

Числовий метод комплексного аналізу розв'язання задач ідентифікації за даними томографії прикладених квазіпотенціалів

Андрій Бомба¹, Михайло Бойчура²

¹ д.т.н., професор, Рівненський державний гуманітарний університет, вул. Ст. Бандери 12, Рівне, e-mail: abomba@ukr.net

² Рівненський державний гуманітарний університет, вул. Ст. Бандери 12, Рівне, e-mail: mboichura@gmail.com

Розглядається задача ідентифікації параметрів кусково-однорідного середовища в умовах неповних даних про коефіцієнт провідності за даними томографії прикладених квазіпотенціалів. Пропонується метод реконструкції зображення, згідно якого розв'язок задачі аналізу зводиться до застосування числових методів квазіконформних відображень, а задачі синтезу — до розв'язання задачі параметричної ідентифікації за умов перебору усіх можливих варіантів розподілу компонент коефіцієнта провідності. На основі проведених числових розрахунків побудовано реконструйоване зображення розподілу провідності у внутрішності досліджуваного об'єкта. Проаналізовано отримані результати. Запропонований підхід до реконструкції у деяких випадках децю збільшує загальне число ітерацій, проте суттєво спрощує процеси розв'язання проміжних ітераційних задач.

Ключові слова: томографія прикладених квазіпотенціалів, квазіконформні відображення, ідентифікація, нелінійні задачі, числові методи, ідентифікація параметрів, метод перебору.

Вступ. На сьогодні методи електроімпедансної томографії (ЕІТ) знаходять своє застосування у все більшій кількості галузей. Це медична діагностика, механіка, цивільне будівництво, науки про Землю, геофізика, мікробіологія, біотехнології, океанографія, нафтовидобуванні [1-8, 13, 14] та ін. Про потенційні можливості використання ЕІТ у науці та техніці описано, зокрема, у [7, 8].

Порівняно з традиційними способами візуалізації — такими як магнітно-резонансна або рентгенівська комп'ютерна томографія — ЕІТ є досить простим, безпечним, дешевим та гнучким інструментом. Метою ЕІТ є отримання інформації про внутрішні властивості фізичного об'єкта (найчастіше — значення коефіцієнта провідності) за допомогою зовнішніх вимірювань електричного струму та напруги. У роботах [9-11] наведено підходи до реконструкції зображення за даними замірами потенціалів та течії на границі досліджуваної області. У [9] побудовано відповідний алгоритм для випадку, коли шуканий коефіцієнт в області комплексного квазіпотенціалу допускає розділення змінних. У [10] запропоновано підхід до розв'язання прямих задач томографії прикладених квазіпотенціалів (ТПК), що базується на застосуванні відомого

методу квазіконформних відображень за умови лінеаризації функцій течій та потенціалів, а задач ідентифікації коефіцієнта провідності (КП) — шляхом розв'язання відповідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь з передбаченими механізмами регуляризації. У [11] розроблено методологію, яка ґрунтується на ідеї кусково-конформної подібності в малому (побудови криволінійних чотирикутників — складових динамічної сітки у фізичній області та відповідних прямокутників в області комплексного квазіпотенціалу за даними ТПК) та почерговій параметризації внутрішніх вузлів динамічних сіток (побудованих для кожної з інжекцій) і шуканого КП. У [12] запропоновано нову математичну постановку та алгоритм розв'язання задачі моделювання квазіідеальної течії у криволінійному паралелепіпеді, обмеженому еквіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії, взаємно-ортогональними між собою (вздовж ліній перетину).

Аналогічно заслуговують на увагу такого роду задачі за умов неповних даних про значення коефіцієнта провідності шаруватого середовища, коли відомою є лише його структура. Метою даної роботи є поширення числового методу квазіконформних відображень [9-11] для реконструкції зображення саме на такі випадки.

1. Математична модель

Розглянемо квазіідеальні процеси руху частинок (зокрема, електричних зарядів) в однозв'язній криволінійній області (пластинці, томографічному перерізі тощо) G_z (рис.1,а), обмеженої гладкою замкненою кривою $\partial G_z = \{(x, y) : x = \tilde{x}(\tau), y = \tilde{y}(\tau), 0 \leq \tau \leq 2\pi, \tilde{x}(0) = \tilde{x}(2\pi) = \tilde{x}_0, \tilde{y}(0) = \tilde{y}(2\pi) = \tilde{y}_0, \text{де } \tilde{x}(\tau), \tilde{y}(\tau) \text{ — визначені неперервно диференційовані функції, } O(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \text{ — задана початкова точка відліку}\}$.

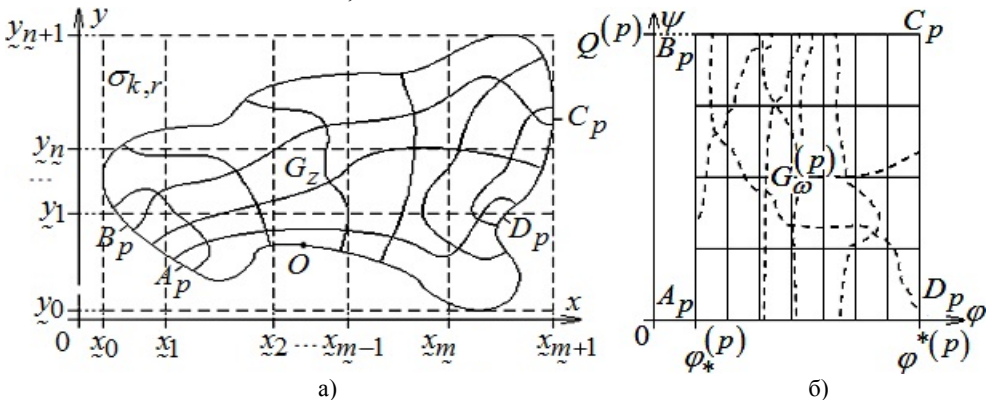


Рис. 1. Томографічний переріз G_z (а), відповідна область комплексного квазіпотенціалу $G_\omega^{(p)}$ (б)

Припускаємо, що переміщення електричних зарядів в області G_z проходить за лінійним законом типу Ома, Дарсі тощо $\vec{j}^{(p)} = \sigma \cdot \text{grad}\phi^{(p)}$ при

умовах: $\text{div} \vec{j}^{(p)} = 0$ (неперервності), $\varphi|_{A_p B_p} = \varphi_*^{(p)}$, $\varphi|_{C_p D_p} = \varphi^{*(p)}$ ($\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)} > 0$, $\varphi_*^{(p)}$, $\varphi^{*(p)}$ прикладені квазіпотенціали) та $\frac{d\varphi^{(p)}}{dn}\Big|_{B_p C_p} = \frac{d\varphi^{(p)}}{dn}\Big|_{A_p D_p} = 0$ (непроникності) і $\varphi^{(p)}(M)\Big|_{B_p C_p} = \overline{\varphi}^{(p)}(M)$, $\varphi^{(p)}(M)\Big|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(M)$, $\sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}(M)}{\partial n}\Big|_{A_p B_p} = \psi_*^{(p)}(M)$, $\sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}(M)}{\partial n}\Big|_{C_p D_p} = \psi^{*(p)}(M)$ (додаткові умови) [9 — 11, 13], де M — біжуча точка відповідної кривої; $\vec{j}^{(p)} = (j_x^{(p)}(x, y), j_y^{(p)}(x, y))$ — густина (локальна швидкість) струму; $\varphi^{(p)} = \varphi^{(p)}(x, y)$ — квазіпотенціал поля такий, що $A_p B_p$ та $C_p D_p$ — екіпотенціальні лінії; $B_p C_p$ та $A_p D_p$ — непроникні граничні лінії течій; A_p, B_p, C_p, D_p — відмічені точки на ∂G_z ; $p = 1, 2, \dots$ деякий параметр (номер інжекції [10, 11]); \vec{n} — зовнішня нормаль до відповідної ділянки границі даної області [14]; $\psi^{(p)} = \psi^{(p)}(x, y)$ — функції течії (тобто маємо, так звану, модель шунта [10, 11]). Функції $\overline{\varphi}^{(p)}(M) = \overline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots)$ ($\tau_C^{(p)} \leq \tau \leq \tau_B^{(p)}$), $\underline{\varphi}^{(p)}(M) = \underline{\varphi}^{(p)}(\tau, \dots)$ ($\tau_A^{(p)} \leq \tau \leq \tau_D^{(p)}$), $\psi_*^{(p)}(M) = \psi_*^{(p)}(\tau, \dots)$ ($\tau_B^{(p)} \leq \tau \leq \tau_A^{(p)}$), $\psi^{*(p)}(M) = \psi^{*(p)}(\tau, \dots)$ ($\tau_D^{(p)} \leq \tau \leq \tau_C^{(p)}$) як і в [11] можуть бути побудовані шляхом інтерполювання експериментально отриманих їх значень $\overline{\varphi}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\underline{\varphi}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\psi_{*j_*^{(p)}}^{(p)}$, $\psi_{j^*^{(p)}}^{*(p)}$ при деяких $\tau = \overline{\tau}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\tau = \underline{\tau}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)}$, $\tau = \tau_{*j_*^{(p)}}^{(p)}$, $\tau = \tau_{j^*^{(p)}}^{*(p)}$ на ділянках $B_p C_p$, $A_p D_p$, $A_p B_p$, $C_p D_p$, відповідно $(\varphi_*^{(p)} \leq \underline{\varphi}_{\underline{i}^{(p)}}^{(p)} \leq \varphi^{*(p)}$, $\varphi_*^{(p)} \leq \overline{\varphi}_{\bar{i}^{(p)}}^{(p)} \leq \varphi^{*(p)}$, $\psi_{*j_*^{(p)}}^{(p)} > 0$, $\psi_{j^*^{(p)}}^{*(p)} > 0$, $0 \leq \bar{i}^{(p)} \leq \overline{m}^{*(p)} + 1$, $0 \leq \underline{i}^{(p)} \leq \underline{m}^{*(p)} + 1$, $0 \leq j_*^{(p)} \leq n_*^{(p)} + 1$, $0 \leq j^*^{(p)} \leq n^{*(p)} + 1$). КП шукаємо у вигляді:

$$\sigma = \left\{ \sigma_{k,r} : x_k \leq x \leq x_{k+1}, y_r \leq y \leq y_{r+1}, k = \overline{0, m}, r = \overline{0, n}, \sigma_{k,r} \in \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s\} \right\}, \quad (1)$$

де лінії $x = x_k$ та $y = y_r$ належать найменшій за площею прямокутній ділянці, сторони якої паралельні осям координат, і яка цілком містить у собі області $G_z^{(p)}$; $\tilde{G}_z^{(p)} = G_z^{(p)} \setminus \left\{ z \in G_z^{(p)} : x = x_k, y = y_r, k = \overline{1, m}, r = \overline{1, n} \right\}$. При цьому відомо, що $\sigma_{k,r}$ можуть приймати одне із значень $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_s\}$, а

$$\left[\varphi^{(p)} \right] \Big|_{x=x_k \cup y=y_r} = 0, \quad \left[\sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_k \cup y=y_r} = 0 \quad (k = \overline{1, m}, r = \overline{1, n}). \quad (2)$$

Інжекції струму через томографічний переріз моделюватимемо наборами значень $\left\{ \tau_A^{(p)}, \tau_B^{(p)}, \tau_C^{(p)}, \tau_D^{(p)} \right\}$, згідно яких, $A_p = \left(\tilde{x}(\tau_A^{(p)}), \tilde{y}(\tau_A^{(p)}) \right)$,
 $B_p = \left(\tilde{x}(\tau_B^{(p)}), \tilde{y}(\tau_B^{(p)}) \right)$, $C_p = \left(\tilde{x}(\tau_C^{(p)}), \tilde{y}(\tau_C^{(p)}) \right)$, $D_p = \left(\tilde{x}(\tau_D^{(p)}), \tilde{y}(\tau_D^{(p)}) \right)$
(відповідну границю області G_z із даними чотирма відміченими точками позначимо через $\partial G_z^{(p)}$).

Задача полягає у розрахунку електродинамічних сіток, полів швидкостей та реконструкції зображення КП.

2. Задачі аналізу та синтезу

Ввівши функції течії $\psi^{(p)}(x, y)$, комплексно спряжені до функцій $\varphi^{(p)}(x, y)$ ($p = \overline{1, \tilde{p}}$), аналогічно до [9-11, 14], приходимо до серії більш загальних крайових задач на квазіконформні відображення $\omega = \omega^{(p)}(z) = \varphi^{(p)}(x, y) + i\psi^{(p)}(x, y)$ фізичних областей (із чотирма відміченими точками їх границі A_p, B_p, C_p, D_p) $G_z^{(p)}$ (рис.1,а) на відповідні області комплексного квазіпотенціалу $G_\omega^{(p)}$ (рис.1,б):

$$\sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial x} = \frac{\partial \psi^{(p)}}{\partial y}, \quad \sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial y} = -\frac{\partial \psi^{(p)}}{\partial x};$$

$$\varphi^{(p)} \Big|_{A_p B_p} = \varphi_*^{(p)}, \quad \varphi^{(p)} \Big|_{C_p D_p} = \varphi^{*(p)}, \quad \psi^{(p)} \Big|_{A_p D_p} = 0, \quad \psi^{(p)} \Big|_{B_p C_p} = Q^{(p)};$$

$$\int_{MN} \sigma \frac{\partial \varphi^{(p)}}{\partial n} dl = Q^{(p)}, M \in B_p C_p, N \in A_p D_p;$$

$$\varphi^{(p)}(M) \Big|_{B_p C_p} = \overline{\varphi}^{(p)}(M), \quad \varphi^{(p)}(M) \Big|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(M),$$

$$\psi^{(p)}(M) \Big|_{A_p B_p} = \Psi_*^{(p)}(M), \quad \psi^{(p)}(M) \Big|_{C_p D_p} = \Psi^{*(p)}(M),$$

де $G_\omega^{(p)} = \left\{ (\varphi, \psi): \varphi_*^{(p)} \leq \varphi \leq \varphi^{*(p)*}, 0 \leq \psi \leq Q^{(p)} \right\}$; $Q^{(p)}$ — потоки векторного поля (струму) через контактні поверхні ($A_p B_p$ та $C_p D_p$); $\Psi_*^{(p)}(M) = \int_{A_p M} \psi_*^{(p)}(M) dl$,

$\Psi^{*(p)}(M) = \int_{D_p M} \psi^{*(p)}(M) dl$; dl — елемент дуги відповідної кривої.

У роботі [14] обґрунтовано доцільність переходу від прямих задач (на квазіконформні відображення G_z на G_ω) до обернених. Обернені нелінійні

крайові задачі на квазіконформні відображення $z=z^{(p)}(\omega) = x^{(p)}(\varphi, \psi) + iy^{(p)}(\varphi, \psi)$ областей $G_{\omega}^{(p)}$ на $G_z^{(p)}$ при невідомих $\varphi^{(p)}(x, y)$ та $\psi^{(p)}(x, y)$ аналогічно до [9-11, 14], зводимо до розв'язання систем еліптичних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial x^{(p)}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sigma \frac{\partial x^{(p)}}{\partial \psi} \right) = 0, & \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial y^{(p)}}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sigma \frac{\partial y^{(p)}}{\partial \psi} \right) = 0, \\ \nabla(x^{(p)}, y^{(p)}) \in G_z^{(p)} \end{cases} \quad (3)$$

за умов:

$$\begin{aligned} x^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi) &= \tilde{x}(\tau_*^{(p)}(\psi)), & y^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi) &= \tilde{y}(\tau_*^{(p)}(\psi)), \\ x^{(p)}(\varphi, Q^{(p)}) &= \tilde{x}(\bar{\tau}^{(p)}(\varphi)), & y^{(p)}(\varphi, Q^{(p)}) &= \tilde{y}(\bar{\tau}^{(p)}(\varphi)), \\ x^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi) &= \tilde{x}(\tau^{*(p)}(\psi)), & y^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi) &= \tilde{y}(\tau^{*(p)}(\psi)), \\ x^{(p)}(\varphi, 0) &= \tilde{x}(\underline{\tau}^{(p)}(\varphi)), & y^{(p)}(\varphi, 0) &= \tilde{y}(\underline{\tau}^{(p)}(\varphi)); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \tilde{x}'(\tau_1) \frac{\partial y^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi_*^{(p)}(\tau_1, \dots))}{\partial \varphi} - \tilde{y}'(\tau_1) \frac{\partial x^{(p)}(\varphi_*^{(p)}, \psi_*^{(p)}(\tau_1, \dots))}{\partial \varphi} = 0, \\ \tilde{x}'(\tau_2) \frac{\partial y^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi^{*(p)}(\tau_2, \dots))}{\partial \varphi} - \tilde{y}'(\tau_2) \frac{\partial x^{(p)}(\varphi^{*(p)}, \psi^{*(p)}(\tau_2, \dots))}{\partial \varphi} = 0, \\ \tilde{x}'(\tau_3) \frac{\partial y^{(p)}(\varphi^{(p)}(\tau_3, \dots), 0)}{\partial \psi} - \tilde{y}'(\tau_3) \frac{\partial x^{(p)}(\varphi^{(p)}(\tau_3, \dots), 0)}{\partial \psi} = 0, \\ \tilde{x}'(\tau_4) \frac{\partial y^{(p)}(\bar{\varphi}^{(p)}(\tau_4, \dots), Q^{(p)})}{\partial \psi} - \tilde{y}'(\tau_4) \frac{\partial x^{(p)}(\bar{\varphi}^{(p)}(\tau_4, \dots), Q^{(p)})}{\partial \psi} = 0, \\ \tau_1 \in [\tau_B^{(p)}; \tau_A^{(p)}], \tau_2 \in [\tau_D^{(p)}; \tau_C^{(p)}], \tau_3 \in [\tau_A^{(p)}; \tau_D^{(p)}], \tau_4 \in [\tau_C^{(p)}; \tau_B^{(p)}], \end{cases} \quad (5)$$

де $\tau = \tau_*^{(p)}(\psi)$, $\tau = \bar{\tau}^{(p)}(\varphi)$, $\tau = \tau^{*(p)}(\psi)$, $\tau = \underline{\tau}^{(p)}(\varphi)$ ($\varphi_*^{(p)} \leq \varphi \leq \varphi^{*(p)}$, $0 \leq \psi \leq Q^{(p)}$) функції, побудовані шляхом інтерполювання експериментально отриманих їх значень $\tau_{*j}^{(p)}$, $\bar{\tau}_i^{(p)}$, $\tau_{j^*}^{*(p)}$, $\underline{\tau}_i^{(p)}$ при деяких аргументах $\Psi_{*j^*}^{(p)}$, $\bar{\varphi}_i^{(p)}$, $\Psi_j^{*(p)}$, $\varphi_i^{(p)}$ на ділянках $A_p B_p$, $B_p C_p$, $C_p D_p$ та $A_p D_p$, відповідно.

Традиційно реконструкцію КП здійснюють за умови мінімізації функціоналу (див., напр., [1, 10])

$$\begin{aligned} \Phi\left(\sigma, M_{A_p D_p}, M_{B_p C_p}, M_{A_p B_p}, M_{C_p D_p}\right) = \sum_{p=1}^{\bar{p}} \left(\left(\varphi^{(p)}\left(\sigma, M_{A_p D_p}\right) - \underline{\varphi}^{(p)}\left(M_{A_p D_p}\right) \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\varphi^{(p)}\left(\sigma, M_{B_p C_p}\right) - \bar{\varphi}^{(p)}\left(M_{B_p C_p}\right) \right)^2 + \left(\psi^{(p)}\left(\sigma, M_{A_p B_p}\right) - \Psi_*^{(p)}\left(M_{A_p B_p}\right) \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\psi^{(p)}\left(\sigma, M_{C_p D_p}\right) - \Psi^{*(p)}\left(M_{C_p D_p}\right) \right)^2 \right) \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (6)$$

де $\varphi^{(p)}\left(\sigma, M_{A_p D_p}\right)$, $\varphi^{(p)}\left(\sigma, M_{B_p C_p}\right)$, $\psi^{(p)}\left(\sigma, M_{A_p B_p}\right)$, $\psi^{(p)}\left(\sigma, M_{C_p D_p}\right)$ отримуються в результаті розв'язання задач (2) — (5) при деякому розподілі (1), а $M_{A_p D_p}$, $M_{B_p C_p}$, $M_{A_p B_p}$, $M_{C_p D_p}$ — біжучі точки відповідних ділянок кривих.

3. Різницевий аналог задачі

Різницеве представлення задачі (1) — (5) у рівномірних сіткових областях $G_\omega^{\gamma(p)}$ одержуємо аналогічно до [9-11, 14].

Використовуючи схему «хрест», різницеві аналоги еліптичних рівнянь (3) представимо (за умови кускової однорідності шуканого коефіцієнта $\sigma(x, y)$) у вигляді

$$\begin{cases} \gamma^{(p)2} \left(\sigma_{i,j+1/2} \left(x_{i,j+1}^{(p)} - x_{i,j}^{(p)} \right) - \sigma_{i,j-1/2} \left(x_{i,j}^{(p)} - x_{i,j-1}^{(p)} \right) \right) + \left(x_{i+1,j}^{(p)} - x_{i,j}^{(p)} \right) / \sigma_{i+1/2,j} - \\ - \frac{x_{i,j}^{(p)} - x_{i-1,j}^{(p)}}{\sigma_{i-1/2,j}} = 0, \gamma^{(p)2} \left(\sigma_{i,j+1/2} \left(y_{i,j+1}^{(p)} - y_{i,j}^{(p)} \right) - \sigma_{i,j-1/2} \left(y_{i,j}^{(p)} - y_{i,j-1}^{(p)} \right) \right) + \\ + \frac{y_{i+1,j}^{(p)} - y_{i,j}^{(p)}}{\sigma_{i+1/2,j}} - \frac{y_{i,j}^{(p)} - y_{i-1,j}^{(p)}}{\sigma_{i-1/2,j}} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

де $\gamma^{(p)}$ — квазіконформні інваріанти [14] для відповідних областей

$$\begin{aligned} G_\omega^{\gamma(p)} = \left\{ \left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)} \right) : \varphi_i^{(p)} = \overline{\varphi_*^{(p)}} + i \Delta \varphi^{(p)}, \quad i=0, m^{(p)}+1; \quad \psi_j^{(p)} = j \Delta \psi^{(p)}, \quad j=0, n^{(p)}+1; \right. \\ \left. \Delta \varphi^{(p)} = \frac{\varphi^{(p)*} - \varphi_*^{(p)}}{m^{(p)}+1}, \quad \Delta \psi^{(p)} = \frac{\psi^{(p)} - \psi_*^{(p)}}{n^{(p)}+1}, \quad \gamma^{(p)} = \frac{\Delta \varphi^{(p)}}{\Delta \psi^{(p)}}, \quad m^{(p)}, n^{(p)} \in \mathbf{N} \right\}; \quad \left(x_{i,j}^{(p)}, y_{i,j}^{(p)} \right) \in G_z^{(p)}, \end{aligned}$$

$$\sigma_{i,j\pm 1/2}^{\gamma(p)} = \sigma \left(\frac{x_{i,j\pm 1}^{(p)} + x_{i,j}^{(p)}}{2}, \frac{y_{i,j\pm 1}^{(p)} + y_{i,j}^{(p)}}{2} \right), \quad \sigma_{i\pm 1/2,j}^{\gamma(p)} = \sigma \left(\frac{x_{i\pm 1,j}^{(p)} + x_{i,j}^{(p)}}{2}, \frac{y_{i\pm 1,j}^{(p)} + y_{i,j}^{(p)}}{2} \right),$$

$$x_{i,j}^{(p)} = x^{(p)} \left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)} \right), \quad y_{i,j}^{(p)} = y^{(p)} \left(\varphi_i^{(p)}, \psi_j^{(p)} \right).$$

Умови (4) апроксимуємо такими точковими співвідношеннями

$$\begin{aligned} x_{0,j}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\tau_*^{(p)} \left(\psi_j \right) \right), \quad y_{0,j}^{(p)} = \tilde{y} \left(\tau_*^{(p)} \left(\psi_j \right) \right), \quad x_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} = \tilde{x} \left(\bar{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) \right), \\ y_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} &= \tilde{y} \left(\bar{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) \right), \quad x_{m^{(p)}+1,j}^{(p)} = \tilde{x} \left(\tau^{*(p)} \left(\psi_j \right) \right), \quad y_{m^{(p)}+1,j}^{(p)} = \tilde{y} \left(\tau^{*(p)} \left(\psi_j \right) \right), \\ x_{i,0}^{(p)} &= \tilde{x} \left(\underline{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) \right), \quad y_{i,0}^{(p)} = \tilde{y} \left(\underline{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) \right) \quad (0 \leq i \leq m^{(p)} + 1, 0 \leq j \leq n^{(p)} + 1). \end{aligned} \quad (8)$$

Умови ортогональності (5) на границі області наблизимо наступними точково-різницевиими рівняннями

$$\begin{cases} \tilde{x}'(\tau) \left(y_{1,j}^{(p)} - y_{0,j}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{1,j}^{(p)} - x_{0,j}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_B^{(p)}; \tau_A^{(p)} \right], \\ \tilde{x}'(\tau) \left(y_{m,j}^{(p)} - y_{m+1,j}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{m,j}^{(p)} - x_{m+1,j}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_D^{(p)}; \tau_C^{(p)} \right], \\ \tilde{x}'(\tau) \left(y_{i,n}^{(p)} - y_{i,n+1}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{i,n}^{(p)} - x_{i,n+1}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_C^{(p)}; \tau_B^{(p)} \right], \\ \tilde{x}'(\tau) \left(y_{i,1}^{(p)} - y_{i,0}^{(p)} \right) - \tilde{y}'(\tau) \left(x_{i,1}^{(p)} - x_{i,0}^{(p)} \right) = 0, \tau \in \left[\tau_A^{(p)}; \tau_D^{(p)} \right] \\ (1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}). \end{cases} \quad (9)$$

Згідно числових методів квазіконформних відображень (див. напр., [9, 10, 14]) задачі (1)-(6) розв'язуються шляхом почергового застосування формул (7)-(9) та одночасної мінімізації різницевого аналогу (6). Проте, при заданій структурі КП з метою спрощення проміжних обчислень, а отже пришвидшення процесу реконструкції зображення, є сенс граничні вузли вважати апріорно відомими, а на основі (11), (12) будувати функціонал похибки (ортогональності). А саме:

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma) &= \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \left(\sum_{i=i_1}^{m_1} \left(\underline{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) - \underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \sum_{i=i_2}^{m_2} \left(\bar{\tau}^{(p)} \left(\varphi_i \right) - \bar{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \right. \\ &+ \left. \sum_{j=j_1}^{n_1} \left(\tau_*^{(p)} \left(\psi_j \right) - \tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \sum_{j=j_2}^{n_2} \left(\tau^{*(p)} \left(\psi_j \right) - \tau_j^{*\perp(p)}(\sigma) \right)^2 \right) \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (10)$$

де величини $\underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)$, $\overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)$, $\tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma)$, $\tau_j^{*\perp(p)}(\sigma)$ шукаються як розв'язки нелінійних рівнянь

$$\begin{aligned} \tilde{x}'\left(\tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(y_{1,j}^{(p)} - \tilde{y}\left(\tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) - \tilde{y}'\left(\tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(x_{1,j}^{(p)} - \tilde{x}\left(\tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) &= 0, \\ \tilde{x}'\left(\tau_j^{*\perp(p)}(\sigma)\right)\left(y_{m,j}^{(p)} - \tilde{y}\left(\tau_j^{*\perp(p)}(\sigma)\right)\right) - \tilde{y}'\left(\tau_j^{*\perp(p)}(\sigma)\right)\left(x_{m,j}^{(p)} - \tilde{x}\left(\tau_j^{*\perp(p)}(\sigma)\right)\right) &= 0, \\ \tilde{x}'\left(\overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(y_{i,n}^{(p)} - \tilde{y}\left(\overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) - \tilde{y}'\left(\overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(x_{i,n}^{(p)} - \tilde{x}\left(\overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) &= 0, \\ \tilde{x}'\left(\underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(y_{i,1}^{(p)} - \tilde{y}\left(\underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) - \tilde{y}'\left(\underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\left(x_{i,1}^{(p)} - \tilde{x}\left(\underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma)\right)\right) &= 0 \end{aligned}$$

$(1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}).$

4. Алгоритм розв'язання

Вихідну задачу розв'язуємо шляхом почергової параметризації внутрішніх вузлів сіткових областей $G_z^{\gamma(p)}$, множини КП та використання ідей методу блочної ітерації [15]. А саме: задаємо кількість інжекцій \tilde{p} , границю областей $G_z^{(p)}$ (функціями $x = \tilde{x}(\tau)$, $y = \tilde{y}(\tau)$), параметри $\tau_A^{(p)}$, $\tau_B^{(p)}$, $\tau_C^{(p)}$, $\tau_D^{(p)}$ та ε_1 , ε_2 (точності), квазіпотенціали $\varphi_*^{(p)}$, $\varphi^{*(p)}$ та витрати $Q^{(p)}$, параметри $m^{(p)}$, $n^{(p)}$ розбиття областей $G_\omega^{\gamma(p)}$ (бажано так, щоб $\frac{Q^{(p)}}{\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)}} \frac{n^{(p)} + 1}{m^{(p)} + 1} \approx 1$). При цьому

обчислюємо координати кутових точок $A_p = \left(\tilde{x}\left(\tau_A^{(p)}\right), \tilde{y}\left(\tau_A^{(p)}\right)\right)$,
 $B_p = \left(\tilde{x}\left(\tau_B^{(p)}\right), \tilde{y}\left(\tau_B^{(p)}\right)\right)$, $C_p = \left(\tilde{x}\left(\tau_C^{(p)}\right), \tilde{y}\left(\tau_C^{(p)}\right)\right)$, $D_p = \left(\tilde{x}\left(\tau_D^{(p)}\right), \tilde{y}\left(\tau_D^{(p)}\right)\right)$ на $\partial G_z^{(p)}$,
 $\Delta\varphi^{(p)} = \frac{\varphi^{*(p)} - \varphi_*^{(p)}}{m^{(p)} + 1}$, $\Delta\Psi^{(p)} = \frac{Q^{(p)}}{n^{(p)} + 1}$ та значення квазіконформних інваріантів
 $\gamma^{(p)} = \Delta\varphi^{(p)} / \Delta\Psi^{(p)}$.

Задавши значення функцій течії $\psi_{*j}^{(p)}$, $\psi_j^{*(p)}$ та потенціалів $\overline{\varphi}_i^{(p)}$, $\underline{\varphi}_i^{(p)}$ при деяких аргументах $\tau_{*j}^{(p)}$, $\tau_j^{*(p)}$, $\overline{\tau}_i^{(p)}$, $\underline{\tau}_i^{(p)}$ (результати фізичних замірів), відповідно, шляхом інтерполяції обчислюємо (8), після чого знаходимо координати вузлів $x_{0,j}^{(p)}$, $y_{0,j}^{(p)}$, $x_{i,n^{(p)}+1}^{(p)}$, $y_{i,n^{(p)}+1}^{(p)}$, $x_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}$, $y_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}$, $x_{i,0}^{(p)}$, $y_{i,0}^{(p)}$ ($0 \leq i \leq m^{(p)} + 1, 0 \leq j \leq n^{(p)} + 1, p = \overline{1, \tilde{p}}$) на $\partial G_z^{(p)}$. Початкові наближення $x_{i,j}^{(p,0)}$,

$y_{i,j}^{(p,0)}$ ($1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}, p = \overline{1, \tilde{p}}$) та параметрів $\sigma_{k,r}^{(0)}$ ($k = 0, \dots, \underline{m}, r = 0, \dots, \underline{n}$),

що визначають КП, формуємо, наприклад, так: $\sigma_{k,r}^{(0)} = 1$,

$$x_{i,j}^{(p,0)} = \frac{x_{i,0}^{(p)} + x_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} + x_{0,j}^{(p)} + x_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}}{4}, \quad y_{i,j}^{(p,0)} = \frac{y_{i,0}^{(p)} + y_{i,n^{(p)}+1}^{(p)} + y_{0,j}^{(p)} + y_{m^{(p)}+1,j}^{(p)}}{4}.$$

Ітераційний процес реконструкції складається з наступних етапів: уточнюємо координати приграничних вузлів (використовуючи різницеві аналоги умов типу Коші-Рімана) шляхом розв'язання систем рівнянь [11]

$$\begin{cases} x_{1,j}^{(p,l+1)} = x_{0,j} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{0,j}^{(l)}(y_{0,j+1}^{(p,l)} - y_{0,j-1}^{(p,l)}), \\ y_{1,j}^{(p,l+1)} = y_{0,j} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{0,j}^{(l)}(x_{0,j+1}^{(p,l)} - x_{0,j-1}^{(p,l)}); \\ x_{m,j}^{(p,l+1)} = x_{m+1,j} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{m+1,j}^{(l)}(y_{m+1,j+1}^{(p,l)} - y_{m+1,j-1}^{(p,l)}), \\ y_{m,j}^{(p,l+1)} = y_{m+1,j} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{m+1,j}^{(l)}(x_{m+1,j+1}^{(p,l)} - x_{m+1,j-1}^{(p,l)}); \\ x_{i,1}^{(p,l+1)} = x_{i,0} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,0}^{(l)}(y_{i+1,0}^{(p,l)} - y_{i-1,0}^{(p,l)}), \\ y_{i,1}^{(p,l+1)} = y_{i,0} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,0}^{(l)}(x_{i+1,0}^{(p,l)} - x_{i-1,0}^{(p,l)}); \\ x_{i,n}^{(p,l+1)} = x_{i,n+1} + 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,n+1}^{(l)}(y_{i+1,n+1}^{(p,l)} - y_{i-1,n+1}^{(p,l)}), \\ y_{i,n}^{(p,l+1)} = y_{i,n+1} - 0.5\gamma^{(p)}\sigma_{i,n+1}^{(l)}(x_{i+1,n+1}^{(p,l)} - x_{i-1,n+1}^{(p,l)}) \end{cases}$$

відносно $(x_{1,j}^{(p,l+1)}, y_{1,j}^{(p,l+1)})$, $(x_{m,j}^{(p,l+1)}, y_{m,j}^{(p,l+1)})$, $(x_{i,1}^{(p,l+1)}, y_{i,1}^{(p,l+1)})$, $(x_{i,n}^{(p,l+1)}, y_{i,n}^{(p,l+1)})$,

відповідно ($1 \leq i \leq m^{(p)}, 1 \leq j \leq n^{(p)}, 1 \leq p \leq \tilde{p}$); згідно (7) уточнюємо координати внутрішніх вузлів при $i = \overline{2, m^{(p)} - 1}$, $j = \overline{2, n^{(p)} - 1}$, $p = \overline{1, \tilde{p}}$ [9 — 11, 14]; якщо

виконується умова $\max\left(\left|x_{i,1}^{(p,l+1)} - x_{i,1}^{(p,l)}\right|, \left|y_{i,1}^{(p,l+1)} - y_{i,1}^{(p,l)}\right|, \left|x_{i,n}^{(p,l+1)} - x_{i,n}^{(p,l)}\right|, \left|y_{i,n}^{(p,l+1)} - y_{i,n}^{(p,l)}\right|, \left|x_{1,j}^{(p,l+1)} - x_{1,j}^{(p,l)}\right|, \left|y_{1,j}^{(p,l+1)} - y_{1,j}^{(p,l)}\right|, \left|x_{m,j}^{(p,l+1)} - x_{m,j}^{(p,l)}\right|, \left|y_{m,j}^{(p,l+1)} - y_{m,j}^{(p,l)}\right|\right) < \varepsilon_1$, то переходимо до наступного пункту алгоритму,

інакше — повертаємося до уточнення координат приграничних вузлів тих сіток, для яких не виконуються умови стабілізації; знаходимо значення функціоналу (10); обираємо спеціальним чином новий набір $\sigma_{k,r}$ для $\sigma^{(k+1)}$ і повертаємося до уточнення координат приграничних вузлів. Ітераційний процес завершується

тоді, коли перебрані усі можливі набори (їх $\in s^{mn}$). У такому разі вибираємо випадок розподілу КП, для якого функціонал $\Phi(\sigma)$ набуває найменшого значення, і будуємо відповідне реконструйоване зображення та, при необхідності, динамічні сітки, області комплексного квазіпотенціалу чи розраховуємо поля густин струму за формулою $\vec{j}^{(p)} = \sigma(x, y) \text{grad} \phi^{(p)}$ тощо.

Для підвищення точності квазіконформних відображень (у першу чергу, в околах кутових граничних точок) є можливість впровадження спеціально розробленої процедури «заміни» гладкості в точках A_p, B_p, C_p, D_p на ортогональність відповідних ліній течії та екіпотенціальних ліній.

Також зазначимо, що замість процедури задання координат граничних вузлів за формулою (8) (шляхом інтерполяції результатів фізичних замірів) можна відразу вибирати їх так, щоб локальні різниці значень функції течії чи потенціалу між ними у відповідних сусідніх точках були сталими в межах інжекції.

Наведемо результати **числових розрахунків** при наступних вхідних даних: $\tilde{x}(\tau) = 150 \cos \tau$, $\tilde{y}(\tau) = 100 \sin \tau$, $\tilde{p} = 10$, $m^{(p)} = 100$, $\varepsilon_1 = 10^{-2}$, $\varepsilon_2 = 10^{-2}$,

$$\varphi_*^{(p)} = 0, \quad \varphi^{*(p)} = 1, \quad \left\{ \tau_A^{(p)} = \frac{\pi}{8} + (p-1) \frac{\pi}{2\tilde{p}} + \pi, \quad \tau_B^{(p)} = \tau_A^{(p)} - \frac{\pi}{4}, \quad \tau_C^{(p)} = \tau_A^{(p)} - \pi, \right.$$

$$\left. \tau_D^{(p)} = \tau_C^{(p)} - \frac{\pi}{4} \right\}, \quad (1 \leq p \leq \tilde{p}), \quad \tilde{m} = 5, \quad \tilde{n} = 4 \quad (\Delta \tilde{x} = 60, \quad \Delta \tilde{y} = 50), \quad s = 2, \quad \sigma_{k,r}^{(0)} = 1,$$

$$\sigma_1 = 1, \quad \sigma_2 = 2, \quad (k = \overline{0, \tilde{m}}, r = \overline{0, \tilde{n}}), \quad Q^{(p)}, \quad \psi_{*j}^{(p)}, \quad \psi_j^{*(p)}, \quad \overline{\varphi}_i^{(p)}, \quad \underline{\varphi}_i^{(p)}.$$

У результаті розрахунку 2^{20} сіток обрано (для наглядності), два випадки розподілу КП, що представлені на рис. 2,а, рис. 2,б. При цьому, у випадку, зображеному на рис. 2,б, як і очікувалось, значення функціоналу Φ на порядки більше за еталонне.

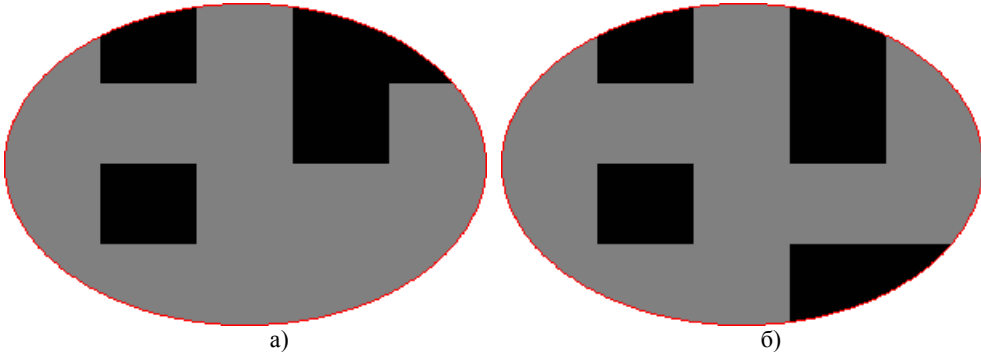


Рис. 2. Розподіл КП (темнішому кольору відповідає більше значення): (а) при $\Phi \approx 3.7 \cdot 10^{-7}$ (який практично співпадає з еталонним); (б) при $\Phi \approx 3.6 \cdot 10^{-3}$

Зауважимо, що розроблений алгоритм є достатньо відкритим для різних доповнень, узагальнень тощо, зокрема, у випадку, коли процес є нестійким, є

можливість, подібно до [10], «вмонтувати» процедуру регуляризації типу Тихонова, коли замість (10) розглядається функціонал

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma) = & \sum_{p=1}^{\tilde{p}} \left(\sum_{i=i_1}^{m_1} \left(\underline{\tau}^{(p)}(\varphi_i) - \underline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \sum_{i=i_2}^{m_2} \left(\overline{\tau}^{(p)}(\varphi_i) - \overline{\tau}_i^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \right. \\ & \left. + \sum_{j=j_1}^{n_1} \left(\tau_*^{(p)}(\psi_j) - \tau_{*j}^{\perp(p)}(\sigma) \right)^2 + \sum_{j=j_2}^{n_2} \left(\tau^{*(p)}(\psi_j) - \tau_j^{*\perp(p)}(\sigma) \right)^2 \right) + \\ & + \eta \cdot \Omega \left[x_{i,j}^{(1)}, \dots, x_{i,j}^{(\tilde{p})}, y_{i,j}^{(1)}, \dots, y_{i,j}^{(\tilde{p})}, \sigma_{0,0}, \sigma_{0,1}, \sigma_{1,0}, \dots, \sigma_{m,n} \right] \rightarrow \min, \end{aligned}$$

де $\Omega \left[x_{i,j}^{(1)}, \dots, x_{i,j}^{(\tilde{p})}, y_{i,j}^{(1)}, \dots, y_{i,j}^{(\tilde{p})}, \sigma_{0,0}, \sigma_{0,1}, \sigma_{1,0}, \dots, \sigma_{m,n} \right]$ — тихонівський функціонал — регуляризатор, (η — параметр регуляризації).

Висновки. На основі числового методу квазіконформних відображень запропоновано алгоритм реконструкції кусково-однорідного коефіцієнта провідності в умовах неповних даних (про нього) за даними томографії прикладених квазіпотенціалів, згідно якого розв'язок задачі аналізу зводиться до застосування числових методів квазіконформних відображень, а задачі синтезу — до розв'язання задачі параметричної ідентифікації за умов перебору усіх можливих варіантів розподілу компонент коефіцієнта провідності. Останнє, в порівнянні з, наприклад, [9-11] дає можливість чіткого виокремлення ліній розділу однорідностей. Запропонований підхід до реконструкції у деяких випадках дещо збільшує загальне число ітерацій, проте суттєво спрощує процеси розв'язання проміжних ітераційних задач.

Суттєвою особливістю розробленого алгоритму є можливість порівняно легкого його розпаралелення та зупинки процедури обчислення за умови виконання лише деяких із умов закінчення процесу з автоматичним визначенням тих ділянок фізичної області, де мають місце великі похибки обчислень, що дає змогу економніше використовувати машинний час.

У перспективі — перенесення алгоритму на просторовий випадок та випадки наявності кількох ділянок прикладання потенціалів.

Література

- [1] *Holder D.* Electrical Impedance Tomography. Methods, History and Applications / D. Holder. — London : Institute of Physics, 2005. —456 p.
- [2] *Hou T. C.* Electrical Impedance Tomographic Methods for Sensing Strain Fields and Crack Damage in Cementitious Structures / T. C. Hou, J. P. Lynch // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. —2009. —Vol. 20. —P. 1363-1379.
- [3] *Рыбин А. И.* Применение импедансной томографии в мехатронных системах с ультразвуковыми кавитаторами / А. И. Рыбин, А. В. Мовчанюк, А. Ф. Луговской // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія Машинобудування. —Київ : НТУУ “КПІ”, 2012. —Вип. 64. —С. 67-75.

- [4] Bedrock detection beneath river terrace deposits using three-dimensional electrical resistivity tomography / J. E. Chambers, P. B. Wilkinson, D. Wardrop and other // *Geomorphology*. —2012. —Vol. 177-178. —P. 17-25.
- [5] Cell Culture Imaging Using Microimpedance Tomography / P. Linderholm, L. Marescot, M. Loke, P. Renaud // *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. —2008. —Vol. 55 (1). —P. 138-146.
- [6] Ingham M. Cross-borehole resistivity tomography of sea ice / M. Ingham, D. Pringle, H. Eicken // *Cold Regions Science and Technology*. —2008. —Vol. 52 (3). —P. 263-277.
- [7] Bayford R. Bioimpedance imaging: an overview of potential clinical applications / R. Bayford and A. Tizzard // *Analyst*. —2012. —Vol. 137. —P. 4635-4643.
- [8] Humplik P. Electrical impedance tomography for decay diagnostics of Norway spruce (*Picea abies*): possibilities and opportunities / P. Humplik, P. Cermák, T. Zid // *Silva Fennica*. —2016. —Vol. 50 (1). —P. 1-13.
- [9] Бомба А. Я. Числові методи комплексного аналізу при розв'язанні одного класу нелінійних еліптичних задач за умов ідентифікації параметрів / А. Я. Бомба, Л. Л. Крока // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр.* —Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2014. — Вип. 10. — С. 24-33.
- [10] Бомба А. Я. Числовий метод квазіконформного відображення розв'язання задач ідентифікації коефіцієнта електричної провідності за даними томографії прикладених потенціалів / А. Я. Бомба, Л. Л. Крока // *Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика*. — Рівне: РДГУ, 2014. — Вип. 11 (20). — С. 24-33.
- [11] Бомба А. Я. One numerical complex analysis method for parameters identification of piecewise homogeneous conductivity media with using applied quasipotential tomographic data / А. Я. Бомба, М. В. Бойчуря // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць*. —Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2016. — Вип. 14. — С. 5-17.
- [12] Терєбус А. В. Просторові модельні аналоги крайових задач на квазіконформні відображення // *Волинський математичний вісник. Серія "Прикладна математика"*. —2011. —Вип. 8 (17). — С. 191-205.
- [13] Горб М. С. Вибір математичної моделі об'єкту дослідження в електроімпедансній томографії / М. С. Горб, О. В. Гусєва // *Вісник НТУУ "КПІ". Серія —Радіотехніка. Радіоапаратуобудування*. —2013. —Вип. 52. — С. 120-128.
- [14] Методи комплексного аналізу: монографія / А. Я. Бомба, С. С. Кауштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Яроцак. —Рівне: НУВГП, 2013. — 415 с.
- [15] Ортега Дж. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными / Дж. Ортега, В. Рейнболдт. — Москва: Мир, 1975. — 558 с.

Numerical complex analysis method for solving identification problems with using applied quasipotential tomographic data

Andriy Bomba, Mykhailo Boichura

The article deals with the problem of identification parameters of a piecewise homogeneous medium with using the applied quasipotential tomographic data when the data about the conductivity coefficient is incomplete. The method of image reconstruction, according to which solving of the analysis problem is reduced to the using numerical quasiconformal mappings methods and the synthesis problem is reduced to the solution the parametric identification problem when all possible variants of the conductivity distribution is considered. The reconstructed image of the conductivity distribution inside the investigated object on the basis of performed numerical calculations is constructed. The received results were analyzed. The

Андрій Бомба¹, Михайло Бойчура²

Числовий метод комплексного аналізу розв'язання задач ідентифікації...

proposed approach to reconstruction slightly increases the total number of iterations in some cases, but significantly simplifies the intermediate iterative problems solving.

Численный метод комплексного анализа решения задач идентификации по данным томографии приложенных квазипотенциалов

Андрей Бомба, Михаил Бойчура

Рассматривается задача идентификации параметров кусочно-однородной среды в условиях неполных данных о коэффициенте проводимости по данным томографии приложенных квазипотенциалов. Предлагается метод реконструкции изображения, согласно которому решение задачи анализа сводится к применению численных методов квазиконформных отображений, а задачи синтеза - к решению задачи параметрической идентификации в условиях перебора всех возможных вариантов распределения компонент коэффициента проводимости. На основе проведенных численных расчетов построено реконструированное изображение распределения проводимости во внутренности исследуемого объекта. Проанализированы полученные результаты. Предложенный подход к реконструкции в некоторых случаях несколько увеличивает общее число итераций, однако существенно упрощает процессы решения промежуточных итерационных задач.

Отримано 25.05.17