

Математичне моделювання процесів деформування елементів конструкцій за термосилового навантаження

Богдан Дробенко¹, Олександр Бурик²

¹ д. ф.-м. н., с. н. с. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: drobenko@ukr.net

² Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: sashanettm@gmail.com

Запропоновано методику моделювання термомеханічних процесів в елементах конструкцій за умов пожежі, побудовану з використанням методу скінченних елементів на основі принципу віртуальних переміщень. Наведено порівняльний аналіз результатів, отриманих за різних модельних припущень. Показано, що неврахування пружно-пластичного характеру деформування конструкцій і температурної залежності властивостей матеріалів за підвищених температур може призводити до істотних відхилень отриманих в обчислювальному експерименті розподілах параметрів, що характеризують напружено-деформований стан конструкції, від фактичних. Відзначено також важливість розгляду конструкції на стадії гасіння пожежі, на якій фактично і формуються залишкові напруження, а також необхідність дослідження можливості її експлуатації після пожежі.

Ключові слова: вогнетривкість, метод скінченних елементів, принцип віртуальних переміщень, термомеханіка.

Вступ. Становлення сучасних програм дослідження вогнетривкості конструкцій під час пожеж відбувається на основі окремих експериментів, проведених за умов реальних повномасштабних пожеж і численних тестів у спеціальних печах, у яких температуру оточуючого середовища витримують відповідно до введених типових стандартів [1-8]. Однак можливості дослідження поведінки конструкцій за повномасштабних пожеж є доволі обмежені та надзвичайно коштовні, а у разі експериментів у печах, зазвичай, розглядають лише окремі елементи конструкцій (часто за нереальних розмірів зразків, навантажень та умов руйнування). Такі експерименти зовсім не відображають поведінки конструкції як єдиного цілого навіть за умов нормальної температури, оскільки багато аспектів поведінки складної структури виникає внаслідок взаємодії її різних складників і їх неможливо передбачити в експериментах з ізольованими елементами. Тому фактичні напруження в реальних конструкціях під час пожежі часто виявляються істотно меншими, ніж передбачувані на основі часткових експериментів за стандартних сценаріїв пожежі (у зв'язку із структурною неперервністю та забезпеченням альтернативних шляхів навантаження для окремих елементів).

У зв'язку з величезними затратами під час проведення повномасштабних експериментів і частковим характером результатів стандартних експериментів

з окремими конструктивними елементами, виникає практична потреба у розробці математичних моделей кількісного опису й оцінки вогнетривкості конструкцій та їх елементів за різних сценаріїв розгортання пожежі. В основі сучасних математичних моделей, із використанням яких сьогодні реально проводити масштабні обчислювальні експерименти й отримувати достатньо адекватні результати, лежать незв'язані рівняння теплопровідності та співвідношення термомеханіки.

У переважній більшості досліджень в області вогнетривкості конструкцій розглядають поведінку окремих елементів конструкцій лише на стадіях зростання та повного розвитку пожежі (див. напр., роботи [9-19]). Оскільки механічні та структурні властивості елементів конструкцій залежать від історії термосилового навантаження, то надзвичайно важливо дослідити напружено-деформований стан конструкції й на етапі охолодження нагрітих елементів, а також оцінити міцність конструкції на стадії її експлуатації після пожежі.

Метою цієї роботи є розробка математичної моделі кількісного опису процесів деформування конструкцій за різних сценаріїв розгортання пожежі та створення на цій основі відповідного програмного забезпечення. Наявність надійного програмного забезпечення дозволяє проаналізувати поведінку конструкції під час пожежі, у процесі її гасіння та на етапі експлуатації після пожежі, отримати експертну оцінку її вогнетривкості, запасу ресурсу в окремих конструктивних елементах під час пожежі, рівень залишкових напружень після пожежі тощо. З іншого боку, таке забезпечення дає можливість визначати «раціональні» значення геометричних параметрів конструктивних елементів чи властивості матеріалів із метою підвищення вогнетривкості конструкції. При цьому різко зменшується кількість натурних експериментів, оскільки експериментально перевіряють лише раціональні проекти, отримані внаслідок комп'ютерної симуляції.

1. Формулювання задачі та методика її розв'язування

Розглянемо конструкцію, що займає область V з неперервною за Ліпшицем поверхнею S . Конструкція перебуває за дії теплових чинників, зумовлених пожежею, об'ємних f_i^B та поверхневих f_i^S сил, заданих відповідно в області V та на частині S_f поверхні S ($i = \overline{1,3}$). На частині S_u поверхні S задані переміщення u_i^S ($S_f \cup S_u = S$, $S_f \cap S_u = \emptyset$). Ставиться задача про визначення напружено-деформованого стану тіла, зумовленого цими впливами.

На першому етапі розв'язуємо задачу теплопровідності для тіла V за умов пожежі, загальне формулювання та методику розв'язування якої запропоновано в праці [20], де також наведено результати порівняння отриманих розв'язків для бетонної та залізобетонної колон із результатами відповідних експериментів.

Визначені на першому етапі розв'язування задачі нестационарні температурні поля є входні для задачі другого етапу — визначення напружено-деформованого стану тіла V з використанням підходу Лагранжа, розглядаючи рух тіла у фіксованій декартовій системі координат покровою, коли наближений розв'язок базових рівнянь, що описують рівновагу й умови сумісності тіла, отримують

для дискретних моментів часу $t_{k+1} = t_k + \Delta t_k$, $k = 0, 1, \dots$ (розподіли температури в тілі для цих моментів часу відомі з розв'язування задачі першого етапу).

Розглянемо довільний черговий крок навантаження $[t, t + \Delta t]$ (розв'язки для всіх попередніх дискретних моментів часу до t включно відомі). Відповідно до принципу віртуальних переміщень тіло перебуває у стані рівноваги в момент часу $t + \Delta t$, якщо [21]

$$\int_{0V} {}^{t+\Delta t} \sigma_{ij} \delta {}^{t+\Delta t} \epsilon_{ij} d^0V = {}^{t+\Delta t} R, \quad (1)$$

де ${}^{t+\Delta t} \sigma_{ij}$, ${}^{t+\Delta t} \epsilon_{ij}$ — компоненти тензорів напружень Піола-Кірхгофа 2-го роду та деформацій Гріна-Лагранжа, що відповідають накладеним на конфігурацію тіла у момент часу $t = t + \Delta t$ віртуальним переміщенням δu_i , які є функціями декартових координат ${}^{t+\Delta t} x_j$ матеріальної точки для $t = t + \Delta t$ (${}^{t+\Delta t} x_j = {}^0 x_j + {}^{t+\Delta t} u_j$);

$${}^{t+\Delta t} R = \int_{{}^{t+\Delta t} V} {}^{t+\Delta t} f_i^B \delta u_i d^{{}^{t+\Delta t} V} + \int_{{}^{t+\Delta t} S_f} {}^{t+\Delta t} f_i^S \delta u_i d^{{}^{t+\Delta t} S}; \quad (2)$$

0V , ${}^{t+\Delta t}V$ — об'єм тіла відповідно для $t = 0$ і $t = t + \Delta t$. При цьому деформації визначають через переміщення за допомогою співвідношення

$${}^t \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial {}^t u_i}{\partial {}^0 x_j} + \frac{\partial {}^t u_j}{\partial {}^0 x_i} + \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_i} \frac{\partial {}^t u_k}{\partial {}^0 x_j} \right). \quad (3)$$

Переміщення, деформації та напруження в момент часу $t = t + \Delta t$ подаємо через відомі їх значення ${}^t u_i$, ${}^t \epsilon_{ij}$, ${}^t \sigma_{ij}$ на початку кроку та відповідні прирости ${}_0 u_i$, ${}_0 \epsilon_{ij}$, ${}_0 \sigma_{ij}$ на цьому кроці. З урахуванням співвідношень (2) прирости деформацій ${}_0 \epsilon_{ij}$ розкладаємо на лінійну ${}_0 e_{ij}$ і нелінійну ${}_0 \eta_{ij}$ частини.

Використовуючи апроксимації ${}_0 \sigma_{ij} = {}_0 C_{ijrs} ({}_0 e_{rs} - {}_0 e_{rs}^T)$ і $\delta {}_0 \epsilon_{ij} = \delta {}_0 e_{ij}$, базове рівняння принципу віртуальних переміщень набуває вигляду [21]

$$\int_{0V} {}_0 C_{ijrs} {}_0 e_{rs} \delta {}_0 e_{ij} d^0V + \int_{0V} {}^t \sigma_{ij} \delta {}_0 \eta_{ij} d^0V = {}^{t+\Delta t} R - \int_{0V} {}^t \sigma_{ij} \delta {}_0 e_{ij} d^0V + \int_{0V} {}_0 C_{ijrs} {}_0 e_{rs}^T \delta {}_0 e_{ij} d^0V. \quad (4)$$

Тут ${}_0 C_{ijrs} = \partial {}^t \sigma_{ij} / \partial {}^t \epsilon_{rs}$ (процедуру визначення модулів ${}_0 C_{ijrs}$ у випадку неізотермічної термопружно-пластичності детально описано в монографії [22]); ${}_0 e_{rs}^T$ — прирости температурних деформацій за крок навантаження.

У зручному для числової реалізації методу скінченних елементів матрично-векторному поданні базове співвідношення (4) за врахування кінематичних співвідношень між приростами деформацій і переміщень набуває вигляду:

$$\begin{aligned} & \int_{^0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{C} \right] \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right] \{ \mathbf{u} \} d^0V + \\ & + \int_{^0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_{NL} \right]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{S} \right] \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_{NL} \right] \{ \mathbf{u} \} d^0V = \\ & = {}^{t+\Delta t}R - \int_{^0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right]^T \{ \mathbf{S} \} d^0V + \int_{^0V} \{\delta_0 \mathbf{u}\}^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{C} \right] \{ \mathbf{e}^T \} d^0V, \quad (5) \end{aligned}$$

де компоненти приростів тензорів деформацій і напружень зібрані у вектори:

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{e} \} &= (e_{11}, e_{22}, e_{33}, 2e_{12}, 2e_{13}, 2e_{32})^T; \quad \{ \mathbf{g} \} = (\eta_{11}, \eta_{22}, \eta_{33}, 2\eta_{12}, 2\eta_{13}, 2\eta_{32})^T; \\ \{ \mathbf{S} \} &= ({}^t\sigma_{11}, {}^t\sigma_{22}, {}^t\sigma_{33}, {}^t\sigma_{12}, {}^t\sigma_{13}, {}^t\sigma_{23})^T; \quad \{ \mathbf{u} \} = ({}_0u_1, {}_0u_2, {}_0u_3)^T \end{aligned}$$

— вектор приростів переміщень; індекс T означає операцію транспонування.

Зауважимо, що структура ключового співвідношення (5) є універсальна та залишається без змін для усіх часткових випадків, зокрема, для осесиметричної чи плоскої задач, а також для задач, отриманих за використання припущень теорії балок і стрижнів. Як наслідок, під час числової реалізації загальна структура побудови розв'язку буде єдиною, змінюватимуться лише блоки, які відповідають за обчислення конкретних матрично-векторних характеристик.

Внаслідок стандартної скінченно-елементної дискретизації області 0V й апроксимації шуканих приростів переміщень вузлів кожного з елементів за допомогою функцій форми [21] ключове співвідношення (5) набуває вигляду:

$$([\mathbf{K}_L] + [\mathbf{K}_{NL}])\{\mathbf{q}\} = {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{P}\} - \{\mathbf{F}\}, \quad (6)$$

де $\{\mathbf{q}\}$ — глобальний вектор приростів вузлових переміщень. Матрично-векторні характеристики у співвідношенні (6) отримуємо через підсумовування відповідних характеристик окремих скінченних елементів $^0V^e$:

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_L]^e &= \int_{^0V^e} [\mathbf{N}]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{C} \right] \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right] [\mathbf{N}] dv; \\ [\mathbf{K}_{NL}]^e &= \int_{^0V^e} [\mathbf{N}]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_{NL} \right]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{S} \right] \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_{NL} \right] [\mathbf{N}] dv; \\ {}^{t+\Delta t}\{\mathbf{P}\}^e &= \int_{^0S_g^e} [\mathbf{N}]^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}^S ds + \int_{^0V^e} [\mathbf{N}]^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}^B dv; \\ \{\mathbf{F}\}^e &= \int_{^0V^e} [\mathbf{N}]^T \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{B}_L \right] \left(\left\{ \begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{S} \right\} - \left[\begin{smallmatrix} t \\ 0 \end{smallmatrix} \mathbf{C} \right] \{ \mathbf{e}^T \} \right) dv. \end{aligned}$$

Тут $[\mathbf{N}]$ — матриця функцій форми [21], які забезпечують сумісність деформацій під час переходу з одного скінченного елемента на інший.

Ітераційний процес побудови розв'язку нелінійної системи рівнянь (6) за методом Ньютона-Рафсона [21] можна подати у вигляді трьох кроків.

Крок 1. На i -ій ітерації (на початку обчислень $i = 1$) маємо початкові наближення для переміщень ${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(i-1)}$, визначені зі скінченно-елементного подання ${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(i-1)} = [\mathbf{N}]^t \{\mathbf{q}\}^{(i-1)} \left(\{\mathbf{q}\}^{(0)} = {}^t \mathbf{u} \right)$, та деформацій ${}^{t+\Delta t} \epsilon^{(i-1)}$.

Крок 2. Відповідно до цих наближень обчислюємо ${}^{t+\Delta t} \sigma^{(i-1)}$ і далі тангенціальну матрицю стану $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$. Якщо на цьому кроці деформування є пружне, деформації ${}^{t+\Delta t} \epsilon^{(i-1)}$ дають змогу безпосередньо отримати напруження ${}^{t+\Delta t} \sigma^{(i-1)}$ і матрицю $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$. За пружно-пластичного деформування

$${}^{t+\Delta t} \sigma^{(i-1)} = {}^t \sigma + \int_t^{t+\Delta t} d\sigma.$$

Відповідно до отриманого наближення напружень ${}^{t+\Delta t} \sigma^{(i-1)}$ (в кінці $(i-1)$ -ітерації) обчислюємо матрицю $[_0\mathbf{C}]^{(i-1)}$.

Крок 3. Формуємо матричне рівняння:

$$\left({}^{t+\Delta t} [\mathbf{K}_L] + {}^{t+\Delta t} [\mathbf{K}_{NL}] \right) \{\mathbf{q}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \{\mathbf{P}\} - {}^{t+\Delta t} \{\mathbf{F}\}^{(i-1)},$$

з якого визначаємо чергове наближення приростів вузлових переміщень $\{\mathbf{q}\}^{(i)}$ на розглядуваному кроці навантаження, далі — наближення для переміщень вузлів ${}^{t+\Delta t} \{\mathbf{q}\}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \{\mathbf{q}\}^{(i-1)} + \{\mathbf{q}\}^{(i)}$, переміщення ${}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(i)}$ та деформації ${}^{t+\Delta t} \epsilon^{(i)}$, після чого переходимо на *крок 1* (для $i = i + 1$). Продовжуємо обчислення на *кроках 1-3* до досягнення збіжності.

На основі запропонованої методики розроблено програмне забезпечення для моделювання процесів деформування елементів конструкцій за умов пожежі.

2. Чисельна реалізація

З метою верифікації розробленого програмного забезпечення досліджено термо-механічну поведінку навантаженої П-конструкції зі сталі С30 [22] під час пожежі в межах різних модельних наближень. Розміри конструкції та умови її силового навантаження показано на рис. 1. Конструкцію теплоізолювано на зовнішній поверхні, а з внутрішньої обмінюється теплом через поверхню із зовнішнім середовищем, зміну температури якого задано відповідно до стандарту ISO 834 [4].

Напружено-деформований стан конструкції визначено в межах просторово-тривимірної задачі, задачі про плоский напружений стан і на основі моделі балки Ейлера-Бернуллі, використовуючи при цьому аналогічні поділи конструкції

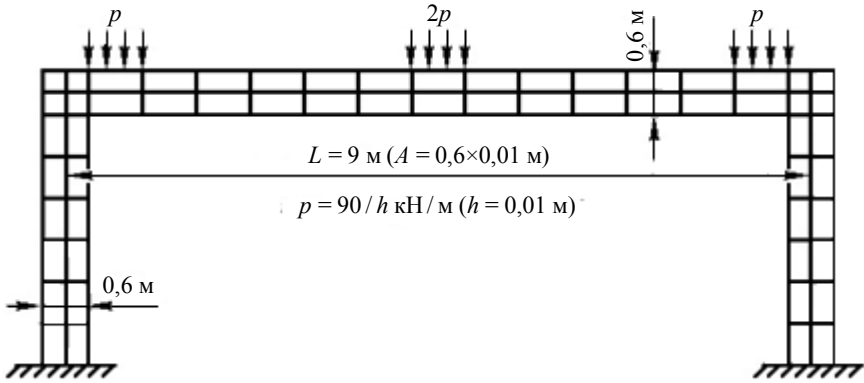


Рис. 1. «Сталева П-конструкція»

на скінченні елементи (скінченно-елементний поділ конструкції на біквдратичні ізопараметричні плоскі скінченні елементи [22] подано на рис. 1).

На рис. 2 показано характер деформування конструкції у момент часу, коли її нижня поверхня нагрілася до температури 500°C (для наочності переміщення збільшено в 40 разів), а на рис. 3 — розподіли осьового напруження на зовнішній і внутрішній поверхнях поперечини у цей же момент часу. Бачимо достатньо добре узгодження результатів, отриманих у межах різних моделей. При цьому вздовж поперечини використано лише 13 скінченних елементів (див. рис. 1).

Зауважимо, що використання просторово тривимірних скінченних елементів для розрахунку тонкостінних конструкцій (у яких один чи два розміри є істотно менші за третій), можуть призводити до явища «замикання» розв'язків [21], коли не вдається досягти збіжності. Зокрема, у розглядуваному випадку отримати розв'язок за допомогою просторових ізопараметричних елементів не вдалося, тоді як балочні скінченні елементи давали швидко збіжні стійкі розв'язки.

Під час пожежі в елементах конструкцій, зазвичай, виникають пластичні деформації (межа пластичності істотно зменшується за високих температур).

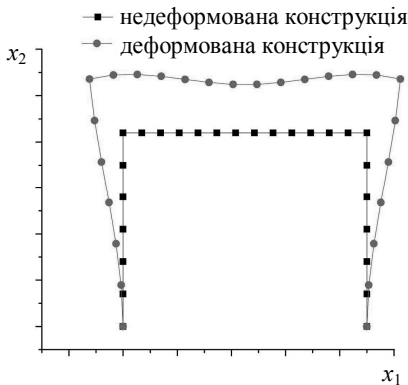


Рис. 2. Характер деформування конструкції

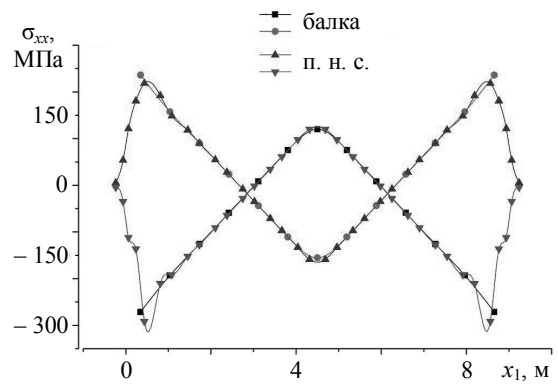


Рис. 3. Напруження на поверхнях поперечини

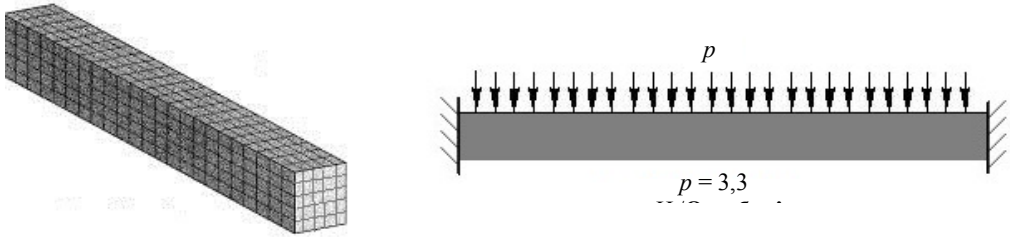


Рис. 4. Рівномірно навантажена защемлена на кінцях балка

Тому важливо дослідити напружено-деформований стан конструкції не лише на етапі пожежі, але й на етапі її охолодження під час гасіння, а також оцінити міцність конструкції на стадії її експлуатації після пожежі. У зв'язку з цим розглянуто термомеханічну поведінку защемленої на кінцях рівномірно навантаженої балки (див. рис. 4) зі сталі С30 (розміром $2\text{ м} \times 0,2\text{ м} \times 0,2\text{ м}$) упродовж усіх зазначених стадій. Температурно залежну криву деформування для сталі задавали у наближенні ідеально пружно-пластичного матеріалу [22].

На рис. 5 наведено напруження на нижній поверхні балки в моменти часу, коли температура на цій поверхні досягала відповідно $50, 100, \dots, 500^\circ\text{C}$, а на рис. 6 — порівняння розв'язків, отриманих за припущення пружно-пластичного та пружного деформування в момент часу, коли температура нижньої поверхні досягла 500°C .

Як бачимо, під час пожежі в околі защемлених кінців виникають істотні пластичні деформації. Після повного охолодження балки в цих місцях отримуємо залишкові напруження на рівні межі пластичності (див. рис. 7). При цьому балка знаходилася в епіцентрі пожежі 33 хв., що вказує на актуальну обернену задачу: якими мають бути властивості матеріалу конструкції чи ізоляційних матеріалів, щоб максимально збільшити вогнетривкість конструкції.

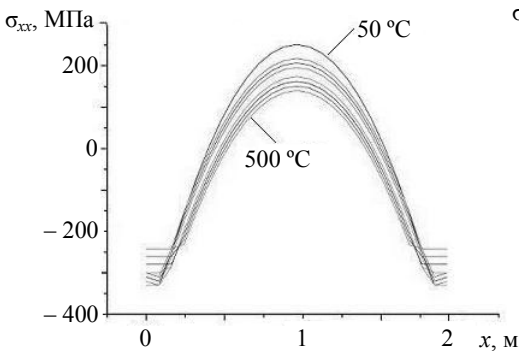


Рис. 5. Еволюція напруженого стану в балці під час пожежі

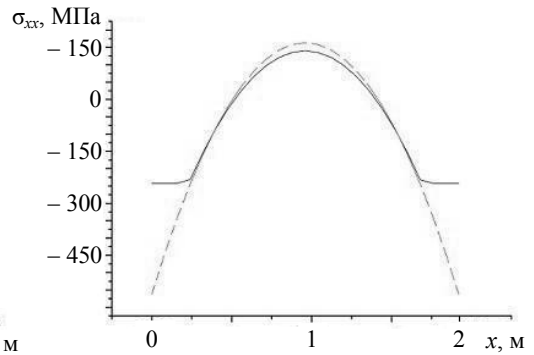


Рис. 6. Напруження за припущення пружного та пружно-пластичного деформування

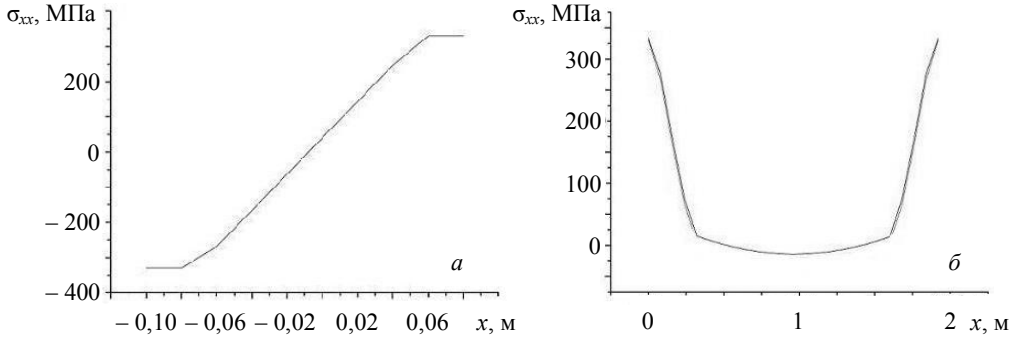


Рис. 7. Залишкові напруження уздовж товщини балки в околі зацемлених країв (а) та на нижній поверхні балки (б) після повного її охолодження

Висновки. Під час моделювання термомеханічних процесів в елементах конструкцій за умов пожежі необхідно враховувати пружно-пластичний характер деформування та температурну залежність властивостей матеріалів. Неврахування цих чинників може призводити до істотних відхилень в отриманих розподілах параметрів, що характеризують напружено-деформований стан конструкції, від фактичних. Також важливо розглядати стадії гасіння пожежі, на яких фактично і формуються залишкові напруження, та оцінити міцність конструкції на стадії її експлуатації після пожежі.

У подальшому розроблену методику буде використано для раціонального вибору геометричних розмірів елементів конструкцій, властивостей конструкційних та ізоляційних матеріалів із метою подовження тривалості перебування елементів конструкції в епіцентрі пожежі зі збереженням несучої здатності.

Література

- [1] ASTM Designation: E119. Standard methods of fire test of building construction and materials. — Philadelphia, PA: American Society for Testing and Materials, 1983.
- [2] *Dharma R. B., Tan K.-H.* Rotational capacity of steel I-beams under fire condition // *Engineering Structures*. — 2007. — Vol. 29. — P. 2391-2402.
- [3] *Ding J., Wang Y. C.* Experimental study of structural fire behaviour of steel beam to concrete filled tubular column assemblies with different types of joints // *Engineering Structures*. — 2007. — Vol. 29. — P. 3485-3502.
- [4] International Organization for Standardization. Fire resistance test on elements of building construction. ISO/834, 1975.
- [5] *Li G.-Q., Guo S.-X., Zhou H.-S.* Modeling of membrane action in floor slabs subjected to fire // *Engineering Structures*. — 2007. — Vol. 29. — P. 880-887.
- [6] Experimental behaviour of a steel structure under natural fire / *F. Wald, L. Simoes da Silva, D. B. Moore* // *Fire Safety Journal*. — 2006. — Vol. 41. — P. 509-522.
- [7] *Wang Y. C., Wong P. M. H., Kodur V.* An experimental study of the mechanical properties of fibre reinforced polymer and steel reinforcing bars at elevated temperatures // *Composite Structures*. — 2007. — Vol. 80. — P. 131-140.

- [8] *Wanga W.-Y., Lia G.-Q., Dong Y.-L.* Experimental study and spring-component modelling of extended end-plate joints in fire // *Journal of Constructional Steel Research*. — 2007. — Vol. 63. — P. 1127-1137.
- [9] *Chung K., Park S., Choi S.* Material effect for predicting the fire resistance of concrete-filled square steel tube column under constant axial load // *Journal of Constructional Steel Research*. — 2008. — Vol. 64, No 12. — P. 1505-1515.
- [10] *Di Capua D., Mari A. R.* Nonlinear analysis of reinforced concrete cross-sections exposed to fire // *Fire Safety Journal*. — 2007. — Vol. 42. — P. 139-149.
- [11] *Haksever A., Anderberg Y.* Comparison between measured and computed structural response of some reinforced concrete columns in fire // *Fire Safety Journal*. — 1981. — Vol. 4. — P. 293-297.
- [12] *Haksever A., Anderberg Y.* Comparison between measured and computed structural response of some reinforced concrete columns in fire // *Fire Safety Journal*. — 1981. — Vol. 4. — P. 293-297.
- [13] *Huang Z., Platten A.* Non-linear finite element analysis of planar reinforced concrete members subjected to fires // *ACI Struct. J.* — 1997. — Vol. 94, No 3. — P. 272-282.
- [14] *Huang Z., Platten A., Roberts J.* Non-linear finite element model to predict temperature histories within reinforced concrete in fires // *Build Environ*. — 1996. — Vol. 31, No 2. — P. 109-118.
- [15] *Kodur V. K. R., Dwaikat M.* A numerical model for predicting the fire resistance of reinforced concrete beams // *Cement and concrete composites*. — 2008. — Vol. 30. — P. 431-443.
- [16] *Lie T. T., Irwin R. J.* Method to calculate the fire resistance of reinforced concrete columns with rectangular cross section // *ACI Struct J.* — 1993. — Vol. 90(1). — P. 52-60.
- [17] *Luccioni B. M., Figueroa M. I., Danesi R. F.* Thermo-mechanic model for concrete exposed to elevated temperatures // *Eng. Struct.* — 2003. — Vol. 25. — P. 729-742.
- [18] *Richard Liew J. Y.* Survivability of steel frame structures subject to blast and fire // *Journal of Constructional Steel Research*. — 2008. — Vol. 64. — P. 854-866.
- [19] *Terro M. J.* Numerical modeling of the behavior of concrete structures in fire // *ACI Struct. J.* — 1998. — Vol. 95, No 3/4. — P. 183-193.
- [20] *Дробенко Б., Бурик О.* До оцінювання температурних полів в елементах будівельних конструкцій за умов пожежі // *Машинознавство*. — 2013. — № 5-6. — С. 16-20.
- [21] *Bathe, K. J.* *Finite Element Procedures Analysis*. — Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995. — 1037 p.
- [22] *Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл; під заг. ред. Я.І. Бурака, Р. М. Кушніра. Т. 4: Термомеханіка намагнечуваних електропровідних термочувливих тіл / О. П. Гачкевич, Б. Д. Дробенко.* — Львів: СПОЛОМ, 2010. — 256 с.

Mathematical modelling of deformation of structural elements subjected to thermal-power loading

Bohdan Drobenco, Alexander Buryk

A procedure for modeling of thermomechanical processes in structural elements in event of fire, using the finite element method based on the principle of virtual displacements, is proposed. A comparative analysis of the results obtained under different model assumptions is provided. It is shown that disregard of elasto-plastic deformation of structures and the temperature dependence of the properties of materials at elevated temperatures can lead to significant deviations in the resulting distributions in the computational experiment parameters characterizing the stress-strain state of the structure from the actual ones. Also there emphasized the importance of considering the structure at the stage of extinguishing the fire, at which, actually, residual stresses are formed, as well as a necessity to investigate the possibility of exploitation of the structure after the fire.

Математическое моделирование процессов деформирования элементов конструкций в условиях термосилового нагружения

Богдан Дробенко, Александр Бурик

Предложена методика моделирования термомеханических процессов в элементах конструкций в условиях пожара, построенная с использованием метода конечных элементов на основе принципа виртуальных перемещений. Приведен сравнительный анализ результатов, полученных в рамках различных модельных предположений. Показано, что учет упруго-пластического характера деформирования конструкций и температурной зависимости свойств материалов при повышенных температурах может привести к существенным отклонениям в полученных в вычислительном эксперименте распределениях параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние конструкции, от фактических. Отмечена также важность рассмотрения конструкции на стадии тушения пожара, на которой фактически и формируются остаточные напряжения, а также необходимость исследования возможности эксплуатации конструкции после пожара.

Представлено професором П. Малачівським

Отримано 29.10.14