УДК 539.374

Конвективне осушення шару зернистого матеріалу в усталеному режимі

Богдана Гайвась[1], Євген Чапля[2], Галина Логін[3]

[1] д. т. н., с. н. с., Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005, e-mail: haj@cmm.lviv.ua
[2] д. ф.-м. н., професор, Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005, Україна; Інститут механіки і прикладної інформатики, Університет Казимира Великого в Бидгощи, вул. Коперніка, 1, Бидгощ, 85-064, Польща, e-mail: czapla@ukw.edu.pl
[3] Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, Львів, 79000

Сформульовано задачу осушення шару зернистого матеріалу в усталеному режимі його продуву. Враховано суттєво різні інтенсивності процесів переносу вологості в міжзерновому просторі й окремому зерні. Знайдено аналітичні розв'язки для розподілу поля вологовмісту в окремому зерні залежно від глибини його знаходження в шарі з наступним визначенням напружено-деформованого стану в ньому. На основі цих розв'язків досліджено закономірності змін вологості та деформації окремих зернин шару в часі та їх залежність від міцністних параметрів, місцезнаходження зерна в шарі та початкової вологості в зерні та міжзерновому середовищі.

Ключові слова: зернистий шар, конвективне осушення, розподіл вологи, напружено-деформований стан зерен.

Вступ. Сушіння зерна — складний енергоміскткий технологічний процес, за якого властивості зерна мають бути не тільки збережені, а в деяких випадках й поліпшені. Домогтися цього можна внаслідок вибору режимів ведення процесу сушіння з урахуванням властивостей зерна.

Серед технологічних процесів сушіння зерна можна виділити конвективне сушіння, тобто продування шару вологого зерна відносно сухим повітрям. У більшості випадків таке сушіння зернистих матеріалів проводиться за так званих «м'яких режимів», коли можна вважати, що процес осушення окремої зернини шару є автономний і залежить тільки від різниці концентрацій вологості в поровому просторі та на її поверхні. Основним завданням при цьому є уникнення тріщиноутворення. Окрім цього, слід уникати високих температур, які призводять до зміни вмісту в зерні жирів, білка та крохмалю тощо. Зокрема, якщо температура зерна є вища за шістдесят градусів Цельсія, то відбувається частковий розпад крохмалю та знижується його репродуктивна здатність [1].

Для формулювання вихідних модельних співвідношень необхідно врахувати основні характеристики зерна та пористого шару.

Зерно за структурою є капілярно-пористе колоїдне тіло, яке складається з біополімерів — білків, вуглеводів, ліпідів тощо. Факторами, які впливають на процес сушіння зерна, є його гігроскопічність і локальна пористість.

Для оцінки фізико-механічних властивостей шару зерна використовують певні геометричні характеристики, зокрема, розмір і форми частинок, так звану, насипну густину, внутрішню поверхню тощо. У літературі пропонується ряд підходів для врахування впливу макрометрики та форми окремої зернини [1-4] і часто використовують приведені розміри зернин [1, 2].

Прогрів окремого зерна та шару відбувається на декілька порядків інтенсивніше, ніж процес перерозподілу вологи в ньому. При цьому зміни температури можуть призводити до змін у матеріалі зерна [5, 6]. Перенесення вологи у зерні має дифузійний характер, що обумовлює невисоку інтенсивність процесу сушіння.

Існують різні способи вивчення масопереносу за осушення в дисперсних системах [1, 2, 7, 8]. Якщо в таких системах у порах знаходиться гравітаційно рухома волога, то можуть застосовуватися капілярні моделі та враховуватися рух межі фазового переходу [9, 10].

У цій роботі розглянуто один із варіантів ізотермічного конвективно-дифузійного режиму сушіння шару зерна, за якого швидкість υ агента сушіння не призводить до механічного порушення його структури. Визначено також напружено-деформований стан окремих зернин у процесі осушування.

1. Формулювання задачі

Розглядаємо шар, складений з однакових кульок (просо, кукурудза, пшениця та ін.), який продувається сухим повітрям зі швидкістю υ конвективного переносу в порах. Тоді рівняння для концентрації c_z вологи в міжзерновому просторі шару має вигляд

$$\frac{\partial c_z}{\partial \tau} + \upsilon \frac{\partial c_z}{\partial z} = D_z \frac{\partial^2 c_z}{\partial z^2} + J , \tag{1}$$

де D_z — коефіцієнт дифузії вологи в поровому просторі; J — інтенсивність локального джерела вологи у разі випаровування з окремих зернин; τ — час; z — координата. Шар віднесено до прямокутної декартової системи координат так, що вісь Oz є перпендикулярна до поверхні шару.

Для визначення інтенсивності локального джерела вологи J у разі випаровування необхідно дослідити дифузію в окремому зерні. Розглядаємо субстанцію зерна як двокомпонентний твердий розчин, що складається з основної речовини та вологи. Локальний термодинамічний стан такої ізотропної системи за ізотермічних умов визначається значеннями спряжених термодинамічних параметрів

$$\rho^{-1}\sigma_{\alpha\beta} \div \varepsilon_{\alpha\beta} , \quad \mu \div C . \tag{2}$$

Тут $\rho = \sum \rho_i$ — сумарна густина зерна; ρ_i — об'ємна густина компоненти i ($i = 0, 1$); $\sigma_{\alpha\beta}, \varepsilon_{\alpha\beta}$ — компоненти тензора напружень Коші та тензора деформації

($\alpha,\beta = \overline{1,3}$) [12]; $\mu = \mu'_1 - \mu'_0$ — хімічний потенціал домішкової компоненти (вологи) μ'_1, відрахований від значення хімічного потенціалу μ'_0 частинок основної компоненти; $C \equiv C_1$ — масова концентрація вологи. При цьому значення концентрації C_0 основної компоненти визначаємо з умови нормування концентрацій $\sum C_i = 1$ ($i = 0, 1$).

За початковий стан виберемо природний стан необмеженого тіла за відсутності зовнішніх дій. У цьому стані термодинамічні параметри (2) набувають значень

$$\rho = \rho_0, \quad \sigma_{\alpha\beta} = 0, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = 0; \quad \mu = \mu^0, \quad C = C^0 .$$

За розв'язувальні функції приймемо вектор переміщення $\vec{u}$ та відхилення концентрації $c = C - C^0$ домішкової компоненти (вологи). Тоді повну систему рівнянь механодифузії для визначення шуканих функцій складають рівняння стану, які пов'язують між собою спряжені параметри (2) локального термодинамічного стану та балансові співвідношення, що з використанням кінетичних рівнянь, записані стосовно розв'язуючих функцій.

Надалі нехтуємо фізичною та геометричною нелінійністю, тобто субстанціональні похідні за часом (у відповідних балансових рівняннях) замінюємо локальними, а у співвідношеннях Коші, які визначають тензор деформації через вектор переміщення, опускаємо нелінійні складники. Нехтуємо також фізичною нелінійністю. Коефіцієнти (матеріальні характеристики) у рівняннях стану та кінетичних співвідношеннях моделі вважаємо сталими. Не враховуємо ефекти термопружного та термодифузійного розсіяння енергії (ефекти адіабатичного зв'язку процесів) і наявність джерел зовнішніх масових сил. Вважаємо, що умови взаємодії тіла із зовнішнім середовищем на його поверхні (силові, температурні та концентраційні) є такі, що дозволяють знехтувати динамічними ефектами під час дослідження неусталених дифузійних процесів.

Наведемо ці рівняння, виходячи з математичної моделі теорії твердих розчинів [11]. За вказаних припущень вони набувають вигляду:
рівняння стану

$$\sigma_{\alpha\beta} = \left[\left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon - K\beta c\right]\delta_{\alpha\beta} + 2G\varepsilon_{\alpha\beta}, \tag{3}$$

$$\mu = \mu^0 - \frac{K}{\rho_0}\beta\varepsilon + ac; \tag{4}$$

рівняння рівноваги й умови сумісності

$$\vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma} = 0, \qquad Jnk\,\hat{\varepsilon} = \vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \hat{\varepsilon}\right)^{\mathrm{T}} = 0; \tag{5}$$

рівняння балансу концентрації

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D\Delta c - D_{\varepsilon}\,\Delta\varepsilon . \tag{6}$$

Тут у рівняннях стану (3), (4): K — модуль всестороннього об'ємного стиску; G — модуль зсуву; β — концентраційний коефіцієнт об'ємного розширення; a — коефіцієнт концентраційної залежності хімічного потенціалу; ρ_0 — густина у початковому стані; $\varepsilon = \varepsilon_{\cdot\alpha}^{\alpha\cdot}$ — перший інваріант тензора деформації $\hat{\varepsilon} = \left[\vec{\nabla} \otimes \vec{u} + \left(\vec{\nabla} \otimes \vec{u}\right)^{\mathrm{T}}\right] \big/ 2$.

У рівняннях рівноваги й умовах сумісності (5): $\hat{\sigma}$ — тензор напружень Коші; $\vec{\nabla}$ — оператор Гамільтона. У рівнянні балансу (6): D — коефіцієнт дифузії; D_ε — коефіцієнт впливу градієнта поля об'ємної деформації на масовий потік; $\Delta = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}$ — оператор Лапласа, $\delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера; символами «·», «×», «$\otimes$» — скалярний, векторний і тензорний добутки. При цьому масовий потік домішкової речовини

$$\vec{J} = -D\vec{\nabla} c + D_\varepsilon \vec{\nabla} \varepsilon . \tag{7}$$

Кульову частинку відносимо до сферичної системи координат із початком в її центрі ($r = 0$). Процес осушення відбувається через поверхню $r = R$ контакту з міжзерновим повітряним середовищем, характеристики якого залежать від координати z і визначені з розв'язку задачі масопереносу в міжзерновому просторі. Вектор переміщення має тільки радіальний складник u_r. Тоді маємо

$$\varepsilon_{rr} = \frac{du_r}{dr}, \qquad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r},$$
$$\Delta c = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rc)}{\partial r^2}, \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} = \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}\right). \tag{8}$$

З умов рівноваги (5), рівнянь стану (3), (4) [11-13] і формул (8) отримуємо співвідношення, які зв'язують градієнти об'ємної деформації з градієнтом концентраційного розширення.

Із рівнянь (5)-(8) отримуємо ключову систему рівнянь для окремої кульки у вигляді:
рівняння на переміщення

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial\left(r^2 u_r\right)}{\partial r}\right] - \xi\beta\frac{\partial c}{\partial r} = 0;$$

рівняння балансу концентрації вологи

$$\frac{\partial (rc)}{\partial \tau} = D\frac{\partial^2 (rc)}{\partial r^2} - D_\varepsilon \frac{\partial^2 (rc)}{\partial r^2}, \tag{9}$$

де $\xi = 3K \big/ \left(3K + 4G\right)$ — механічна стала; $\varepsilon = \partial u_r / \partial r + 2u_r / r$.

У початковий момент часу ($\tau = 0$) приймемо

$$u_r = 0, \quad c = c_0 = const .$$

На поверхні кулі $r = R$, яка вільна від зовнішніх навантажень, умову $\hat{\sigma} \cdot \vec{n} = 0$ запишемо так:

$$\sigma_{rr} = \left(K + \frac{4}{3} G \right) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2 \left(K - \frac{2}{3} G \right) \frac{u_r}{r} - \beta K c = 0 \,. \tag{10}$$

Приймаємо, що потік вологи на цій поверхні є пропорційний до різниці концентрацій на поверхні зернини $c_R(\tau) \equiv c(R, \tau)$ та міжзернового середовища c_z, тобто

$$-D \frac{\partial c}{\partial r} + D_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = k \left(c_R - c_z \right) . \tag{11}$$

Тут k — стала масообміну на поверхні кульки. Вважаємо, що шукані функції та їх похідні в центрі кулі ($r = 0$) є обмежені.

У центросиметричній задачі справджуються співвідношення:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial \left(r^2 u_r \right)}{\partial r} \right] = \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} , \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \xi \beta \frac{\partial c}{\partial r} . \tag{12}$$

Тоді рівняння балансу вологи (9) запишеться у вигляді

$$\frac{\partial (rc)}{\partial \tau} = \tilde{D} \frac{\partial^2 (rc)}{\partial r^2} , \tag{13}$$

а гранична умова (14)

$$-\tilde{D} \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{r=R} = k \left(c_R - c_z \right) \quad \text{або} \quad - \left. \frac{\partial c}{\partial r} \right|_{r=R} + H \left(c_z - c_R \right) = 0 , \tag{14}$$

де $\tilde{D} = D - \xi \beta D_\varepsilon$ — ефективний коефіцієнт дифузії вологи; $H = k / \tilde{D}$ — приведений коефіцієнт масообміну.

Гранична умова для функції концентрації вологи в центрі кульки $r = 0$

$$c(0, \tau) \neq \infty , \qquad \left. \partial c / \partial r \right|_{r=0} = 0 \tag{15}$$

та початкова умова

$$c(r, 0) = c_0 = const \,. \tag{16}$$

2. Розв'язок задачі для вологовмісту в окремому зерні

Врахуємо, що інтенсивність процесу вологопереносу в зерні є на декілька порядків менша, ніж інтенсивність процесу конвективно-дифузійного переносу вологи у міжзерновому просторі шару. Це означає, що під час аналізу процесу дифузії вологи у зерні, концентрацію вологи у міжзерновому просторі шару можемо вважати незалежною від часу, а тільки від координати z, тобто $c_z = c_z(z)$. Функцію c_z

знаходимо з розв'язку рівняння (1) за відповідних граничних умов у квазістаціонарному наближенні (нехтуємо частковою похідною за часом, проте часова залежність залишається у джерелі). Тоді розв'язок задачі (13)-(16) шукаємо методом розділення змінних [14]. Окреслимо нову функцію

$$\vartheta(r,z,\tau)=c_z(z)-c(r,z,\tau)\,, \tag{17}$$

для якої задача (13)-(16) набуде вигляду

$$\frac{\partial(r\vartheta)}{\partial\tau}=\tilde{D}\frac{\partial^2(r\vartheta)}{\partial r^2}\,, \tag{18}$$

$$\left.\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right|_{r=R}+H\vartheta_R=0;\quad \vartheta(0,\tau)\neq\infty\,,\quad \left.\frac{\partial\vartheta}{\partial r}\right|_{r=0}=0\,; \tag{19}$$

$$\vartheta(r,0)=c_{z0}-c_0\,. \tag{20}$$

де $\vartheta_R(\tau)\equiv\vartheta(R,\tau)$.

Тоді розв'язок задачі (18)-(20) запишемо у вигляді [14]

$$\vartheta(r,z,\tau)=2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\tau)\frac{\sin r_n}{r_n}\,.$$

Тут $\delta c=c_{z0}(z)-c_0, A_n(\tau)=\left(\sin\mu_n-\mu_n\cos\mu_n\right)e^{-\mu_n^2\tilde{D}\tau/R^2}\Big/\left(\mu_n-\sin\mu_n\cos\mu_n\right), r_n=\mu_n r/R$, μ_n — корені характеристичного рівняння

$$tg\mu=-\mu\big/\left(Fo-1\right),$$

в якому $Fo = HR$ — критерій Фур'є.

Відповідно зі співвідношення (17) для концентрації вологи в зерні знаходимо

$$c(r,z,\tau)=c_z(z,\tau)-2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\tau)\frac{\sin r_n}{r_n}\,.26)$$

Для потоку J_R через поверхню кульки маємо

$$J_R=-\tilde{D}\left.\frac{\partial c}{\partial r}\right|_{r=R}=-\frac{2\tilde{D}\delta c}{R}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{\mu_n}\left(\sin\mu_n-\mu_n\cos\mu_n\right).$$

Тоді інтенсивність локального джерела вологи у разі випаровування з окремих зернин J, яка фігурує в вихідному рівнянні (1), буде

$$J=\alpha J_R\,, \tag{21}$$

де α — коефіцієнт, що залежить від розміру кульок (радіуса) та їх упакування (кубічне просте, об'ємоцентроване чи гранецентроване тощо) [15].

За прийнятих припущень, процес конвективної дифузії в міжзерновому просторі шару завтовшки $z = L$, складеного з однакових зернин, є процесом швидким порівняно з процесом дифузії вологи з об'єму зерна до його поверхні. Тому подальший аналіз процесу осушення виконаємо в, так званому, квазістатичному наближенні, тобто з розв'язку задач для рівняння

$$D_z \frac{d^2 c_z}{\partial z^2} - \upsilon \frac{dc_z}{\partial z} + J = 0, \tag{22}$$

в якому функція J визначається виразом (21). Враховуючи, що J можна записати у вигляді $J(\tau) = c_z J_0(\tau) - c_0 J_0(\tau)$, то рівняння (22) буде таке

$$D_z \frac{d^2 c_z}{\partial z^2} - \upsilon \frac{dc_z}{\partial z} + c_z J_0(\tau) = c_0 J_0(\tau). \tag{23}$$

Тут $J_0(\tau) = -\alpha \frac{2\tilde{D}}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n(\tau)}{\mu_n} \left(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n \right)$.

Рівняння (23) будемо розв'язувати за граничних умов

$$c_z\big|_{z=0} = 0, \quad c_z\big|_{z=L} = c_z^n, \tag{24}$$

де c_z^n — концентрація насиченої пари.

Розв'язок задачі (23), (24) шукаємо методом варіації сталих [16]. Після відповідних обчислень маємо

$$c_z(z,\tau) = -K_1 e^{\lambda_1 z} + K_2 e^{\lambda_2 z} + c_0.$$

Тут $K_1 = \left[c_0 e^{\lambda_2 L} + c_z^n - c_0 \right] \Delta^{-1}$, $K_2 = \left[c_0 e^{\lambda_1 L} + c_z^n - c_0 \right] \Delta^{-1}$, $\Delta = e^{\lambda_2 L} - e^{\lambda_1 L}$,

$$\lambda_{1/2} = \left[\upsilon \pm \left(\upsilon^2 - 4 D_z J_0(\tau) \right)^{1/2} \right] \Big/ 2D_z .$$

Надалі зручно використовувати безрозмірну координату $\bar{z} = z/L$. Тоді

$$c_z\left(\bar{z},\tau\right) = -K_1 e^{\bar{\lambda}_1 \bar{z}} + K_2 e^{\bar{\lambda}_2 \bar{z}} + c_0 .$$

де $\bar{\lambda}_i = L\lambda_i$, $i = 1,2$.

3. Напружено-деформований стан зернини

Інтегруючи друге рівняння (12), отримуємо

$$\varepsilon = \xi \beta c + L, \tag{25}$$

де функцію $L(z, \tau)$, «сталу інтегрування», визначимо з умови рівності нулеві деформації в її центрі, тобто $L(z,\tau) = -\xi\beta c(0,z,\tau)$. Звідси

$$\varepsilon(r,z,\tau) = \xi\beta\left[c(r,z,\tau) - c(0,z,\tau) \right],\ \varepsilon(r,z,\tau) = -2\xi\beta\delta c \sum_{n=1}^{\infty} A_n(\tau) \left(\frac{1}{r_n} \sin r_n - 1 \right).$$

Переміщення u_r знайдемо з умови рівності нулеві радіальних напружень (10) на поверхні кулі $r = R$. Маємо

$$u_r\left(R,z,\tau\right) = -\frac{K\beta R}{4G}c(0,z,\tau)\,. \tag{26}$$

Для визначення радіальних переміщень у довільній точці зерна інтегруємо вирази (12). У результаті, з урахуванням його обмеженості для $r = 0$ і виразу (26) для $r = R$, отримаємо

$$u_r(r,z,\tau) = \frac{\xi\beta}{r^2}\left[c_z\frac{r^3}{3} - 2R^3\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{\mu_n^3}\left(\sin r_n - r_n\cos r_n\right)\right] + \frac{r}{3}L_1(z,\tau)\,.$$

Тут із формули (25) маємо

$$L_1(z,\tau) = \frac{3K\beta}{4G}\left[-c_z + 2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}A_n(\tau)\right] - 3\xi\beta\left[\frac{c_z}{3} - 2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{\mu_n^3}\left(\sin\mu_n - \mu_n\cos\mu_n\right)\right].$$

Тоді для відмінних від нуля складників тензора напружень

$$\sigma_{rr} = 2G\frac{\partial u_r}{\partial r} + \left[\left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon - K\beta c\right], \quad \sigma_{\phi\phi} = \sigma_{\phi\phi} = 2G\frac{u_r}{r} + \left[\left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon - K\beta c\right]$$

після відповідних обчислень отримаємо

$$\sigma_{rr} = 2G\left\{-\frac{2\xi\beta}{r^3}\left[c_z\frac{r^3}{3} - 2R^3\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{\mu_n^3}\left(\sin r_n - r_n\cos r_n\right)\right] + \right.$$
$$\left. + \xi\beta\left[c_z - 2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{r_n}\sin r_n\right] + \frac{L_1}{3}\right\} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\xi\beta\left[c(r,z,\tau) - c(0,z,\tau)\right] -$$
$$-K\beta\left[c_z - 2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{r_n}\sin r_n\right],$$
$$\sigma_{\phi\phi} = \sigma_{\phi\phi} = \frac{2G}{r}\left\{\frac{\xi\beta}{r^2}\left[c_z\frac{r^3}{3} - 2R^3\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{\mu_n^3}\left(\sin r_n - r_n\cos r_n\right)\right] + \frac{rL_1}{3}\right\} +$$
$$+\left(K - \frac{2}{3}G\right)\xi\beta\left[c(r,z,\tau) - c(0,z,\tau)\right] - K\beta\left[c_z - 2\delta c\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n(\tau)}{r_n}\sin r_n\right].$$

На основі запропонованої моделі можемо обчислити, як напруження та деформації окремого зерна залежать від його розміщення у шарі, характеристик матеріалу зерна та міжзернового простору, розміру й упакування зерен, за різних режимів конвективно-дифузійного переносу вологи.

4. Результати числових досліджень

Для обчислень використано характеристики зерна пшениці ОД-16. Показано, що концентрація вологи в зернині істотно залежить від її розмірів і місця в шарі. При цьому в шарі зерна, починаючи від $\overline{z} = 0,5$ до $\overline{z} = 1$, ці зміни незначні та становлять від $1,0791 \cdot 10^{-3}$ до $1,0432 \cdot 10^{-3}$ для часу $\tau = 1$ год; $7,913 \cdot 10^{-4}$ — $3,3216 \cdot 10^{-4}$ для $\tau = 2$ год; $6,02206 \cdot 10^{-4}$ — $1,2095 \cdot 10^{-4}$ для $\tau = 3$ год; $5,276 \cdot 10^{-4}$ — $0,4414 \cdot 10^{-4}$ для $\tau = 4$ год. Об'ємна деформація в зернині є нелінійна функція координати r і для зміни $\overline{z}$ від нуля до $\overline{z} = 0,8$ є від'ємна, тобто спостерігається «усадка», а для $\overline{z} = 0,9$ вона додатна (зерно починає набухати). Найбільший градієнт деформації спостерігається за наближення до центра зернини, незалежно від її місцерозміщення. Найбільший градієнт радіальних напружень є в приповерхневій зоні. Для $\overline{z} = 0,5$ вони максимальні в центрі зернини. Якщо $\overline{z} = 0,9$, то вони майже рівні, якщо $0 < r \le 0,5R$ і якщо $r \to R$ — спадають до нуля. Напруження $\sigma_{\varphi\varphi}$ зростають із наближенням до поверхні, проте характер їх зміни для $\overline{z} = 0,5$ і для $\overline{z} = 0,9$ є різний. Для $\overline{z} = 0,5$ йде спад напружень у разі росту координати r і починаючи від $r = 0,5R$ до $r = R$ йде їх ріст. Для $\overline{z} = 0,9$ напруження зростають, якщо $0 < r < R$. Однак ні радіальні ні дотичні напруження за швидкості $\upsilon = 1$ мм/с не досягають границі міцності зернини.

Висновки. Запропоновано математичну модель осушення шару зернистого матеріалу в усталеному режимі його продуву. Знайдено аналітичні розв'язки для розподілу концентрації вологи в зерні та міжзерновому середовищі шару, які відображають взаємозв'язок концентрації вологи в зерні та міжзерновому середовищі шару осушуваного зерна за вентилювання залежно від швидкості продуву, коефіцієнтів дифузії, глибини розміщення зернини в шарі. Визначено напружено-деформований стан окремого зерна залежно від глибини його знаходження. Проаналізовано вплив глибини розміщення окремої зернини на об'ємну деформацію та розподіл радіальних і дотичних напружень у ній за вентилювання на прикладі сушіння зерна пшениці.

Література

[1] *Гросул Л. И., Дударев И. Р., Котляр Л. И.* Форма поверхности и объем зерновки пшеницы // Изв. вузов. Пищевая технология. — 1972. — № 4. — С. 17-19.

[2] *Егоров Г. А.* Технологические свойства зерна. — Москва: Агропромиздат, 1985. — 334 с.

[3] *Егоров Г. А.* Теплофизические свойства единичного зерна // Инф. сб. «Научно-технические достижения и передовой опыт в области хлебопродуктов». — Москва: ЦНИТЭИ Хлебпроминформ, 1996. — 68 с.

[4] *Егоров Г. А.* Влияние тепла и влаги на процессы переработки и хранения зерна. — Москва: Колос, 1973. — 215 с.

[5] *Лыков А. В.* Теория сушки. — Москва: Энергия, 1968. — 536 с.

[6] *Зимин Е. М., Крутов В. С.* Движение влаги в зерновке при сушке // Механизация и электрификация сельского хозяйства. — 2001. — № 4. — С. 11-13.

[7] *Снеднов П. У.* Повышение качества зерна пшеницы. — Москва: Ростсельхозиздат, 1978. — 318 с.

[8] *Новоселов С. В.* Снижение трещиноватости зерна в процессе сушки. — Москва: ЦНИИТЭИ Минзага СССР, 1983. — Вып. 6. — 76 с.

[9] *Гайвась Б. І., Борецька І. Б.* Осушення пористих тіл в сушильних камерах при м'яких режимах // Наук. вісник НЛТУ України. — 2011. — Вип. 21.9. — С. 317-324.
[10] *Гайвась Б. І.* Урахування впливу дисперсії розмірів пор на процес осушення пористого шару // Прикладні проблеми механіки і математики. — 2007. — Вип. 5. — С. 103-112.
[11] *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. — Москва: Наука, 1976. — Т. 1. — 536 с.
[12] *Бурак Я. Й., Чапля Є. Я., Чернуха О. Ю.* Континуально-термодинамічні моделі механіки твердих розчинів. — Київ: Наук. думка, 2006. — 272 с.
[13] *Рудобашта С. П., Карташов Э. М.* Диффузия в химико-технологических процессах. — Москва: Химия, 1993. — 208 с.
[14] *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. — Москва: Высшая школа, 1967. — 599 с.
[15] *Кулініченко О. Р.* Визначення коефіцієнта опору тертя при турбулентному обтіканні зважених частинок // Харчова промисловість. — 2012. — № 12. — С. 68-71.
[16] *Романко В. К.* Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. — Москва: Лаборатория базовых знаний, 2001. — 344 с.

Convective drying of a layer of grained material in the steady state

Bogdana Hayvas, Yevhen Chaplya, Halyna Login

The problem of drying a layer of grained material being in the steady blown state is formulated. Essentially different inter sity of processes of carrying over of humidity in intergranular space and individual grain are considered. Analytical solutions are found for the distribution of a moisture-contents field in the layer with a subsequent determination of the stress-strained state for an individual grain depending on the depth of its location. Being based on these solutions, patterns of changes in humidity and deformation of individual grain of the layer with time and their dependence on the strength parameters, the depth location of a grain in the layer and the initial moisture content in a grain and in an intergranular medium are studied.

Конвективная сушка слоя зернистого материала в установившемся режиме

Богдана Гайвась, Евгений Чапля, Галина Логин

Сформулирована математическая модель сушки слоя зернистого материала в установившемся режиме его продува, в которой учтено существенно различные интенсивности процессов переноса влажности в межзеренном пространстве и отдельном зерне. Найдены аналитические решения для распределения поля влажности в отдельном зерне в зависимости от глубины его расположения в слое с последующим определением его напряженно-деформированного состояния. На основании этих решений исследованы закономерности изменения влажности и деформации отдельных зерен слоя во времени и их зависимость от прочностных параметров, местоположения зерна по глубине слоя и начальной влажности зерна и межзеренной среде.

Отримано 12.11.13