

Ефективні міжфазні параметри біматеріалу з періодичною системою міжфазних теплопроникних тріщин

Христина Середницька¹, Ростислав Мартиняк²

¹ к. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

² д. ф.-м. н., проф., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

На основі розв'язку задачі термoprужності для біматеріалу з періодичною системою міжфазних тріщин, що містять теплопровідний заповнювач, визначено ефективні міжфазні параметри такої структури — ефективний стрибок температури та ефективний термоопір. Проаналізовано залежності ефективних параметрів від коефіцієнта теплопровідності заповнювача тріщин, коефіцієнта міжфазної тріщинуватості біматеріалу та теплового і силового навантаження. Вивчено ефект напрямленості теплового потоку.

Ключові слова: біматеріал, міжфазні тріщини, теплопровідний заповнювач, ефективний стрибок температури, ефективний міжфазний термоопір, ефект напрямленості теплового потоку.

Вступ. Одним із важливих каналів контактної теплопередачі в сучасних багатокомпонентних конструкціях є середовище у зазорах на поверхнях розмежування. В літературі при визначенні термоопору міжфазних зазорів найбільше досліджень проведено для двох тіл з шорсткими поверхнями, які контактують, коли зазори між ними заповнені газом [1-6]. У наведених працях термоопір міжконтактного зазору є прямопропорційний ефективній висоті газового прошарку та обернено пропорційний коефіцієнту теплопровідності газу і враховує деформацію зазору під дією силового навантаження. Модель термоопору з'єднань з шорсткими поверхнями з урахуванням термоопору заповнювача міжконтактного зазору за постійної висоти зазору та ефективного коефіцієнту теплопровідності заповнювача побудовано в працях [7-9]. Визначено ефективний контактний термоопір двох півпросторів у випадку періодичною системи кругових інтерфейсних зазорів, заповнених теплопровідним газом або рідиною [10]. Розв'язано низку задач теплопровідності та термoprужності для тіла з тріщиною, теплообмін між берегами якої через середовище-заповнювач враховано умовами неідеального теплового контакту зі сталим термоопором [11, 12, 13] і термоопором, розподіленим за еліптичним законом вздовж тріщини [11, 14]. При розрахунку термічної провідності з'єднань з теплопровідними зазорами істотний вплив мають термічні деформації, зумовлені дією прикладеного теплового навантаження. Вплив теплового

потоків на деформування з'єднаних тіл та фактичну площу їх контакту досліджено у працях [15, 16, 17], в яких виявлено залежність контактної теплоопору від напрямку теплового потоку, що в літературі називають ефектом напрямленості теплового потоку [18, 19, 20]. Проведено дослідження термопружного контакту тіл з інтерфесними зазорами [21-23] і термонапруженого стану біматеріалів з міжфазними тріщинами [24-26] за врахування процесу передачі теплоти через середовище в зазорах та тріщинах. У наведених працях термоопір зазорів і тріщин визначається їх формою, яка змінюється під дією силового і теплового навантаження.

У статті [26] було побудовано аналітично-числовий розв'язок задачі термопружності для біматеріалу з періодичною системою міжфазних тріщин, заповнених теплопровідною речовиною. Під час аналізу результатів основну увагу було зосереджено на дослідженні локальних параметрів біматеріальної системи — розкриття тріщини, стрибка температури між її берегами та коефіцієнтів інтенсивності міжфазних напружень. Нижче буде проведено розрахунок ефективних міжфазних параметрів — ефективного стрибка температури й ефективного міжфазного термоопору такої структури та досліджено їх залежність від зміни напрямку теплового потоку.

1. Формулювання задачі

Дослідимо термонапружений стан кусково-однорідної площини (біматеріалу), складеної з двох пружних ізотропних півплощин D_1 і D_2 , на лінії з'єднання яких з періодом d розташована періодична система міжфазних тріщин однакової довжини $2a$ (рис. 1). Матеріали півплощин характеризуються різними коефіцієнтами теплопровідності ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) і лінійного теплового розширення ($\alpha_1 \neq \alpha_2$), та модулями зсуву ($G_1 \neq G_2$) і коефіцієнтами Пуассона ($\nu_1 \neq \nu_2$), але такими, що $(1 - 2\nu_1)/G_1 = (1 - 2\nu_2)/G_2$. На безмежності біматеріал піддається дії перпендикулярних до міжфазної лінії розтягувальних зусиль p і стаціонарного однорідного теплового потоку q .

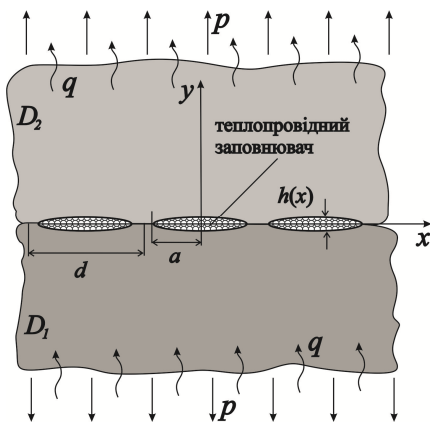


Рис. 1.

Вважаємо, що в біматеріалі реалізується двовимірне температурне поле і стан плоскої деформації. Порожнини тріщин заповнені теплопровідним середовищем з коефіцієнтом теплопровідності λ_c . Вважаємо, що заповнювач тріщин не чинить опору деформуванню тіла. Вплив заповнювача на теплообмін між поверхнями тріщин враховуватимемо термоопором $r(x)$, який пропорційний розкриттю тріщин $h(x)$, набутому після навантаження, і обернено пропорційний коефіцієнту теплопровідності заповнювача λ_c .

На міжфазних ділянках поза тріщинами виконуються умови ідеального теплового і механічного контакту півплощин D_1 і D_2 .

Крайові умови сформульованої задачі на міжфазній лінії мають вигляд: на ділянках контакту півплощин ($y = 0, x \in (a + kd, -a + (k + 1)d$), $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$):

$$T^+ = T^-, \quad q_y^+ = q_y^-, \quad \sigma_y^+ = \sigma_y^-, \quad \tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^-, \quad u^+ = u^-, \quad v^+ = v^-, \quad (1)$$

на ділянках з тріщинами ($y = 0, x \in (-a + kd, a + kd$), $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$):

$$T^- - T^+ = q_y^+ \frac{h(x)}{\lambda_c}, \quad q_y^+ = q_y^-, \quad \sigma_y^+ = 0, \quad \sigma_y^- = 0, \quad \tau_{xy}^+ = 0, \quad \tau_{xy}^- = 0, \quad (2)$$

Тут T — температура, q_x, q_y — компоненти вектора теплового потоку, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ — компоненти тензора напружень, u, v — компоненти вектора переміщень, індексами «+» та «-» позначено граничні значення функції на осі Ox у верхній і нижній півплощинах відповідно.

2. Методика розв'язування задачі

Використовуючи розроблену у працях [24, 26] методику, температурне поле і термонапружений стан біматеріалу подамо через розкриття тріщин $h(x) = v^+ - v^-$ і стрибок температури між їх берегами $\gamma(x) = T^- - T^+$, для визначення яких отримано систему сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь з ядром Гільберта

$$\frac{1}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt + \frac{\lambda \eta^-}{2} (\gamma(x) - \gamma_{ef}) = -\frac{Kp}{2}, \quad |x| < a, \quad h(\pm a) = 0; \quad (3)$$

$$\lambda_c \frac{\gamma(x)}{h(x)} - \frac{\lambda}{2d} \int_{-a}^a \gamma'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt = q, \quad |x| < a, \quad \gamma(\pm a) = 0; \quad (4)$$

де $\gamma_{ef} = \frac{1}{d} \int_{-a}^a \gamma(x) dx$ — ефективний стрибок температури, $\lambda = 2\lambda_1\lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$;

$K = (1 - \kappa_1\kappa_2) / (G_1(1 - \kappa_2))$, $\eta^- = \eta_2 - \eta_1$, $\eta_n = \alpha_n(1 + \nu) / \lambda_n$ — термічна дистортивність матеріалу D_n ($n = 1, 2$).

Для розв'язування системи (3)-(4) використано аналітично-числову процедуру, розвинуту у праці [24].

Ефективний міжфазний термоопір R_{ef} визначаємо за формулою [1, 10]

$$R_{ef} = \partial |\gamma_{ef}(q)| / \partial q. \quad (5)$$

3. Аналіз числових результатів

Числові розрахунки проведено для наступних безрозмірних величин: $\bar{x} = x/d$, $\bar{a} = a/d$, $\bar{h} = h/d$, $\bar{p} = pK$, $\bar{\gamma} = \gamma\lambda(\eta_2 - \eta_1)$, $\bar{\gamma}_{ef} = \gamma_{ef}\lambda(\eta_2 - \eta_1)$, $\bar{q} = qd(\eta_2 - \eta_1)$, $\bar{\lambda}_c = \lambda_c/\lambda$. Зауважимо, що безрозмірний тепловий потік є додатний ($\bar{q} > 0$), якщо тепловий потік скерований до матеріалу з більшою термічною дистортивністю (ТД), і від'ємний ($\bar{q} < 0$), якщо тепловий потік скерований до матеріалу з меншою ТД.

На основі формули (5) проведено числовий аналіз впливу теплового потоку \bar{q} на ефективний стрибок температури $\bar{\gamma}_{ef}$ та ефективний міжфазний термоопір \bar{R}_{ef} за різних значень інтенсивності розтягувальних зусиль \bar{p} , коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\bar{\lambda}_c$ і коефіцієнта міжфазної тріщинуватості $\bar{k}_t = 2a/d$. Встановлено, що ефективні міжфазні параметри — ефективний стрибок температури та ефективний термоопір — істотно залежать від напрямку теплового потоку.

На рис. 2, 3 проілюстровано залежності модуля ефективного стрибка температури $|\bar{\gamma}_{ef}|$ і ефективного термоопору \bar{R}_{ef} від густини теплового потоку $|\bar{q}|$ для його двох напрямів, коли $\bar{k}_t = 0.6$, $\bar{\lambda}_c = 0.01$ та $\bar{p} = 0.01$ і $\bar{p} = 0.02$. Суцільні криві відповідають тепловому потоку скерованого до тіла з більшою ТД, штрихові криві — тепловому потоку, скерованого до тіла з меншою ТД. Бачимо, що ефективний стрибок температури є нелінійною функцією густини теплового потоку і за абсолютною величиною зростає з ростом густини теплового потоку для двох його напрямів. Збільшення розтягувальних зусиль \bar{p} за фіксованого $|\bar{q}|$ приводить до збільшення $|\bar{\gamma}_{ef}|$. Ефективний міжфазний термоопір \bar{R}_{ef} є більшим за теплового потоку до матеріалу з більшою ТД. Збільшення густини теплового потоку зумовлює збільшення ефективного термоопору, якщо потік напрямлений

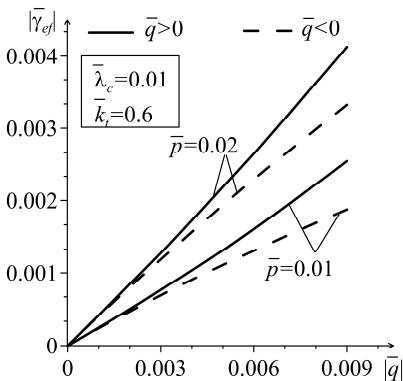


Рис. 2

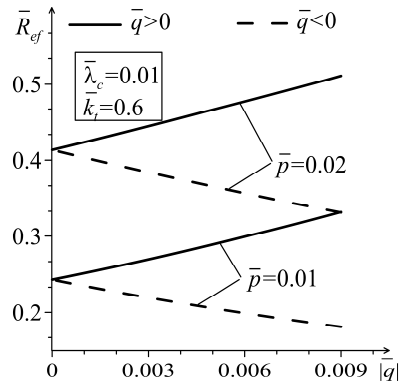


Рис. 3

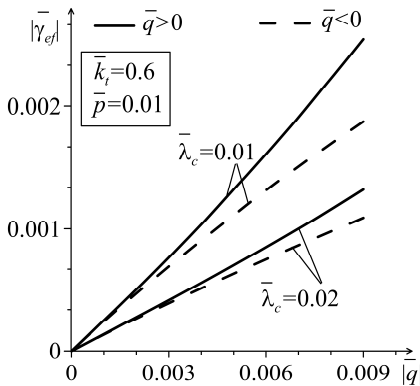


Рис. 4

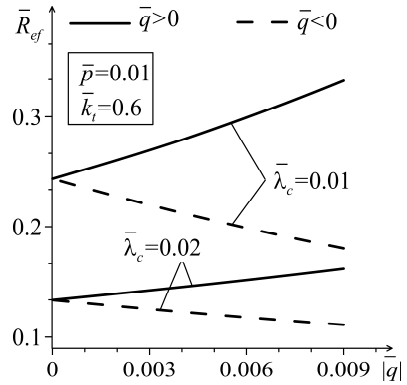


Рис. 5

до матеріалу з більшою ТД, та зменшення ефективного термоопору, якщо потік має протилежний напрям. Для двох напрямів теплового потоку за фіксованої його густини збільшення \bar{p} призводить до збільшення \bar{R}_{ef} .

На рис. 4 і 5 проілюстровано вплив коефіцієнта теплопровідності заповнювача $\bar{\lambda}_c$ на ефективні міжфазні параметри біматеріалу з періодичною системою тріщин. Бачимо, що збільшення $\bar{\lambda}_c$ приводить до зменшення модуля ефективного стрибка температури $|\bar{\gamma}_{ef}|$ і ефективного термоопору \bar{R}_{ef} і до зменшення різниці між їх значеннями при зміні напрямку потоку. Звідси випливає, що чим слабше середовище в тріщині проводить теплоту, тим сильніше проявляється ефект напрямленості теплового потоку.

Вплив коефіцієнта міжфазної тріщинуватості \bar{k}_i на модуль ефективного стрибка температури $|\bar{\gamma}_{ef}|$ та ефективний термоопір \bar{R}_{ef} зображено на рис. 6-7.

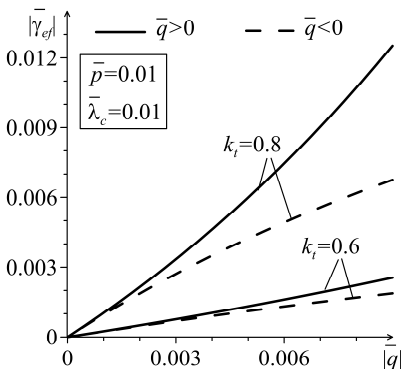


Рис. 6

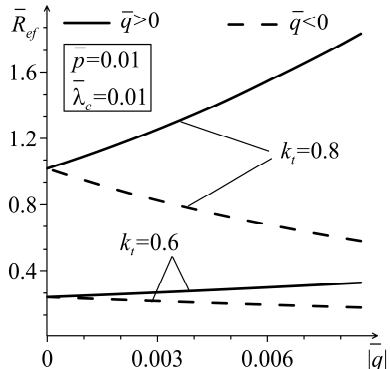


Рис. 7

Збільшення коефіцієнта \bar{k}_t призводить до зростання $|\bar{\gamma}_{ef}|$ і \bar{R}_{ef} для обох напрямів теплового потоку, причому чим більший \bar{k}_t , тим більша різниця між значеннями $|\bar{\gamma}_{ef}|$ і \bar{R}_{ef} для протилежних напрямів теплового потоку.

Висновки. Задачу термопружності для біматеріальної площини з періодичною системою міжфазних тріщин, порожнини яких заповнені теплопровідним середовищем зведено до нелінійної системи сингулярних інтегро-диференціальних рівнянь відносно розкриття тріщини та стрибка температури між їх берегами. На основі її розв'язку визначено ефективні міжфазні параметри біматеріалу — ефективний стрибок температури й ефективний термоопір, і проаналізовано їх залежність від прикладеного силового та теплового навантаження, коефіцієнта теплопровідності заповнювача і коефіцієнта міжфазної тріщинуватості біматеріалу. Показано, що ефективні міжфазні параметри біматеріалу нелінійно залежать від прикладеного навантаження. Виявлено ефект напрямленості теплового потоку, який проявляється в тому, що ефективний термоопір залежить від напрямку теплового потоку (чи він скерований до матеріалу з меншою термічною дистортивністю (ТД), чи до матеріалу з більшою ТД). Що менший коефіцієнт теплопровідності заповнювача тріщин і більший коефіцієнт міжфазної тріщинуватості біматеріалу, то сильніший ефект напрямленості.

Література

- [1] Шлыков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 599 с. Шлыков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н. Контактное термическое сопротивление. — Москва: Энергия, 1977. — 328 с.
- [2] Bahrami M., Yovanovich M. M., Culham J. R. Thermal joint resistances of conforming rough surfaces with gas-filled gaps // J. Thermophys. Heat Transf. — 2004. — 18, No 3. — P. 318-325.
- [3] Madhusudana C. V., Fletche L. S. Gas conductance contribution to contact heat transfer // AIAA Paper No 81 — 1163. — 1981.
- [4] Misra P., Nagaraju J. Thermal gap conductance at low contact pressures (<1 MPa): effect of gold plating and plating thickness // Int. J. Heat Mass Transf. — 2010. — 53, No 23-24. — P. 5373-5379.
- [5] Song S., Yovanovich M. M., Nho K. Thermal gap conductance: effect of gas pressure and mechanical load // AIAA Paper No. 89-0429. — 1989.
- [6] Yovanovich M. M., DeVaal J., Hegazy A. H. A statistical model to predict thermal gap conductance between conforming rough surfaces // AIAA Paper No 82 — 0888. — 1982.
- [7] Cetinkale T. N., Fishenden M. Thermal conductance of metal surfaces in contact // In: Proceedings of General Discussion on Heat Transfer. — London: The Institution of Mechanical Engineers, 1951. — P. 271-275.
- [8] Fenech H., Rohsenow W. M. Prediction of thermal conductance of metallic surfaces in contact // ASME J. Heat Transf. — 1963. — 85, No 1. — P. 15-24.
- [9] Menten A., Veziroglu T. N., Samudrala R., Sheffield J. W., Williams A. Effects of interface gases on contact conductance // AIAA Paper No 81 — 0214. — 1981.
- [10] Das A. K., Sadhal S. S. Analytical solution for constriction resistance with interstitial fluid in the gap // Heat Mass Transf. — 1998. — 34, No 2-3. — P. 111-119.
- [11] Кут Г. С., Кривцун М. Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. — Киев: Наукова думка, 1983. — 280 с.

- [12] *Kim G. S., Френчко Ю. С.* Влияние теплопроницаемости дугообразной трещины на термоупругое состояние в ее окрестности // Физ.-хим. механика материалов. — 1973. — 9, № 1. — С. 75-80.
- [13] *Мартиняк Р. М.* Термонапружений стан біматеріалу із закритою міжфазною тріщиною з шорсткими поверхнями // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2010. — 53, № 1. — С. 71-79.
- [14] *Мартиняк Р. М., Гончар Х. І., Нагалка С. П.* Моделювання термомеханічного закриття початково розкритої міжфазної тріщини, наділеної термоопором // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2003. — 39, № 5. — С. 59-66.
- [15] *Barber J. R.* The effect of thermal distortion on constriction resistance // Int. J. Heat Mass Transf. — 1971. — 14, No 6. — P. 751-766.
- [16] *Chumak K., Martynyuk R.* Thermal rectification between two thermoelastic solids with a periodic array of rough zones at the interface // Int. J. Heat Mass Transf. — 2012. — 55, No 21-22. — P. 5603-5608.
- [17] *Dundurs J., Panek C.* Heat conduction between bodies with wavy surfaces // Int. J. Heat Mass Transf. — 1976. — 19, No 7. — P. 731-736.
- [18] *Clausing A. M.* Heat transfer at the interface of dissimilar metals — the influence of thermal strain // Int. J. Heat Mass Transf. — 1966. — 9, No 8. — P. 791-801.
- [19] *Roberts N. A., Walker D. G.* A review of thermal rectification observations and models in solid materials // Int. J. Therm. Sci. — 2011. — 50, No 5. — P. 648-662.
- [20] *Thomas T. R., Probert S. D.* Thermal contact resistance: the directional effect and other problems // Int. J. Heat Mass Transf. — 1970. — 13, No 5. — P. 789-807.
- [21] *Мартиняк Р. М., Чумак К. А.* Термопружне розширення тіл за наявності теплопроникного заповнювача міжконтактного просвіту // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2009. — 45, № 4. — С. 45-52.
- [22] *Чумак К. А., Мартиняк Р. М.* Термопружна взаємодія тіл з регулярною текстурою поверхонь за наявності теплопроникного середовища в міжконтактних зазорах // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2013. — 56, № 1. — С. 52-61.
- [23] *Chumak K., Malanchuk N., Martynyuk R.* Partial slip contact problem for solids with regular surface texture assuming thermal insulation or thermal permeability of interface gaps // Int. J. Mech. Sci. — 2014. — 84. — P. 138-146.
- [24] *Мартыняк Р. М., Гончар Х. И.* Термоупругое деформирование биматериала с межфазным дефектом, заполненным теплопроводной средой // Теорет. и прикладная механика. — 2005. — Вып. 41. — С. 58-62.
- [25] *Гольдштейн Р. В., Kim G. S., Мартиняк Р. М., Середницька Х. І.* Ефект часткового закриття міжфазної тріщини з теплопровідним заповнювачем і поверхневими плівками при дії на біматеріал термічного навантаження // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2012. — 55, № 4. — С. 64-73.
- [26] *Середницька Х., Мартиняк Р.* Термонапружений стан біматеріалу з періодичною системою міжфазних тріщин, заповнених теплопровідною речовиною // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2014. — Вип. 19. — С. 168-175.

The effective interfacial parameters of a bimaterial with a periodic set of heat-conducting interfacial cracks

Kristina Serebnytska, Rostyslav Martynyuk

Based on the solution of the problem of thermoelasticity for a bimaterial with a periodic set of interfacial cracks containing a heat-conducting filler, the effective interfacial parameters of such a structure (i.e., the effective temperature jump and the effective thermal resistance) have been determined. The analysis has been carried out for dependences of the effective parameters on the thermal conductivity of the filler, as well as the interfacial cracking factor of the biomaterial, and the thermal and mechanical loads. The heat flow directional effect has been also studied.

Эффективные параметры биматериала с периодической системой межфазных теплопроницаемых трещин

Христина Середницкая, Ростислав Мартыняк

На основе решения задачи термоупругости для биматериала с периодической системой межфазных трещин, содержащих теплопроводный наполнитель, определены эффективные параметры такой структуры — эффективный скачок температуры и эффективное межфазное термосопротивление. Проанализированы зависимости эффективных параметров от коэффициента теплопроводности наполнителя трещин, коэффициента межфазного трещиноватости биматериала, тепловой и силовой нагрузки. Изучен эффект направленности теплового потока.

Отримано 21.03.16