

Термопружна взаємодія тріщини та включення у круговому диску

Володимир Зеленьк

К. т. н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013

Розглянуто двовимірну задачу термопружності для нагрітого до сталої температури кругового кусково-однорідного диска, послабленого тріщинами. Побудовано системи сингулярних інтегральних рівнянь першого та другого роду вказаної задачі на замкнених (контури включень) і розімкнених (тріщини) контурах. Числовий розв'язок сингулярних інтегральних рівнянь одержано методом механічних квадратур для диска, що містить еліптичне включення та тріщину. Досліджено вплив геометричних, теплофізичних і механічних характеристик включення на коефіцієнти інтенсивності напружень у вершинах тріщини.

Ключові слова: кусково-однорідне тіло, термопружний стан, тріщина, метод сингулярних інтегральних рівнянь, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Вступ. Двовимірні задачі термопружності для кусково-однорідних тіл із тріщинами методом сингулярних інтегральних рівнянь розглядали раніше. Зокрема, досліджували термопружний стан у скінченній [1, 2], напівскінченній [3-5] і нескінченній [6-9] плоскій області з чужорідними однокомпонентними включеннями та криволінійними тріщинами, у пластині з круговим двокомпонентним складеним включенням і тріщиною [10], у двошаровому кільці з тріщинами [11], у пластині з отворами та тріщинами [12, 13]. Розглянута нижче модель для кругового диска з включеннями та тріщинами має важливе практичне значення для розрахунку термопружного стану в композитних матеріалах за врахування різних концентраторів напружень у них. З таких матеріалів часто виготовляють елементи конструкцій, які застосовують у будівництві, машинобудуванні й інших галузях виробництва.

1. Інтегральні рівняння задачі термопружності

Нехай кругова область S , обмежена колом L_0 радіуса R_0 з центром у початку основної системи координат xOy , містить включення S_n з криволінійними контурами $L_n (n = \overline{1, M})$ і криволінійні тріщини (розрізи) $L_n (n = \overline{M+1, N})$, що можуть знаходитись як у матриці-диску, так і у включеннях. Вважаємо, що контури $L_n (n = \overline{1, N})$ не мають спільних точок. Віднесемо кожний контур

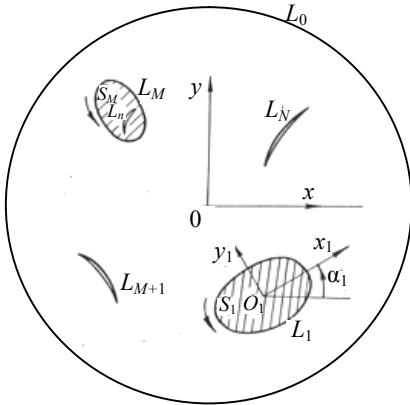


Рис. 1. Геометрія кругового диска з криволінійними включеннями та тріщинами

$L_n (n = \overline{1, N})$ до локальних систем координат $x_n O_n y_n$, вісь $O_n x_n$ яких утворює кут α_n з віссю Ox , а точки O_n визначають у системі координат xOy комплексні координати $z_n^0 = x_n^0 + iy_n^0$. Зв'язок між координатами точок області S у локальній і основній системах координат дано співвідношеннями: $z = z_n e^{i\alpha_n} + z_n^0$, $z = x + iy$, $z_n = x_n + iy_n$. Додатним напрямком замкнених контурів вважаємо той, за якого область S залишається справа (рис. 1).

Нехай круговий кусково-однорідний диск із криволінійними тріщинами нагрітий до сталої температури $T(x, y) = T_c = \text{const} \neq 0$, яка відрізняється від температури $T_c = 0$ ненапруженого початкового стану. Припустимо, що на контурах включень справджуються умови спряження (напруження неперервні, а переміщення мають розрив)

$$\begin{aligned} [N(t_n) + iT(t_n)]^+ &= [N(t_n) + iT(t_n)]^-, \\ (u_n + iv_n)^+ - (u_n + iv_n)^- &= g_n^*(t_n), \quad t_n \in L_n, \quad n = \overline{1, M}; \end{aligned} \quad (1)$$

береги тріщин у процесі деформування не контактують і на них задане самозрівноважене навантаження

$$[N(t_n) + iT(t_n)]^\pm = p_n^*(t_n), \quad n = \overline{M+1, N}; \quad (2)$$

на контурі диска L_0 діють зусилля $N(t_0) + iT(t_0) = p_0^*(t_0)$, $t_0 \in L_0$, які задовольняють умови рівноваги

$$\int_{L_0} p_0^*(t_0) dt_0 = 0; \quad \text{Re} \left[\int_{L_0} \bar{\zeta}_0 p_0^*(t_0) dt_0 \right] = 0. \quad (3)$$

Комплексні потенціали напружень для кусково-однорідного диска з тріщинами, на основі узагальнення для однорідного диска з тріщинами [14], виберемо у вигляді, де виключена невідома функція на контурі диска L_0

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z) + \Phi_2(z); \quad \Psi(z) = \Psi_0(z) + \Psi_1(z) + \Psi_2(z), \quad (4)$$

де
$$\Phi_0(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_0} \left(\frac{1}{t_0 - z} + \frac{1}{2t_0} \right) p_0^*(t_0) dt_0;$$

$$\Psi_0(z) = \frac{1}{2\pi iz} \int_{L_0} \left(\frac{1}{t_0 - z} - \frac{1}{2z} \right) \overline{t_0 p_0^*(t_0)} dt_0 + \frac{R_0^2}{z^2} \Phi_0(z) - \frac{R_0^2}{z} - \Phi_0'(z); \quad (5)$$

функції $\Phi_0(z), \Psi_0(z)$ визначають напружений стан однорідного диска без тріщин, коли на його межі задано навантаження $p_0^*(t_0)$,

$$\begin{aligned} \Phi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \frac{Q_k(t_k) e^{i\alpha_k} dt_k}{\zeta_k - z}; \\ \Psi_1(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \left[\frac{Q_k(t_k) e^{-i\alpha_k} \overline{dt_k}}{\zeta_k - z} - \frac{\overline{\zeta_k} Q_k(t_k) e^{i\alpha_k} dt_k}{(\zeta_k - z)^2} \right]; \\ \Phi_2(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \left\{ \frac{1}{z \overline{\zeta_k} - R_0^2} \overline{\zeta_k} Q_k(t_k) e^{i\alpha_k} dt_k + \right. \\ &\quad \left. + \frac{z(\zeta_k \overline{\zeta_k} - R_0^2)(z \overline{\zeta_k} - 2R_0^2)}{R_0^2(z \overline{\zeta_k} - R_0^2)^2} \overline{Q_k(t_k) e^{-i\alpha_k} dt_k} \right\}; \\ \Psi_2(z) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{L_k} \left\{ \frac{\overline{\zeta_k^3} Q_k(t_k) e^{i\alpha_k} dt_k}{(z \overline{\zeta_k} - R_0^2)^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[1 + \frac{(z \overline{\zeta_k} - 3R_0^2)(\zeta_k \overline{\zeta_k} - R_0^2)}{(z \overline{\zeta_k} - R_0^2)^2} \right] \frac{\overline{\zeta_k} Q_k(t_k) e^{-i\alpha_k} dt_k}{z \overline{\zeta_k} - R_0^2} \right\}; \\ Q_k(t_k) &= \begin{cases} g_k(t_k), & t_k \in L_k, \quad k = \overline{1, M}; \\ g'_k(t_k), & t_k \in L, \quad k = \overline{M+1, N}; \end{cases} \quad |z| < R_0, \quad |\zeta_k| < R_0, \quad \zeta_k = t_k e^{i\alpha_k} + z_k^0; \end{aligned} \tag{6}$$

$g_k(t_k), k = \overline{1, M}$ — невідомі функції на контурах включень; $g'_k(t_k), k = \overline{M+1, N}$ — невідомі функції на контурах тріщин. Комплексні потенціали $\Phi_1(z), \Psi_1(z), \Phi_2(z), \Psi_2(z)$ характеризують збурений термонапружений стан, зумовлений включеннями та тріщинами.

Задовольнивши з використанням потенціалів (4)-(6) крайові умови (1), (2), одержимо систему N сингулярних інтегральних рівнянь першого та другого роду стосовно N невідомих функцій $Q_k(t_k), k = \overline{1, N}$

$$\begin{aligned} A_n Q_n(\tau_n) + \frac{1}{2\pi} \int_{L_n} \left[R_{nk}(t_k, \tau_n) Q_k(t_k) dt_k + S_{nk}(t_k, \tau_n) \overline{Q_k(t_k) dt_k} \right] &= P_n(\tau_n), \\ \tau_n \in L_n, \quad n = \overline{1, M}; \\ \frac{1}{2\pi} \int_{L_n} \left[R_{nk}(t_k, \tau_n) Q_k(t_k) dt_k + S_{nk}(t_k, \tau_n) \overline{Q_k(t_k) dt_k} \right] &+ \end{aligned}$$

$$+\delta_{n0} \left[a_0 \frac{ds_0}{d\tau_0} - \frac{1}{2i} \frac{M_0}{(\overline{\tau_0} - z_0^0)} \frac{d\overline{\tau_0}}{d\tau_0} \right] = P_n(\tau_n), \quad \tau_n \in L_n, \quad n = \overline{M+1, N}, \quad (7)$$

де

$$R_{nk}(t_k, \tau_n) = R_{nk}^1(t_k, \tau_n) - e^{i\alpha_k} \times \\ \times \left\{ \frac{B_n \overline{\zeta_k}}{R_0^2 - \eta_n \zeta_k} - C_n \left[\frac{\zeta_k (\overline{\eta_n})^2 - 2\overline{\eta_n} R_0^2}{(R_0^2 - \overline{\eta_n} \zeta_k)^2} + e^{-2i\alpha_n} \frac{d\overline{\tau_n}}{d\tau_n} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{2\eta_n (\zeta_k \overline{\zeta_k} - R_0^2) R_0^2 + \zeta_k^2 (\overline{\eta_n} + \overline{\zeta_k}) (\overline{\eta_n} \zeta_k - 3R_0^2) + 4\zeta_k R_0^4}{(R_0^2 - \overline{\eta_n} \zeta_k)^3} \right] \right\};$$

$$S_{nk}(t_k, \tau_n) = S_{nk}^1(t_k, \tau_n) - e^{-i\alpha_k} \times \\ \times \left\{ \frac{B_n \zeta_k}{R_0^2 - \eta_n \zeta_k} + \right. \\ \left. - C_n \left[\frac{\zeta_k (\overline{\eta_n})^2 - 2\overline{\eta_n} R_0^2 + \zeta_k R_0^2}{(R_0^2 - \eta_n \zeta_k)^2} + \frac{\zeta_k^2 (\eta_n - \zeta_k)}{(R_0^2 - \overline{\eta_n} \zeta_k)^2} \frac{d\overline{\tau_n}}{d\tau_n} e^{-2i\alpha_n} \right] \right\};$$

$$R_{nk}^1(t_k, \tau_n) = e^{i\alpha_k} \left[\frac{1}{H_{nk}} + B_n \frac{d\overline{\tau_n}}{d\tau_n} \frac{e^{-2i\alpha_n}}{H_{nk}} \right],$$

$$S_{nk}^1(t_k, \tau_n) = -C_n e^{-i\alpha_k} \left[\frac{1}{H_{nk}} - \frac{d\overline{\tau_n}}{d\tau_n} \frac{e^{-2i\alpha_k} H_{nk}}{H_{nk}^2} \right],$$

$$H_{nk} = \zeta_k - \eta_n, \quad T_{nk} = \zeta_k - \overline{\eta_n};$$

$$k = \overline{1, N}, \quad n = \overline{1, N} \quad (|\zeta_k| < R_0, \quad |\eta_n| < R_0), \quad \eta_n = \tau_n e^{i\alpha_n} + z_n^0,$$

$$A_n = i[1 + \chi_n + \Gamma_n(1 + \chi)]/2, \quad B_n = (\chi_n - \Gamma_n \chi - 1)\delta_n + 1, \quad \delta_n = \begin{cases} 1, & n = \overline{1, M} \\ 0, & n = \overline{M+1, N} \end{cases},$$

$$C_n = (2 - \Gamma_n)\delta_n - 1, \quad \Gamma_n = G_n/G, \quad H_{nk} = \zeta_k - \eta_n, \quad T_{nk} = \zeta_k - \overline{\eta_n};$$

$$P_n(\tau_n) = \left[(\Gamma_n \beta^t - \beta_n^t) T_c + 2G_n g_n^*(\eta_n) \right] + B_n \Phi_0(\eta_n) +$$

$$+ C_n \left[\Phi_0(\eta_n) + \frac{d\overline{\tau_n}}{d\tau_n} (\eta_n \overline{\Phi_0'(\eta_n)} + \overline{\Psi_0(\eta_n)}) \right] + 2G_n g_n^*(\eta_n), \quad n = \overline{1, M};$$

$$P_n(\tau_n) = p_n^*(\eta_n) - \Phi_0(\eta_n) - \overline{\Phi_0(\eta_n)} - \left[\eta_n \overline{\Phi_0'(\eta_n)} + \overline{\Psi_0(\eta_n)} \right], \quad n = \overline{M+1, N};$$

$\beta^t = \alpha^t E / (1 + \mu)$, $\chi = (3 - \mu) / (1 + \mu)$; α^t, E, G, μ — температурний коефіцієнт лінійного розширення, модуль пружності (Юнга), модуль зсуву, коефіцієнт Пуассона. До інтегральних рівнянь (7) додано функціонали [14]

$$a_0 = \int_{L_0} g'_0(t_0) dt_0, \quad M_0 = \text{Im} \Phi(\xi_0),$$

де ξ_0 — довільна точка в області S . Ці функціонали рівні нулю за виконання умов рівноваги (3) та забезпечують існування розв'язку системи рівнянь (7) для довільних її правих частин. У класі функцій $g_k(t_k) \in H$, $k = \overline{1, M}$ і $g'_k(t_k) \in H^*$, $k = \overline{M+1, N}$ система рівнянь (7) має єдиний розв'язок для довільної її правої частини за виконання умов

$$\int_{L_n} g'_n(t_n) dt_n = 0, \quad n = \overline{M+1, N},$$

які забезпечують однозначність переміщень за обходу контурів тріщин.

Коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН), які характеризують напружено-деформований стан в околі вершин тріщин, знаходимо за формулою

$$K_I^\pm - iK_{II}^\pm = \mp \lim_{t_k \rightarrow l_k^\pm} \left[\sqrt{2\pi |t_k - l_k^\pm|} Q_k(t_k) \right], \quad k = \overline{M+1, N}.$$

Тут дійсні величини K_I^\pm і K_{II}^\pm з індексом « \leftarrow » відповідають початку тріщини ($t_k = l_k^-$), а з індексом « \rightarrow » — кінцю ($t_k = l_k^+$).

2. Термопружний стан кругового диска з еліптичним включенням і тріщиною

Розглянемо круговий диск радіуса R_0 , що містить еліптичне включення з півосями a та b , обмежене контуром L_1 зі спільним центром і віднесемо його до системи координат xOy із початком у центрі диска. На відрізку осі Ox поза включенням (рис. 2) або у включенні (рис. 3) знаходиться тріщина довжини $2l$, береги якої ненавантажені ($p_1^*(t_1) = 0$). На контурі диска L_0 навантаження відсутні ($p_0^*(t_0) = 0$), а на контурі включення L_1 задані умови ідеального механічного (рівність напружень і переміщень) контакту. Напруження в цьому разі виникають лише внаслідок різних значень температурних коефіцієнтів лінійного розширення для включення та диска. Така задача термопружності зводиться до системи двох сингулярних інтегральних рівнянь на замкненому (контур включення L_1) і розімкненому (контур тріщини L_2) контурах, одержаної із системи рівнянь (7) стосовно двох невідомих функцій $Q_1(t_1)$ і $Q_2(t_2)$, в яких праві частини рівні $P_1(\tau_1) = (\Gamma_n \beta^t - \beta_n^t) T_c$; $P_2(\tau_2) = 0$.

Розв'язок цієї системи рівнянь знайдено числово методом механічних квадратур [15]. Числові результати для безрозмірних коефіцієнтів інтенсивності напружень $F_I^\pm = K_I^\pm / K_{T_c}$ ($K_{II} = 0$), де $K_{T_c} = T_c \beta^t \sqrt{l}$, одержано для різних значень параметрів задачі.

На рис. 2 побудовано залежності F_I^\pm від параметра $\delta = l/a$, якщо $\chi = \chi_1 = 2$; $R_0/a = 5$, $d/a = 2$, $b/a = 0,5$. Криві 1 — $G_1/G = 2,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 0,5$; криві 2 — $G_1/G = 0,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 0,5$; криві 3 — $G_1/G = 2,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 4$; криві 4 — $G_1/G = 0,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 4$. Суцільні лінії — права вершина (F_I^+), штрихові — ліва вершина (F_I^-). Для тріщини, що знаходиться поза включенням на лінії його більшої осі, КІН F_I^- за абсолютною величиною у ближчій до включення вершині тріщини є більший, ніж у дальній F_I^+ для різних відносних значень жорсткостей включення та диска G_1/G . При цьому F_I^\pm зменшується з ростом тріщини. Окрім того $F_I^\pm > 0$, якщо температурний коефіцієнт лінійного розширення включення більший, ніж диска ($\alpha_1^t > \alpha^t$) і $F_I^\pm < 0$, коли $\alpha_1^t < \alpha^t$.

На рис. 3 побудовано залежності $F_I = K_I / K_{T_c}$ ($K_I = K_I^+ = K_I^-$) від параметра $\delta = l/a$, коли $\chi = \chi_1 = 2$; $R_0/a = 5$. Криві 1 — $G_1/G = 2$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 4$; криві 2 — $G_1/G = 0,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 4$; криві 3 — $G_1/G = 0,5$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 0,5$; криві 4 — $G_1/G = 2$; $\alpha_1^t/\alpha^t = 0,5$. Суцільні лінії відповідають $b/a = 0,5$ (більша вісь еліпса паралельна

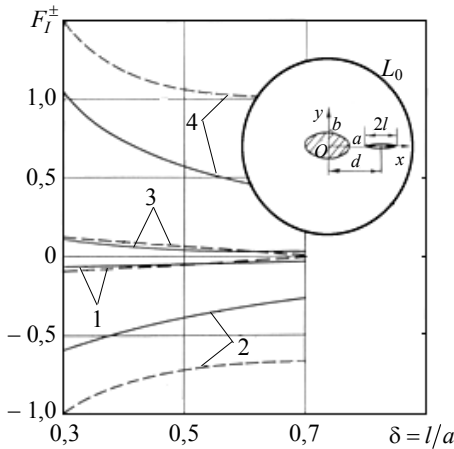


Рис. 2. Залежності безрозмірного КІН F_I^\pm від параметра $\delta = l/a$

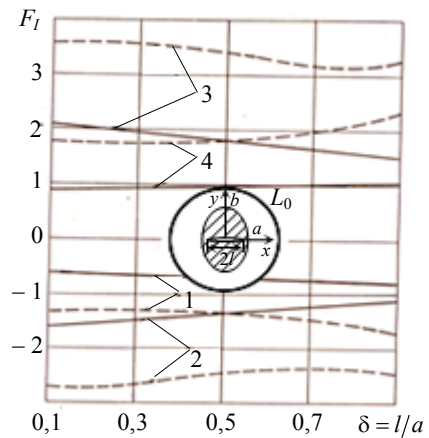


Рис. 3. Залежності безрозмірного КІН F_I від параметра $\delta = l/a$

до лінії тріщини), штрихові — $b/a=2$ (більша вісь еліпса перпендикулярна до лінії тріщини). Якщо тріщина знаходиться у еліптичному включенні на лінії його осі (центри включення і тріщини співпадають), то збільшення відносної жорсткості включення та диска G_1/G призводить до зменшення КІН F_I за абсолютною величиною для різної форми включення. При цьому, коли включення більш (менш) жорстке, ніж диск, то F_I збільшується (зменшується) із ростом тріщини. Окрім того $F_I < 0$, якщо температурний коефіцієнт лінійного розширення включення більший, ніж диска ($\alpha_1^t > \alpha^t$), і $F_I > 0$, коли $\alpha_1^t < \alpha^t$.

Зазначимо, що тут не враховується можливий контакт берегів тріщини. Тому в окремих випадках КІН F_I^\pm набуває від'ємних значень. Але такий результат теж можна використати для одержання розв'язку задачі термопружності методом суперпозиції за дії, окрім заданого температурного поля, інших температурних або силових факторів, які в сукупності не зумовляють контакту берегів тріщини. За необхідності врахування контакту задача повинна бути сформульована як змішана задача на берегах тріщини. При цьому її розв'язок суттєво ускладнюється, однак його теж можна одержати методом сингулярних інтегральних рівнянь [15].

Висновки. Отримано систему модифікованих сингулярних інтегральних рівнянь задачі термопружності для кругового диска з криволінійними включеннями та тріщинами, яка не містить невідомої функції на коловому контурі межі диска, що дає змогу ефективніше знаходити її числовий розв'язок. Досліджено термопружний стан диска з еліптичним включенням і тріщиною, нагрітого до сталого температури. Одержано залежність коефіцієнтів інтенсивності напружень від форми включення та його характеристик, зокрема показано, що відповідним підбором теплофізичних характеристик включення можна зумовити створення стискальних чи розтягувальних нормальних напружень в околі вершин тріщини, що важливо з погляду керування міцністю тіла в межах механіки руйнування.

Література

- [1] Саврук М. П., Зеленьк В. М. Плоская задача теплопроводности и термоупругости для конечного кусочно-однородного тела с трещинами // Физ.-хим. механика материалов. — 1987. — Т. 23, № 5. — С. 70-78.
- [2] Sumi N. Thermal stresses in a finite rectangular plate with rigid ribbon-like inclusion // J. Therm. Stresses. — 1981. — Vol. 4, No 1. — P. 83-90.
- [3] Запильняк И. М. Термоупругое состояние полуплоскости с включением и криволинейными трещинами // Мат. методы и физ.-мех. поля. — 1985. — № 22. — С. 60-65.
- [4] Зеленьк В. М., Євтушенко О. О. Інтегральні рівняння стаціонарних задач теплопровідності і термопружності для півпростору з циліндричними включеннями та криволінійними тріщинами // Прикладні проблеми механіки і математики. — 2005. — Вип. 3. — С. 140-146.
- [5] Матисяк С. Й., Євтушенко О. О., Зеленьк В. М. Нагрівання півпростору з включенням і тріщиною // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2004. — Т. 40, № 4. — С. 34-40.
- [6] Shindo Y., Atsumi A. Thermal stresses in a laminate composite with infinitive row of parallel cracks normal to the interfaces // Int. J. Eng. Sci. — 1975. — Vol. 13, No 1. — P. 25-43.

- [7] Саврук М. П., Зеленьяк В. М. Сингулярные интегральные уравнения плоских задач теплопроводности и термоупругости для кусочно-однородной плоскости с трещинами // Физ.-хим. механика материалов. — 1986. — Т. 22, № 3. — С. 82-88.
- [8] Зеленьяк В., Мартиняк Р., Слободян Б. Температурні напруження у кусково-однорідній трикомпонентній області з тріщиною // машинознавство. — 2007. — № 11. — С. 13-17.
- [9] Кит Г. С., Кривицун М. Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. — Киев: Наук, думка, 1983. — 229 с.
- [10] Зеленьяк В. М. Термопружна взаємодія двокомпонентного кругового включення і тріщини в пластині // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2012. — Т. 48, № 3. — С. 40-45.
- [11] Саврук М. П., Зеленьяк В. М. Термопружний стан двокомпонентного порожнистого циліндра з крайовими радіальними тріщинами // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 1994. — Т. 30, № 4. — С. 76-80.
- [12] Калоеров С. А. Плоская задача термоупругости для многосвязных пластин с трещинами // Теор. и прикл. мех. — Киев: Донецк: Вища школа, 1989. — № 16. — С. 50-59.
- [13] Мирсаимов В. М. Решение задачи термоупругости для изотропной среды, ослабленной периодической системой круглых отверстий и прямолинейными трещинами // Прикл. механика. — 1981. — Т. 17, № 1. — С. 64-70
- [14] Панасюк В. В., Саврук М. П. Плоские задачи теплопроводности и термоупругости для тел с трещинами // Успехи механики. — 1984. — Т. 7, № 2. — С. 75-115.
- [15] Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. — Киев: Наук, думка, 1981. — 324 с.

Thermoelastic interaction of a crack with an inclusion in the circular disc

Volodymyr Zelenyuk

Two-dimensional problem of thermoelasticity in the case of constant temperature for the circular piecewise-homogeneous plate with cracks is considered. The systems of singular integral equations of the first and second kinds of the specified problem on closed (contours of inclusions) and open (cracks) contours, with excluded boundary of the circular plate are constructed. Numerical solution of the integral equations in the disc containing an elliptical inclusion and cracks was obtained by the mechanical quadratures method. Influence of thermophysical and mechanical properties of an inclusion on the stress intensity factors at the crack types was investigated.

Термоупругое взаимодействие трещины и включения в круговом диске

Володимир Зеленьяк

Рассмотрена двумерная задача термоупругости для нагретого до постоянной температуры кругового кусочно-однородного диска, ослабленного трещинами. Построены системы сингулярных интегральных уравнений первого и второго рода указанной задачи по замкнутым (контуры включений) и разомкнутым (трещины) контурам, в которых выключен круговой контур границы диска. Численное решение интегральных уравнений получено методом механических квадратур для диска, содержащего эллиптическое включение и трещину. Исследовано влияние теплофизических и механических характеристик включения на коэффициенты интенсивности напряжений в вершинах трещины.

Представлено доктором фізико-математичних наук Р. Мартиняком

Отримано 12.12.14