

Повна провідність і миттєва потужність під час вимушених коливань п'єзокерамічних резонаторів

Олександр Безверхий¹, Любов Зінчук², Валерій Карлаш³

¹ д. ф.-м. н, професор, Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, Київ, 03057

² к. ф.-м. н, с. н. с., Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, Київ, 03057

³ д. т. н., с. н. с., Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України, вул. Нестерова, 3, Київ, 03057,

e-mail: karlashv@ukr.net

Розглядаються коливання резонаторів у формі стрижнів і пластин із поперечною поляризацією та тонких кілець із радіальною поляризацією. Усі відомі вирази для повної провідності у діапазоні частот зведені до єдиної формули. Встановлено, що повна провідність п'єзоелектричного зразка на будь-якій частоті є добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності на цій частоті на відношення двох визначників — антирезонансного до резонансного — на тій же частоті.

Експериментальні дані отримані та проаналізовані для пластини $40 \times 16 \times 1$ мм, яка є багаторезонансною та не має простих формул для розрахунку. Показано, що повна провідність пластини не залежить від режиму електричного навантаження. У режимі сталої напруги на резонансах миттєва потужність різко зростає, а в режимі сталої струму знижується.

Ключові слова: п'єзокераміка, резонансні коливання, повна провідність, миттєва потужність, сталі напруга та струм.

Вступ. Коливання п'єзокерамічних резонаторів характеризуються резонансними й антирезонансними частотами, повними провідностями та потужностями [1-5]. Вирази для повних провідностей отримані дотепер лише для тіл простої форми, таких як стрижні та пластини [4], а про складники потужності вперше йдеться у роботі [6], де показано, зокрема, що поведінка п'єзокерамічних резонаторів на резонансах і антирезонансах істотно залежить від способу електричного навантаження. У режимі сталої за амплітудою струму у разі наближення до резонансу потужність, що виділяється в п'єзоелементі, знижується, а у разі наближення до антирезонансу — зростає. У режимі сталої за амплітудою напруги все відбувається навпаки. У разі наближення до резонансу потужність, що виділяється у п'єзоелементі, зростає, а у разі наближення до антирезонансу — знижується. Цим пояснюється наявність нелінійності або її відсутність, яку спостерігали автори роботи [1].

У працях [3, 6-9] проаналізовано схеми експериментальних досліджень і показано, що спади напруг на резисторі навантаження U_R , на вході схеми U_{in} , на п'єзоелементі U_{pe} утворюють на комплексній площині своєрідний

характеристичний трикутник, кути між сторонами якого характеризують фазові зсуви між відповідними спадами напруг і можуть бути визначені за теоремою косинусів. Ці ж кути можна розрахувати для зміщень, напружень і провідності, як зроблено для радіальних коливань диска у праці [9].

У цій статті розглядаються коливання резонаторів у формі стрижнів і пластин із поперечною поляризацією та тонких кілець із радіальною поляризацією. Експериментальні дані отримані й проаналізовані для пластини $40 \times 16 \times 1$ мм, яка є багаторезонансною та не має простих формул для розрахунку.

1. Розрахункові співвідношення для повної провідності та миттєвої потужності

Як показано у роботах [3, 4] усі відомі вирази для повної провідності Y у діапазоні частот можна звести до єдиної формули (всі позначення тут і далі збігаються з позначеннями робіт [6-9])

$$Y = j\omega C_0 \frac{\Delta_a}{\Delta_r}. \quad (1)$$

Тут j — уявна одиниця; ω — кругова частота; C_0 — статична ємність; Δ_a , Δ_r — антирезонансний і резонансний визначники.

Повна провідність п'єзоелектричного зразка на будь-якій частоті є, таким чином, добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності на цій частоті на відношення двох визначників — антирезонансного до резонансного — на тій же частоті. Для частотних визначників маємо такі вирази [4]: у разі поздовжніх коливань стержня з поперечною поляризацією

$$\Delta(x) = \cos(x), \quad \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2) \Delta(x) + k_{31}^2 \sin(x)/x, \quad (2)$$

у тонкому диску (радіальні коливання)

$$\Delta(x) = xJ_0(x) - (1 - \nu)J_1(x), \quad \Delta_a(x) = (1 - k_p^2) \Delta(x) + (1 + \nu)k_p^2 J_1(x). \quad (3)$$

Для «короткого» циліндричного кільця

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \quad \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2) \Delta(x) + k_{31}^2 \omega_r^2 \quad (4)$$

і для «високого» циліндричного кільця

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \quad \Delta_a(x) = (1 - k_p^2) \Delta(x) + (1 + \nu)k_p^2 \omega_r^2 / 2, \quad (5)$$

$$\frac{2(1 - k_p^2)}{(1 + \nu)k_p^2} = \frac{f_m^2}{f_n^2 - f_m^2}.$$

Щоб розрахувати повну провідність конкретного п'єзоелемента, наприклад диска, треба підставити у вирази (1)-(4) комплексні електропружні модулі [3-6, 10, 11]

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11M}), \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33M}), \quad d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31M}),$$

$$C = C_0(1 - j\varepsilon_{33M}), \quad \kappa = \kappa_0(1 - 0,5js_{11M}), \quad C_0 = \varepsilon_{330}\pi R^2/h,$$

$$d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31M}), \quad k_p^2 = k_{p0}^2[1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})]. \quad (6)$$

$$\Delta(\kappa_0) = \kappa_0 J_0(\kappa_0) - (1 - \nu) J_1(\kappa_0) = 0,$$

$$\Delta_a(\kappa_0) = (1 - k_{p0}^2)\Delta(\kappa_0) + k_{p0}^2(1 + \nu)J_1(\kappa_0) = 0. \quad (7)$$

У колі синусоїдного змінного струму розрізняють миттєву потужність P у вольт-амперах (ВА), яка є добутком спаду напруги на певній ділянці кола U в даний момент часу на струм I у колі в той же момент, активну потужність P_a у Ватах (Вт), яка виділяється на активному опорі та йде на його нагрівання та реактивну потужність P_{pe} у вольт-амперах реактивних (ВАр), яка виділяється на реактивних елементах кола та йде на створення електричних або магнітних полів [6]

$$P = UI; \quad P_a = UI \cos \alpha; \quad P_{pe} = UI \sin \alpha. \quad (8)$$

Якщо на вході п'єзореzonатора діє напруга U_1 і проходить струм I_0 , то можна записати

$$U_1 = I_0/Y, \quad I_1 = U_1 Y, \quad P = I_1 U_1, \quad w_1 = \text{real}(Y)/\text{imag}(Y),$$

$$\alpha = \text{acot}(w_1), \quad P_a = P \cos \alpha, \quad P_{pe} = P \sin \alpha. \quad (9)$$

Ці формули дають можливість реалізувати в розрахунках режими сталої напруги $U_1 = \text{const}$, сталої струму $I_0 = \text{const}$ або сталої потужності $P = \text{const}$, якщо відомий вираз для повної провідності (1).

2. Методика експерименту, робота з отриманими даними

Експериментальні дослідження включали вимірювання резонансних й антирезонансних частот і спадів напруг на п'єзоелементі та резисторі навантаження. Їх хід детально викладено у працях [3, 6].

Відношення струму через п'єзоелемент до спаду напруги на ньому, тобто повну провідність, отримати в експерименті прямими методами неможливо й доводиться користуватися різними наближеними формулами. У роботах [8, 9] обґрунтовано переваги модернізованої схеми Мезона з комутатором, яка дає можливість по чергово вимірювати на будь-якій частоті спади напруг U_{pe} на п'єзоелементі, U_R на резисторі навантаження і U_{in} на вході схеми вимірювання. Повна провідність (адмітанс) п'єзоелемента Y_{pe} визначається виразом

$$Y_{pe} = \frac{I_{pe}}{U_{pe}} = \frac{U_R}{RU_{pe}}. \quad (10)$$

Виміряні в модернізованій схемі спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} вводяться до комп'ютера разом із відповідними частотами та будуються амплітудно-частотні й фазово-частотні залежності як самих спадів напруг, так і провідностей, кутів, миттєвих потужностей тощо.

Кути між сторонами трикутника характеризують фазові зсуви між відповідними спадами напруг і можуть бути визначені за теоремою косинусів [6, 9]

$$\cos \alpha = \frac{U_{pe}^2 + U_R^2 - U_{in}^2}{2U_{pe}U_R}, \quad \cos \beta = \frac{U_{in}^2 + U_R^2 - U_{pe}^2}{2U_{in}U_R}, \quad \cos \gamma = \frac{U_{in}^2 + U_{pe}^2 - U_R^2}{2U_{in}U_{pe}}. \quad (11)$$

Знаючи величину повної провідності Y і фазові зсуви, можна визначити активний G та реактивний B компоненти повної провідності п'єзоелемента [2, 3, 6], користуючись формулами.

$$G_1 = Y_{pe} \cos \beta, \quad B_1 = Y_{pe} \sin \beta.$$

Миттєву потужність можна записати через експериментальні дані U_{pe} , U_R та $I_{pe} = U_R/R$

$$p_1 = U_{pe}U_R/R, \quad p_2 = U_{pe}^2 Y_1 \quad (Y_1 = I_{pe}/U_{pe}). \quad (12)$$

Активну потужність можна виразити через p_1 або p_2 (ці величини тотожні)

$$p_{20} = p_2 \cos \alpha, \quad p_{21} = p_2 (-\cos \alpha). \quad (13)$$

Реактивну потужність можна також записати через p_1 або p_2 . Оскільки послідовно з п'єзоелементом увімкнутий резистор навантаження, то на ньому також виділяється деяка активна потужність p_r

$$p_3 = p_2 \sin \alpha, \quad p_r = U_R I_{pe} = U_R^3/R. \quad (14)$$

Програма обробітку експериментальних даних давала можливість будувати як АЧХ спадів напруг U_R , U_{in} , U_{pe} та струму $I_{pe} = U_R/R$, так і адмітансів і потужностей. Спади напруг вимірювалися на частині зразків за умов заданих сталих амплітуд струму або потенціалу, а на частині зразків вимірювання велися в режимі «як є». Це означає, що на початку на вході схеми вимірювання виставлялася певна амплітуда U_{in} , потім на кожній заданій частоті вимірювалися спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} такими, якими вони є в реальних умовах, коли змінюються не лише спади напруг на навантаженні та п'єзоелементі, а й на вході, бо вихід генератора на сильних резонансах частково шунтується, що веде до зниження U_{in} . Спади напруг після перерахунку позначені так: $U_{in} = a$; $U_{pe} = b$; $U_R = c$, а початкові дані — відповідно a_0 ; b_0 ; c_0 . Маємо набір формул відповідно для заданих вхідної напруги a_{00} , струму c_{00} ; напруги на зразку b_{00} або миттєвої потужності на зразку p_{00}

$$\begin{aligned}
 a &= a00, & b &= a00*b0/a0; & c &= a00*c0/a0; \\
 c &= c00; & a &= c00*a0/c0; & b &= c00*b0/c0; \\
 b &= b00, & a &= b00*a0/b0; & c &= b00*c0/b0; \\
 p0 &= p00; & t &= b0/c0; & b &= p0*b0/t; & c &= p0*c0/t.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

Формули (10)-(15) використовувалися для побудови експериментальних графіків, а вирази (1)-(9) — під час розрахунків.

3. Аналіз результатів

На рис. 1 проілюстровано АЧХ повної провідності прямокутної пластини $40 \times 16 \times 1$ мм із п'єзокераміки ЦТС-19 у діапазоні 40-120 кГц. Власна міжелектродна ємність $C_0 = 8250$ пФ, діелектричні втрати $tg = 0,0163$.

Криві побудовані відповідно для режимів заданої миттєвої потужності 400 мкВт, заданого струму 20/11,2 мА, заданого спаду напруги на п'єзоелементі 280 мВ і заданого спаду напруги на вході 280 мВ. Виміряні спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} підставлялися в формули (10) і (15).

Легко бачити, що всі чотири графіки є ідентичні — повна провідність п'єзоелектричного резонатора не залежить у лінійному наближенні від режиму електричного навантаження.

На рис. 2 показано АЧХ миттєвої потужності пластини в тих же умовах, за винятком першого графіка, який побудовано для випадку «як є». В цьому

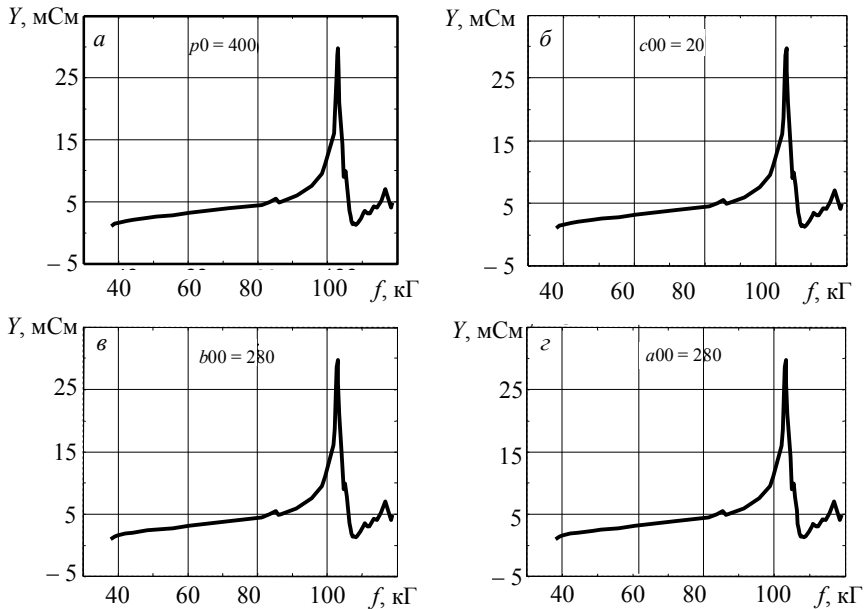


Рис. 1. АЧХ повної провідності пластини $40 \times 16 \times 1$ мм

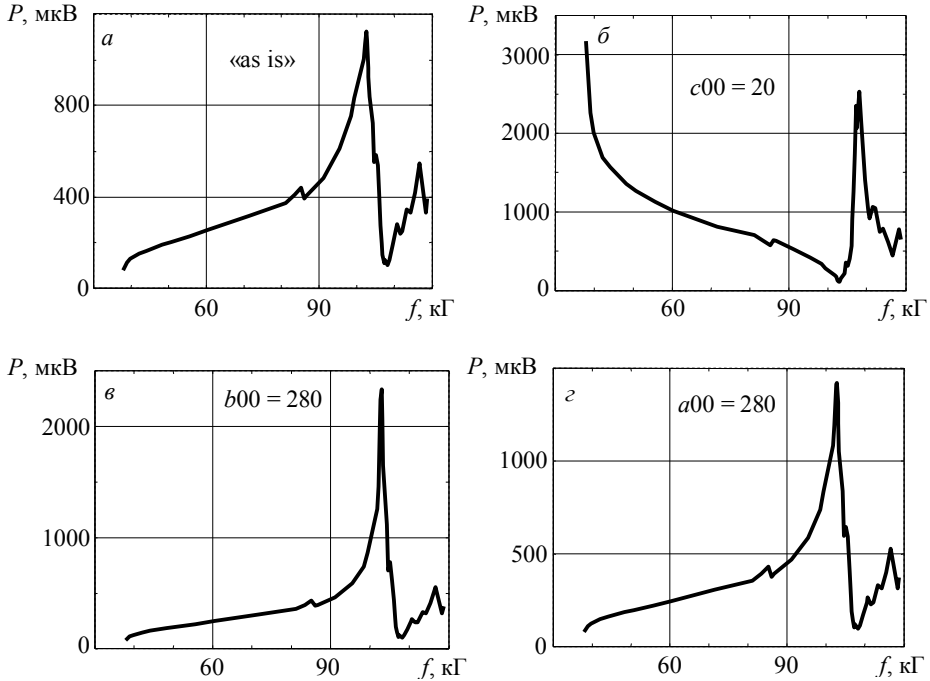


Рис. 2. АЧХ миттєвої потужності пластини 40 x 16 x 1 м

режимі на вході схеми вимірювання на частоті 20 кГц задавалася різниця потенціалів 280 мВ. Потужність визначалася за формулами (12) і (15).

На відміну від попереднього рисунка ці графіки не є ідентичні, всі чотири криві відрізняються за амплітудою та формою. Проаналізуємо їх детальніше. Насамперед помічаємо, що частоти максимумів потужності на рис. 2а, в, г збігаються, як і частоти відповідних мінімумів. Мінімумам рис. 2а, в, г відповідають максимуми рис. 2б. Цей результат відповідає висновку роботи [6], отриманому під час розрахунку компонентів миттєвої потужності для тонкого диска, про те, що в режимі заданого струму миттєва потужність на резонансі знижується, а на антирезонансі зростає. Максимуми потужності відповідно становлять 1100 мкВт (рис. 2а), 2300 мкВт (рис. 2в) і 1400 мкВт (рис. 2г). У режимі заданого струму (рис. 2б) максимальна потужність досягається на сильному антирезонансі й становить для наших даних 2400 мкВт.

Чому різняться за амплітудою графіки рис. 2а, в, г? Причина пов'язана з таким. У режимі «як є» всі три спади напруг U_R , U_{in} , U_{pe} змінюються в околі резонансів одночасно, в інших режимах один із цих спадів напруг підтримується сталим, а два інші змінюються. Сказане ілюструє рис. 3, на якому наведені графіки виміряних спадів напруг і перерахованих за формулами (15). Вхідну напругу U_{in} зображено суцільними лініями, спад напруги на п'єзоелементі U_{pe} — розривними лініями, а спад напруги U_R на резисторі навантаження — пунктиром.

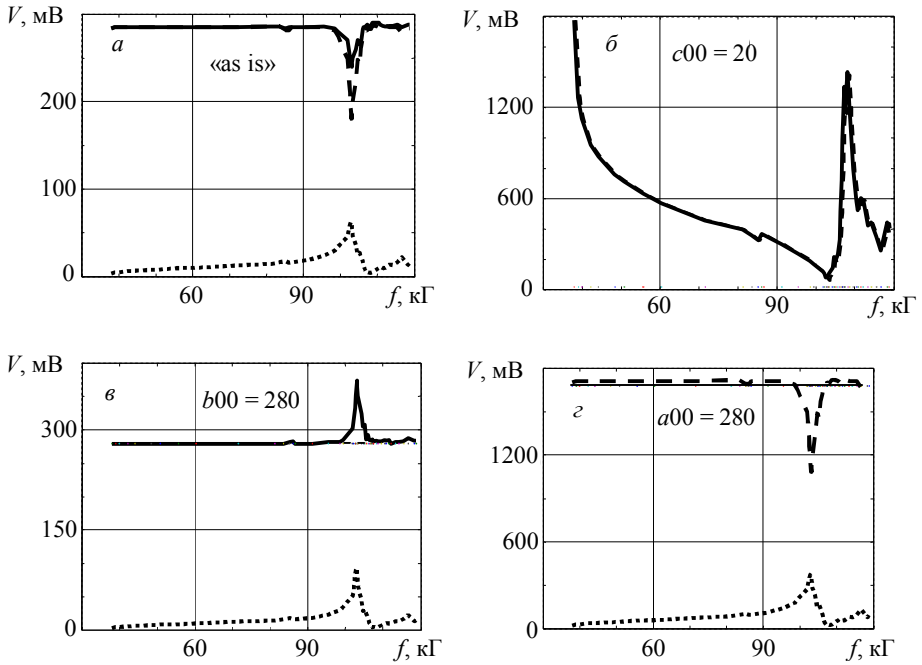


Рис. 3. АЧХ спадів напруг для пластини 40 x 16 x 1 мм

У випадку «як є» спади напруг U_{in} , U_{pe} на резонансі й біля нього знижуються, а спад напруги U_R зростає (рис. 3а). Цим пояснюється деяке зниження миттєвої потужності порівняно з випадком сталої напруги на вході схеми вимірювання (рис. 3г). Для підтримання сталою амплітуди струму через п'єзоелемент доводиться різко підвищувати амплітуди напруг вхідної та на зразку поза резонансами (рис. 3б). За формою графіки (рис. 2б) і (рис. 3б) подібні. Нарешті, для підтримання сталою амплітуди спаду напруги на п'єзоелементі необхідно підвищувати вхідну напругу, що веде до зростання струму та миттєвої потужності (рис. 3в).

Висновки. Наведені формули повної провідності та миттєвої потужності для вимушених коливань резонаторів у формі стрижнів і пластин із поперечною поляризацією та тонких кілець із радіальною поляризацією. Усі відомі вирази для повної провідності у діапазоні частот зведені до єдиної формули.

Встановлено, що повна провідність п'єзоелектричного зразка на будь-якій частоті є добутком реактивної провідності його міжелектродної ємності на цій частоті на відношення двох визначників — антирезонансного до резонансного — на тій же частоті.

Експериментальні дані отримані та проаналізовані для пластини $40 \times 16 \times 1$ мм із п'єзокераміки ЦТС-19, яка є багаторезонансною та не має простих формул для розрахунку.

Показано, що повна провідність пластини не залежить від режиму електричного навантаження. У режимі сталої напруги на резонансах миттєва потужність різко зростає, а в режимі сталого струму знижується. На антирезонансах все відбувається навпаки. У режимі сталої напруги миттєва потужність знижується, а в режимі сталого струму різко зростає.

Література

- [1] Loss mechanisms and high power piezoelectrics / K. Uchino, J. H. Zheng, Y. H. Chen et al. // J. Mat. Sci. — 2006. — Vol. 41, No 1. — P. 217-228.
- [2] Карлаш В. Л. Методи визначення коефіцієнтів зв'язку і втрат енергії при коливаннях резонаторів із п'єзокераміки // Акуст. вісник. — 2012. — Т. 15, № 4. — С. 24-38.
- [3] Karlash V. L. Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibrations' characteristics // Електроника и связь. — 2013. — Т. 19, № 2(79). — С. 82-94.
- [4] Шульга Н. А., Болкисев А. М. Колебания пьезоэлектрических тел. — Киев: Наук. думка, 1990. — 228 с.
- [5] Шульга М. О., Карлаш В. Л. Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. — Київ: Наук. думка, 2008. — 272 с.
- [6] Безверхий О., Зінчук Л., Карлаш В. Вплив режиму електричного навантаження, сталих напруги або струму на характеристики коливань п'єзокерамічних резонаторів // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2013. — Вип. 18. — С. 9-20.
- [7] Карлаш В. Л. Особенности амплитудно-частотных характеристик полной проводимости тонкого пьезокерамического полудиска // Прикл. мех. — 2009. — Т. 45, № 10. — С. 106-114.
- [8] Шульга М. О., Карлаш В. Л. Вимірювання повної провідності п'єзокерамічних елементів у схемі чотириполюсника Мезона та її варіантах // Тези IV Міжнародної науково-технічної конференції «Датчики, прилади та системи — 2008». — Черкаси—Гурзуф, 2008. — С. 54-56.
- [9] Шульга М. О., Карлаш В. Л. Амплітудно-фазові характеристики радіальних коливань тонкого п'єзокерамічного диска біля резонансів. // Доповіді НАН України. — 2013. — № 9. — С. 80-86.
- [10] Holland R. Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. SU. — 1967. — Vol. SU-14. — P. 18-20.
- [11] Martin G. E. Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // Ultrasonic Symp. Proc. Milwaukee. — 1974. — P. 613-617.

Full conductivity and instantaneous power of piezoceramic resonators' forced vibrations

Alexander Bezverkyh, Lyubov Zinchuk, Valeriy Karlash

Resonators' vibrations of rods, plates and rings are examined. All known expressions for admissible relations are derived to single formulae. It was established that piezoelectric resonator's admittance is inter-electrode capacity conductivity produced on anti-resonance to resonance determinants ratio.

Experimental data are obtained and analyzed for plat $40 \times 16 \times 1$ mm. It was shown that admittance don't dependent upon the electric loading regime. At constant voltage instantaneous power sharply increases on resonances and decreases on anti-resonances.

Полная проводимость и мгновенная мощность при вынужденных колебаниях пьезокерамических резонаторов

Александр Безверхий, Любовь Зинчук, Валерий Карлаш

Рассматриваются колебания резонаторов в форме стержней и пластин с поперечной поляризацией и тонких колец с радиальной поляризацией. Все известные выражения для полной проводимости в диапазоне частот сведены к единственной формуле. Установлено, что полная проводимость пьезоэлектрического образца на любой частоте является произведением реактивной проводимости его межэлектродной емкости на этой частоте на отношение двух определителей — антирезонансного и резонансного — на той же частоте.

Экспериментальные данные получены и проанализированы для пластины $40 \times 16 \times 1$ мм, которая является многорезонансной и не имеет простых формул для расчета. Показано, что полная проводимость пластины не зависит от режима электрического нагружения. В режиме постоянного напряжения на резонансах мгновенная мощность резко возрастает, а в режиме постоянного тока снижается.

Представлено профессором О. Гачкевичем

Отримано 17.06.14