

Структурна та приповерхнева неоднорідності у електропровідних півпросторі та шарі

Тарас Нагірний¹, Костянтин Червінка²

¹ д. ф.-м. н., професор, Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дудаєва, 15, Львів, 79005; Zielona Góra University, 4 Prof. Shafran St., Poland, 65-516, e-mail: t.nahirnyj@gmail.com

² к. ф.-м. н., доцент, Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, Львів, 79000; e-mail: k.tchervinka@gmail.com

В рамках моделі локально неоднорідного електропровідного твердого тіла досліджено закономірності приповерхневої неоднорідності у півпросторі та шарі. Такій неоднорідності властиві два характерних розміри. Показано, що у вільному від силового навантаження тілі значення поверхневих напружень та заряду однозначно визначаються фізичними параметрами матеріалу та тіла, а подвійний електричний шар є наслідком врахування в рамках моделі структурної неоднорідності матеріалу та сил кулонівської взаємодії.

Ключові слова: локальна неоднорідність, поверхневі явища, розмірні ефекти, електропровідне неферомагнітне пружне тіло.

Вступ. Математичні моделі механіки суцільного середовища відіграють ключову роль у проектуванні та розрахунку експлуатаційних параметрів елементів пристроїв та конструкцій за різних фізичних умов та режимів навантаження. Врахування структурної та приповерхневої неоднорідності відіграє важливу роль при застосуванні цих моделей до опису широкого класу тіл, особливо мікроелементів та елементів, виконаних із наноматеріалу. Теоретичні та прикладні дослідження підтверджують існування низки розмірних ефектів у таких тілах, у тому числі розмірних ефектів міцності, поверхневих напружень тощо [1-6]. Актуальним також є врахування структурної неоднорідності матеріалу та геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла при моделюванні.

Математичні моделі, побудовані за локально градієнтного підходу в термомеханіці із використанням методів термодинаміки нерівноважних процесів та механіки спадкових середовищ, дають змогу описувати та вивчати структурну й приповерхневу неоднорідність та розмірні ефекти у пружних, термопружних, електропровідних тілах та твердих розчинах [7-9]. Одним із параметрів стану у таких моделях є неоднорідна густина, що задовольняє рівняння балансу маси, модифіковане із врахуванням характеру неоднорідності, яку описує модель відповідного твердого тіла. Ключові системи рівнянь у цих моделях також містять рівняння, що описують процеси різної фізичної природи. Використовуючи методи термодинаміки кожне із цих рівнянь зазвичай може бути записане на один із двох спряжених термодинамічних параметрів, наприклад напруження — деформації, хімічний потенціал — густина та ін.

Належний вибір розв'язуючих функцій дозволяє спростити постановку, підкреслити особливості виявлених закономірностей та сформулювати фізично обґрунтовані граничні умови при постановці крайових задач.

У роботі [10] вивчено закономірності приповерхневої неоднорідності у неферромагнітних електропровідних тілах та її вплив на параметри тіл, зокрема міцність шару. У якості розв'язуючих функцій поряд із компонентами тензора напружень вибрано термодинамічний електричний та хімічний потенціали. Показано, що поверхневі значення цих потенціалів однозначно визначаються фізичними та геометричними параметрами тіла та його оточення. У роботі [11] проведено дослідження локально неоднорідного електропровідного неферромагнітного півпростору, причому однією із розв'язуючих функцій вибрано густину. Для узгодження актуального та відлікового станів використано джерела маси, введення яких обґрунтовано у [9]. Також показано, що значення одного із параметрів стану, термодинамічного електричного потенціалу, на поверхні тіла однозначно визначається характеристиками матеріалу, у тому числі характерними розмірами структурної неоднорідності матеріалу, геометричної неоднорідності реальної поверхні тіла та сил кулонівської взаємодії.

У даній роботі в рамках локально градієнтного підходу в термомеханіці вивчимо закономірності приповерхневої неоднорідності в електропровідному неферромагнітному півпросторі та шарі за формулювання граничних умов на густину та заряд. Така неоднорідність спричинена врахуванням в моделі структури матеріалу та збурення густини на поверхні тіла. Значення заряду на поверхні тіла визначається характеристиками матеріалу та поверхневим значенням густини на основі умови електронейтральності тіла.

1. Особливості модельних уявлень

Побудова математичної моделі деформівного твердого тіла із врахуванням полів різної фізичної природи методами нерівноважної термодинаміки та механіки суцільного середовища передбачає формулювання рівнянь балансу, кінетичних рівнянь та рівнянь стану.

При розгляді неферромагнітного електропровідного тіла записують рівняння Максвела та балансові рівняння для енергії, імпульсу механічного поступального руху, ентропії, густини маси та заряду. Із їх використанням отримують рівняння балансу внутрішньої енергії, на основі якого записують вираз для виробництва ентропії (енергії розсіяння) та рівняння Гібса, яке визначає набір базових параметрів стану та спряжених до них.

За локально градієнтного підходу в термодинаміці у кінетичному рівнянні для потоку маси виділяють компоненту, пов'язану із незатухаючою пам'яттю про утворення структури тіла. У лінійному наближенні ця компонента пропорційна до швидкості зміни градієнта хімічного потенціалу $\vec{\nabla}H$. Таке представлення дозволяє ввести у розгляд енергію структурно неоднорідного тіла G , що пов'язана із внутрішньою енергією U співвідношенням

$$G = U - \frac{1}{2} g_{mm} \vec{\nabla} H \cdot \vec{\nabla} H .$$

Тут g_{mm} — стала, символ « \cdot » відзначає внутрішній добуток. Енергія G визначена у просторі деформації \hat{e} , ентропії S , густини маси ρ та заряду ω .

Використавши перетворення Лежандра $F = G - TS$ (T — температура), введемо у розгляд енергію F , для приросту якої справедливо [9]

$$dF = \hat{\sigma} : d\hat{e} - SdT + Hd\rho + \Phi d\omega ,$$

де $\hat{\sigma}$ — тензор напружень Коші, Φ — термодинамічний електричний потенціал, символ « $:$ » відзначає подвійний внутрішній добуток.

Записавши на основі останнього співвідношення рівняння стану та долучивши їх до кінетичний співвідношень й балансових рівнянь, отримуємо повну систему рівнянь моделі [8, 10, 11]. У цій роботі використаємо запис розв'язуючої системи рівнянь у термінах напружень, заряду та густини у лінійному наближенні для ізотермічного стаціонарного випадку.

2. Приповерхнева неоднорідність у півпросторі

Розглянемо ізотропний електропровідний неферомагнітний пружний півпростір, що у декартовій системі координат $\{x, y, z\}$ займає область $x \geq 0$. Вважаємо, що на поверхні тіла $x = 0$ задано постійні значення густини ρ_a та заряду ω_a , півпростір вільний від силового навантаження.

За таких умов у тілі реалізується одновимірна за координатою x ситуація, що описується системою рівнянь [12]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{xx}}{dx} = 0, \quad \frac{d^2\sigma_{yy}}{dx^2} = \frac{d^2\sigma_{zz}}{dx^2} = -a_0 \frac{d^2\rho}{dx^2} - a_\omega \frac{d^2\omega}{dx^2}, \\ \frac{d^2\omega}{dx^2} - \xi_\omega^2 \omega - b_{\omega m}(\rho - \rho_*) = 0, \\ \frac{d^2\rho}{dx^2} - \xi_m^2(\rho - \rho_*) + b_{m\omega} \omega = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $a_0, a_\omega, \xi_\omega^2, \xi_m^2, b_{m\omega}, b_{\omega m}$ — сталі, ρ_* — густина матеріалу тіла у відліковому стані, за який приймаємо стан безмежного однорідного середовища. Цю систему рівнянь слід доповнити інтегральною умовою електронейтральності тіла

$$\int_0^\infty \omega dx = 0, \quad (2)$$

а також крайовими умовами

$$\rho|_{x=0} = \rho_a, \quad \omega|_{x=0} = \omega_a, \quad \sigma_{xx}|_{x=0} = 0 \quad (3)$$

та умовами обмеженості розв'язку в області тіла

$$|\rho| < \infty, \quad |\omega| < \infty, \quad |\sigma_{\alpha\alpha}| < \infty, \quad \alpha = \{x, y, z\} \text{ при } x \geq 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sigma_{\alpha\alpha} = 0, \quad \alpha = \{x, y, z\}. \quad (4)$$

Якщо знехтувати впливом електричного заряду на густину, то збурення густини справджує однорідне рівняння Гельмгольца, а його розв'язком, що задовольняє граничні умови (3) та умову (4) обмеженості розв'язку є

$$\rho(x) = \rho_* + (\rho_a - \rho_*) \exp(-\xi_m x). \quad (5)$$

Неоднорідність у розподілі густини зникає при відході від поверхні за експоненційним законом, густина $\rho(x)$ прямує до густини ρ_* безмежного однорідного середовища. Швидкість прямування визначається характерним розміром області структурної неоднорідності ξ_m^{-1} та величиною поверхневого збурення густини $(\rho_a - \rho_*)$.

За відомої густини розподіл електричного заряду визначаємо на основі неоднорідного рівняння Гельмгольца (друге рівняння системи (1)). В результаті одержуємо

$$\begin{aligned} \omega(x) = & \left(\omega_a - b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \right) \exp(-\xi_\omega x) + \\ & + b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \exp(-\xi_m x), \end{aligned} \quad (6)$$

де $b = b_{\omega m} / \xi_m^2$.

Використовуючи (6), з умови (2) визначаємо значення заряду ω_a , що встановлюється на поверхні півпростору

$$\omega_a = b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m}{\xi_m + \xi_\omega} = \frac{b_{\omega m}(\rho_a - \rho_*)}{\xi_m(\xi_m + \xi_\omega)}. \quad (7)$$

За цією формулою можна стверджувати, що у рамках прийнятих у моделі наближень значення заряду на поверхні півпростору однозначно визначається характеристиками матеріалу та поверхневим значенням густини.

Підставляючи (7) у (6), запишемо

$$\omega = b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_\omega^2 - \xi_m^2} \left(\frac{\xi_\omega}{\xi_m} \exp(-\xi_\omega x) - \exp(-\xi_m x) \right). \quad (8)$$

На рис. 1 показано розподіл у півпросторі електричного заряду ω/ω_{pr} ($\omega_{pr} = b(\rho_* - \rho_a)$) для $\xi_\omega/\xi_m = 4,8,16$ (криві 1-3 відповідно).

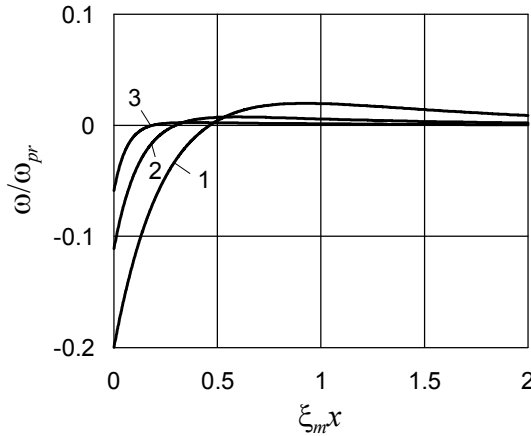


Рис. 1. Розподіл заряду у півпросторі

Бачимо, що у приповерхневій області тіла електричний заряд змінює знак з від'ємного на додатний. Таким чином, у приповерхневій області існує подвійний електричний шар, який є наслідком врахування в рамках моделі сил кулонівської взаємодії та структурної неоднорідності матеріалу. Зі збільшенням значення відношення характерних розмірів ξ_ω/ξ_m неоднорідність у розподілі заряду стає більш приповерхневою та меншою за модулем.

При відомих густині та електричному заряді напруження визначаємо, використовуючи друге рівняння системи (1) та умови ненавантаженості півпростору на безмежності. В результаті одержуємо

$$\sigma_{yy}(x) = \sigma_{zz}(x) = -a_0(\rho_a - \rho_*) \left[\left(1 - a_{\omega 0} b \frac{\xi_m^2}{\xi_\omega^2 - \xi_m^2} \right) \exp(-\xi_m x) + a_{\omega 0} b \frac{\xi_m \xi_\omega}{\xi_\omega^2 - \xi_m^2} \exp(-\xi_\omega x) \right], \quad (9)$$

де $a_{\omega 0} = a_\omega / a_0$,

На рис. 2 показано розподіл у півпросторі приведених напружень σ_{yy}/σ_0 , для $\xi_\omega/\xi_m = 4,8,16$ (криві 1-3), $a_{\omega 0} b = 10, \rho_a = 0,5\rho_*$.

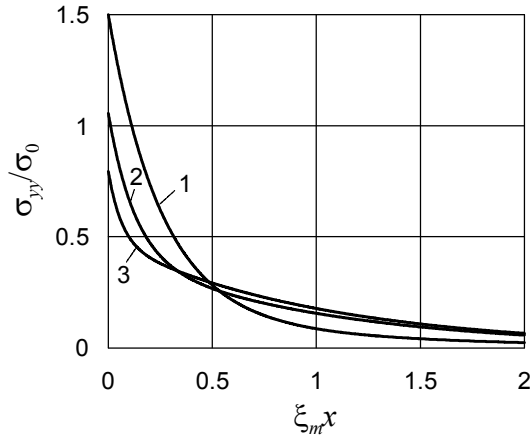


Рис. 2. Розподіл напружень σ_{yy}/σ_0 у півпросторі

Як і для заряду зі збільшенням значення відношення характерних розмірів ξ_ω/ξ_m неоднорідність у розподілі напружень стає більш приповерхневою. У внутрішніх областях півпростору напруження σ_{yy} практично дорівнюють нулю.

Для напружень на поверхні півпростору на основі (9) одержимо

$$\sigma_{yy}(0) = a_0(\rho_* - \rho_a) \left(1 + a_{\omega 0} b \frac{\xi_m}{\xi_m + \xi_\omega} \right). \quad (10)$$

Ці напруження однозначно визначаються характеристиками матеріалу.

3. Рівноважний стан шару

Розглянемо електропровідний неферомагнітний ізотропний, віднесений до прямокутної декартової системи координат $\{x, y, z\}$ шар, який займає область $|x| \leq l$. Вважаємо, що шар при $y \rightarrow \pm\infty$ перебуває під дією розтягуючого силового навантаження $\vec{F} = \{0, 2l\sigma_a, 0\}$, а на його вільних від силового навантаження поверхнях $x = \pm l$ задано постійні, відмінні від нуля значення густини ρ_a та заряду ω_a .

За таких умов у тілі реалізується одновимірною за координатою x ситуація, що для прийнятого у попередньому параграфі наближення описується системою рівнянь [12]

$$\frac{d\sigma_{xx}}{dx} = 0, \quad \frac{d^2\sigma_{yy}}{dx^2} = \frac{d^2\sigma_{yy}}{dx^2} = -a_0 \frac{d^2\rho}{dx^2} - a_\omega \frac{d^2\omega}{dx^2},$$

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} - \xi_\omega^2 \omega - \xi_m^2 b(\rho - \rho_*) = 0,$$

$$\frac{d^2 \rho}{dx^2} - \xi_m^2 (\rho - \rho_*) = 0. \quad (11)$$

Дану систему рівнянь доповнюємо крайовими умовами

$$\rho(\pm l) = \rho_a, \quad \omega(\pm l) = \omega_a, \quad \sigma_{xx}(\pm l) = 0. \quad (12)$$

на поверхнях шару, умовами для головних векторів зусиль та моментів

$$\int_{-l}^l \sigma_{yy} dx = 2l\sigma_a, \quad \int_{-l}^l \sigma_{zz} dx = 0, \quad \int_{-l}^l x\sigma_{yy} dx = 0, \quad \int_{-l}^l x\sigma_{zz} dx = 0. \quad (13)$$

у довільних поперечних перерізах тіла $y = const, z = const$, а також умовою електронейтральності тіла

$$\int_{-l}^l \omega dx = 0. \quad (14)$$

Розв'язок двох останніх рівнянь системи (11), що задовольняє відповідні умови, є таким

$$\rho(x) = \rho_* + (\rho_a - \rho_*) \frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)},$$

$$\omega(x) = \left(\omega_a - b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \right) \frac{\text{ch}(\xi_\omega x)}{\text{ch}(\xi_\omega l)} + b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)}. \quad (15)$$

Відповідно до (14), (15) значення заряду, що встановлюється на зовнішніх поверхнях шару, описується формулою

$$\omega_a = b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \left[1 - \frac{\xi_\omega}{\xi_m} \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\text{th}(\xi_\omega l)} \right]. \quad (16)$$

У даному випадку значення ω_a залежить від товщини шару, тобто йому властивий розмірний ефект. Однак така залежність властива лише тонким півкам, товщини яких є співвимірними з характерним розміром структурної неоднорідності матеріалу. На основі сучасної теорії про будову подвійного електричного шару [13] можна стверджувати, що $\xi_m^{-1} \gg \xi_\omega^{-1}$. Оскільки $\text{th}(3) = 0.995$, то вже для шарів, товщини яких справджують рівняння $\xi_m l = 3$, значення ω_a практично дорівнює значенню заряду на поверхні півпростору (формула (7)).

Залежність значення заряду ω/ω_{pr} на поверхні шару від відношення характерних розмірів ξ_ω/ξ_m для $\xi_m l = 2, 20$ (криві 1,2) представлено на рисунку 3.

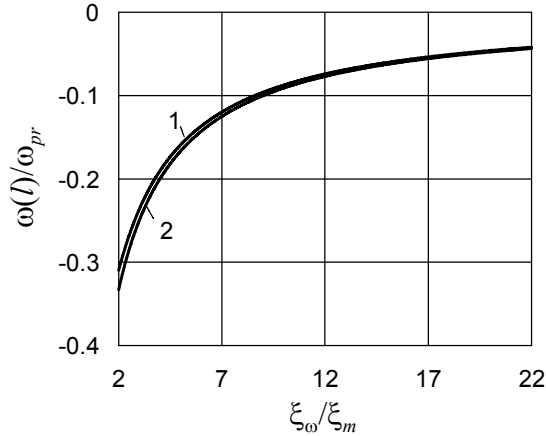


Рис.3. Залежність поверхневого заряду від відношення ξ_ω/ξ_m

Враховуючи (16) у (15), для розподілу електричного заряду запишемо формулу

$$\omega(x) = b(\rho_* - \rho_a) \frac{\xi_m^2}{\xi_\omega^2 - \xi_m^2} \left[\frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)} - \frac{\xi_\omega}{\xi_m} \frac{\text{th}(\xi_m l) \text{ch}(\xi_\omega x)}{\text{th}(\xi_\omega l) \text{ch}(\xi_\omega l)} \right]. \quad (17)$$

Якщо характерний розмір структурної неоднорідності матеріалу та товщина шару справджують нерівність $\xi_m l > 3$, то дану формулу можна спростити до вигляду

$$\omega(x) = b(\rho_* - \rho_a) \frac{\xi_m^2}{\xi_\omega^2 - \xi_m^2} \left[\frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)} - \frac{\xi_\omega}{\xi_m} \frac{\text{ch}(\xi_\omega x)}{\text{ch}(\xi_\omega l)} \right]. \quad (17')$$

На рисунку 4 показано розподіл електричного заряду ω/ω_{pr} за товщиною шару для $\xi_\omega/\xi_m = 4, 8, 16$ (криві 1-3), $\xi_m l = 6$.

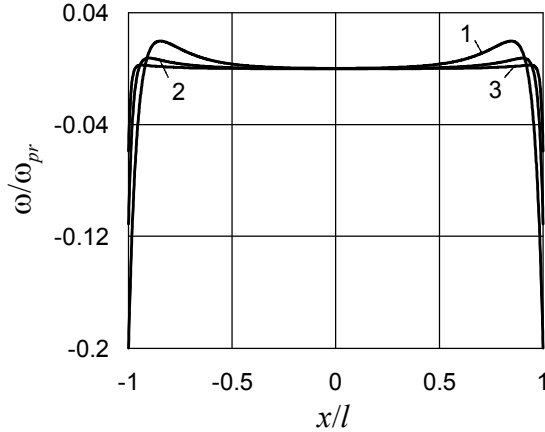


Рис.4. Розподіл електричного заряду за товщиною шару

За відомих густини та заряду на основі рівнянь рівноваги та сумісності деформацій визначаємо нормальні компоненти тензора напружень. Одержуємо

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(x) = & \sigma_a - (\rho_a - \rho_*) \left[\left(a_0 + a_{\omega} b \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_{\omega}^2} \right) \frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)} - \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\xi_m l} \right] - \\ & - a_{\omega} \left(\omega_a - b(\rho_a - \rho_*) \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_{\omega}^2} \right) \frac{\text{ch}(\xi_{\omega} x)}{\text{ch}(\xi_{\omega} l)}, \\ \sigma_{zz}(x) = & \sigma_{yy}(x) - \sigma_a, \quad \sigma_{xx}(x) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Якщо у першому співвідношенні системи (18) врахувати умову (16), то вираз для напружень σ_{yy} у шарі, вільному від силового навантаження, можемо записати у вигляді

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(x) = & -a_0(\rho_a - \rho_*) \left[\left(1 + a_{\omega} b \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_{\omega}^2} \right) \frac{\text{ch}(\xi_m x)}{\text{ch}(\xi_m l)} - \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\xi_m l} - \right. \\ & \left. - a_{\omega} b \frac{\xi_m \xi_{\omega}}{\xi_m^2 - \xi_{\omega}^2} \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\text{th}(\xi_{\omega} l)} \frac{\text{ch}(\xi_{\omega} x)}{\text{ch}(\xi_{\omega} l)} \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Порівнюючи дану формулу з аналогічною представленою у [8], відзначаємо суттєву відмінність між ними. Спричинено це залежністю поверхневого значення хімічного потенціалу від товщини шару.

На рис. 5 показано розподіл напружень σ_{yy}/σ_0 за товщиною шару для $\xi_m l = 2, 6, 18$ (криві 1-3), $\xi_{\omega}/\xi_m = 16$, $a_{\omega} b = 10$, $\rho_a = 0.5\rho_*$.

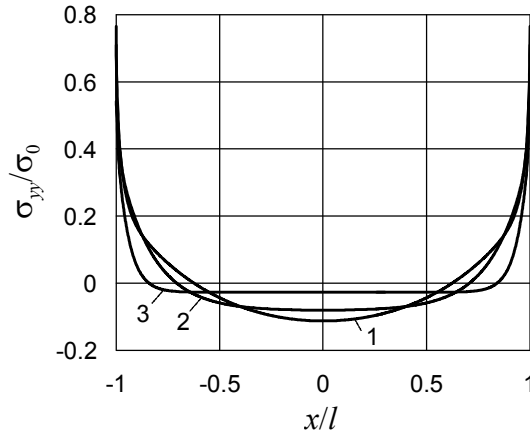


Рис.5. Розподіл напружень σ_{yy}/σ_0 за товщиною шару

Найбільшими напруженнями у шарі, вільному від силового навантаження, є розтягуючі напруження σ_{yy}, σ_{zz} на зовнішніх поверхнях шару. Для них на основі (19) записуємо

$$\sigma_{yy}(\pm l) = -a_0(\rho_a - \rho_*) \left[1 - \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\xi_m l} + a_{\omega 0} b \frac{\xi_m^2}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \left(1 - \frac{\xi_\omega}{\xi_m} \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\text{th}(\xi_\omega l)} \right) \right]. \quad (20)$$

Для шарів, товщини яких справджують нерівності $\xi_m l \gg 1$, $\xi_\omega l \gg 1$, ця формула спрощується до вигляду

$$\sigma_{yy}(\pm l) = -a_0(\rho_a - \rho_*) \left(1 + a_{\omega 0} b \frac{\xi_m}{\xi_m + \xi_\omega} - \frac{1}{\xi_m l} \right). \quad (20')$$

За такого наближення електричні властивості не впливають на характер розмірного ефекту поверхневих напружень, однак змінюють їх значення.

На рис. 6 представлено залежність значення напружень σ_{yy}, σ_{zz} на зовнішніх поверхнях шару від відношення характерних розмірів ξ_ω / ξ_m для $\xi_m l = 2, 6, 18$ (криві 1-3), $a_{\omega 0} b = 10$, $\rho_a = 0.5\rho_*$.

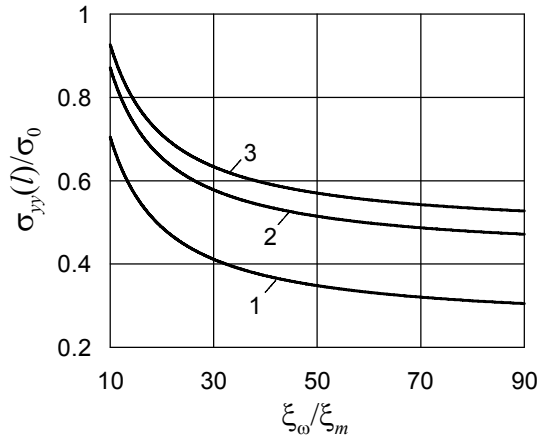


Рис.6. Залежність значення поверхневих напружень від відношення ξ_ω/ξ_m

4. Міцність електропровідного неферомагнітного шару

Для вивчення міцності електропровідного неферомагнітного шару використаємо методику, представлену в роботах [7-10,14], що базується на використанні критерію першої класичної теорії міцності. У випадку розтягнутого шару розрахунковими напруженнями є значення напружень σ_{yy} на зовнішніх поверхнях шару. На основі розв'язку задачі для інтенсивності силового навантаження σ_a^{cr} , що приводить до миттєвого руйнування шару, записуємо формулу

$$\sigma_a^{cr} = \sigma_+ - a_0(\rho_a - \rho_*) \left[\frac{\text{th}(\xi_m l)}{\xi_m l} - a_{\omega 0} b \frac{\xi_m \xi_\omega}{\xi_m^2 - \xi_\omega^2} \left(1 - \frac{\text{th}(\xi_m l)}{\text{th}(\xi_\omega l)} \right) \right]. \quad (21)$$

Тут

$$\sigma_+ = \sigma_p + a_0(\rho_a - \rho_*) \left(1 + a_{\omega 0} b \frac{\xi_m}{\xi_m + \xi_\omega} \right) \quad (22)$$

є межею міцності товстих електропровідних неферомагнітних твердих шарів.

Аналізуючи формулу (21) приходимо до висновку, що електронна підсистема практично не впливає на характер розмірного ефекту міцності тонких плівок. Цей ефект фактично визначається структурною неоднорідністю матеріалу. Цей ілюструють графіки на рис. 7, на якому представлено залежність σ_a^{cr}/σ_0 від параметра $\xi_m l$ (товщини шару) при $\sigma_+/\sigma_0 = 0.2$, $a_{\omega 0} b = 10$, $\xi_\omega/\xi_m = 2,16$ (криві 1,2).

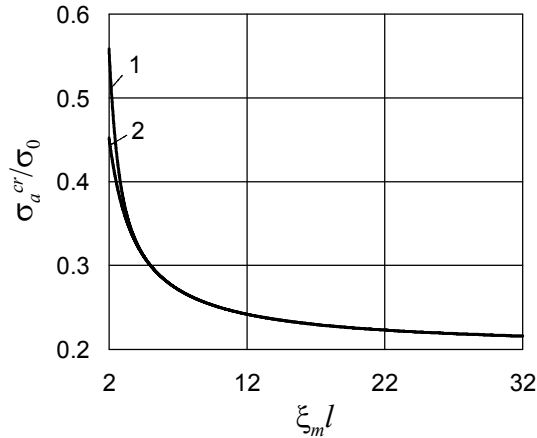


Рис.7. Розмірний ефект міцності електропровідного шару

Одночасно можна стверджувати, що електронна підсистема впливає на значення межі міцності σ_+ та σ_a^{cr} . Якщо ж товщина плівки є така, що $\xi_m l \gg 1$, $\xi_\omega l \gg 1$, то формула (21) спрощується до вигляду

$$\sigma_a^{cr} = \sigma_+ - a_0(\rho_a - \rho_*) \frac{1}{\xi_m l}, \quad (21)$$

а електричні властивості відображає лише перший доданок співвідношення, а саме величина σ_+ , яка визначається експериментально.

Висновки. В рамках моделі подвійний електричний шар є наслідком врахування структурної неоднорідності матеріалу та сил кулонівської взаємодії. Величина електричного заряду, що встановлюється на поверхні тіла однозначно визначається фізичними та геометричними характеристиками тіла.

Електронна підсистема практично не впливає на характер розмірного ефекту поверхневих напружень та міцності тонких плівок, однак впливає на значення поверхневих напружень та інтенсивність силового навантаження, що приводить до руйнування масивних тіл (σ_+). Цей ефект фактично визначається структурною неоднорідністю матеріалу.

Література

- [1] *Ненійко С.А.* Физические свойства малых металлических частиц. — Киев: Наук. думка, 1985. — 246 с.
- [2] *Vishnu K. G., Strachan A.* (2012). Size effects in NiTi from density functional theory calculations. *Physical Review B*, 85(1), 014114.
- [3] *Shaofan Li, Xin-Lin Gao.* Handbook of Micromechanics and Nanomechanics. CRC Press, 2013, 1256 p.
- [4] *Biener J. et al.* Size effects on the mechanical behavior of nanoporous Au // *Nano letters*. — 2006, 6.10. — P.2379-2382.
- [5] *Miller R.E., Shenoy V.B.* Size-dependent elastic properties of nanosized structural elements // *Nanotechnology*. — 2000, 11.3. — P. 139.

- [6] *Jing G. Y. et al.* Surface effects on elastic properties of silver nanowires: contact atomic-force microscopy // *Physical Review B*. — 2006, 73.23. — P. 235409.
- [7] *J.Burak, T.Nahirnyj, K.Tchervinka*, Local gradient thermomechanics // *Encyclopedia of thermal stresses* / ed. R. В. Hetnarski. — Dordrecht : Springer Science+Business Media, 2014. — P.2794–2801.
- [8] *Нагірний Т. С., Червінка К. А.* Термодинамічні моделі та методи термомеханіки із врахуванням приповерхневої та структурної неоднорідностей. *Основи наномеханіки I*. — Львів: Сполом, 2012. — 264 с.
- [9] *Taras Nahirnyj, Kostiantyn Tchervinka*. Mathematical modeling of structural and near-surface non-homogeneities in thermoelastic thin films // *International Journal of Engineering Science*. — 2015, Vol. 91. — P. 49–62.
- [10] *Nahirnyj T., Tchervinka K.* Interface Phenomena and Interaction Energy at the Surface of Electroconductive Solids // *Computational Methods in Science and Technology* **14(2)**, 105–110 (2008).
- [11] *Нагірний Т., Сенік Ю.* Приповерхнева неоднорідність в електропровідному неферомагнітному півпросторі // *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. — 2015. — Вип. 22. — С. 111-116. — Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Fmmit_2015_22_14
- [12] *Nahirnyj T.S., Senyk Y. A., Tchervinka K. A.* Modeling local non-homogeneity in electroconductive non-ferromagnetic thermoelastic solid // *Mathematical Modeling and Computing*. — 2014. — Vol. 1, No. 2. — P. 214-223.
- [13] *Bogotsky V.S.* *Fundamentals of Electrochemistry*. — Wiley-Interscience, 2006.
- [14] *Нагірний Т.С., Червінка К.А.* *Основи механіки локально неоднорідних пружних тіл. Основи наномеханіки II*. — Львів: Растр-7, 2014. — 167 с.

Natural boundary conditions and nearsurface non-homogeneity in nonferromagnetic electro conductive half-space and layer

Taras Nahirnyj, Kostiantyn Tchervinka

Within the framework of the local nonhomogeneous electroconductive solid model the regularities of near surface non-homogeneity in half-space and layer are studied. Two characteristic sizes are inherent to this non-homogeneity. It is shown that in a free of force load body the values of surface stress and surface charge are uniquely defined by physical parameters of the material and the body. The electric double layer is the result of taking into account the structural non-homogeneity of material and the forces of Coulomb interaction.

Природные граничные условия и приповерхностная неоднородность в электропроводящих полупространстве и слое

Тарас Нагірний, Константин Червінка

В рамках модели локально неоднородного электропроводящего твердого тела исследованы закономерности приповерхностной неоднородности в полупространстве и слое. Такой неоднородности присущи два характерных размера. Показано, что в свободном от силовой нагрузки теле значение поверхностных напряжений и заряда однозначно определяются физическими параметрами материала и тела, а двойной электрический слой является следствием учета в рамках модели структурной неоднородности материала и сил кулоновского взаимодействия.

Отримано 30.05.17