

Термонапружений стан тіла з щілиною, заповненою газом

Ростислав Мартиняк

Д. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянуто двовимірний термонапружений стан тіла з щілиною, що заповнена ідеальним газом, за дії нормального до неї стискального навантаження й однорідного стаціонарного теплового потоку. Газ чинить тиск на береги щілини, який визначається з рівняння Менделєєва-Клапейрона, а його вплив на теплопередачу між берегами щілини враховано термоопором, пропорційним розкриттю щілини й обернено пропорційним коефіцієнту теплопровідності газу. Відповідну задачу термопружності зведено до системи нелінійних сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь і побудовано її наближений аналітичний розв'язок для щілини одного конкретного профілю. Проаналізовано вплив маси і теплопровідності газу в щілині та прикладеного навантаження на коефіцієнти інтенсивності напружень.

Ключові слова: щілина, ідеальний теплопровідний газ, термонапружений стан, сингулярні інтегро-диференціальні рівняння, коефіцієнти інтенсивності напружень.

Вступ. Дослідження температурних полів і термічних напружень у тілах з тріщинами, між берегами яких відбувається теплопередача через заповнювач тріщини розпочали Я. С. Підстригач і Г. С. Кіт [1]. У монографії [2] розв'язано низку плоских задач термопружності для однорідного тіла з прямолінійними і криволінійними теплопроникними тріщинами. Вплив термоопору заповнювача міжфазних тріщин і поверхневого термоопору їх берегів на термонапружений стан біматеріальних тіл вивчено у разі розкритих і частково закритих тріщин [3-7]. Досліджено [8, 9] механічний вплив заповнювача тріщин (газу, рідини) на концентрацію напружень в їх околі. Розглянуто [10-14] пружну та термопружну взаємодію тіл з урахуванням тиску або теплопровідності заповнювача зазорів між ними. Виявлено [15-17] ефект термомеханічного розшарування в біматеріальних структурах у межах ділянок з контактним термоопором на поверхнях розділу. Вивчено [18, 19] термічні напруження в тілах з тонкими пружними включеннями.

Ця стаття стосується моделювання температурного поля та напружено-деформованого стану з щілиною, що заповнена ідеальним теплопровідним газом, з урахуванням контакту берегів щілини біля її вершин.

1. Формулювання задачі

Розглянемо пружний простір з розташованою вздовж нескінченної смуги ширини $2b$ початково розкритою тріщиною (щілиною), форма якої за відсутності навантажень описується парною функцією $h_0(x)$. Її береги плавно змикаються ($h'_0(\pm b) = 0$), а відносна висота є малою ($h_0(x) \ll b$). У перетині простору площиною xOy , перпендикулярною до границь смуги, на рис. 1 щілину зображено штриховою лінією.

Вважаємо, що щілина заповнюється ідеальним теплопровідним газом, який чинить тиск p_0 на її береги. У напрямі, перпендикулярному до тріщини, тіло на нескінченності піддане дії рівномірно розподілених стискальних зусиль інтенсивності p^∞ й однорідного стаціонарного теплового потоку q^∞ і перебуває в умовах плоскої деформації. Зовнішній тиск p^∞ , на протидію тискові газу, зумовлюватиме зменшення розкриття щілини. Очевидно, існує таке його критичне значення p_c^∞ , що при більшому за нього навантаженні ($p^\infty > p_c^\infty$) береги тріщини вступатимуть у контакт на прилеглих до її кінців відрізках $(-b, -a)$ та (a, b) . Припускаємо, що на цих ділянках термічний контакт поверхонь є досконалим, а механічний — гладкий (безфрикційний).

Враховуючи, що після навантаження відносно розкриття тріщини $h(x)$ є малим ($h(x) \ll a$), а коефіцієнт теплопровідності газу λ_0 значно менший від коефіцієнта теплопровідності λ матеріалу, враховуватимемо вплив заповнювача тріщини на теплопередачу між її берегами термоопором [3-5]

$$r(x) = h(x)/\lambda_0 . \tag{1}$$

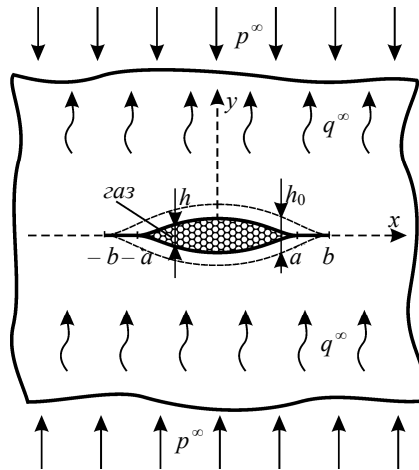


Рис. 1. Тіло із тріщиною, що заповнена ідеальним газом, під дією зовнішнього тиску p^∞ і теплового потоку q^∞

У разі, коли зовнішній тиск більший від критичного ($p^\infty > p_c^\infty$), гранично-контактні умови задачі матимуть вигляд:

на ділянках контакту берегів тріщини ($y = 0, a < |x| < b$)

$$T^- = T^+, \quad q_y^- = q_y^+, \quad v^- - v^+ = h_0, \quad \sigma_y^- = \sigma_y^+, \quad \tau_{xy}^- = \tau_{xy}^+ = 0; \quad (2)$$

на розкритій частині тріщини ($y = 0, |x| < a$)

$$q_y^- = q_y^+, \quad T^- - T^+ = r(x) q_y^+, \quad \sigma_y^- = \sigma_y^+ = -p_0, \quad \tau_{xy}^- = \tau_{xy}^+ = 0; \quad (3)$$

на нескінченності

$$q_y = q^\infty, \quad q_x = 0, \quad \sigma_y = -p^\infty, \quad \sigma_x = 0, \quad \tau_{xy} = 0. \quad (4)$$

Тут T — температура; q_y, v — компонента вектора теплового потоку та вектора переміщень у напрямі осі Oy ; $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ - компоненти тензора напружень; індексами «+» та «-» позначені значення функцій на верхньому та нижньому берегах щілини.

Для однозначного визначення температури вважатимемо, що відоме її значення T_0 на нескінченності на лінії тріщини:

$$T(0, \infty) = T_0. \quad (5)$$

Тиск газу p_0 у тріщині заздалегідь невідомий і для його визначення використовуватимемо рівняння стану ідеального газу у формі Клапейрона-Менделєєва

$$p_0 V = \frac{m}{\mu_g} R T_g, \quad (6)$$

де $V = l \int_{-a}^a h(x) dx$ і m — об'єм і маса газу, що припадають на одиницю довжини тріщини вздовж смуги, яку вона займає; μ_g — молярна маса газу; T_g — усереднена температура газу; R — універсальна газова стала; $l = 1$ м.

Для випадку, коли зовнішній тиск менший від критичного ($p^\infty < p_c^\infty$), тріщина буде цілком розкритою і вздовж всієї тріщини (тобто при $|x| < b$) справджуватимуться крайові умови (3).

2. Сингулярні інтегро-диференціальні рівняння задачі та їх розв'язок

Температуру, тепловий потік, напруження та переміщення виразимо [3, 5, 15] через стрибок температури між берегами тріщини $\gamma(x) = T^-(x, 0) - T^+(x, 0)$, $|x| \leq a$, стрибок дотичних переміщень берегів тріщини $U(x) = u^-(x, 0) - u^+(x, 0)$,

$|x| \leq b$, і розкриття тріщини $h(x) = h_0(x) + v^+(x, 0) - v^-(x, 0)$, $|x| \leq a$, для визначення яких отримаємо систему сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{h'(t) dt}{t-x} = \frac{(1+\kappa)(p^\infty - p_0)}{2G} + \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{h'_0(t) dt}{t-x}, \quad |x| < a, \quad (7)$$

$$\frac{\gamma(x)}{r(x)} - \frac{\lambda}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma'(t) dt}{t-x} = q^\infty, \quad |x| < a, \quad (8)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{U'(t) dt}{t-x} - \frac{\alpha(1+\nu)}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\gamma(t) dt}{t-x} = 0, \quad |x| < b. \quad (9)$$

Тут G — модуль зсуву, ν — коефіцієнт Пуассона, $\kappa = 3 - 4\nu$, λ — коефіцієнт теплопровідності, α — коефіцієнт лінійного теплового розширення.

Система інтегро-диференціальних рівнянь (7)-(9) є нелінійною, оскільки знаменник першого доданку лівої частини рівняння (8), згідно з формулою (1), містить розкриття щілини $h(x)$.

Шукані функції повинні задовольняти умови

$$\gamma(\pm a) = 0, \quad U(\pm b) = 0, \quad h(\pm a) = 0, \quad (10)$$

а також умову плавного змикання берегів тріщини

$$h'(\pm a) = 0. \quad (11)$$

Використовуючи гіпотезу про лінійний розподіл температури заповнювача тріщини за її висотою, отримаємо $T_g = T_0$.

Надалі розглядатимемо щілину, початкове розкриття якої задане функцією

$$h_0(x) = B \left[1 - (x/b)^2 \right]^{5/2}, \quad B \ll b. \quad (12)$$

Враховавши функцію (12) у правій частині рівняння (7), згідно з умовою (11) шукатимемо обмежений його розв'язок

$$h'(x) = 5 \frac{B}{b^3} x \sqrt{a^2 - x^2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{b^2} - 3 \right) + \frac{x^2}{b^2} \right], \quad |x| \leq a. \quad (13)$$

З умови існування обмеженого розв'язку рівняння (7), яку повинна задовольняти його права частина, визначаємо півдовжину розкритої ділянки тріщини

$$a = b \sqrt{1 - \sqrt{4(p^\infty - p_0)b(1+\kappa)/(15BG)}}. \quad (14)$$

Інтегруючи функцію (13) з урахуванням третьої умови у співвідношенні (10), знайдемо розкриття $h(x)$ і об'єм V щілини

$$h(x) = B(a^2 - x^2)^{3/2} \frac{5b^2 - 3a^2 - 2x^2}{2b^5}, \quad |x| \leq a; \quad V = 5\pi l B a^4 \frac{3b^2 - 2a^2}{16b^5}. \quad (15)$$

Задля побудови наближеного аналітичного розв'язку інтегро-диференціального рівняння типу Прантля (8), апроксимуємо термоопір щілини (1) функцією $r_a(x) = h_a(x)/\lambda_0$, де $h_a(x) = B_a \sqrt{1 - (x/a)^2}$, а коефіцієнт B_a визначається з умови $\int_{-a}^a h_a(x) dx = V$. Підставивши в рівнянні (8) функцію $r_a(x)$ замість функції $r(x)$, отримаємо його аналітичний розв'язок

$$\gamma(x) = 2q^\infty \sqrt{a^2 - x^2} / \Lambda_a, \quad |x| \leq a, \quad (16)$$

де $\Lambda_a = \lambda + 2a\lambda_0/B_a$, $B_a = 5Ba^3(3b^2 - 2a^2)/(8b^5)$.

Врахувавши у рівнянні (9) значення функції (16), розв'яжемо його стосовно функції $U'(x)$:

$$U'(x) = \frac{2\alpha(1+\nu)q^\infty}{\Lambda_a} \left[S_a(x) - \frac{a^2}{2\sqrt{b^2 - x^2}} \right], \quad |x| \leq b. \quad (17)$$

Тут $S_a(x) = \sqrt{a^2 - x^2}$ при $|x| \leq a$ і $S_a(x) = 0$ при $a < |x| \leq b$.

Інтегруючи функцію (17), використовуючи другу умову зі співвідношення (10), знайдемо стрибок дотичних переміщень берегів тріщини $U(x)$.

З рівностей (6) і (15) визначаємо внутрішній тиск у щілині

$$p_0 = \frac{mRT_0 b^6}{V_0 a^4 \mu_g (3b^2 - 2a^2)}, \quad (18)$$

де $V_0 = 5\pi l B b / 16$ — об'єм виїмки, що припадає на одиницю її довжини в поздовжньому напрямі.

Поклавши $a = b$ у співвідношеннях (14), (18), визначимо з них критичну величину зовнішнього тиску

$$p_c^\infty = \frac{16mRT_0}{5\pi B b \mu_g}. \quad (19)$$

Якщо зовнішній тиск не перевищує цю величину ($p^\infty < p_c^\infty$), то тріщина буде цілком розкритою. У цьому разі задача зводиться до розв'язування системи інтегро-диференціальних рівнянь (7)-(9) за умов (10), у яких слід покласти $a = b$. Проте, умова (11) вже не повинна задовольнятися, оскільки функція $h'(x)$ стає необмеженою в кінцях тріщини. Застосовуючи процедуру, аналогічну до використаної вище, знайдемо розв'язок задачі про цілком розкрити тріщину:

$$\begin{aligned}
 h(x) &= h_0(x) - \frac{(p^\infty - p_0)(1 + \kappa)\sqrt{b^2 - x^2}}{2G}, & \gamma(x) &= \frac{2q^\infty}{\Lambda_b}\sqrt{b^2 - x^2}, \\
 U'(x) &= \alpha(1 + \nu)q^\infty \frac{b^2 - 2x^2}{\Lambda_b\sqrt{b^2 - x^2}}, & V &= V_0 + \frac{\pi lb^2(1 + \kappa)(p_0 - p^\infty)}{4G}, \\
 p_0 &= \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{4GV_0}{\pi b^2(1 + \kappa)} - p^\infty \right) + \sqrt{\left(\frac{4GV_0}{\pi b^2(1 + \kappa)} - p^\infty \right)^2 + \frac{16\mu RT_0}{\pi b^2 \mu_g(1 + \kappa)}} \right\}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\text{Тут } \Lambda_b = \lambda + \frac{2b\lambda_0}{B_b}, \quad B_b = \frac{5B}{8} + \frac{(1 + \kappa)b(p_0 - p^\infty)}{G}.$$

Використовуючи співвідношення (13), (17), (20) для похідних від розкриття тріщини та стрибка дотичних переміщень її берегів, визначимо коефіцієнти інтенсивності нормальних і дотичних напружень (КІН) k_1^\pm і k_2^\pm [2] біля вершин тріщини $x = \pm b$ у разі цілком розкритої (при $p^\infty < p_c^\infty$) і частково закритої (при $p^\infty > p_c^\infty$) тріщини:

$$k_1^- = k_1^+ = 0, \quad k_2^- = -k_2^+ = \frac{2\alpha(1 + \nu)G a^2 q^\infty}{\sqrt{b} \Lambda_a(1 + \kappa)} \quad \text{при } p^\infty > p_c^\infty, \quad (21)$$

$$k_1^- = k_1^+ = \sqrt{b}(p_0 - p^\infty), \quad k_2^- = -k_2^+ = \frac{2\alpha(1 + \nu)G b^2 q^\infty}{\sqrt{b} \Lambda_b(1 + \kappa)} \quad \text{при } p^\infty < p_c^\infty. \quad (22)$$

3. Аналіз результатів

Отримані результати виразно засвідчують істотний якісний і кількісний вплив заповнювача щілини на термомеханічну поведінку матеріалу в її околі за дії теплового та силового навантаження. Особливо контрастно це видно, якщо порівняти отриманий розв'язок із розв'язком задачі термопружності для тіла з незаповненою тріщиною [2, 20], береги якої вільні від напружень і теплоізовані. Тож основні якісні особливості термонапруженого стану тіла, зумовлені заповнювачем щілини, є такі:

- задачі теплопровідності та термопружності стають взаємозв'язаними внаслідок залежності термоопору щілини від її розкриття, яке визначається і прикладним механічним навантаженням, і тиском газу в щілині, та її початковою формою;
- температура, напруження та переміщення в тілі нелінійно залежать від прикладеного механічного навантаження;

- стрибок дотичних переміщень берегів щілини залежить не лише від заданого на нескінченності теплового потоку (як це є у разі незаповненої теплоізолюваної тріщини), але й від нормального до неї стискального навантаження.

Кількісний аспект деяких із цих закономірностей термопружної поведінки тіла із заповненою ідеальним газом щілиною ілюструють рис. 2, 3. Обчислення проведені для безрозмірних величин: коефіцієнтів інтенсивності нормальних і

дотичних напружень $\bar{k}_1^\pm = \frac{1+\kappa}{G\sqrt{b}}k_1^\pm$, $\bar{k}_2^\pm = \frac{1+\kappa}{G\sqrt{b}}k_2^\pm$; зовнішнього навантаження

$\bar{p}^\infty = \frac{1+\kappa}{G}p^\infty$; критичного навантаження $\bar{p}_c^\infty = \frac{1+\kappa}{G}p_c^\infty$; теплового потоку

$\bar{q}^\infty = \frac{\alpha b}{\lambda}q^\infty$; маси газу $\bar{m} = \frac{RT_0(1+\kappa)}{G\mu_g V_0}m$; коефіцієнта теплопровідності газу

$\bar{\lambda}_0 = \lambda_0/\lambda$ за фіксованої відносної початкової висоти щілини $\bar{B} = B/b = 0,05$.

Вважали, що пружні сталі тіла G і ν , молярна маса газу μ_g і його температура T_0 фіксовані. В цьому разі безрозмірна маса газу \bar{m} прямо пропорційна до його маси m . Описуючи нижче рис. 2 і рис. 3, будемо оперувати лише безрозмірними величинами.

На рис. 2 зображено залежність КІН k_1^- від зовнішнього тиску p^∞ для різної маси газу \bar{m} . КІН k_1^- нелінійно залежить від зовнішнього тиску, допоки щілина залишається цілком розкритою, тобто якщо $\bar{p}^\infty < \bar{p}_c^\infty$. Якщо $\bar{p}^\infty \geq \bar{p}_c^\infty$, то береги щілини контактують біля вершин і КІН k_1^- стає рівним нулеві. Від теплового потоку та коефіцієнта теплопровідності газу розкриття тріщини і КІН k_1^- не залежать. Водночас КІН k_2^\pm лінійно залежить від теплового потоку q^∞ , що впливає із співвідношення (21), (22).

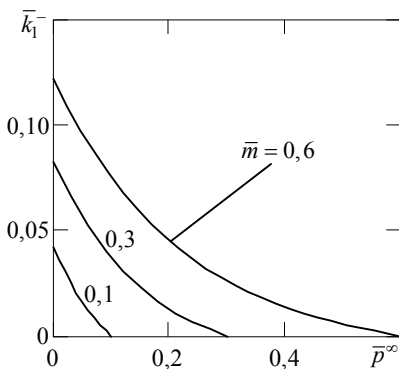


Рис. 2. Залежність КІН k_1^- від зовнішнього тиску p^∞

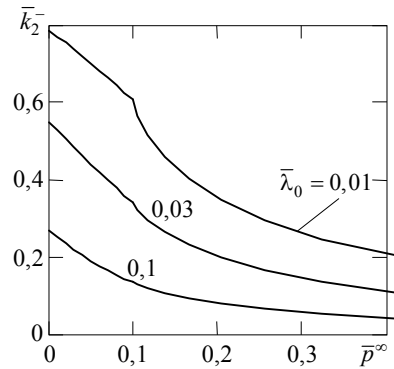


Рис. 3. Залежність КІН k_2^- від зовнішнього тиску p^∞

Залежність КІН \bar{k}_2^- від зовнішнього навантаження \bar{p}^∞ для різних коефіцієнтів теплопровідності газу $\bar{\lambda}_0$ за теплового потоку $\bar{q}=1$ показано на рис. 3. Бачимо, що зі збільшенням зовнішнього тиску \bar{p}^∞ та зі збільшенням коефіцієнта теплопровідності газу $\bar{\lambda}_0$ КІН \bar{k}_2^- спадає. При значенні зовнішнього тиску $\bar{p}^\infty = 0,1$, за якого починається контакт берегів щілини для заданої маси газу в ній $\bar{m} = 0,01$, криві залежностей КІН \bar{k}_2^- від \bar{p}^∞ мають злам, який яскравіше проявляється зі зменшенням теплопровідності газу. Зразу після переходу через значення $\bar{p}^\infty = 0,1$ починається стрімкіше спадання КІН \bar{k}_2^- при збільшенні зовнішнього тиску \bar{p}^∞ . Проте при подальшому зростанні \bar{p}^∞ швидкість спадання \bar{k}_2^- згасає внаслідок збільшення тиску газу, який чинить все більший опір закриттю щілини (тобто зменшенню її висоти і ширини).

Висновки. Використовуючи метод сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь, побудовано наближений аналітичний розв'язок двовимірної задачі термопружності для тіла з щілиною змінної висоти, заповненої теплопровідним ідеальним газом за дії рівномірно розподілених стискальних зусиль та однорідного стаціонарного теплового потоку. Враховано зміну тиску і термоопору заповнювача щілини та ділянки контакту її берегів у процесі навантаження. Виявлено взаємозв'язок полів температури та напружень у тілі. Визначено критичне значення навантаження, за якого починається контакт берегів щілини. На графіках проілюстровано зміну коефіцієнтів інтенсивності нормальних і дотичних напружень зі зміною навантаження, маси газу та коефіцієнта теплопровідності газу в щілині. Показано, що коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) нелінійно залежать від стискальних зусиль і зменшуються за їх зростання, коефіцієнт інтенсивності нормальних напружень k_1^- не залежить від прикладеного теплового потоку, а коефіцієнт інтенсивності дотичних напружень k_2^- лінійно зростає зі збільшенням потоку. При переході через критичне навантаження КІН k_1^- стає нульовим; водночас КІН k_2^- спочатку стрімко спадає зі збільшенням навантаження, а далі це спадання уповільнюється у зв'язку зі збільшенням тиску газу в щілині, який чинить все більший опір її закриттю. Збільшення маси газу зумовлює збільшення КІН k_1^- і k_2^- . КІН k_2^- зростає зі зменшенням коефіцієнта теплопровідності газу, а КІН k_1^- не залежить від нього.

Література

- [1] Подстригач Я. С., Кит Г. С. Определение температурных полей и напряжений в окрестности теплопроводящих трещин // Тепловые напряжения в элементах конструкций. — 1967. — Вып. 7. — С. 194-201.
- [2] Кит Г. С., Кривцун М. Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. — Киев: Наук. думка, 1983. — 280 с.

- [3] *Мартыняк Р. М., Середницькая Х. И.* Термоупругость кусочно-однородного тела с межфазной теплопроницаемой трещиной // Теоретическая и прикладная механика. — 2012. — Вып. 50, № 4. — С. 91-98.
- [4] *Мартыняк Р. М., Середницька Х. И.* Термонапружений стан біматеріалу з періодичною системою міжфазних тріщин, заповнених теплопровідною речовиною // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2014. — Вип. 19. — С. 168-175.
- [5] Effect of partial closure of an interface crack with heat-conducting filler and surface films in the case of thermal loading of a bimaterial / *R. V. Goldstein, H. S. Kit, R. M. Martynyak, K. I. Serednytska* // Journal of Mathematical Sciences. — 2014. — Vol. 198, No 1. — P. 75-86.
- [6] *Martynyak R. M., Honchar K. I., Nahalka S. P.* Simulation of thermomechanical closure of an initially open interface crack with heat resistance // Materials Science. — 2003. — Vol. 39, No 5. — P. 672-681.
- [7] *Martynyak R. M.* Thermal stress state of a bimaterial with a closed interfacial crack having rough surfaces // Journal of Mathematical Sciences. — 2011. — Vol. 176, No 4. — P. 578-589.
- [8] *Андрейків О. Є., Гембара О. В.* Механіка руйнування та довговічність металевих матеріалів у водневмісних середовищах. — Київ: Наук. думка, 2008. — 344 с.
- [9] *Евтушенко А. А., Сулим Г. Т.* Концентрация напряжений возле полости, заполненной жидкостью // Физ.-хим. механика материалов. — 1980. — Т. 16, № 6. — С. 70-73.
- [10] *Martynyak R. M.* The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // Journal of Mathematical Sciences. — 2001. — Vol. 107, No 1. — P. 3680-3685.
- [11] *Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M.* The effect of a fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // International applied mechanics. — 2003. — Vol. 39, No 3. — P. 292-299.
- [12] *Martynyak R. M.* Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // Materials Science. — 2000. — Vol. 36, No 2. — P. 300-304.
- [13] *Shvets R. N., Martynyak R. M.* Integral-equations of the contact thermoelasticity problem for rough bodies // Dopovidi Akademii Nauk Ukrainskoi RSR. Seriya A-Fiziko-Matematichni ta Technichni Nauki. — 1985. — No 11. — P. 37-40.
- [14] *Martynyak R., Chumak K.* Effect of heat-conductive filler of interface gap on thermoelastic contact of solids // Int. J. Heat Mass Transfer. — 2012. — Vol. 55, No 4. — P. 1170-1178.
- [15] *Martynyak R. M.* Thermal opening of an initially closed interface crack under conditions of imperfect thermal contact between its lips // Materials Science. — 1999. — Vol. 35, No 5. — P. 612-622.
- [16] *Martynyak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic delamination of bodies in the presence of a heat-conducting filler of the intercontact gap // Materials Science. — 2009. — Vol. 45, No 4. — P. 513-522.
- [17] *Krishtafovich A. A., Martynyak R. M.* Lamination of anisotropic half-spaces in the presence of contact thermal resistance // International Applied Mechanics. — 1999. — Vol. 35, No 2. — P. 159-164.
- [18] *Сулим Г. Т.* Основи математичної теорії термопружної рівноваги де формівних твердих тіл з тонкими включеннями. — Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. — 716 с.
- [19] *Sulim G. T., Piskozub J. Z.* Thermoelastic equilibrium of piecewise homogeneous solids with thin inclusions // Journal of Engineering Mathematics. — 2008. — Vol. 61. — P. 315-337.
- [20] *Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацьшин А. П.* Распределение напряжений около трещин в пластинках и оболочках. — Киев: Наук. думка, 1976. — 444 с.

Thermo-stressed state of a body with a gas-filled crack

Rostyslav Martynyak

The two-dimensional thermo-stressed state of a body containing a crack filled with an ideal gas and subjected to a compressive load and a uniform steady heat flow is considered. The gas exerts pressure on the faces of the crack, which is determined from the Mendeleev-Clapeyron equation, and its effect on heat transfer between the crack faces is accounted for by thermal resistance,

Ростислав Мартиняк
Термонапружений стан тіла з щілиною, заповненою газом

which is proportional to a crack opening and inversely proportional to the gas thermal conductivity. The corresponding thermoelastic problem is reduced to a system of nonlinear singular integro-differential equations, and its approximate analytical solution is constructed. The effect of the mass and the thermal conductivity of the gas inside the crack and the applied load on the stress intensity factors are analyzed.

**Термонапряженное состояние тела со щелью,
заполненной газом**

Ростислав Мартыняк

Рассмотрено двухмерное термонапряженное состояние тела со щелью, заполненной идеальным газом, при действии нормального к ней сжимающего напряжения и однородного стационарного теплового потока. Газ создает давление на берега щели, которое определяется из уравнения Менделеева-Клапейрона, а его влияние на теплопередачу между берегами щели учтено термосопротивлением, пропорциональным раскрытию щели и обратно пропорциональным коэффициенту теплопроводности газа. Соответствующая задача термоупругости сведена к системе нелинейных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений и построено ее приближенное аналитическое решение. Проанализировано влияние массы и теплопроводности газа в щели и приложенной нагрузки на коэффициенты интенсивности напряжений.

Отримано 10.06.15