УДК 539.377

Термонапружений стан тонкої шайби за змінних коефіцієнтів тепловіддачі

Богдан Хапко

К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблеми механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3*б*, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Запропоновано спосіб зведення стаціонарної задачі теплопровідності для тонкої шайби при залежних від координати коефіцієнтах тепловіддачі та температурі зовнішнього середовища до системи інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду. Знайдено аналітичні вирази для термопружних переміщень шайби за різних механічних крайових умов на її циліндричних торцях.

Ключові слова: температурні характеристики, коефіцієнти тепловіддачі, інтегральні оператори Фредгольма та Вольтерра другого роду, прогин.

Вступ. Зміна поверхневих властивостей тонких пластин виникає при технологічних процесах шліфування, зварювання, загартовування, фрикційного або імпульсного поверхневого зміцнення тощо. За цих процесів відбувається нерівномірне на поверхнях утворення оксидних плівок, окалин, мікророзтріскування поверхонь, заповнення газом чи рідиною поверхневих мікропор тощо. Це зумовлює неоднорідність коефіцієнтів теплообміну на поверхнях, що може мати значний вплив на розподіл температур та викликаних нею термічних напружень в тонких пластинах при теплообміні з навколишнім середовищем.

Неоднорідність коефіцієнтів тепловіддачі значно ускладнює дослідження температурних полів у тонкостінних елементах, що пов’язане з необхідністю побудови розв’язків крайових задач теплопровідності для системи рівнянь з частинними похідними зі змінними коефіцієнтами [1-3]. У праці [4] досліджено термічні переміщення круглої пластинки за залежних від радіуса коефіцієнтів тепловіддачі з лицевих поверхонь. Напружено-деформований стан круглої пластинки з різними теплофізичними характеристиками по кільцях досліджено в роботі [5] модифікованим методом Водічки. У праці [6] методом лінеаризувальних параметрів знайдено температурні напруження термочутливої тонкої шайби.

У цій роботі досліджується термопружний стан тонкої шайби, яка перебуває в умовах конвективного теплообміну з середовищем при кусково-сталих коефіцієнтах тепловіддачі та температурах середовища на її лицевих поверхнях. На першому етапі стаціонарну задачу теплопровідності для тонкої шайби зведено до системи інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду, яку можна розв’язувати чисельно. На другому етапі побудовано аналітичні вирази для термічних переміщень за різних механічних крайових умов на циліндричних торцях.

1. Постановка задачі теплопровідності

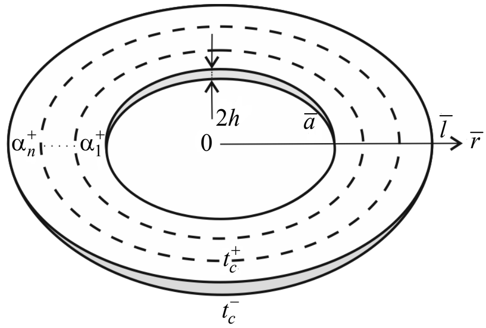

Рис. 1

Розглянемо тонку шайбу товщини $2h$ радіуса $\overline{r}=\overline{l}$ з концентричним круговим отвором радіуса $\overline{r}=\overline{a}$, яка за законом Ньютона обмінюється теплом із зовнішнім середовищем. Коефіцієнти тепловіддачі $\alpha^+(\overline{r})$ та $\alpha^-(\overline{r})$, а також температури зовнішнього середовища $t_c^+(\overline{r})$ і $t_c^-(\overline{r})$ є сталими, але різними на n кільцевих смугах, $\overline{r}\in[\overline{a}_1,\overline{a}_2),...,\overline{r}\in[\overline{a}_{n-1},\overline{l})$ (рис. 1), причому на кожній з них вони на верхній і нижній поверхнях $z=\pm h$ неоднакові та набувають значень

$$\alpha^{\pm}(\overline{r})=\alpha_1^{\pm}+\sum_{j=1}^{n-1}\left(\alpha_{j+1}^{\pm}-\alpha_j^{\pm}\right)S_-\left(\overline{r}-\overline{a}_j\right),$$

$$t_c^{\pm}(\overline{r})=t_{c,1}^{\pm}+\sum_{j=1}^{n-1}(t_{c,j+1}^{\pm}-t_{c,j}^{\pm})S_-\left(\overline{r}-\overline{a}_j\right).$$

Тут a_j — зовнішній радіус j-ої кільцевої смуги, $S_-\left(\overline{r}-\overline{a}_j\right)=\begin{cases}1, \overline{r}\ge\overline{a}_j,\\ 0, \overline{r}<\overline{a}_j\end{cases}$ — функція Гевісайда. На циліндричних торцях $\overline{r}=\overline{a}$ і $\overline{r}=\overline{l}$ шайби відбувається конвективний теплообмін із середовищем температури t_c^1 та t_c^2 відповідно.

Згідно з гіпотезою про лінійний за товщиною z шайби розподіл температури $t(r,z)=T_1(r)+\frac{z}{h}T_2(r)$ стаціонарне температурне поле в ній виражається через інтегральні температурні характеристики — середню температуру $T_1(r)=\frac{1}{2h}\int_{-h}^{h}t(r,z)dz$ і температурний момент $T_2(r)=\frac{3}{2h^2}\int_{-h}^{h}zt(r,z)dz$, які визначаються із системи рівнянь [2, 3]

$$\begin{cases}\Delta T_1(\overline{r})-\mu_1(\overline{r})\left(T_1(\overline{r})-t_1(\overline{r})\right)-\mu_2(\overline{r})\left(T_2(\overline{r})-t_2(\overline{r})\right)=0,\\ \Delta T_2(\overline{r})-3\left(1+\mu_1(\overline{r})\right)\left(T_2(\overline{r})-t_2(\overline{r})\right)-3\mu_2(\overline{r})\left(T_1(\overline{r})-t_1(\overline{r})\right)=3t_2(\overline{r}),\end{cases} \quad (1)$$

за крайових умов

$$\frac{dT_i}{d\overline{r}}-\overline{b}_1\left(T_i-T_{i1}^c\right)=0, \quad \overline{r}=\overline{a}; \quad \frac{dT_i}{d\overline{r}}+\overline{b}_2\left(T_i-T_{i2}^c\right)=0, \quad \overline{r}=\overline{l}; \quad i=1,2. \quad (2)$$

Тут $T_{i1}^{c}=\frac{1}{2h}\int_{-h}^{h}t_c^i dz$, $T_{i2}^{c}=\frac{3}{2h^2}\int_{-h}^{h}zt_c^i dz$, $\Delta=\frac{1}{\overline{r}}\frac{d}{d\overline{r}}\left(\overline{r}\frac{d}{d\overline{r}}\right)$, $t_{1,2}\left(\overline{r}\right)=\frac{t_c^+\left(\overline{r}\right)\pm t_c^-\left(\overline{r}\right)}{2}$, $\mu_{1,2}\left(\overline{r}\right)=h\left(\mu^+\left(\overline{r}\right)\pm\mu^-\left(\overline{r}\right)\right)/2$, $\mu^{\pm}\left(\overline{r}\right)=\alpha^{\pm}\left(\overline{r}\right)/\lambda$ — відносні коефіцієнти тепловіддачі; λ — коефіцієнт теплопровідності; $\overline{b_i}=\alpha_i/\lambda$; α_1 і α_2– коефіцієнти тепловіддачі на циліндричних торцях $\overline{r}=\overline{a}$ й $\overline{r}=\overline{l}$ відповідно.

2. Методика зведення задачі теплопровідності до системи інтегральних рівнянь Вольтерра та Фредгольма другого роду

Перейдемо до безрозмірної координати $r=\overline{r}/h$ і безрозмірних величин $l=\overline{l}/h$, $a=\overline{a}/h$, $a_j=\overline{a}_j/h$, $j=\overline{1,n-1}$; $b_i=\overline{b}_i/h$, $i=1,2$.

Ввівши заміни

$$T_i(r)=(-1)^{2-i}\lambda_{21}^{-1}\left[-\lambda_2^{2-i}F_1(r)+\lambda_1^{2-i}\lambda_2F_2(r)\right],\quad \eta_j^{\pm}=\overline{\eta}_j^{+}\pm\overline{\eta}_j^{-},\quad \gamma_j^{\pm}=\frac{t_{c,j}^{+}\pm t_{c,j}^{-}}{2},$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{3+2\eta_1^{+}\mp\sqrt{\left(3+2\eta_1^{+}\right)^2+12\eta_1^{-2}}}{6\eta_1^{-}},\quad \overline{\eta}_j^{\pm}=\frac{h\mu_j^{\pm}}{2},\quad i=1,2;\quad \lambda_{21}=\lambda_2-\lambda_1,\tag{3}$$

в системі рівнянь (2), можемо їх частково відокремити:

$$\Delta F_1(r)-\delta_1^2F_1(r)=D_1(r)F_1(r)+D_2(r)F_2(r)+R_1(r),$$
$$\Delta F_2(r)-\delta_2^2F_2(r)=D_3(r)F_1(r)+D_4(r)F_2(r)+R_2(r).\tag{4}$$

У правій частині системи рівнянь (4) шукані функції $F_1(r), F_2(r)$ помножені на функцію Гевісайда та взаємозв'язані, а в лівій частині вони незалежні.

Крайові умови (2) після підстановки в них виразів (3) набудуть вигляду:

$$\frac{dF_i}{dr}-b_1\left(F_i-F_{i1}^c\right)=0,\quad r=a;\quad \frac{dF_i}{\partial r}+b_2\left(F_i-F_{i2}^c\right)=0,\quad r=l.\tag{5}$$

У співвідношеннях (4), (5) позначено:

$$D_m(r)=D_{m1}Q_1(r)-D_{m2}Q_2(r),\quad m=\overline{1,4};$$
$$D_{12}=D_{21}/3=D_{31}=-D_{42}=-2\lambda_{21}^{-1},$$
$$\left\{D_{11},D_{22},D_{32},D_{41}\right\}=\left\{\lambda_2-3\lambda_1,\lambda_2\left(1-3\lambda_1^2\right),\lambda_2^{-1}\left(1-3\lambda_2^2\right),\lambda_2-3\lambda_1\right\}\lambda_{21}^{-1},$$
$$R_i(r)=R_i^{+}\left(\gamma_1^{+}+\Pi_1(r)\right)+R_i^{-}\left(\gamma_1^{-}+\Pi_2(r)\right),\quad i=1,2;$$
$$R_2^{\pm}(r)=-\left\{\left[(1\pm1)Q_1(r)+(1\mp1)Q_2(r)\right]/\left(2\lambda_2\right)+\right.$$
$$\left.+3\left[(1\mp1)Q_1(r)+(1\pm1)Q_2(r)\right]/2+\eta_1^{\pm}\lambda_2^{-1}+3\eta_1^{\mp}\right\},$$

$$R_1^{\pm} = -\left[\eta_1^{\pm} + 3\eta_1^{\mp}\lambda_1 + (2 \mp 1)\lambda_1^{\frac{1\mp1}{2}} Q_1(r) + (2 \pm 1)\lambda_1^{\frac{1\pm1}{2}} Q_2(r) \right],$$

$$\{Q_1(r), Q_2(r), \Pi_1(r), \Pi_2(r)\} =$$
$$= \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \eta_{j+1}^{+} - \eta_j^{+}, \eta_{j+1}^{-} - \eta_j^{-}, \gamma_{j+1}^{+} - \gamma_j^{+}, \gamma_{j+1}^{-} - \gamma_j^{-} \right\} S_{-}\left(r - a_j\right),$$

$$F_{1i}^c = T_{1i}^c + \lambda_1 T_{i2}^c, \quad F_{2i}^c = T_{i2}^c + \lambda_2^{-1} T_{i1}^c, \quad \delta_i^2 = \eta_1^{+} + 3\eta_1^{-}\lambda_i$$

Для побудови загального розв'язку системи рівнянь (4) застосуємо метод варіації сталої [7]. Задовольнивши крайові умови (5), знаходимо сталі інтегрування, підставляючи які у загальний розв'язок, отримаємо для визначення функцій $F_i(r)$ систему інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду:

$$F_i(r) - \int_a^l P_i(s) K_{ik}(r,l,s)\,ds - \int_a^r P_i(s) K_{ii}(r,s)\,ds = \varphi_i(r), \quad a < r < l, \quad i = 1,2. \qquad (6)$$

Тут

$$\varphi_i(r) = p_{ii} I_0\left(\delta_i r\right) + p_{ik} K_0\left(\delta_i r\right) + G_{ii}(r) + G_{ik}(r),$$

$$\{P_1(r), P_2(r)\} = \{D_1(r), D_3(r)\} F_1(r) + \{D_2(r), D_4(r)\} F_2(r),$$

$$K_{ii}(r,s) = s\left[I_0\left(\delta_i r\right) K_0\left(\delta_i s\right) - I_0\left(\delta_i s\right) K_0\left(\delta_i r\right) \right],$$

$$K_{ik}(r,l,s) = -\left[g_{ii} I_0\left(\delta_i r\right) + g_{ik} K_0\left(\delta_i r\right) \right] \left\{ \delta_i s\left[I_1\left(\delta_i l\right) K_0\left(\delta_i s\right) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + I_0\left(\delta_i s\right) K_1\left(\delta_i l\right) \right] + b_2 K_{ii}\left(l,s\right) \right\},$$

$$G_{ii}(r) = \int_a^l R_i(s) K_{ik}(r,l,s)\,ds, \quad G_{ik}(r) = \int_a^r R_i(s) K_{ii}(r,s)\,ds, \quad i = 1,2;$$

$$k = 3 - i, \quad \{p_{11}, p_{12}, g_{11}, g_{12}\} = \left\{ -\alpha_{22} b_1 F_{11}^c + \alpha_{12} b_2 F_{12}^c, \alpha_{21} b_1 F_{11}^c + \right.$$
$$\left. + \alpha_{11} b_2 F_{12}^c, \alpha_{12}, \alpha_{11} \right\} \Big/ \left(\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{21} \right),$$

$$\{p_{22}, p_{21}, g_{21}, g_{22}\} = \left\{ -\beta_{22} b_1 F_{21}^c + \beta_{12} b_2 F_{22}^c, \beta_{21} b_1 F_{21}^c + \right.$$
$$\left. + \beta_{11} b_2 F_{22}^c, \beta_{11}, \beta_{12} \right\} \Big/ \left(\beta_{11}\beta_{22} + \beta_{12}\beta_{21} \right),$$

`
$$\alpha_{11} = \delta_1 I_1\left(\delta_1 a\right) - b_1 I_0\left(\delta_1 a\right), \quad \alpha_{12} = \delta_1 K_1\left(\delta_1 a\right) + b_1 K_0\left(\delta_1 a\right),$$
$$\alpha_{21} = \delta_1 I_1\left(\delta_1 l\right) + b_2 I_0\left(\delta_1 l\right), \quad \alpha_{22} = -\delta_1 K_1\left(\delta_1 l\right) + b_2 K_0\left(\delta_1 l\right),$$
$$\beta_{11} = \delta_2 I_1\left(\delta_2 a\right) - b_1 I_0\left(\delta_2 a\right), \quad \beta_{12} = \delta_2 K_1\left(\delta_2 a\right) + b_1 K_0\left(\delta_2 a\right),$$
$$\beta_{21} = \delta_2 I_1\left(\delta_2 l\right) + b_2 I_0\left(\delta_2 l\right), \quad \beta_{22} = -\delta_2 K_1\left(\delta_2 l\right) + b_2 K_0\left(\delta_2 l\right).$$

Для чисельного розв'язування системи інтегральних рівнянь (6) можна використати метод квадратурних формул [8]. За знайденими функціями F_1 та F_2 шукані температурні характеристики T_1 і T_2 визначаємо за формулами (3).

3. Осесиметричний термопружний стан у тонкій шайбі

Рівняння рівноваги в тонкій шайбі за знайдених температурних характеристик T_1 і T_2 мають вигляд [3]:

$$\Delta\Delta w = -A\Delta T_2 , \tag{7}$$

$$\Delta u - \frac{1}{r^2}u = A\frac{dT_1}{dr} . \tag{8}$$

Тут w — прогин; u — зміщення; $A = h\alpha_t(1+\nu)$, α_t — коефіцієнт лінійного теплового розширення; ν — коефіцієнт Пуассона.

Нехай циліндричні торці шайби $r = a$ і $r = l$ вільні від зусиль і моментів:

$$M_r = 0 , \quad Q_r = 0 \quad \text{при} \quad r = a , \quad r = l , \tag{9}$$

$$N_r = 0 \quad \text{при} \quad r = a , \ r = l , \tag{10}$$

де M_r — момент, N_r — зусилля, Q_r — перерізуюча сила, які виражаються через функції w, u, T_1 і T_2 [3].

Використовуючи розв'язок однорідного рівняння (7) [10], загальний розв'язок рівняння (7) побудуємо у вигляді:

$$w(r) = C_1 \ln r + C_2 r^2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 - A\int_a^r \frac{1}{p}\int_a^p sT_2(s)ds dp . \tag{11}$$

Підставляючи вираз для прогину $w(r)$ (11) у крайові умови (9), прийдемо до системи чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь щодо невідомих сталих C_1, C_2, C_3 та C_4, два з яких є лінійно залежними завдяки умовам $Q_r = 0$ при $r = a$, $r = l$. Тому, розв'язавши її, отримаємо розв'язок крайової задачі (7), (9) з точністю до сталої C_4:

$$w(r) = A\left[\frac{1}{l^2 - a^2}\left(2\frac{1-\nu}{1+\nu}r^2 - a^2\ln r\right)\int_a^l sT_2(s)ds - \int_a^r \frac{1}{p}\int_a^p sT_2(s)dsdp\right] + C_4 . \tag{12}$$

Застосовуючи метод варіації сталої [8] до рівняння (8) і задовольняючи крайові умови (10), знаходимо зміщення:

$$u(r) = A\left[\frac{1}{l^2 - a^2}\left(\frac{1-\nu}{1+\nu}r - \frac{a^2}{r}\right)\int_a^l sT_1(s)ds + \frac{1}{r}\int_a^r sT_1(s)ds\right] . \tag{13}$$

Якщо на торці $r=a$ шайба жорстко закріплена, а на торці $r=l$ задано ковзне закріплення, то крайові умови матимуть вигляд [11]:

$$w(a)=\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=a}=0,\quad w(l)=\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=l}=0, \tag{14}$$

$$u(a)=0,\quad N_r\big|_{r=l}=0. \tag{15}$$

Розв'язки крайових задач (7), (14) і (8), (15) мають вигляд:

$$\begin{aligned}w(r)=\mathrm{B}\Big\langle a^2\Big\{\Big[\left(l^2-a^2\right)-2l^2\ln\left(l/a\right)\Big]\Phi_1+4l^2\ln\left(l/a\right)\Phi_2\Big\}\ln r+\Big\{\Big[2a^2l^2\ln\left(l/a\right)-\\-l^2+a^2\Big]\Phi_1+2\left(l^2-a^2\right)\Phi_2\Big\}r^2\ln r+\Big\{\Big[\left(l^2-a^2\right)\ln l-2a^2\ln a\ln\left(l/a\right)\Big]\Phi_1-\\-\Big[2\left(l^2\ln l-a^2\ln a\right)+l^2-a^2\Big]\Phi_2\Big\}r^2+a^2\Big[2l^2\ln a\ln\left(l/a\right)-\left(l^2-a^2\right)\ln l\Big]\Phi_1+\\+a^2\Big[2l^2\left(1-2\ln a\right)\ln\left(l/a\right)+\left(l^2-a^2\right)\Big]\Phi\Big\rangle-A\int_a^r\frac{1}{p}\int_a^p sT_2(s)ds\,dp.\end{aligned} \tag{16}$$

$$u(r)=A\left[\frac{1-\nu}{a^2(1-\nu)+l^2(1+\nu)}\left(r-\frac{a^2}{r}\right)\int_a^l sT_1(s)ds+\frac{1}{r}\int_a^r sT_1(s)ds\right]. \tag{17}$$

Тут $\Phi_1=A\int_a^l sT_2(s)ds$, $\Phi_2=A\int_a^l\frac{1}{p}\int_a^p sT_2(s)ds\,dp$, $B=\dfrac{1}{\left[2al\ln\left(l/a\right)\right]^2-\left(l^2-a^2\right)^2}$.

У випадку, коли на циліндричних торцях $r=a$ й $r=l$ шайби виконуються умови теплоізоляції $\frac{dT_1}{dr}=\frac{dT_2}{dr}=0$, на поверхнях $z=\pm h$ температури зовнішнього середовища сталі $\left(t_{c,i}^+=t_c^+,\,t_{c,i}^-=t_c^-,\,i=\overline{1,n}\right)$, але різні $\left(t_c^+\neq t_c^-\right)$, а коефіцієнти тепловіддачі однакові $\left(\mu_i^\pm=\mu^\pm,\ i=\overline{1,n}\right)$, тоді з другого рівняння системи (2) випливає, що температурна характеристика $T_2(r)$ стала $\left(T_2(r)=const\right)$. У цьому разі за умови жорсткого закріплення шайби на торці $r=a$ та ковзного на торці $r=l$ із подання (18) отримуємо, що її прогин є нульовим $(w=0)$.

Коли шайба закріплена на торці $r=a$, а на торці $r=l$ вільна від зусиль і моментів, тоді зміщення $u(r)$ подається формулою (17), а прогин має вигляд:

$$w(r)=\left[a^2\ln r-\frac{r^2}{2}+a^2\left(\frac{1}{2}-\ln a\right)\right]\frac{1-\nu}{a^2(1-\nu)+l^2(1+\nu)}\Phi_1-A\int_a^r\frac{1}{p}\int_a^p sT_2(s)ds\,dp.$$

Висновки. Знаходження розподілу стаціонарної температури в тонкій шайбі, яка перебуває в умовах конвективного теплообміну з середовищем при кусково-сталих коефіцієнтах тепловіддачі та температурах середовища на її лицевих поверхнях, зведено до розв'язання системи інтегральних рівнянь з інтегральними операторами Вольтерра та Фредгольма другого роду.

Побудовано аналітичні вирази для переміщень за знайденої температури при вільних від зусиль і моментів внутрішнього та зовнішнього циліндричних торців шайби, а також якщо внутрішній торець жорстко закріплений, а зовнішній вільний від зусиль і моментів. Якщо внутрішній торець шайби жорстко закріплений, а коефіцієнти тепловіддачі та температури середовища сталі на нижній і верхній лицевій поверхні кільця, але різні на кожній із них, то з отриманого аналітичного розв'язку випливає, що прогин у шайбі не виникає та вона залишається плоскою.

Література

[1] *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М.* Учет теплоотдачи при локальном нагреве тонкостенных элементов конструкций // Докл. АН СССР. — 1975. — Т. 225, № 4. — С. 778-781.

[2] *Подстригач Я. С., Коляно Ю. М., Громовык В. И., Лозбень В. Л.* Термоупругость тел при переменных коэффициентах теплоотдачи. — Киев: Наук. думка, 1977. — 158 с.

[3] *Подстригач Я. С., Швец Р. Н.* Термоупругость тонких оболочек. — Киев: Наук. думка, 1978. — 344 с.

[4] *Попович В. С., Янішевський В. В.* Метод лінеаризувальних параметрів у задачі термопружності тонкої термочутливої шайби // Прикл. проблеми мех. і мат. — 2012. — Вип. 10. — С. 135-146.

[5] *Хапко Б. С., Чиж А. І.* Термічні переміщення круглої пластинки за залежних від радіуса коефіцієнтів тепловіддачі // Машинознавство. — 2009. — № 11. — С. 19-23.

[6] Material design for reduction ogtermal stress in a functionally graded material rotating disk / *Y. Sugano, R. Chiba, K. Hirose, K. Takahashi* / JSME international journal, Series A. — 2004. — Vol. 47, No 2. — P. 189-197.

[7] *Янпольський А. Р.* Гиперболические функции. — Москва: Физматгиз, 1960. — 195 с.

[8] *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. — Киев: Наук. думка, 1978. — 292 с.

[9] *Takeuti Y.* Thermal stresses in circular disc due to instantaneous line heat source // ZAMM. — 1965. — Vol. 45, No 4. — P. 177-184.

[10] *Коренев Б. Г.* Задачи теории теплопроводности и термоупругости. Решения в беселевых функциях. — Москва: Наука, 1980. — 400 с.

[11] *Коваленко А. Д.* Термоупругость. — Киев: Вища школа, 1975. — 216 с.

Thermoelasticity of a thin hollow disk with variable heat transfer coefficients

Bohdan Khapko

An approach to the solution of the stationary heat conduction problem for a thin hollow disk with coordinate-dependent heat transfer coefficients and ambient temperature is proposed. This approach consists in reducing of the original problem to the system of integral equations with Volterra- and Fredholm-type integral operators of the second order. The analytical expressions for thermoelastic displacements of the hollow disk for different mechanical boundary conditions on its cylindrical edges are obtained.

Термоупругость тонкой шайбы с переменными коэффициентами теплоотдачи

Богдан Хапко

Предложен способ приведения стационарной задачи теплопроводности для тонкой шайбы при зависимых от координаты коэффициентах теплоотдачи и температуре внешней среды к системе интегральных уравнений с интегральными операторами Вольтерра и Фредгольма второго рода. Найдено аналитические выражения для термоупругих перемещений шайбы при различных механических граничных условиях на ее торцах.

Представлено доктором фізико-математичних наук Р. Мартиняком

Отримано 19.03.15