^{k\eta} d\eta + \\
 & + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_3(k, \eta, \phi_a) g_{3r}^s e^{k\eta} d\eta, \quad (4)
 \end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned} g_{1r}^p &= \frac{1}{2\pi\mu_s} b_1, & g_{1r}^s &= \frac{1}{2\pi\mu_s} \frac{g_s}{2\beta_s} b_2, & g_{2z}^p &= \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha_s}{2\mu_s} b_1, \\ g_{2r}^s &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\mu_s} b_2, & g_{3r}^p &= -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\mu_s \alpha_s} b_1, & g_{3r}^s &= -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\mu_s} b_2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{g_1 - 2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{g_s - 2} \left[\left(x_1^2 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} x_2^2 \right) \cdot \dots \cdot \left(x_1^2 + \frac{\alpha_s}{\alpha_{s-1}} x_2^s \right) e^{-kh\alpha_1 \dots kh\alpha_s} \right], \\ b_2 &= \frac{1}{g_1 - 2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{g_s - 2} \left[\left(x_1^2 + \frac{\beta_2}{\beta_1} x_2^2 \right) \cdot \dots \cdot \left(x_1^2 + \frac{\beta_s}{\beta_{s-1}} x_2^s \right) e^{-kh\beta_1 \dots kh\beta_s} (-\beta_1) \right], \\ u_\phi^{(0)} &= u_\phi^{(0)s} = \left[-\sin\phi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \tilde{l}_1 \frac{1}{2} \frac{1}{2\pi\mu_s} M_{xz} e^{k\eta} d\eta - \right. \\ &\quad \left. -\cos\phi \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \tilde{l}_1 \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{2\pi\mu_s} M_{yz} e^{k\eta} d\eta + \sin 2\phi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \times \right. \\ &\quad \times \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \tilde{l}_1 \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu_s \beta_s} M_{xx} e^{k\eta} d\eta - \sin 2\phi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \tilde{l}_1 \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu_s \beta_s} M_{yy} e^{k\eta} d\eta + \\ &\quad \left. + \cos\phi \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} \tilde{l}_1 \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\mu_s \beta_s} M_{xy} e^{k\eta} d\eta \right] = \\ &= \int_0^\infty \frac{k^2 J_0(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_5 g_{5\phi}^s e^{k\eta} d\eta + \int_0^\infty \frac{k^2 J_1(kr)}{2\pi j} dk \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} M_6 g_{6\phi}^s e^{k\eta} d\eta, \end{aligned} \quad (6)$$

$$g_{5\phi}^s = \frac{1}{2\pi\mu_s} l_1, \quad g_{6\phi}^s = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{\mu_s \beta_s} l_1, \quad (7)$$

$$l_1 = \frac{1}{2^s} \left[\left(1 + \frac{\mu_2 \beta_2}{\mu_1 \beta_1} \right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{\mu_s \beta_s}{\mu_{s-1} \beta_{s-1}} \right) \right] e^{-kh\beta_1 \dots - kh\beta_s}.$$

Зведемо співвідношення (2)-(7) до матричного вигляду в декартовій системі координат

$$U_s^{(0)} = \left(U_s^{(0)p}, U_s^{(0)s}, U_y^{(0)p}, U_y^{(0)s}, U_z^{(0)p}, U_z^{(0)s} \right)^T = \mathbf{K} \cdot \mathbf{M}. \quad (8)$$

Матричне рівняння (8) подано через систему шести алгебраїчних рівнянь із шістьма невідомими, що є компонентами тензора сейсмічного моменту M_{ij} ($ij = xz, yz, zz, xx, yy, xy$). Із рівняння (8) знаходимо компоненти тензора сейсмічного моменту

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{U}_s^{(0)}, \quad (9)$$

де матриця \mathbf{K} визначається параметрами шаруватої моделі середовища

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{11}^P & K_{12}^P & K_{13}^P & K_{14}^P & K_{15}^P & K_{16}^P \\ K_{21}^S & K_{22}^S & K_{23}^S & K_{24}^S & K_{25}^S & K_{26}^S \\ K_{31}^P & K_{32}^P & K_{33}^P & K_{34}^P & K_{35}^P & K_{36}^P \\ K_{41}^S & K_{42}^S & K_{43}^S & K_{44}^S & K_{45}^S & K_{46}^S \\ K_{51}^P & K_{52}^P & K_{53}^P & K_{54}^P & K_{55}^P & K_{56}^P \\ K_{61}^S & K_{62}^S & K_{63}^S & K_{64}^S & K_{65}^S & K_{66}^S \end{pmatrix}. \quad (10)$$

На практиці, не маємо точної швидкісної моделі. Тому слід використовувати більшу кількість станцій для інтерпретації тензора \mathbf{M} . Нехай для визначеної події маємо N станцій, на яких записано сейсмограми для даного землетрусу з використанням формул (8)-(10). Тоді для кожної станції запишемо рівняння (8), а саме:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S1}^{(0)} \\ \mathbf{K}_2 \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{S2}^{(0)} \\ &\dots \\ \mathbf{K}_N \mathbf{M} &= \mathbf{U}_{SN}^{(0)} \end{aligned} \quad (11)$$

Система матричних рівнянь (11) стосовно шести компонент тензора \mathbf{M} перевизначена і має такий вигляд

$$\mathbf{G} \mathbf{M} = \mathbf{U}_S^{(0)}. \quad (12)$$

Тут матриця $\mathbf{G} = (\mathbf{K}_1 \dots \mathbf{K}_N)^T$ має розмірність $6 \times 6N$, бо кожна з матриць \mathbf{K}_i ($i = \overline{1, N}$) має розмірність 6×6 .

Вектор $\mathbf{U}_S^{(0)}$ має розмірність $1 \times 6N$, бо кожний вектор $\mathbf{U}_{Si}^{(0)}$ ($i = \overline{1, N}$) має розмірність 1×6 .

Зведемо перевизначену систему лінійних рівнянь (12) до такого вигляду, помноживши зліва і справа на матрицю $\tilde{\mathbf{G}}^*$, яка відносно матриці \mathbf{G} є комплексно-спряженою і транспонованою

$$\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G} \mathbf{M} = \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)} \quad (13)$$

або

$$\mathbf{M} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{G})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \mathbf{U}_S^{(0)}, \quad (14)$$

де $\tilde{\mathbf{G}}^*$ — комплексно-спряжена матриця до \mathbf{G} .

Розв'язок (14), який отримано з формули (13), для тензора \mathbf{M} будемо називати розв'язком узагальненої оберненої задачі в сенсі середньоквадратичного, за якого мінімізується норма

$$\left| \mathbf{U}_S^{(0)} - \mathbf{GM} \right|.$$

Найкращий розв'язок буде отримано за умови, що записи на станціях будуть без шумів і для швидкісних моделей, наближених до реальних під кожною станцією, що зареєструвала подію. Зазначимо, що отриманий метод для визначення сейсмічного тензора \mathbf{M} є ефективним для слабких місцевих землетрусів.

На завершення цього розділу наведемо результати визначення сейсмічного тензора для такої модельної задачі: задамо середовище у вигляді двох шарів

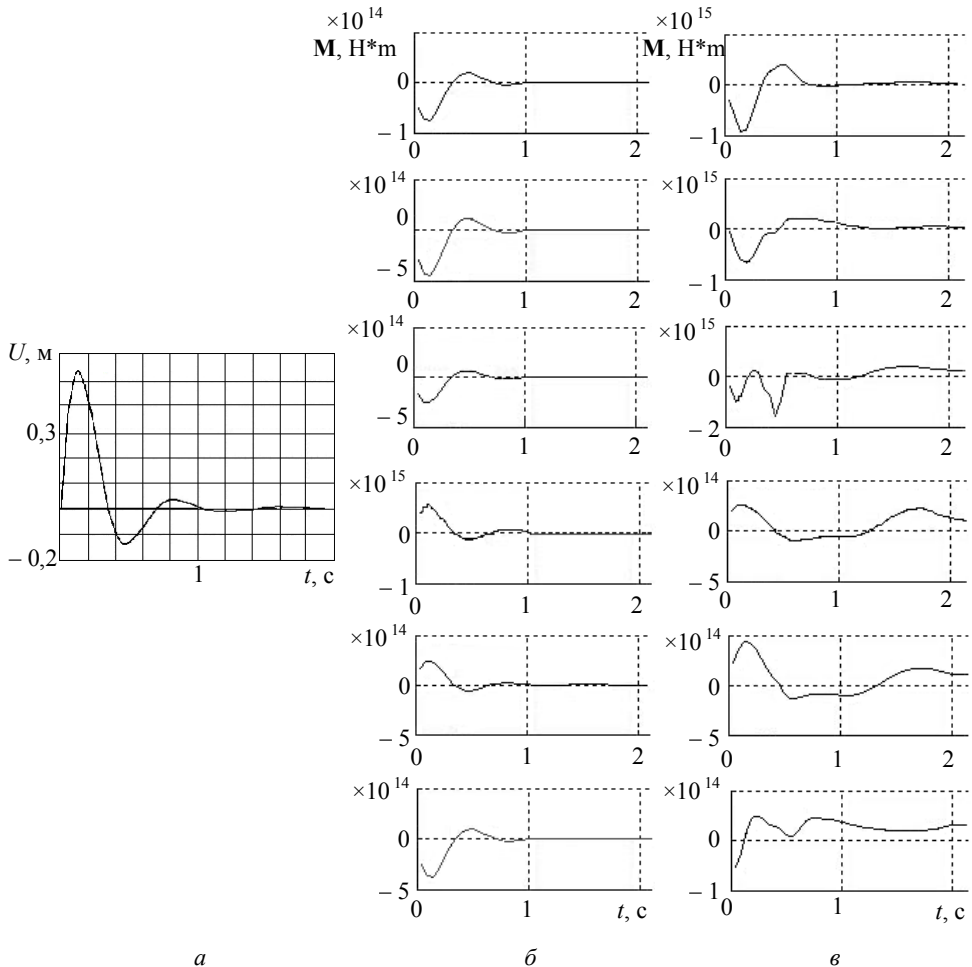


Рис. 3. а) часова функція вогнища *STF*, б) компоненти тензора сейсмічного моменту як функції часу (пряма задача), в) результати оберненої задачі

на півпросторі, а джерело розміщене на глибині $h_s = 5000$ м (параметри другого та третього шарів рівні між собою). Тензор сейсмічного моменту задано у вигляді

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 5,0 & -1,40 & -7,00 \\ -1,4 & 4,52 & -8,30 \\ -7,0 & -8,30 & -9,52 \end{pmatrix} \cdot 10^{14}.$$

Часову функцію у вогнищі $STF(t)$ задано у вигляді затухаючої синусоїди (рис. 3а). Компоненти сейсмічного тензора як функції часу подано на рис. 3б.

Розв'язок оберненої задачі (14) за розробленою методикою (рис. 3в) отримано для значень вектора $\mathbf{U}_s^{(0)}$, які беруться із сейсмічних записів $u_z^{(0)}(r, z, \phi, t)$, $u_r^{(0)}(r, z, \phi, t)$, $u_\phi^{(0)}(r, z, \phi, t)$ шляхом виділення на кожній компоненті прямих P й S -хвиль.

Висновки. У поданій роботі проведено аналіз отриманого узагальненого розв'язку оберненої задачі, а також показано шлях визначення часової функції вогнища STF . Про важливість визначення даного параметра та його використання у сучасній сейсмології ведуться дискусії серед сейсмологів як вітчизняних, так і зарубіжних. Вище наведено проект Source Inversion Validation (SIV), у якому беруть участь багато відомих вчених. А це наводить на думку, що обернена задача сейсмології щодо визначення параметрів вогнища землетрусу актуальна, потребує розроблення нових методів і перспективна для подальших досліджень. У наступних роботах будуть розглянуті можливості введення анізотропного середовища для моделювання поширення сейсмічних хвиль із метою виявлення впливу анізотропії на хвильове поле. Така задача потребує свого розв'язання, так як відомо, що реальне середовище анізотропне та його вплив на розв'язок оберненої задачі потрібно досліджувати.

Література

- [1] Математическое моделирование в сейсмразведке / Т. З. Вербицкий, Р. С. Починайко, Ю. П. Стародуб, О. С. Федоришин. — Киев: Наук. думка, 1985. — С. 275.
- [2] Малицький Д. В. Основні принципи розв'язання динамічної задачі сейсмології на основі рекурентного підходу // Геофіз. журн. — 1998. — № 5. — С. 96-98.
- [3] Малицький Д. В. Рекуррентный метод решения обратной динамической задачи сейсмразведки в вертикально-неоднородной среде // Геофиз. журнал. — 1994. — Т. 16, № 3. — С. 61-66.
- [4] Малицький Д. В. Про джерело сейсмічних хвиль // Геофіз. журнал. — 2005. — Т. 27, № 2. — С. 304-308.
- [5] Малицький Д. В., Муїла О. О. Про застосування матричного методу і його модифікацій для дослідження поширення сейсмічних хвиль у шаруватому середовищі // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. — Київ: 2007. — С. 124-136.
- [6] Малицький Д. В. Аналітично-числові підходи до обчислення часової залежності компонент тензора сейсмічного моменту // Геоінформатика. — 2010. — № 1. — С. 79-85.
- [7] Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Теория и методы: в 2 т. — Москва: Мир, 1983. — Т. 1. — 520 с. — Т. 2. — 880 с.

Matrices method in direct and inverse problems of seismology: the results of modelling and perspectives for application

Dmytro Malytskyy

The solution of the direct problem for the displacement field on the free surface of layered isotropic medium using the matrix method is presented. The results of the direct problem are used to determine the seismic moment tensor. The source time function of earthquake is considered.

Матричный метод для прямой и обратной задачи сейсмологии: результаты моделирования и перспективы применения

Дмитрий Малицкий

В работе представлено решение прямой задачи для поля перемещений на свободной поверхности слоистой изотропной среды с применением матричного метода. Результаты прямой задачи использованы для определения тензора сейсмического момента. Введена временная функция очага землетрясения.

Представлено доктором технічних наук Б. Герою

Отримано 12.06.12