

## Математичне моделювання індексу суспільної нерівності

Петро Костробій<sup>1</sup>, Ірина Кавалець<sup>2</sup>, Любомир Гнатів<sup>3</sup>

<sup>1</sup> д. ф.-м. н., професор, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013

<sup>2</sup> Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, e-mail: ira.kavalets@gmail.com

<sup>3</sup> к. ф.-м. н., Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013

*Розглянуто проблему вимірювання суспільного егалітаризму. Як міру суспільної нерівності вибрано індекс Джині, для якого, на відміну від рекомендованої Держстатом України до вживання, побудовано й обґрунтовано нову формулу його обчислення. Запропонована формула дає можливість оцінювати точність знаходження індексу Джині. Знайдено значення індексу Джині для України за період від 2008 до 2010 року. Проаналізовано отримані результати.*

**Ключові слова:** егалітаризм, суспільна нерівність, статистичні індекси, індекс Джині, крива Лоренца.

**Вступ.** Ступінь егалітарності суспільства — одна з важливих характеристик, яка дає змогу оцінити соціально-економічний розвиток країни. Проблемою суспільної нерівності займаються не тільки економісти та соціологи, але й фізики та математики. Адже останнім часом з'явилося багато праць, статей, монографій [1-6], у яких автори намагаються пояснити економічні та соціальні процеси за допомогою природничих дисциплін.

Щодо українського суспільства, то його характеризують поляризаційні процеси, значна диференціація населення за матеріальним становищем і нерівномірність у розподілі доходів. Виникає потреба в адекватному інструментарію та статистичній інформації, за допомогою яких можна дослідити ступінь егалітарності нашого суспільства. Суспільна нерівність — це явище, яке важко піддається вимірюванню, але все-таки диференціацію населення за показником доходів (витрат) можна дослідити за допомогою статистичних індексів (індексів відносної нерівності). Вони дозволяють оцінити рівень диференціації та частково дають відповідь на питання про те, наскільки рівним чи нерівним є розподіл доходів (витрат) у країні. Відомими індексами відносної нерівності є індекси Джині [7], Петро [8], Аткінсона, Тейла, Бонферроні та ряд інших.

Проте найчастіше міжнародні статистичні установи й організації для опису нерівності використовують індекс Джині, який є найбільш простим і наочним індексом диференціації. Це економічний показник, який приймає значення в одиничному інтервалі та показує ступінь суспільної нерівності: менше значення індексу свідчить про більш егалітарне суспільство, більше значення індексу — про менш егалітарне суспільство. Графічною ілюстрацією індексу є крива Лоренца.

Державна служба статистики України використовує власну методологію знаходження індексу Джині. Метою цієї роботи є побудова математичної моделі обчислення індексу соціальної напруженості в суспільстві вищого порядку точності порівняно з методикою, що використовується Держстатом України і, на відміну від цієї методики, дозволяє оцінити точність отриманих результатів. Тому в цій роботі, виходячи з геометричного змісту згаданого індексу, запропоновано іншу методику його обчислення. Отримано формулу похибки обчислень індексу, що дає можливість аналізувати точність знайдених значень. Реалізовано отримані формули для знаходження значення індексу Джині для України у 2008-2010 рр. Проаналізовано отримані результати та здійснено їх порівняння зі значеннями, запропонованими Держстатом.

## 1. Про криву Лоренца та індекс Джині загалом

**1.1. Крива Лоренца.** *Крива Лоренца (Lorenz curve)* — це графічне зображення функції кумулятивного розподілу. Вона була запропонована американським економістом *Максом Отто Лоренцом* в 1905 році як показник нерівності доходів населення [9]. Позначатимемо її надалі  $f = p(y)$ . У загальному крива Лоренца означає, що 100у% населення країни має у своєму розпорядженні 100f% загальних доходів (витрат) суспільства ( $0 \leq y, f \leq 1$ ). Криву зображено на рис. 1 і побудовано таким чином.

Суспільство поділяють на ряд частин, що містять однакову кількість елементів (родин або людей). Прийнято поділ на 5 частин (*квінтілії*) або на 10 частин (*децилії*). Відрізок абсциси розбивається на відповідну кількість інтервалів. У кожній частині містяться елементи, накопичення яких більші від мінімального та менші від максимального (для обраної частини). Ці накопичення відкладаються по осі ординат. У результаті отримуємо ламану лінію. Відповідна їй неперервна лінія є кривою Лоренца. У загальному ж, можна поділяти суспільство на  $n$  довільних груп, що є більш універсальним випадком, оскільки немає прив'язаності до децильного розподілу.

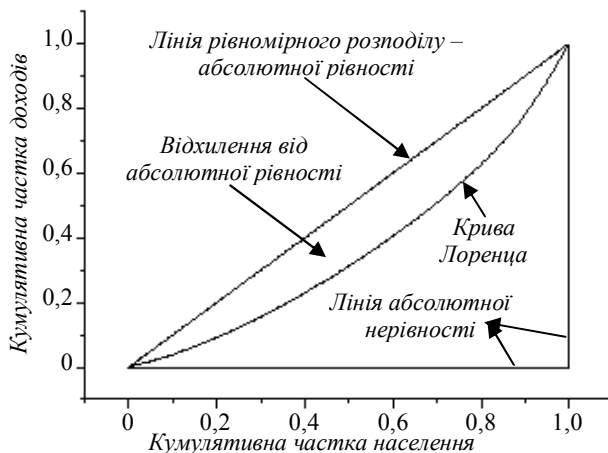


Рис. 1. Крива Лоренца

У випадку рівномірного розподілу кожна група населення має дохід, пропорційний своїй чисельності. Такий випадок описується лінією абсолютної рівності (*line of perfect equality*)  $f_{pe}(y) = y$ , яка є прямою, що з'єднує початок координат і точку (1; 1). Випадок повної нерівності (якщо лише один член суспільства володіє всім доходом) описується лінією абсолютної нерівності (*line of perfect inequality*)  $f_{pi}(y)$ , яка спочатку «прилипає» до осі абсцис, а потім із точки (1; 0)

доходить до точки (1; 1):  $f_{pi}(y) = \begin{cases} 0, & 0 \leq y < 1, \\ 1, & y = 1. \end{cases}$

Крива Лоренца лежить в одиничному квадраті  $0 \leq y, f \leq 1$ , починається в початку координат (0; 0) і закінчується в точці (1; 1). Вона розташована між лініями абсолютної рівності та нерівності. Крива Лоренца показує фактичний розподіл доходів (витрат) і будується за реальними даними. Область між лінією абсолютної рівності та кривою Лоренца вказує на ступінь нерівності у розподілі доходів (витрат). Чим більшою є ця область, тим більша нерівність розподілу доходів (витрат) у суспільстві. Чим ближче крива Лоренца до лінії абсолютної рівності — тим більш егалітарне суспільство; чим ближче до лінії абсолютної нерівності — тим менш егалітарне суспільство. За рівномірного розподілу доходів (витрат) крива Лоренца та лінія абсолютної рівності збігаються.

**1.2. Індекс Джині.** *Індекс Джині (Gini index)* — статистичний показник, що свідчить про ступінь розшарування суспільства країни або регіону стосовно якої-небудь ознаки, що вивчається. Під час аналізу суспільної нерівності за показником доходів (витрат) цей економічний показник характеризує диференціацію грошових доходів населення у вигляді ступеня відхилення фактичного розподілу доходів від абсолютно рівного їхнього розподілу між жителями країни. Цей статистичний показник запропонував італійський статист і демограф *Коррадо Джині* у 1921 році [7].

Розрахунок індексу Джині у співвідношенні з кривою Лоренца — це графічний, найбільш наочний спосіб, за допомогою якого можна показати розподілення доходів (рис. 2).

Індекс Джині визначається як подвоєна площа фігури, утвореної лінією абсолютної рівності  $f_{pe}(y) = y$  і кривою Лоренца  $f = p(y)$  (див. рис. 2). Інтегральна форма індексу Джині має вигляд

$$G = 2 \int_0^1 (y - p(y)) dy, \quad (1)$$

де  $p(y)$  — фактичний розподіл населення за доходами (витратами);  $y$  — рівномірний розподіл населення за доходами (витратами).

Статистична міра рівності доходів (витрат) коливається від 0 до 1, тобто  $0 \leq G \leq 1$ . При цьому значення близьке до 0 відображає повну рівність доходів (витрат) у всіх групах населення (комуністичне суспільство), а близьке до 1 — повну нерівність, якщо весь дохід (витрати) належить одній групі чи особі (монархічне чи олігархічне суспільство). Чим більше значення набирає індекс

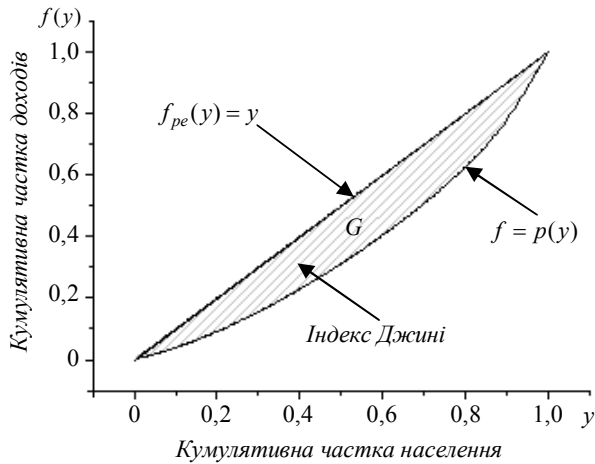


Рис. 2. Крива Лоренца та індекс Джині

Джині, тим більша існуюча в обстежуваній спільноті нерівність за показником доходів чи витрат. Для країн Євросоюзу цей індекс коливається в межах від 0,23 (для Швеції) до 0,37 (для Португалії) [10].

За термінологією Державної служби статистики України індекс Джині — коефіцієнт нерівності розподілу доходів (витрат) населення або концентрації доходів (витрат). За методичними вказівками Держстату цей коефіцієнт для дискретних розподілів доходів (витрат) розраховується за формулою [11]

$$G = 1 - 2 \sum_{i=1}^{5(10)} Y_i \cdot \text{cum } P_i + \sum_{i=1}^{5(10)} Y_i \cdot P_i, \quad (2)$$

де  $Y_i$  — частка населення  $i$ -ої групи в загальній чисельності населення;  $P_i$  — частка доходів (витрат)  $i$ -ої групи населення;  $\text{cum } P_i$  — кумулятивна частка доходів (витрат)  $i$ -ої групи. Як видно із формули (2), суспільство поділяється на 5 (квінтилі) або 10 (децилії) частин, що містять однакову кількість елементів (родин або людей).

Слід зазначити, що індекс Джині легкий для розуміння, адже його наочним зображенням є крива Лоренца. Він може використовуватися для порівняння розподілу доходів як на зовнішньому рівні (порівняння між різними країнами), так і на внутрішньому (наприклад, порівняння розподілу доходів міського та сільського населення). За допомогою індексу Джині можна прослідкувати тенденції нерівності у часі. Під час знаходження індексу не має значення конкретний обсяг прибутку, не розглядається рівень економіки та спосіб її вимірювання, тобто індекс Джині не покаже, багата країна чи бідна, не має значення чисельність населення. Він показує рівень диференціації населення, розшарованість суспільства за досліджуваною ознакою. Але він може бути і як одна зі складових характеристик під час дослідження соціально-економічного розвитку країни загалом. Індекс Джині знизиться, якщо прибуток багатой людини передається бідному, тобто отриманий розподіл буде більш рівномірним. Зауважимо, що економічні системи з однаковим індексом Джині можуть мати різні розподіли доходу (крива Лоренца може мати різну кривизну, але приводити до одного й того ж самого значення індексу Джині).

## 2. Розробка нової методики знаходження індексу Джині

Для знаходження індексу Джині за формулою (2), яку пропонує Держстат, необхідно мати розподіл загальних доходів за децильними (10 %) групами населення. Проте жодні статистичні дані про доходи, отримані зі звітів, що подаються в органи статистики, не дають можливості безпосередньо отримати такий розподіл. А його побудова призводить до великих похибок в обчисленні індексу Джині. Саме тому актуальною постає проблема розробки методики обчислення індексу Джині, яка не вимагає формування децильних груп, а використовує розподіл населення за рівнем середньодушових загальних доходів, який безпосередньо отримують за статистичними даними. Надалі буде побудовано вираз для знаходження індексу Джині на основі формули трапецій, а також співвідношення для обчислення похибки знайденого значення.

**2.1. Побудова співвідношення для обчислення індексу Джині на основі формули трапецій.** Виходячи з геометричного змісту індексу Джині, як подвсної площі заштрихованої фігури на рис. 2, цей індекс доцільно було б розраховувати на основі співвідношення, отриманого з використанням формули трапецій.

Для обчислення інтеграла вигляду

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

використаємо узагальнену формулу трапецій [12]

$$I \approx \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1}) (f(x_{i-1}) + f(x_i)) \quad (3)$$

на нерівномірній сітці  $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$  з кроком  $h_i = x_i - x_{i-1}, i = \overline{1, n}$ , а  $f(x_i)$  — значення функції  $f$  в точці  $x_i$ .

Формулу для обчислення індексу Джині, що задається інтегралом (1), подамо у вигляді

$$G = 1 - 2 \int_0^1 p(y) dy. \quad (4)$$

Застосовуючи до правої частини виразу (4) формулу (3), отримаємо

$$G \approx G^* = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [h_i (\hat{P}_{i-1} + \hat{P}_i)]. \quad (5)$$

Тут  $\hat{P}_i = P_i / \max_{1 \leq i \leq n} P_i$  — частка доходу  $P_i$  від максимальної величини доходу, тобто це пронормоване значення  $P_i$ ,  $\hat{P}_i \in [0, 1]$ ;  $P_i$  — максимальне значення величини доходу  $i$ -ої групи населення (в грошових одиницях),  $i = \overline{1, n}$ ;  $Y_i$  — частка населення  $i$ -ої групи в загальній чисельності населення,  $i = \overline{1, n}$ .

Співвідношення (5) після певних перетворень запишемо так

$$G^* = 1 - \sum_{i=1}^n Y_i (\widehat{P}_{i-1} + \widehat{P}_i), \quad (6)$$

де  $h_i = Y_i$ .

**2.2. Оцінка точності отриманої формули.** Запишемо вираз для знаходження похибки обчислень індексу за наближеною формулою (6).

Для формули трапецій (3) залишковий член має вигляд [12]

$$R \approx -\frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (x_i - x_{i-1})^3 f''(\bar{x}_i). \quad (7)$$

Тут  $f''(\bar{x}_i) = f''((x_{i-1} + x_i)/2)$  — друга похідна функції  $f(x)$  у середній точці  $\bar{x}_i$  інтервалу  $[x_{i-1}, x_i]$ .

У цьому випадку  $f = p(y)$ , тоді

$$R \approx -\frac{1}{12} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{i-1})^3 p''(\bar{y}_i). \quad (8)$$

Як видно з виразу (8), виникає проблема знаходження другої похідної функції  $p(y)$  у середній точці кожного  $i$ -ого інтервалу розбиття  $\Delta: a = y_0 < y_1 < \dots < y_n = b, i = \overline{1, n}$ . Ми пропонуємо таке вирішення цієї проблеми. Згрупуємо по три точки розбиття  $\Delta$  й отримаємо розбиття  $\Delta': a = y_0 < y_2 < \dots < y_{n-2} < y_n = b$ . Тобто будемо розглядати інтервали  $[y_0, y_2], [y_2, y_4], \dots, [y_{n-2}, y_n]$ . Якщо  $n$  — парне, тоді отримаємо  $n/2$  інтервалів, якщо  $n$  — непарне, маємо  $(n+1)/2$  інтервалів. Дискретно задану функцію  $p(y)$  будемо інтерполювати многочленом

$$p(y) \approx s(y) = ay^2 + by + c \quad (9)$$

на кожному  $i$ -ому інтервалі  $[y_{2i-2}, y_{2i}], i = \overline{1, k}$ . При цьому  $s(y_i) = p(y_i), i = \overline{1, n}$ .

Друга похідна матиме вигляд  $p''(y) \approx s''(y) = 2a_i, i = \overline{1, k}$ , де

$$k = \begin{cases} n/2, & n \text{ — парне,} \\ (n+1)/2, & n \text{ — непарне.} \end{cases} \quad \text{Коефіцієнти } a, b, c \text{ на } i\text{-ому інтервалі } [y_{2i-2}, y_{2i}],$$

$i = \overline{1, k}$  знаходимо з системи рівнянь

$$\begin{cases} p(y_{2i-2}) = ay_{2i-2}^2 + by_{2i-2} + c, \\ p(y_{2i-1}) = ay_{2i-1}^2 + by_{2i-1} + c, \\ p(y_{2i}) = ay_{2i}^2 + by_{2i} + c. \end{cases} \quad (10)$$

Якщо  $n$  — непарне, тоді для  $i = k$  розглядаємо інтервал  $[y_{n-2}, y_n]$ .

Для отриманої формули (6) залишковий член з урахуванням розбиття  $\Delta'$  для парного  $n$  має вигляд

$$R \approx -\frac{1}{12} \sum_{i=1}^k \left[ 2a_i (\widehat{Y}_{2i} - \widehat{Y}_{2i-2})^3 \right] = -\frac{1}{6} \sum_{i=1}^k \left[ a_i (\widehat{Y}_{2i} - \widehat{Y}_{2i-2})^3 \right]. \quad (11)$$

Якщо  $n$  — непарне, тоді приймаємо, що

$$R \approx -\frac{1}{6} \left\{ \sum_{i=1}^{k-1} \left[ a_i (\widehat{Y}_{2i} - \widehat{Y}_{2i-2})^3 \right] + a_k (\widehat{Y}_n - \widehat{Y}_{n-2})^3 \right\}. \quad (12)$$

У виразах (11) і (12) для зручності введено позначення  $\widehat{Y}_i = \text{cum } Y_i$  — кумулятивна частка населення.

Система рівнянь (10) для знаходження коефіцієнтів  $a, b, c$  на  $i$ -ому інтервалі,  $i = \overline{1, k}$ , набуває вигляду

$$\begin{cases} \widehat{P}_{2i-2} = a\widehat{Y}_{2i-2}^2 + b\widehat{Y}_{2i-2} + c, \\ \widehat{P}_{2i-1} = a\widehat{Y}_{2i-1}^2 + b\widehat{Y}_{2i-1} + c, \\ \widehat{P}_{2i} = a\widehat{Y}_{2i}^2 + b\widehat{Y}_{2i} + c. \end{cases} \quad (13)$$

### 3. Реалізація отриманих формул

За отриманою формулою (6) знайдено значення індексу Джині для України за 2008-2010 рр. Для розрахунків використано розподіл населення за рівнем середньодушових загальних доходів, який подає Державна служба статистики України (табл. 1) [11].

Загальні доходи — це сума грошових і натуральних (у грошовій оцінці) надходжень, одержаних членами домогосподарства у вигляді оплати праці (за винятком прибуткового податку й обов'язкових відрахувань), доходів від підприємницької діяльності та самозайнятості, доходів від власності у вигляді відсотків, дивідендів, продажу акцій та інших цінних паперів, надходжень від продажу нерухомості, особистого і домашнього майна, худоби, продукції особистого підсобного господарства та продуктів, отриманих у порядку самозаготівель, пенсій, стипендій, соціальних допомог, пільг і субсидій, грошових допомог від родичів та інших осіб, а також вартості спожитої продукції, отриманої з особистого підсобного господарства (за винятком поточних витрат на її виробництво) у порядку самозаготівель, вартості подарованих родичами та іншими особами продуктів харчування та інших грошових і негрошових доходів.

За допомогою статистичних даних 2008 року, для прикладу, побудуємо таблицю даних, необхідних для розрахунку індексу Джині (табл. 2).

Оскільки Держстат не подає максимальної величини доходу, то приймаємо, що  $\max_{i=1, n} P_i = 2 \cdot 1920 = 3840$  (грн.), де 1920 грн. — максимальна величина доходу  $(n - 1)$ -ої групи.

Отримані за формулою (6) значення індексу Джині за 2008-2010 рр. та похибки їх обчислень, знайдені за формулами (12), (13), подано у табл. 3.

Таблиця 1

Розподіл населення України за рівнем середньодушових загальних доходів  
 упродовж 2008-2010 рр.

Розподіл населення (%) за рівнем середньодушових загальних доходів за місяць, грн.	Роки		
	2008	2009	2010
до 300,0	0,9	0,5	0,2
300,1 - 480,0	6,1	4,3	2,0
480,1 - 660,0	15,0	12,5	6,5
660,1 - 840,0	19,5	19,0	13,0
840,1 - 1020,0	18,2	18,3	17,0
1020,1 - 1200,0	12,7	13,9	16,9
1200,1 - 1380,0	9,3	9,7	12,6
1380,1 - 1560,0	5,9	6,7	9,1
1560,1 - 1740,0	3,7	5,1	5,7
1740,1 - 1920,0	2,6	2,9	4,6
понад 1920,0	6,1	7,1	12,4

Таблиця 2

Дані для розрахунку індексу Джині у 2008 році

$i$ -та група	$P_i$	$Y_i$	$\hat{Y}_i = \text{cum } Y_i$	$\hat{P}_i = P_i / \max_{i=1,n} P_i$
0	0	0,000	0,000	0,000
1	300	0,009	0,009	0,078
2	480	0,061	0,070	0,125
3	660	0,150	0,220	0,172
4	840	0,195	0,415	0,219
5	1020	0,182	0,597	0,266
6	1200	0,127	0,724	0,313
7	1380	0,093	0,817	0,359
8	1560	0,059	0,876	0,406
9	1740	0,037	0,913	0,453
10	1920	0,026	0,939	0,500
11	3840	0,061	1,000	1,000

Таблиця 3

Значення індексу Джині для України у 2008-2010 рр.

Рік	2008	2009	2010
Значення індексу	0,4489	0,4161	0,3125
Похибка	0,00464	0,00458	0,00375



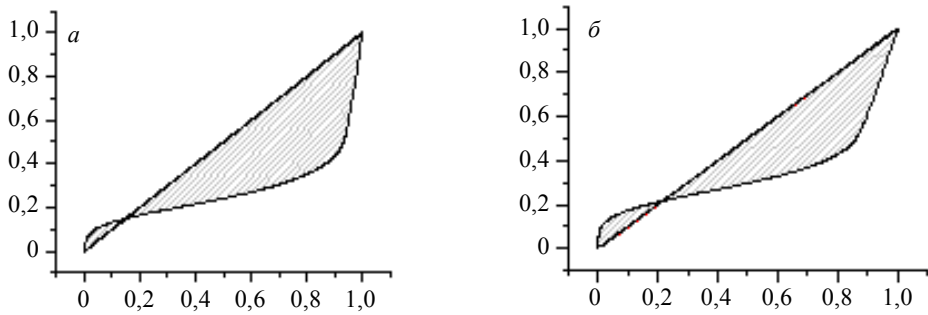


Рис. 3. Крива Лоренца для України: а) 2008 рік, б) 2010 рік

Криві Лоренца у 2008 та 2010 роках мають вигляд, зображений на рис. 3.

#### 4. Порівняння запропонованої методики обчислення індексу Джині із методикою Держстату

За даними Державної служби статистики України [11] індекс Джині (коефіцієнт концентрації) коливається в межах від 0,260 (у III кварталі 2010 року) до 0,286 (у I кварталі 2008 року). При цьому Держстат не вказує точності (достовірності) цих результатів. Ці значення характеризують наше суспільство як більш егалітарне, тобто таке, в якому немає значної диференціації населення за доходами. За рівнем розподілення доходів населення Україну за цими даними можна прирівняти до країн Євросоюзу. Проте ці висновки не відповідають реальній ситуації в країні. Тоді як значення індексу, знайдене за новою формулою, коливається в межах від 0,3289 (у III кварталі 2010 року) до 0,5151 (у I кварталі 2008 року). Це вже більш правдоподібно описує диференціацію населення України за доходами. Цей факт підтверджується графічно кривими Лоренца (див. рис. 3). Адже, як видно з рис. 3, є значне відхилення кривої Лоренца від лінії рівномірного розподілу. Для порівняння у табл. 4 подано значення індексу Джині, які пропонує Держстат, і значення індексу, отримані за формулою (3), із значенням похибки.

Для підтвердження достовірності отриманих результатів доцільно розглянути список країн за рівністю доходів (за значенням індексів Джині), який подає Центральне розвідувальне управління США (CIA — the Central Intelligence Agency, The World Factbook) за офіційними даними державних комітетів статистики країн світу. Список складено у відповідності до звіту CIA станом на листопад місяць 2011 року (за даними до 2010 року) [13]. За цими даними у нашому суспільстві розподілення доходів більш рівномірне, ніж у деяких країнах Європейського Союзу та США і лише незначно відрізняється від рівня розподілення доходів у країнах Північної Європи (див. табл. 5).

Таблиця 4

Значення індексу Джині для України за різними методиками

Рік Методика	2008			2009		
	I кв.	II кв.	III кв.	I кв.	II кв.	III кв.
Держстат	0,2860	0,2690	0,2640	0,2790	0,2690	0,262
Запропонована формула	0,5151	0,4898	0,4593	0,4512	0,4392	0,4241
Похибка	0,0043	0,0052	0,0045	0,0046	0,0050	0,0054

Рік Методика	2010		
	I кв.	II кв.	III кв.
Держстат	0,2770	0,2640	0,2600
Запропонована формула	0,3764	0,3595	0,3289
Похибка	0,0025	0,0037	0,0034

Таблиця 5

Значення індексу Джині для різних країн світу (звіт СІА, листопад 2011 року)

№ групи	Індекс Джині	Країни світу
1.	< 0,25	Швеція, Угорщина, Норвегія
2.	0,25-0,29	Австрія, Чехія, Люксембург, Німеччина, <u>Україна</u> , Ісландія, Бельгія, Сербія, Словенія, Кіпр, Ірландія та ін.
3.	0,30-0,34	Австралія, Нідерланди, Румунія, Південна Корея, Естонія, Італія, Іспанія, Канада, Франція, Греція, Швейцарія, Англія, Польща та ін.
4.	0,35-0,39	Латвія, Нова Зеландія, Монголія, Лаос, Індія, Узбекистан, Японія, В'єтнам, Ємен, Молдова, Португалія, Ізраїль, Туреччина та ін.
5.	0,40-0,44	Туніс, Шрі-Ланка, Грузія, Туркменістан, Венесуела, Сенегал, Китай, Росія, Кенія, Нігерія, Македонія, Іран, Камерун та ін.
6.	0,45-0,49	США, Болгарія, Мозамбік, Аргентина, Філіппіни, Малайзія, Еквадор, Непал, Мадагаскар, Сінгапур, Перу та ін.
7.	0,50-0,54	Зімбабве, Коста-Ріка, Свазіленд, Замбія, Панама, Мексика, Чилі, Парагвай, Гонконг, Таїланд, Бразилія та ін.
8.	0,55-0,59	Гватемала, Гондурас, Болівія, Колумбія, Гаїті та ін.
9.	> 0,60	Сьєрра-Леоне, Ботсвана, Лесото, ПАР, Намібія та ін.

**Висновки.** У цій роботі побудовано й обґрунтовано формулу для обчислення індексу Джині на основі формули трапецій і проведено оцінку точності отриманої формули; на основі запропонованої формули розраховано індекси Джині для України. Отримані результати ще раз засвідчили, що в Україні існує значна диференціація населення за матеріальним станом, нерівномірність у розподілі доходів і поляризація суспільства. Саме тому зусилля владних структур повинні бути спрямовані на подолання згаданих проблем. Адже значна поляризація призводить до соціальної напруженості, може перекреслити розвиток засад демократичного устрою та намагання побудувати соціально орієнтовану економіку.

## Література

- [1] Занг, В.-Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. — Москва: Мир, 1999. — 354 с.
- [2] Лебедев, В. В. Математическое моделирование социально-экономических процессов. — Москва: Изограф, 1997. — 224 с.
- [3] Нельсон Р. Р., Уитнер С. Дж. Эволюционная теория экономических изменений. — Москва: ЗАО «Финстатинформ», 2000. — 472 с.
- [4] Новіков В. М., Семенов В. В. Актуальні питання структурного аналізу і прогнозування доходів населення // Економіка України. — 2005. — № 7. — С. 74-82.
- [5] Математичне моделювання методами нерівноважної статистичної механіки / Б. В. Гнатів, Р. М. Токарчук, П. П. Костробій, М. В. Токарчук // Вісник нац. ун-ту «Львівська політехніка». Фізико-математичні науки. — 2011. — № 696. — С. 93-100.
- [6] Чернавский Д. С., Старков Н. И., Щербаков А. В. О проблемах физической экономики // Успехи физических наук. — 2002. — Т. 172, № 9. — С. 1045-1066.
- [7] Gini, C. Measurement of inequality of incomes // Econom. J. — 1921. — Vol. 31. — P. 124-126.
- [8] Eliazar I. I., Sokolov I. M. Measuring statistical heterogeneity: the Pietra index // Physica A. — 2010. — Vol. 389. — P. 117-125.
- [9] Lorenz, M. O., Methods for measuring the concentration of wealth. Pub. Amer. Stat. Assoc. — 1905. — Vol. 9. — 209 p.
- [10] <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>.
- [11] <http://www.ukrstat.gov.ua> — офіційний сайт Державної служби статистики України.
- [12] Калиткин, Н. Н. Численные методы. — Москва: Наука, 1978. — 578 с.
- [13] [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_countries\\_by\\_income\\_equality](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_income_equality).

## Mathematical modelling of social inequality index

Petro Kostrobij, Iryna Kavalets, Lyubomyr Hnativ

*The problem of measuring social egalitarianism is considered. Gini index is chosen as the measure of social inequality. A new formula for calculation this index is constructed and justified. The proposed formula allows to assess the accuracy of calculation the Gini index. Gini Index for Ukraine for the period from 2008 to 2010 is calculated. These results are analyzed.*

## Математическое моделирование индекса общественного неравенства

Петр Костробий, Ирина Кавалец, Любомир Гнатив

*Рассмотрена проблема измерения общественного эгалитаризма. Как меру общественного неравенства выбран индекс Джини, для которого, в отличие от рекомендованной Госстатом Украины к употреблению, построена и обоснована новая формула его вычисления. Предложенная формула позволяет оценивать точность нахождения индекса Джини. Найдены значения индекса Джини для Украины за период с 2008 по 2010 год. Проведен анализ полученных результатов.*

Отримано 01.03.12