

## **Визначення напруженого стану у зоні зварного спірального шва у магістральному трубопроводі**

Леся Сеньків

К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, e-mail: dept20@iapmm.lviv.ua

*З використанням класичної теорії оболонок і методу дисторсій побудовано математичну модель для визначення поля залишкових напружень біля спірального зварного шва у трубопроводі. Поле пластичних деформацій вважається незмінним уздовж спірального зварного шва. Проведено порівняння залишкових напружень для випадків трубопроводів із коловим і спіральним зварювальними швами.*

**Ключові слова:** залишкові напруження, трубопроводи, спіральний зварний шов, циліндрична оболонка Кірхгофа-Лява.

**Вступ.** При монтажі магістральних трубопроводів широке застосування мають труби, виготовлені за допомогою спірального зварювання, коли лист матеріалу попередньо формують у спіральну трубу, а потім заварюють по кромках суцільним швом. Таким способом можна отримати труби практично нескінченної довжини та довільного діаметру.

Надійність таких трубопроводів під час експлуатації визначається за інших рівних умов якістю зварних з'єднань, оскільки за статистичними даними руйнування трубопроводів часто відбувається у зварному шві чи пришовній зоні, в яких залишкові напруження, що виникають під час зварювання, можуть спричинити появу тріщин. На практиці для оцінки ресурсу безпечної експлуатації трубопроводів проводять технічне діагностування стану їх елементів, однією з важливих складових якого є визначення напруженого стану таких елементів у конкретних умовах експлуатації. При цьому використання відомих розрахункових [1] і неруйнівних експериментальних методів визначення залишкових напружень [2, 3] не завжди є придатним, бо для застосування перших треба знати режими зварювання та способи зменшення рівня технологічних напружень у зварному з'єднанні, а неруйнівні методи не завжди придатні для контролю напруженого стану зварних з'єднань через неповну інформацію про розподіл напружень в елементі труби.

У роботах [4, 5] досліджувалися температурні поля напружень у звареній по спіралі циліндричній оболонці, а розподіл залишкових напружень за відомого полю пластичних деформацій біля кільцевого зварного шва в магістральному трубопроводі знайдено у працях [6, 7].

У цій роботі досліджується розподіл залишкових напружень у трубопроводі зі спіральним зварним швом. При цьому за вихідні беруться розв'язувальні рівняння класичної теорії оболонок Кірхгофа-Лява, а пластичні деформації, які є незмінними вздовж спірального зварного шва, моделюються полем дисторсій. Таку математичну модель можна використати у теоретико-експериментальному методі для визначення залишкових технологічних напружень у магістральних трубопроводах [6, 7].

## 1. Постановка задачі та її розв'язок

Одним з ефективних методів визначення залишкових технологічних напружень є розрахунково-експериментальний метод [7], який ґрунтується на розв'язанні обернених задач механіки деформівного тіла з використанням експериментальної інформації, отриманої неруйнівними методами. Суть цього методу полягає у наступному. Для побудови розв'язувальних рівнянь для деформівних тіл, зокрема оболонок, із пластичними деформаціями використовують подання компонентів повної деформації  $e_{ij}$  у вигляді суми  $e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^0$ , де  $e_{ij}^e$  — компоненти тензора пружної деформації,  $e_{ij}^0$  — компоненти тензорного поля пластичних деформацій, несумісність яких зумовлює виникнення поля залишкових напружень. Використавши функцію Гріна, розв'язують ці ключові рівняння і будують інтегральні подання компонентів тензора напружень через компоненти поля деформацій  $e_{ij}^0$ , які залежать від певної кількості довільних параметрів. Для їх знаходження використовують отриману за допомогою одного з неруйнівних методів експериментальну інформацію про усереднені характеристики поля залишкових напружень, і будують функціонал нев'язки, мінімізація якого забезпечує мінімальні відхилення одержаних теоретично  $\sigma_k^T$  від експериментальних  $\sigma_k^E$  характеристик полів напружень. Тоді задачу про знаходження поля  $e_{ij}^0$  розв'язують як обернену задачу теорії оболонок із залишковими деформаціями, яка є умовно коректною. Знайшовши невідомі параметри, обчислюють компоненти тензора залишкових напружень у довільній точці оболонки (трубопроводу).

Для оцінки залишкових напружень біля спірального шва у трубопроводі будемо моделювати його тонкою круговою ізотропною циліндричною оболонкою завтовшки  $2h$  із пластичними деформаціями.

Віднесемо оболонку (рис. 1) до триортогональної системи координат  $O\alpha\beta\gamma$ , де  $\alpha = z/R$  — безрозмірна координата вздовж осі  $z$ ,  $z$  — відстань уздовж твірної від початкового поперечного перерізу;  $R$  — радіус серединної поверхні оболонки,  $\beta$  — кутова координата,  $\gamma$  — координата вздовж зовнішньої нормалі до серединної поверхні оболонки. Нехай на серединній поверхні оболонки розташована гвинтова лінія, що співпадає зі спіральним зварювальним швом на серединній поверхні оболонки, і яка направлена під кутом  $\varphi$  до координатної лінії  $\beta = const$ . Позначимо через  $\tau$  дотичну до гвинтової лінії,  $\nu$  — нормаль,  $n_1 = \cos \varphi$ ,  $n_2 = \sin \varphi$ . Введемо на серединній поверхні оболонки нову систему координат  $O\alpha'\beta'\gamma'$ , де

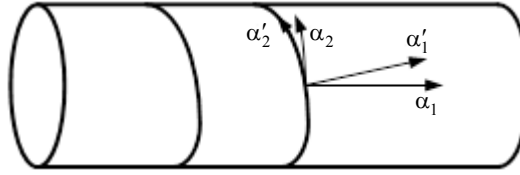


Рис. 1. Циліндрична оболонка зі спіральним зварним швом

вісь  $O\alpha'$  направлена вздовж нормалі  $\nu$ , а вісь  $O\beta'$  — вздовж дотичної  $\tau$  до гвинтової лінії.

На основі узагальнення відомих у літературі розрахункових і експериментальних даних поле локалізованих біля шва трубопроводу пластичних деформацій  $e_{\beta'\beta'}^0$  і  $e_{\alpha'\alpha'}^0$  у випадку симетрії щодо  $\alpha' = 0$  апроксимуємо виразами [8]:

$$e_{\beta'\beta'}^0(\alpha', \gamma) = -\mathbf{E}_1^* f_1(\gamma) \tilde{\varphi}_1(\alpha') S^0(\alpha'), \quad e_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha', \gamma) = -\mathbf{E}_2^* f_2(\gamma) \tilde{\varphi}_2(\alpha') S^0(\alpha'), \quad (1)$$

де

$$S^0(\alpha') = 1 \quad \text{при} \quad |\alpha'| \leq \alpha'_1; \quad S^0(\alpha') = 0 \quad \text{при} \quad |\alpha'| > \alpha'_1,$$

$$f_i(\gamma) = 1 - m_i(1 - \gamma/h)^2,$$

$$\tilde{\varphi}_i(\alpha') = 1 + s_i \alpha'^2 / a_1'^2 - (3 + 2s_i) \alpha'^4 / a_1'^4 + (2 + s_i) \alpha'^6 / a_1'^6 \quad (i=1,2),$$

$a_1' = b_1/R$  ( $b_1$  — півширина зони пластичних деформацій),  $\mathbf{E}_i^*$ ,  $s_i$ ,  $m_i$  — числові параметри, значення яких разом із величиною  $a_1'$  є на практиці невідомими. Функції  $f_i(\gamma)$  та  $\tilde{\varphi}_i(\alpha')$  характеризують нерівномірність розподілу залишкових деформацій в околі зварного шва.

З урахуванням співвідношення (1) вирази для поля пластичних власних деформацій серединної поверхні тонкої циліндричної оболонки [7] у системі координат  $O\alpha'\beta'$  набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\beta'\beta'}^0(\alpha') &= -\mathbf{E}_1^* \left(1 - \frac{4m_1}{3}\right) \tilde{\varphi}_1(\alpha') S^0(\alpha'), \\ \varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha') &= -\mathbf{E}_2^* \left(1 - \frac{4m_2}{3}\right) \tilde{\varphi}_2(\alpha') S^0(\alpha'), \quad \varepsilon_{\alpha'\beta'}^0 = \kappa_{\alpha'\beta'}^0 = 0, \\ \kappa_{\beta'\beta'}^0(\alpha') &= -\frac{2\mathbf{E}_1^* m_1}{h} \tilde{\varphi}_1(\alpha') S^0(\alpha'), \quad \kappa_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha') = -\frac{2\mathbf{E}_1^* m_1}{h} \tilde{\varphi}_2(\alpha') S^0(\alpha'). \end{aligned} \quad (2)$$

Систему розв'язувальних рівнянь для тонкої циліндричної оболонки Кірхгофа-Лява в системі координат  $O\alpha\beta$  записано у роботі [7]. Використавши матрицю повороту, отримаємо систему розв'язувальних рівнянь у системі координат  $O\alpha'\beta'$  для випадку, якщо поле дисторсій не змінюється вздовж гвинтової лінії:

$$\sum_{i=1}^3 L_{ij} u_i = g_j \left( \varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0, \varepsilon_{\beta'\beta'}^0, \kappa_{\alpha'\alpha'}^0, \kappa_{\beta'\beta'}^0 \right) \quad (j = \overline{1,3}). \quad (3)$$

Тут  $u_1 = u$ ,  $u_2 = v$ ,  $u_3 = w$  — переміщення та прогин серединної поверхні оболонки [7], а диференційні оператори  $L_{ij}$  ( $i = \overline{1,3}, j = \overline{1,3}$ ) мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} L_{11} &= (1 + n_1^2 - \mu n_2^2) \frac{\partial^2}{\partial \alpha'^2}, & L_{12} &= (1 + \mu) n_1 n_2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha'^2} \\ L_{13} &= 2\mu n_1 \frac{\partial}{\partial \alpha'}, & L_{22} &= \left\{ (1 - \mu) n_1^2 + 2n_2^2 + c_1^2 [4(1 - \mu) n_1^2 + 2n_2^2] \right\} \frac{\partial^2}{\partial \alpha'^2}, \\ L_{23} &= -2n_2 \left[ c_1^2 (1 - \mu) n_1^2 + c_1^2 - 1 \right] \frac{\partial^3}{\partial \alpha'^3}, & L_{23} &= 2(1 + c_1^2) \frac{\partial^4}{\partial \alpha'^4}, \\ L_{21} &= L_{12}, & L_{32} &= L_{23}, \end{aligned}$$

$c_1 = h / (\sqrt{3}R)$  — параметр тонкостінкості оболонки,  $\mu$  — коефіцієнт Пуассона,  $g_i \left( \varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0, \varepsilon_{\beta'\beta'}^0, \kappa_{\alpha'\alpha'}^0, \kappa_{\beta'\beta'}^0 \right)$  — функції, які залежать від похідних компонент поля дисторсій [7].

Розв'язок системи (3) зведено до знаходження ключових функцій  $\varphi_i, \psi_i$  ( $i = \overline{1,3}$ ), які мають вигляд інтегралів згортки по серединній поверхні циліндричної оболонки [9]:

$$\bar{\varphi}(\alpha') = \int \bar{\varepsilon}'(\xi') G'(\xi' - \alpha') d\xi', \quad \bar{\psi}(\alpha') = \int \bar{\kappa}'(\xi') G'(\xi' - \alpha') d\xi', \quad (4)$$

де  $\bar{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ ,  $\bar{\psi} = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ ,  $\bar{\varepsilon}' = (\varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0, \varepsilon_{\alpha'\beta'}^0, \varepsilon_{\beta'\beta'}^0)$ ,  $\bar{\kappa}' = (\kappa_{\alpha'\alpha'}^0, \kappa_{\alpha'\beta'}^0, \kappa_{\beta'\beta'}^0)$ ,  $G'(\alpha')$  — фундаментальний розв'язок системи (3) [9]:

$$G'(\alpha') = -\text{Im} \left[ \sum_{n=1}^2 \frac{1}{\Delta'_n} \left( e^{-s'_n |\alpha'|} - \sum_{m=0}^3 \frac{(s'_n |\alpha'|)^m}{m!} \right) \right], \quad (5)$$

$s'_n$  — корені характеристичного полінома  $\Delta(s')$  [9], які залежать від параметра тонкостінкості оболонки  $c_1$  та пружних сталих матеріалу оболонки,

$$\Delta'_n = \left. \frac{\partial \Delta(s')}{\partial s'} \right|_{s'=s'_n}.$$

Введемо вектори  $\bar{N}' = (\bar{N}'_1, \bar{N}'_2, \bar{S}')$  та  $\bar{M}' = (\bar{M}'_1, \bar{M}'_2, \bar{H}')$ , де  $\bar{N}'_1, \bar{N}'_2$  — розтягуючі зусилля,  $\bar{S}'$  — перерізуюча сила,  $\bar{M}'_1, \bar{M}'_2$  — згинні моменти,  $\bar{H}'$  — крутильний момент, що діють вздовж координатних ліній  $0\alpha'$  та  $0\beta'$ .

Вони визначаються через ключові функції таким чином:

$$\vec{N}' = (\widehat{N}_\varphi \vec{\varphi} + \widehat{N}_\psi \vec{\psi}), \quad \vec{M}' = (\widehat{M}_\varphi \vec{\varphi} + \widehat{M}_\psi \vec{\psi}). \quad (6)$$

Матриці  $\widehat{N}_\varphi, \widehat{N}_\psi, \widehat{M}_\varphi, \widehat{M}_\psi$  є диференціальними операторами восьмого порядку, які залежать від параметра тонкостінкості оболонки  $c_1$  і пружних сталей (модуля Юнга  $E$  та коефіцієнта Пуассона  $\mu$ ) матеріалу, з якого виготовлено оболонку.

Врахувавши вирази (4)-(6) і те, що поле дисторсій (2) не залежить від координати  $\beta'$  запишемо інтегральні зображення для зусиль  $\vec{N}'_1, \vec{N}'_2, \vec{S}'$  і моментів  $\vec{M}'_1, \vec{M}'_2, \vec{H}'$ :

$$\begin{aligned} \vec{N}'_i(\alpha') &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \left\{ \sum_{k=1}^2 [N_{ik}^\varphi(\alpha' - \tau) + N_{ik}^\psi(\alpha' - \tau)] \tilde{\varphi}_{3-k}(\tau) \right\} d\tau, \\ \vec{S}'(\alpha') &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \left\{ \sum_{k=1}^2 [N_{3k}^\varphi(\alpha' - \tau) + N_{3k}^\psi(\alpha' - \tau)] \tilde{\varphi}_{3-k}(\tau) \right\} d\tau, \\ \vec{M}'_i(\alpha') &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \left\{ \sum_{k=1}^2 [M_{ik}^\varphi(\alpha' - \tau) + M_{ik}^\psi(\alpha' - \tau)] \tilde{\varphi}_{3-k}(\tau) \right\} d\tau, \\ \vec{H}'(\alpha') &= \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \left\{ \sum_{k=1}^2 [M_{3k}^\varphi(\alpha' - \tau) + M_{3k}^\psi(\alpha' - \tau)] \tilde{\varphi}_{3-k}(\tau) \right\} d\tau, \quad (i=1,2), \end{aligned} \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} N_{ik}^l(\alpha') &= -\mathbf{E}_{3-k}^* \left( 1 - \frac{4m_{3-k}}{3} \right) \text{Im} \left( \sum_{n=1}^2 \frac{N_{ik}^l(s'_n) e^{is'_n|\alpha'|}}{\Delta'_n} - \tilde{N}_{ik}^l D' G'(\alpha') \right), \\ M_{ik}^l(\alpha') &= -2\mathbf{E}_{3-k}^* m_{3-k} \text{Im} \left( \sum_{n=1}^2 \frac{M_{ik}^l(s'_n) e^{is'_n|\alpha'|}}{\Delta'_n} - \tilde{M}_{ik}^l D' G'(\alpha') \right), \\ l &= \varphi, \psi, \quad i = \overline{1,3}, \quad k = 1, 2. \end{aligned}$$

Тут  $N_{ik}^l(s'_n), M_{ik}^l(s'_n)$  поліноми восьмого порядку від коренів  $s'_n$  характеристичного полінома  $\Delta(s')$ ,  $\tilde{N}_{ik}^l, \tilde{M}_{ik}^l$  — сталі, які є при восьмих степенях  $s'_n$  у поліномах  $N_{ik}^l(s'_n), M_{ik}^l(s'_n)$ ,  $D'$  — детермінант системи (3).

Зусилля та моменти зі співвідношення (7) відповідають полю дисторсій (2), яке зосереджене на одному витку гвинтової лінії. Сумарні зусилля та моменти, які виникають для поля дисторсій двох сусідніх витків рівні:

$$\begin{aligned}\bar{N}_i^0(\alpha') &= \bar{N}'_i(\alpha') + \bar{N}'(a - \alpha'), \\ \bar{M}_i^0(\alpha') &= \bar{M}'_i(\alpha') + \bar{M}'_i(a - \alpha'),\end{aligned}\tag{8}$$

де  $a = 4\pi R n_2$  — найкоротша відстань між двома сусідніми витками гвинтової лінії: Впливом поля дисторсій від інших витків можна знехтувати, адже зусилля та моменти є затухаючими функціями.

З урахуванням співвідношення (8) вирази для визначення залишкових напружень мають вигляд [9]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha'\alpha'}(\alpha') &= \frac{1}{2h} \left[ \bar{N}_1^0(\alpha') + \frac{3\bar{M}_1^0(\alpha')\gamma}{h^2} + \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha') + \mu\varepsilon_{\beta'\beta'}^0(\alpha') + \right. \\ &\quad \left. + \kappa_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha')\gamma + \mu\kappa_{\beta'\beta'}^0(\alpha')\gamma - e_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha') - \mu e_{\beta'\beta'}^0(\alpha') \right], \\ \sigma_{\alpha'\beta'}(\alpha') &= \frac{1}{2h} \left[ \bar{S}^0(\alpha') + \frac{3\bar{H}^0(\alpha')\gamma}{h^2} \right], \\ \sigma_{\beta'\beta'}(\alpha') &= \frac{1}{2h} \left[ \bar{N}_2^0(\alpha') + \frac{3\bar{M}_2^0(\alpha')\gamma}{h^2} + \frac{E}{1-\mu^2} (\mu\varepsilon_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha') + \varepsilon_{\beta'\beta'}^0(\alpha') + \right. \\ &\quad \left. + \mu\kappa_{\alpha'\alpha'}^0(\alpha')\gamma + \kappa_{\beta'\beta'}^0(\alpha')\gamma - \mu e_{\alpha\alpha}^0(\alpha') - e_{\beta\beta}^0(\alpha') \right].\end{aligned}\tag{9}$$

## 2. Чисельний результат

За допомогою методу механічних квадратур [10] за формулами (9) було розраховано теоретичні значення залишкових напружень  $\sigma_{\alpha'\alpha'}$  і  $\sigma_{\beta'\beta'}$  у зварному з'єднанні. Обчислення виконано для таких значень геометричних і механічних параметрів:  $R = 0,71$  м,  $h = 0,0197$  м,  $E = 200$  GPa,  $\mu = 0,3$ ,  $E_1^* = 7,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $E_2^* = 2E_1^*$ ,  $b_1 = 19$  мм,  $m_1 = 0,0625$ ,  $m_2 = 0,125$ ,  $s_1 = s_2 = 1$ . Залежність  $\sigma_{\alpha'\alpha'}$  і  $\sigma_{\beta'\beta'}$  від величини  $z' = Ra'_1$  графічно зображено на рис. 2, 3.

На рис. 2, 3 пунктирні лінії відповідають напруженням при  $\gamma = h$ , суцільні — напруженням при  $\gamma = -h$ . Криві 1 відповідають коловому зварному шву ( $n_1 = 0$ ), криві 2 — спіральному зварному шву ( $n_1 = \pi/3$ ).

Числовий аналіз показує, що колові залишкові напруження  $\sigma_{\alpha'\alpha'}$  у випадку колового шва є у шість разів більшими, ніж якщо зварний шов виконано вздовж гвинтової лінії. Радіальні залишкові напруження  $\sigma_{\beta'\beta'}$  для спірального зварного шва є також меншими від залишкових напружень  $\sigma_{\beta'\beta'}$  біля колового зварного шва. При цьому радіальні напруження на зовнішній поверхні біля спірального шва є стискальними.

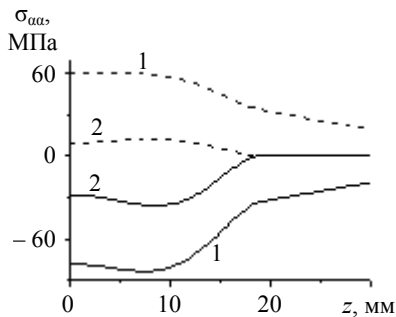


Рис. 2. Розподіл залишкових колкових напружень на лицевих поверхнях трубопроводу

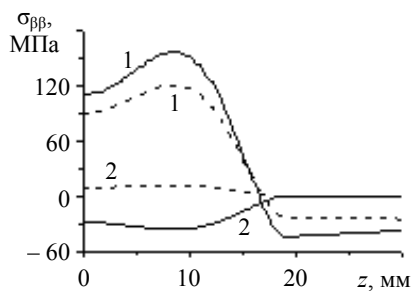


Рис. 3. Розподіл залишкових радіальних напружень на лицевих поверхнях трубопроводу

**Висновки.** З використанням методу дисторсій побудовано математичну модель визначення залишкових напружень у зоні спірального зварного шва за заданого поля пластичних деформацій. Результати обчислень показали, що спіральний зварний шов у трубопроводі грає роль армуючого елемента, так як залишкові напруження у цьому випадку є менші, ніж залишкові напруження у випадку трубопроводу з колковим зварним швом.

## Література

- [1] Махненко В. И. Расчетные методы исследования сварочных напряжений и деформаций. — Киев: Наук. думка, 1976. — 320 с.
- [2] Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений: Справ. пос. / Б. С. Касаткин, А. Б. Кудрин, Л. М. Лобанов и др. — Киев: Наук. думка, 1981. — 584 с.
- [3] Недосека А. Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. — Киев: ИНДПРОМ, 2001. — 815 с.
- [4] Максимович В. И., Пляцко Г. В. Напряжения в полом цилиндре при сварке по спирали // Прикл. механика — 1972. — № 4. — С. 116-120.
- [5] Максимович В. И., Пляцко Г. В. Температура в полом цилиндре при нагреве по спирали // Инж.-физ. журнал. — 1975. — № 2. — С. 371-372.
- [6] Осадчук В. А., Банахевич Ю. В., Иванчук О. О. Визначення напруженого стану магістральних трубопроводів в зоні кільцевих зварних швів // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2006. — № 2. — С. 99-104.
- [7] Кир'ян В. І., Осадчук В. А., Николішин М. М. Механіка руйнування зварних з'єднань металоконструкцій. — Львів: СПОЛЮМ, 2007. — 320 с.
- [8] Прокопович И. Б., Сеньків Л. М., Лаушинтк И. П. Упругое равновесие непологих цилиндрических оболочек с разрезами // Прикладные проблемы прочности и пластичности. — 1996. — Вып. 54. — С. 175-184.
- [9] Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. — Киев: Наук. думка, 1991. — 256 с.
- [10] Каландия А. И. Математические методы двухмерной теории упругости. — Москва: Наука, 1973. — 304 с.

Леся Сеньків

Визначення напруженого стану у зоні зварного спірального шва у магістральному трубопроводі

## **Determination of stressed state in spiral welded joint in the main pipeline**

Lesia Senkiv

*Using the classical theory of shells and distortion method, the mathematical model for determination of residual stresses near spiral welded joint in pipelines is built. Plastic deformations field is assumed to be invariant along the spiral welded joint. Comparison of residual stresses for the cases of pipelines with circular and spiral welded joint is done.*

## **Определение напряженного состояния в зоне сварного спирального шва в магистральном трубопроводе**

Леся Сеньків

*С использованием классической теории оболочек и метода дисторсий построена математическая модель для определения остаточных напряжений у спирального сварного шва в трубопроводе. Поле пластических деформаций считается неизменным вдоль спирального сварного шва. Проведено сравнение остаточных напряжений для случаев трубопроводов с круговым и спиральным сварочными швами.*

Представлено професором Т. Нагірним

Отримано 27.02.15