

Механічна поведінка в'язкопружного шару на жорсткій основі під дією нормального розподіленого навантаження

Ігор Скородинський¹, Олександр Максимук²

¹ Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060, e-mail: skorodynski@ukr.net

² д. ф.-м. н., п. н. с., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 36, Львів, 79060

На основі узагальненої двопараметричної моделі досліджено механічну поведінку нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі під дією нормального розподіленого навантаження. Вивчено запізнення реакції шару на зовнішню силову дію в середині області навантаження. Встановлено пропорційність між часом запізнення реакції шару та часом ретардації елемента Кельвіна-Фойгта відповідної в'язкопружної моделі, що описує матеріал шару. Досліджено властивості коефіцієнта пропорційності.

У рамках різних моделей побудовано та досліджено графіки залежності контактного тиску між шаром та жорсткою основою від координати в різні моменти часу. Встановлено кореляцію між контактними тисками у пружному випадку, отриманими на базі узагальненої двопараметричної моделі та точного розв'язку задачі теорії пружності для нескінченної смуги.

Ключові слова: в'язкопружний шар, узагальнена двопараметрична модель, рівномірно розподілене навантаження, час запізнення (ретардації), область навантаження.

Вступ. Одними з найбільш розповсюджених моделей основ є моделі Фусса-Вінклера [1-4], Буссінеска-Фламана [2], двопараметричні моделі Філоненко-Бородича [3, 4], Пастернака [3, 5, 6] і Власова [1, 3, 4, 7, 8], модель Рейсснера [3, 9], а також їхні багаточисельні модифікації, узагальнення та комбінації [3, 4, 8-15]. Так у монографії [2] використовуються моделі основи Буссінеска та Фламана, які дають необмежені контактні тиски в околах кутових точок штампів як у плоскому, так і у просторовому випадках. У працях [10, 11] розв'язано контактні задачі про втискання жорстких штампів у пружні та в'язкопружні основи з вінклерівськими покриттями, причому у в'язкопружному випадку використовуються операторні коефіцієнти постелі. Контактний тиск при цьому обмежений для штампа довільної форми. Недоліком побудованих моделей є те, що вони добре описують тільки достатньо тонкі покриття, не здатні розподіляти навантаження. Тому значним кроком вперед стала поява двопараметричних моделей основ, здатних розподіляти навантаження [1, 3-5, 7, 8], а також їхнє узагальнення на в'язкопружний випадок [9, 12, 13]. Такі моделі забезпечують більш реальний

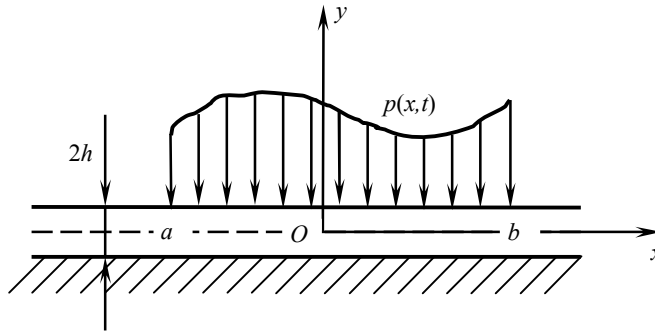


Рис. 1

розподіл вертикальних переміщень і контактного тиску під штампами як для тонких покриттів, так і для масивних основ.

У цій роботі розглядається дія нормального розподіленого навантаження на в'язкопружний шар, зчеплений з жорсткою основою, з використанням узагальненої двопараметричної моделі. Досліджено запізнення реакції в'язкопружного шару на зовнішню механічну дію та розподіл нормальних контактних напружень між шаром та основою. У пружному випадку проведено порівняння з точним розв'язком задачі теорії пружності для нескінченної смуги.

1. Формулювання задачі

Розглянемо нескінченний в'язкопружний шар товщини $2h$, зчеплений із жорсткою основою, на який діє залежне від часу нормальне навантаження інтенсивності $p(x, y)$, розподілене на ділянці $[a, b]$ (рис. 1). Матеріал шару описується моделлю Кельвіна-Фойгта. Задача розглядається в рамках плоскої деформації.

Диференціальне рівняння для визначення вертикального переміщення v навантаженої поверхні в рамках узагальненої двопараметричної моделі [16] має вигляд

$$2t_e v'' + 2t_\eta \dot{v}'' - k_e v - k_\eta \dot{v} = p(x, t), \quad (1)$$

де k_e, \dots, t_η — комбінації в'язкопружних сталей матеріалу шару та його товщини [16]. Штрихами позначено похідні за координатою x , а крапками — за часом. Гранична та початкова умови записуються так:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} v(x, t) = 0; \quad (2)$$

$$v(x, 0) = 0. \quad (3)$$

2. Побудова розв'язку

З використанням результатів роботи [16] розв'язок задачі (1)-(3) запишемо у вигляді

$$v(x, t) = - \int_0^t d\tau \int_a^b \Gamma(x - \xi, t - \tau) p(\xi, \tau) d\xi, \quad (4)$$

$$\Gamma(x, t) = \frac{1}{2\pi t_\eta} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{u^2 + \alpha_e^2}{u^2 + h^{-2}}\right) \frac{\cos xu}{u^2 + h^{-2}} du. \quad (5)$$

Тут $\Gamma(x, t)$ — функція Гріна; τ_K — час запізнення (ретардації) елемента Кельвіна-Фойгта [17-19]; $\alpha_e^2 = k_e/(2t_e)$.

Розглянемо випадок, коли область навантаження симетрична відносно початку координат, а самé навантаження рівномірно розподілене на ділянці $[-a, a]$ і стає в часі, тобто

$$p(\xi, \tau) = p_0 H_- \left(1 - \left|\frac{\xi}{a}\right|\right) H_+(\tau), \quad (6)$$

де $H_-(\xi)$, $H_+(\tau)$ — асиметричні функції Хевісайда. Підставляючи співвідношення (5), (6) у формулу (4), отримаємо такий вираз для вертикального переміщення навантаженої поверхні:

$$v(x, t) = -\frac{p_0}{k_e} \begin{cases} 1 - e^{-\alpha_e a} \operatorname{ch}(\alpha_e x), & |x| \leq a \\ \operatorname{sh}(\alpha_e a) e^{-\alpha_e |x|}, & |x| > a \end{cases} + \frac{p_0}{\pi t_e} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{\xi^2 + \alpha_e^2}{\xi^2 + h^{-2}}\right) \frac{\sin(a\xi) \cos(x\xi)}{\xi(\xi^2 + \alpha_e^2)} d\xi. \quad (7)$$

Введемо безрозмірні змінні та сталі величини

$$\bar{x} = x/a, \quad \bar{\xi} = a\xi, \quad \bar{t} = t/\tau_0, \quad \bar{v}(\bar{x}, \bar{t}) = E_0 v(x, t)/(ap_0), \\ \bar{\tau}_K = \tau_K/\tau_0, \quad \lambda = h/a, \quad \alpha = \alpha_e a = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{3}{2(1-v_0)}} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{3(1-v)}{2(1-2v)}}.$$

Тут $E_0 = E/(1-v^2)$, $v_0 = v/(1-v)$; E, v — рівноважні модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу шару; τ_0 — характерний час. Тоді формула (7) набуде вигляду

$$v(x, t) = -2\lambda(1-v_0^2) \begin{cases} 1 - e^{-\alpha} \operatorname{ch} \alpha x, & |x| \leq 1 \\ \operatorname{sh} \alpha e^{-\alpha|x|}, & |x| > 1 \end{cases} + \frac{6(1+v_0)}{\pi\lambda} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{\xi^2 + \alpha^2}{\xi^2 + \lambda^{-2}}\right) \frac{\sin \xi \cos x\xi}{\xi(\xi^2 + \alpha^2)} d\xi, \quad (8)$$

де верхні риси опущено. Співвідношення (8) є робочою формулою для визначення безрозмірного вертикального переміщення навантаженої поверхні шару, зокрема в середині області навантаження.

Узагальнена двопараметрична модель дозволяє визначити нормальні контактні напруження (контактний тиск) в області зчеплення в'язкопружного шару з жорсткою основою. Виходячи зі співвідношень, наведених у роботі [16], можна отримати таку формулу для вищезгаданого контактного тиску $q(x, t)$:

$$q(x, t) = - \left[\frac{p_0}{2} H_- \left(1 - \left| \frac{x}{a} \right| \right) H_+(t) + Gh \left(\alpha_e^2 v(x, t) + \frac{\tau_K}{h^2} \dot{v}(x, t) \right) \right]. \quad (9)$$

Тут $G = E/[2(1+\nu)] = E_0/[2(1+\nu_0)]$ — рівноважний модуль зсуву матеріалу шару. Підставляючи вираз (7) у співвідношення (9), для безрозмірного контактного тиску $\bar{q}(\bar{x}, \bar{t}) = q(x, t)/p_0$ отримаємо наступне представлення:

$$q(x, t) = - \frac{1}{2} H_- (1 - |x|) H_+(t) + \frac{3}{2} \begin{cases} 1 - e^{-\alpha} \operatorname{ch} \alpha x, & |x| \leq 1 \\ \operatorname{sh} \alpha e^{-\alpha|x|}, & |x| > 1 \end{cases} - \frac{3(\alpha^2 - \lambda^{-2})}{\pi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{\xi^2 + \alpha^2}{\xi^2 + \lambda^{-2}}\right) \frac{\xi \sin \xi \cos x \xi}{(\xi^2 + \alpha^2)(\xi^2 + \lambda^{-2})} d\xi. \quad (10)$$

У формулі (10) верхні риси над безрозмірними величинами опущено.

3. Запізнення реакції в'язкопружного шару на зовнішнє навантаження

Як відомо, деформації у тілі Кельвіна-Фойгта у разі миттєвого прикладання сталого в часі навантаження розвиваються із запізненням, яке характеризується часом ретардації τ_K [17-19].

З допомогою формул (7), (8) можна встановити, що вертикальне переміщення навантаженої поверхні є найбільшим за модулем в середині області навантаження, тобто для $x = 0$. У цій же точці є максимальним модуль різниці між в'язкопружним і пружним ($t \rightarrow \infty$) розв'язками. Розглянемо величину

$$\Delta(t) = \left| \frac{v(0, t) - v_e}{v_e} \right| = \frac{2\alpha^2}{\pi(1 - e^{-\alpha})} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{t}{\tau_K} \frac{\xi^2 + \alpha^2}{\xi^2 + \lambda^{-2}}\right) \frac{\sin \xi d\xi}{\xi(\xi^2 + \alpha^2)},$$

$$v_e = v(0, \infty) = -2\lambda(1 - \nu_0^2)(1 - e^{-\alpha}), \quad (11)$$

яка представляє відносну максимальну різницю між в'язкопружним і пружним розв'язками та характеризує запізнення деформації розтягу—стиску вздовж осі Oy у в'язкопружному шарі для $x = 0$.

На рис. 2 зображено графіки часової залежності функцій $\Delta(t)$ для різних відносних товщин шару $\lambda = h/a$, а також для моделі Вінклера. Рис. 2а відповідають значення в'язкопружних сталей $E = 570$ Мпа; $\nu = 0,12$; $\eta = 5$ ГПа·с; $\tau_K = 19,65$ с; $\tau_0 = 10$ с, а рис. 2б — такі значення: $E = 300$ МПа; $\nu = 0,2$;

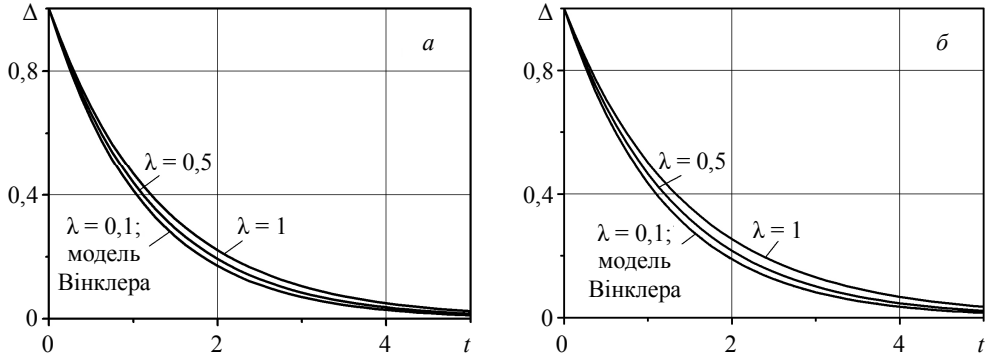


Рис. 2

$\eta = 600$ МПа·с; $\tau_K = 4,8$ с; $\tau_0 = 1$ с. Як видно з рис. 2, величина $\Delta(t)$ слабо залежить від λ , і тому відповідні криві близькі до експоненціальної кривої, що відповідає моделі Вінклера

$$\Delta_w(t) = \exp\left[-\frac{3t}{2\tau_K(1-\nu_0)}\right]. \quad (12)$$

Якщо $\lambda \leq 0,1$, то криві (11) і (12) практично співпадають, оскільки $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \Delta(t) = \Delta_w(t)$.

Зі збільшенням відносної товщини шару величина $\Delta(t)$ також зростає. З формули (11) і рис. 2 випливає, що оскільки величина α слабо залежить від коефіцієнта Пуассона, то швидкість спадання кривих $\Delta(t)$ визначається переважно часом запізнення τ_K . Відзначимо, що, як видно зі співвідношення (12), у випадку моделі Вінклера величина $\Delta_w(t)$ не залежить від λ .

Як і в роботі [16], встановимо співвідношення між часом запізнення реакції в'язкопружного шару на зовнішню силову дію τ_d та часом ретардації τ_K . З формули (11) випливає, що якщо $\Delta(t) = \varepsilon = const$, то $t/\tau_K = c = const$ (для заданих матеріалу та товщини шару). Тому, якщо величину τ_d визначити так, як у праці [16], то отримаємо прямо пропорційну залежність

$$\tau_d = c\tau_K. \quad (13)$$

Коефіцієнт c у виразі (13) зв'язаний з величиною ε та іншими параметрами, як видно зі співвідношення (11), таким чином:

$$\frac{2\alpha^2}{\pi(1-e^{-\alpha})} \int_0^{\infty} \exp\left(-c \frac{\xi^2 + \alpha^2}{\xi^2 + \lambda^{-2}}\right) \frac{\sin \xi d\xi}{\xi(\xi^2 + \alpha^2)} = \varepsilon. \quad (14)$$

У випадку моделі Вінклера з допомогою формули (12) отримуємо явну залежність

$$c = -\frac{2(1-\nu_0)}{3} \ln \varepsilon. \quad (15)$$

Як і величина $\Delta_w(t)$, коефіцієнт c у цій моделі не залежить від товщини шару.

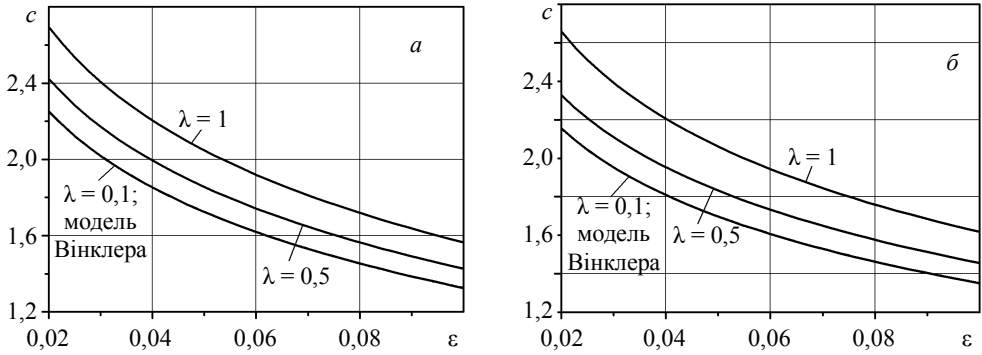


Рис. 3

На рис. 3 наведено графіки залежностей $c = c(\varepsilon)$ для тих же двох матеріалів, для яких побудовано графіки на рис. 2, і для тих же значень параметра λ . Бачимо, що залежності $c = c(\varepsilon)$ монотонно спадні, а графіки неявної функції (14) майже конгруентні логарифмічним кривим (15) (із відповідним паралельним перенесенням). Якщо $\lambda \leq 0,1$, то неявні криві (14) практично співпадають із логарифмічною кривою (15), що відповідає моделі Вінклера. У разі збільшення параметра λ коефіцієнт c збільшується (відповідна крива зміщується догори). Зауважимо, що залежність коефіцієнта c від λ сильніша, ніж відповідна залежність величини $\Delta(t)$. Залежність c від коефіцієнта Пуассона ν оберненою: більшим значенням величини ν відповідають менші значення величини c . Максимальне значення коефіцієнта пропорційності становить $c(0,02) \approx 2,7$ для $\lambda = 1, \nu = 0,12$ (рис. 3а), а мінімальне — $c(0,1) \approx 1,15$ для $\lambda = 0,1, \nu = 0,2$ (рис. 3б). Зазначимо, що для $\varepsilon = e^{-1}$ значення коефіцієнта c для обох матеріалів і для всіх вище обраних відносних товщин шару менші від одиниці, оскільки величина τ_k є часом запізнення для деформації зсуву.

Зауважимо, що, як впливає з вищевикладеного та з рис. 2, 3, у випадку малої товщини шару ($\lambda \leq 0,1$) останній доцільніше розглядати як вінклерівський і користуватися простими та явними залежностями (12), (15).

4. Контактний тиск між в'язкопружним шаром і жорсткою основою

Як і у випадку зосередженої сили [16], з допомогою формули (10) побудовано графіки розподілу безрозмірного контактного тиску між в'язкопружним шаром і жорсткою основою в різні моменти часу та для різних відносних товщин λ (рис. 4). Під час побудови графіків використано такі значення в'язкопружних сталей матеріалу шару: $E = 570$ МПа; $\nu = 0,12$; $\eta = 5$ ГПа·с; $\tau_k = 19,65$ с; $\tau_0 = 10$ с. Суцільні лінії відповідають контактним тискам (10) у задані моменти часу (рис. 4); коротким пунктиром зображено графіки контактних тисків

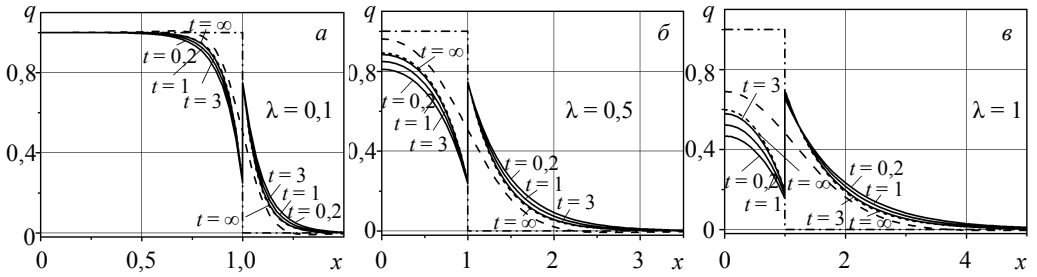


Рис. 4

між пружним шаром ($t \rightarrow \infty$) і жорсткою основою в рамках узагальненої дво-параметричної моделі; штрихпунктирні горизонтальні лінії відповідають контактному тиску в рамках моделі Вінклера. Звичайними пунктирними лініями зображено графіки розподілу нормальних контактних напружень, отриманих на основі точного розв'язку задачі теорії пружності для нескінченної смуги у рамках плоскої деформації [20]. Оскільки зовнішнє навантаження $p(x, y)$ терпить стрибок на кінцях області навантаження, то в рамках узагальненої двопараметричної моделі контактний тиск $q(x, t)$ також має у цих точках стрибок величиною $0,5p_0$ (відповідно 0,5 для безрозмірної величини). Як видно з рис. 4, контактний тиск між шаром і жорсткою основою є кусково-монотонно спадною функцією для будь-якого моменту часу $t \geq 0$. При цьому в області навантаження він є увігнутою функцією координати x ($q''(x, t) < 0 \forall t \geq 0$), а поза область навантаження — опуклою функцією координати ($q''(x, t) > 0 \forall t \geq 0$). Максимум контактного тиску в області навантаження досягається в середині цієї області. Зазначимо, що для $\lambda \leq 0,1$ розподіл контактного тиску між шаром і жорсткою основою поза околами кінців області навантаження, довжина яких прямує до нуля разом із товщиною шару, мало відрізняється від вінклерівського (рис. 4а).

Залежність контактного тиску від часу для малих товщин незначна (рис. 4а) і стає помітною тільки для товщин, співрозмірних з областю навантаження (рис. 4 б, в), тобто ця залежність стає сильнішою зі збільшенням параметра λ . З рис. 4 видно, що в області навантаження, за виключенням околів її кінців, контактний тиск із часом зростає від початкового значення $q(x, 0)$ до граничного пружного значення при $t \rightarrow \infty$ (криві, зображені коротким пунктиром), а поза область навантаження за достатнього віддалення від точок $x = \pm 1$ навпаки, релаксує від величини $q(x, 0)$ до $q(x, \infty)$. Зауважимо, що зі зростанням параметра λ значення контактного тиску зменшуються, а його розподіл за координатою все більше відхиляється від відповідного розподілу у випадку моделі Вінклера.

Варто зазначити добру кореляцію між розподілами контактного тиску, отриманими на основі узагальненої двопараметричної моделі у пружному випадку ($t \rightarrow \infty$) і внаслідок розв'язання плоскої задачі теорії пружності для нескінченної смуги (плоска деформація). Відповідні криві на рис. 4 зображено коротким і звичайним пунктиром. Для малих товщин ($\lambda \leq 0,1$) узгодження вищевказаних

кривих є досить добре (приймаючи до уваги різні класи гладкості функцій $q(x)$). Для більших товщин відстань між відповідними кривими збільшується, але залишається набагато меншою, ніж відстань між графіками, що відповідають узагальненій двопараметричній моделі та моделі Вінклера (рис. 4 б, в). Слід чекати, що для неперервних зовнішніх навантажень $p(x)$ контактні тиски між пружним шаром і жорсткою основою, отримані на основі узагальненої двопараметричної моделі, також будуть неперервними, і їхня кореляція з контактними тисками, отриманими на основі точного розв'язку задачі теорії пружності для нескінченної смуги, буде доброю в усій області зчеплення шару з основою, включаючи околиці кінців області навантаження. Ситуацію в околицях кінців області навантаження можна покращити й у розглядуваному випадку, якщо за значення контактного тиску в цих точках брати величини $0,5[q(\pm 1 - 0) + q(\pm 1 + 0)]$ і згладжувати неіснуючі стрибки відрізками кривих, що проходять через точки $(\pm 1; 0,5[q(\pm 1 - 0) + q(\pm 1 + 0)])$. Однак це потребує спеціального дослідження. Наприкінці зазначимо, що узагальнена двопараметрична модель не «ловить» ефекту відривання шару від основи в точках, достатньо віддалених від області навантаження. Однак розтягуючі контактні напруження у цих точках є настільки малі, що це практично неможливо відобразити графічно. Аналогічні результати отримано також для м'якшого матеріалу ($E = 300$ МПа; $\nu = 0,2$; $\eta = 600$ МПа·с; $\tau_k = 4,8$ с), причому кореляція контактних тисків, отриманих у рамках різних моделей, у цьому випадку краща, ніж у розглянутому, тобто збільшення коефіцієнта Пуассона покращує кореляцію контактних тисків, отриманих у рамках різних моделей.

Висновки. На основі узагальненої двопараметричної моделі досліджено механічну поведінку нескінченного в'язкопружного шару на жорсткій основі під дією нормального розподіленого, сталого в часі навантаження. Вивчено запізнення реакції в'язкопружного шару на зовнішню силову дію в середині області навантаження. Зокрема, як і у випадку зосередженої сили [16], встановлено пропорційність часу запізнення реакції шару часові ретардації елемента Кельвіна—Фойгта. Досліджено залежності коефіцієнта пропорційності у цьому співвідношенні від відносної максимальної різниці між в'язкопружним і пружним розв'язками (величини ϵ), а також від відносної товщини та матеріалу шару.

Побудовано та досліджено графіки розподілу контактного тиску між шаром і жорсткою основою за координатою та в часі з використанням узагальненої двопараметричної моделі, моделі Вінклера та точного розв'язку плоскої задачі теорії пружності для нескінченної смуги. Встановлено, що залежності контактного тиску від координати в рамках узагальненої двопараметричної моделі є кусково-монотонно спадними з фіксованим стрибком величини $0,5p_0$ ($0,5$ для безрозмірної величини) на кінцях області навантаження для будь-якого моменту часу $t \geq 0$. Максимум контактного тиску в області навантаження досягається в її серединній точці. За малих товщин шару розподіл контактного тиску між ним і жорсткою основою наближається до вінклерівського, за винятком деяких околів

кінців області навантаження, довжина яких прямує до нуля разом із товщиною шару. Часова залежність контактного тиску майже непомітна для малих товщин шару та збільшується разом із параметром λ .

Встановлено добру кореляцію між контактним тиском, отриманим на основі узагальненої двопараметричної моделі у пружному випадку ($t \rightarrow \infty$) і відповідним контактним тиском, отриманим на основі точного розв'язку плоскої задачі теорії пружності для нескінченної смуги. Отже, узагальнена двопараметрична модель забезпечує не тільки правильні розподіли вертикальних переміщень навантаженої поверхні [7], а й більш коректні (порівняно з моделлю Вінклера) розподіли контактних тисків між шаром і жорсткою основою.

Література

- [1] Власов В. З., Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. — Москва: Физматгиз, 1960. — 491 с.
- [2] Горбунов-Посадов М. И. Расчет конструкций на упругом основании. — Москва: Гос. изд. литературы по строительству и архитектуре, 1953. — 516 с.
- [3] Kerr A. D. Elastic and Viscoelastic Foundation Models // J. Appl. Mech. — 1964. — Vol. 31, No 3. — P. 491-498.
- [4] Моссаковский В. И., Гудрамович В. С., Макеев Е. М. Контактные взаимодействия элементов оболочечных конструкций. — Киев: Наук. думка, 1988. — 288 с.
- [5] Пастернак П. Л. Основы нового метода расчёта фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. — Москва-Ленинград: Гос. изд. литературы по строительству и архитектуре, 1954. — 56 с.
- [6] Zenkour A. M., Allam M. N. M., Sobhy M. Bending of a fiber-reinforced viscoelastic composite plate resting on elastic foundations // Arch. Appl. Mech. — 2011. — Vol. 81, No 1. — P. 77-96.
- [7] Jones R., Xenophontos J. The Vlasov Foundation Model // Int. J. Mech. Sci. — 1977. — Vol. 19, No 6. — P. 317-323.
- [8] Гудрамович В. С. Механика контактных взаимодействий оболочечных систем при локальном нагружении // Прикладная механика. — 2009. — Т. 45, № 7. — С. 24-51.
- [9] Reissner E. A Note on Deflections of Plates on a Viscoelastic Foundation // Trans. ASME. J. of Appl. Mech. — 1958. — Vol. 25, No 1. — P. 144-145.
- [10] Александров В. М., Мхитарян С. М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. — Москва: Наука, 1983. — 487 с.
- [11] Арутюнян Н. Х., Манжиров А. В. Контактные задачи теории ползучести. — Ереван: Изд-во НАН РА, 1999. — 318 с.
- [12] Муравский Г. Б. О модели упругого основания // Строит. механика и расчёт сооружений. — 1967. — № 6. — С. 14-17.
- [13] Çalim F. F. Dynamic analysis of beams on viscoelastic foundation // European Journal of Mechanics A/Solids. — 2009. — Vol. 28, No 3. — P. 469-476.
- [14] Huang Z. Y., Lü C. F., Chen W. Q. Benchmark solutions for functionally graded thick plates resting on Winkler-Pasternak elastic foundations // Compos. Struct. — 2008. — Vol. 85, No 2. — P. 95-104.
- [15] Kim S. M., Won M. C., McCullough B. F. Behavior of Plate on Viscoelastic Foundation under Moving Harmonic Loads // Trans. of the 15-th ASCE Engineering Mechanics Conference, June 2-5, 2002. — NY: Columbia University, 2002. — P. 1-8 (CD-ROM).
- [16] Скородинський І. С., Максимук О. В. Узагальнена модель в'язкопружного проміжного шару або покриття, що враховує деформацію поперечного зсуву // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2013. — Т. 56, № 1. — С. 62-70.

Ігор Скородинський, Олександр Максимук

Механічна поведінка в'язкопружного шару на жорсткій основі під дією ...

- [17] *Рейнер М.* Деформация и течение. — Москва: Гос. научн.-техн. изд-во нефтяной и горно-топливной лит-ры, 1963. — 381 с.
- [18] Реология: теория и приложения; под ред. *Ф. Эйриха*. — Москва: ИЛ, 1962. — 824 с.
- [19] *Бленд Д. Р.* Теория линейной вязкоупругости. — Москва: Мир, 1965. — 390 с.
- [20] *Уфлянд Я. С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. — Ленинград: Наука, 1967. — 402 с.

Mechanical behavior of viscoelastic layer on the rigid foundation subjected to normal distributed load

Ihor Skorodyns'kyi, Oleksandr Maksymuk

Mechanical behavior of an infinite viscoelastic layer on the rigid foundation subjected to normal distributed load is investigated on the base of generalized two-parameter model. The delay of response of the layer to the external force action in the midpoint of the load region is studied. The proportionality between the delay time of the response of the layer and the retardation time of the Kelvin-Voigt element of corresponding viscoelastic model describing the layer material is established. The properties of the proportionality coefficient are studied.

The graphs of dependence of the contact pressure between the layer and the rigid foundation on the coordinate at different moments of time are plotted and studied in the frames of different models. The correlation between the contact pressures in the elastic case obtained on the base of generalized two-parameter model and on the base of exact elasticity solution for an infinite strip is established.

Механическое поведение вязкоупругого слоя на жестком основании под действием нормальной распределенной нагрузки

Игорь Скородинский, Александр Максимук

На основе обобщенной двухпараметрической модели исследовано механическое поведение бесконечно вязкоупругого слоя на жестком основании под действием нормальной распределенной нагрузки. Изучено запаздывание реакции слоя на внешнее силовое воздействие в середине области нагружения. Установлена пропорциональность между временем запаздывания реакции слоя и временем ретардации элемента Кельвина-Фойгта соответствующей вязкоупругой модели, которая описывает материал слоя. Исследованы свойства коэффициента пропорциональности.

В рамках различных моделей построены и исследованы графики зависимости контактного давления между слоем и жестким основанием от координаты в разные моменты времени. Установлена корреляция между контактными давлениями в упругом случае, полученными на базе обобщенной двухпараметрической модели и точного решения задачи теории упругости для бесконечной полосы.

Представлено професором Б. Герою

Отримано 07.07.14