

Основні підходи в математичному моделюванні процесів сушіння капілярно-пористих та дисперсних матеріалів

Богдана Гайвась

Д.т.н., ст.н.с, Центр математичного моделювання ІППММ ім.Я.С. Підстригача НАН України, вул Дудасва, 15, Львів, 79005, e-mail:haj@cmm.lviv.ua

Подано огляд основних підходів до математичного моделювання тепломасопереносу в процесі сушіння капілярно-пористих та дисперсних матеріалів. Висвітлено особливості побудови математичних моделей неізотермічного вологоперенесення та деформування при сушінні капілярно-пористих, дисперсних та матеріалів фрактальної структури з точки зору механіки суцільного середовища, теорії сумішей, статистичних підходів, що дає надалі можливість розширити множину реалізації моделей, врахувати анізотропію тепломеханічних характеристик, пружні та в'язко-пружні властивості, усадки матеріалів.

Ключові слова: математичне моделювання, сушіння, капілярно-пористе тіло, дисперсний матеріал, газозважений стан, переміщення, напруження.

Вступ. Осушення — це складний технологічний процес, оптимальний режим протікання якого відноситься до відповідальних технологічних операцій, спрямований на мінімізацію часу сушіння і затрат енергії при умові, що властивості осушуваного матеріалу будуть відповідати поставленим до них вимогам, і при протіканні якого можливий аналіз зміни в часі середньої відносної вологості матеріалу і втручання в кінетику осушення.

Розв'язування важливих науково-технічних проблем, пов'язаних з процесами сушіння капілярно-пористих тіл, зокрема, з врахуванням структури матеріалу, реальних механізмів переносу тепла і вологи в залежності від способу сушіння, впливу кінетичних, геометричних характеристик тіла, керуючих параметрів сушильного агента та впливу їх на напружено-деформований стан та стійкість форми тіл, збереження їх якості в процесі сушіння базуються на конкретних макроскопічних моделях, метою яких є оптимізація процесу тепломасопереносу. Такі моделі будуються на основі загальних положень механіки суцільного середовища та термодинаміки нерівноважних процесів і вимагають ефективних аналітико-числових методів розв'язування відповідних крайових задач математичної фізики. Капілярно-пористі тіла є багатофазними і неоднорідними, тому для відображення цього використовуються підходи теорії сумішей та методи механіки багатошвидкісних систем, комбіновані методи, які при моделюванні процесів тепломасопереносу використовують капілярні моделі, а при розв'язуванні задач механіки — методи гомогенізації неоднорідної структури, отримуючи фізичні співвідношення для тіла в цілому на базі певних

припущень про характер часової та просторової зміни досліджуваних полів. Для відображення впливу структури матеріалу, взаємовпливу процесів тепломасопереносу всередині тіла, впливу тепломасообміну поверхонь тіла та агента сушіння на процеси фазових переходів використовують методи ефективних властивостей та стохастичні методи.

1. Основи опису гетерогенних середовищ

В багатофазних системах мають місце ефекти структури і її зміни, міжфазної взаємодії, зокрема капілярні ефекти, фазові переходи, поворот і зіткнення частинок [1]. Проміжне положення між гетерогенними і гомогенними сумішами займають колоїдні суміші. Тверді частинки в дисперсійній суміші називають дисперсними, а несучу неперервну фазу — дисперсійною. Важливими є закони руху гетерогенних систем, процеси з використанням нерухомого зернистого шару, через який пропускається газова суміш; процеси з зваженням під дією потоку газу зернистим шаром; процеси в пласті, що представляє гетерогенну систему, в порах якої є рідина або газ. При розгляді гетерогенних систем приймається, що розмір включень і неоднорідностей в суміші набагато більший за молекулярно-кінетичні розміри, але їх розмір менший за неоднорідності, на яких макроскопічні або осереднені параметри суміші змінюються суттєво.

Ці припущення дозволяють виділити дослідження поведінки одиничних включень і процесів біля них. Сюди відноситься вивчення теплообміну, фазових перетворень при обтіканні частинок і в них, деформацій в частинках або скелеті капілярно пористих тіл, рух суміші в каналах та інше. Більшість продуктів висушується в дисперсному стані, що обумовило зростаюче застосування для їх сушіння різних гідродинамічних режимів зваженого шару. При цьому в кожному континуумі визначені свої макроскопічні параметри: швидкість, густина, тиск, температура. Результати дослідження мікропроцесів відображаються в континуальних рівняннях з допомогою осереднених параметрів взаємодії фаз.

1.1. Гомогенна суміш. В гомогенних сумішах (розчини, суміш газів) компоненти взаємодіють на молекулярному або атомарному рівні, швидкості їх відносного руху малі і враховуються лише з визначенням концентрацій компонент. Дифузійне наближення в механіці сумішей зв'язане з нехтуванням динамічними і інерційними ефектами дифузійних швидкостей. Відносні рухи компонент, які описуються дифузійними швидкостями або потоками, визначаються дифузійним механізмом, який встановлює залежність від градієнтів концентрації, температури і тиску. При цьому нехтується інерцією відносного руху компонент [2].

1.2. Модель гетерогенної суміші. На відміну від гомогенних сумішей, рідини з твердими частинками (суспензії), водонасичені ґрунти і т.д. описуються багатошвидкісною моделлю з врахуванням динамічних ефектів із-за неспівпадіння швидкостей складових (фаз). В гетерогенній суміші кожна фаза займає лише частину об'єму V , тому тут використовують долі об'єму суміші α_i , і крім приведених густин ρ_i використовують істинні густини $\rho_i^0 = \rho_i / \alpha_i$. При цьому фази присутні у вигляді макроскопічних по відношенню до молекулярних розмірів, а

деформація кожної фази, яка визначає її стан і реакцію, зв'язана як із зміщенням зовнішніх границь, що описуються полем швидкостей v_i , яке може суттєво відрізнятися від поля середньомасових швидкостей v виділеного об'єму, так і зміщенням міжфазних поверхонь всередині виділеного об'єму суміші. Тому для кожної фази розглядають як зовнішній тензор швидкості деформації $e_i^{qp} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i^q}{\partial x^p} + \frac{\partial v_i^p}{\partial x^q} \right)$, так і набір тензорів $(e_{ij}^{*kl}, j=1, \dots, m, j \neq i)$, які враховують

зміщення речовин i -ої фази на поверхнях розділу фаз, тому істинна швидкість деформації фази визначається тензором $e_i^{*kl} = e_i^{kl} + \sum_{j=1, j \neq i}^m e_{ij}^{*ik}$. Визначення

e_{ij}^{*ik} пов'язане з врахуванням умов сумісного деформування і руху фаз та умов, які враховують структуру складових середовища. Коли ефекти міцності не мають значення, як це є в газозважених станах та в твердих тілах при високих тисках, умови сумісного руху є більш простими, ніж у загальному випадку. Вони зводяться до рівнянь, які визначають: об'ємні вмісти фаз α_i ; рівності тисків фаз; умови нестисливості однієї з фаз. Якщо в довільній точці суміші для кожної фази можна визначити її температуру T_i , то рівняння стану на відміну від гомогенного випадку мають вигляд: $\sigma_i^{kl} = \sigma_i^{kl}(\rho_i^0, e_i^{0mp}, T_i, \chi_i^1, \dots, \chi_i^r)$, $u_i = u_i(\rho_i^0, T_i, \chi_i^1, \dots, \chi_i^r)$, тобто визначаються не середніми, а істинними густинами ρ_i^0 складових, χ^1, \dots, χ^r — допоміжні фізико-хімічні параметри. Ускладнюються закони, які описують відносний рух фаз, так як цей рух визначається не тільки дифузійними процесами, а і процесами взаємодії фаз як макроскопічних систем, наприклад, обтіканням частинок в газозваженому стані, де слід враховувати інерцію фаз, масову J_{ij} , силову P_{ij} , енергетичну E_{ij} взаємодії. Коли процеси відносного руху w_i несуттєві в порівнянні з середньо-масовою швидкістю, динамічні і інерційні ефекти цього руху малі, то для опису гетерогенних сумішей можна використати дифузійне наближення з деяким ускладненням в зв'язку з присутністю зваженої фази. Прикладом безінерційного дифузійного закону є закон фільтрації Дарсі: $\rho_i w_i = k \nabla P$. Коли розміри включень багато разів перевищують міжмолекулярні розміри, для замикання системи рівнянь використовують рівняння стану типу баротропії $P = P_i = P_i(\rho_i^0)$.

1.3. Рух гетерогенного середовища з фазовими переходами. Обмін імпульсом між i -ою і j -ою фазами в одиницю часу і в одиниці об'єму подають у вигляді $P_{ji} = -P_{ij} = R_{ji} v_{ji}$, ($i, j = 1, \dots, m$), де R_{ji} — міжфазна сила, віднесена до одиниці об'єму за рахунок сил тертя, тиску і зчеплення між фазами. Величина v_{ji} представляє швидкість або імпульс маси призміні стану $j \rightarrow i$. Якщо в кожному елементарному об'ємі суміші кожену фазу вважати однорідною до самої поверхні

розділу фаз, коли енергія кожної складової є пропорційною її масі, то це рівносильно тому, що особливості поверхневого шару речовини порядку радіуса молекулярної взаємодії (10^{-9} м), що є границею розділу фаз, далі не враховуються. Для цього потрібно, щоб всі розміри включень були в багато разів більші за товщину поверхневого шару. В рівнянні енергії тоді не враховують дрібно-масштабні течіння (наприклад, мілкомасштабні хаотичні рухи включень). Кінетична енергія суміші при однорідному представленні є адитивною за масою фаз. Введення температури кожної фази зв'язане з введенням гіпотези локальної рівноваги. Методом усереднення отримують рівняння імпульсу, притоку тепла фаз і енергії пульсаційного (дрібномасштабного) руху [26, 30].

1.4. Пористе середовище, насичене рідиною або газом. В двофазній суміші пористої твердої фази з рідиною або газомповне напруження визначається через фіктивні напруження і тиск з сторони рідини чи газу. Фіктивні напруження σ_f^{kl} визначаються через безпосередньо вимірювані величини σ^{kl} і тиск p_1 та інтерпретуються як частина тензора середніх напружень $\langle \sigma_2^{kl} \rangle_2$ в твердій фазі, або в скелеті, обумовлена незалежним від рідини механізмом передачі зусиль через контакти між зернами. Ефекти міцності твердої фази проявляються в тензорі фіктивних напружень.

В роботах [4], [5] проведено класифікацію об'єктів сушіння. Всі тверді вологі матеріали поділено на три групи: капілярно-пористі, колоїдні і капілярно-пористі колоїдні. До капілярно-пористих колоїдних відносяться матеріали, в яких рідина має різні форми зв'язку, які присутні як в капілярно-пористих так і колоїдних тілах. Зокрема, в капілярно-пористих тілах рідина зв'язана капілярними силами. При обезводненні капілярно-пористі тіла стають крихкими. Вони мало стискаються і всмоктують рідину. Капілярні сили значно перевищують силу ваги.

До колоїдних відносяться матеріали, в яких переважає адсорбційно і осмотично зв'язана волога. При висушуванні колоїдні тіла стискаються, зберігаючи свою пружність [2]. При зволоженні вони всмоктують найбільш близькі по полярності рідини. Це квазікапілярно-пористі тіла, розміри молекул яких порівняльні з розмірами мікрокапілярів.

В роботі [6] дисперсні матеріали розділено на чотири групи в порядку зменшення критичного радіуса пор: більше 100 нм; від 100 до 6; від 6 до 2; від 2 і менше, а також на підгрупи і розряди, які враховують розмір частин матеріалу, його адгезійно-когезійні властивості і тривалість сушіння. Двохфазна дисперсна суміш, яка в елементарному макрооб'ємі містить дисперсні частинки однакової форми і розміру, називається монодисперсною. Якщо частинки різного розміру — вона полідисперсна. Несуча фаза — це просторово багатозв'язний об'єм (дисперсійна). Важливою характеристикою конвективного сушіння є тиск газів і пари в сушильному агенті і осушуваному матеріалі.

1.5. Моделі корпускулярної структури. Дисперсність є термодинамічною характеристикою системи, що визначає величину поверхні розділу фаз. Степінь

дисперсності - це степiнь роздробленостi речовини дисперсної фази, обернена до розміру частинок $s = 1/l$, де l — лінійний розмір, який визначає величину частинки. В роботі [7] вивчено спiсiб формування регулярних укладок, що складаються з однакових кульок. Віддаль між кульками змінювалась від $\sqrt{3}R$, що відповідає найбільш щільній укладці, до ρ_M , що відповідає вертикальному розміщенню центрів шарів один над другим. Пористість ε в таких укладках змінюється від 0,2595 до 0,3954, а координаційне число найбільш щільної укладки дорівнює 8К В роботі [2] вивчено інший спiсiб формування регулярних укладок у вигляді шарів. Центри кульок розміщувались в вузлах ромбiдних решіток, що задавались гострим кутом ω ромба з вершинами в центрах сусідніх шарів. Кут $\omega = 60^\circ$ відповідає найбільш щільній укладці $\varepsilon = 0,2595$, а $\omega = 90^\circ$ - простій кубічній $\varepsilon = 0,4764$. Координаційне число такої укладки дорівнює $N = 12$. Якщо вирізати області навколо порожнин, так, що площини розривів пройдуть через найбільш вузькі перетини горловин пор, то пористе тіло розділяється на елементарні комірочки — багатогранники. Елементарна пора в такій комірці представляє порожнину, обмежену сферичними поверхнями, що має декілька горловин, які зв'язують її з іншими елементарними порами. В кубічній укладці порожнина елементарної пори обмежена 8-ма кульками і з'єднана 6 —ма горловинами квадратної форми з сусідніми порожнинами. Розміри елементарних пор в опорних упаковках характеризуються радіусом $\rho_{пор}$ вписаної в порожнину кульки і еквівалентним радіусом ρ_{zop} вписаного в горло кола. За Карнауховим для опорних укладок $\rho_{zop} \approx 0,47 \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} R$. Форма і розміри пор в випадкових укладках кульок різні, однак їх вигляд якісно подібний з елементарними порами в регулярних укладках. Питома поверхня частинок $s_y = S/V_M$, де S, V_M - поверхня і об'єм частинок осушеного матеріалу.

2. Сушіння природних органічних матеріалів

Процес сушіння супроводжується структурними змінами, фізико-хімічними перетвореннями, ендо- і екзотермічними реакціями. Відмічено зміни між ізотеричними і калориметричними значеннями питомої теплоти випаровування для крохмалу, целюлози, що спричинено змінами конфігураційної ентропії твердих компонентів і ентропії змішування при взаємодії молекул розчинника (води) з макромолекулами високомолекулярних речовин. Однак при видаленні капілярної і адсорбованої вологи спостерігається збільшення питомої теплоти випаровування лише на 3-5% і 20% по відношенню до теплоти випаровування об'ємної рідини відповідно. При низьких вологовмістах окремі молекули води знаходяться в мікропорах, співвимірних з розміром молекули сорбата і взаємодіють через водневі зв'язки з полярними функціональними групами сорбента. Якщо пори більших розмірів і не заповнені повністю, то

всередині них може відбуватись трансляційний рух молекул сорбата. По мірі заповнення пор рухомість знижується. При великих вологовмістах матеріал набухає, зростають розміри пор. В них молекули води більш рухливі по мірі заповнення проміжних і макропор стають близькими до рухливості молекул звичайної води. Процес набухання аналогічний процесу розчинення води у високомолекулярній речовині. З збільшенням вологовмісту молекули води зливаються і утворюють суцільну фазу внутрісорбента і визначають фізичні характеристики сорбату, які близькі до характеристик звичайної рідини. Ізотерму сорбції на набухших колоїдних матеріалах описують у вигляді : $1/W = n \ln(P_s/P) + a$, де W — вологовміст, P_s/P - відносний тиск пари сорбата, a, n — константи.

Основним показником, який характеризує матеріал, як об'єкт сушки, є вологостійкість, яка визначає величину граничної залишкової вологості в процесі обезводнення. Високою вологолабільністю володіють живі клітини. Фізико-хімічні властивості і реакції на умови і границі обезводнення різні. В зв'язку з цим не виявлено закономірностей впливу залишкової вологи на життєздатність мікробних кліток, що призводить до отримання кінцевого продукту з низьким вмістом життєздатних кліток. При висушуванні біологічних систем їх приводять до стану сухого анабіозу, при якому життєві процеси подавлені, але летальний стан не наступив і при відновленні сприятливих умов нормальні обмінні процеси можуть бути відновлені. Регулятором інтенсивності життєво важливих процесів обміну між кліткою і зовнішнім середовищем є вода [7, 8].

Експериментальні дані встановлюють закономірність для вегетативних мікробних культур різної природи, різку втрату життєздатності мікробних кліток в діапазоні вологовмісту 50-80%. Вплив залишкової вологості на життєздатність мікробних кліток носить стрибкоподібний характер і основну роль на летальну дію має раптове руйнування клітки, яке може бути викликане розривом кліткової мембрани. Значення критичного вологовмісту, що відповідає різкій зміні життєдіяльності мікробних кліток, співпадає з величиною максимального гігроскопічного вологовмісту, а область падіння життєздатності — з участком ізотерм, на якому волога є, в основному, капілярною.

При заданій відносній вологості повітря середній радіус капіляра обчислено за формулою Томсона $\bar{r} = \frac{2\rho_v \sigma \cos \theta}{\rho_L P \ln(1/\varphi)}$. Так при $\varphi = 0,96$ середній

радіус капіляра $\bar{r} = 10^{-5}$ см. В цьому випадку висота капілярного підйому $h = 150$ м і тиск такого стовпця біля 1,5 МПа. Якщо висота капіляра менша h , то в капілярі створюється від'ємний тиск, який викликає деформацію скелету еластичного тіла (кліткових мембран). Рідина при від'ємному тиску знаходиться в нестійкому метастабільному стані. Однак метастабільна фаза здатна до тривалого існування при незмінних термодинамічних умовах, що асоціюється з стаціонарним станом обезводненої біологічної системи — анабіозом. Необхідною умовою анабіозу є наявність плівки метастабільної рідини навколо живої клітки, що є елементом структури капілярно-пористого тіла.

В роботі [9] запропонована модель нестационарних процесів однокомпонентної рідини з врахуванням взаємного впливу тиску пари, рідини, що визначається вкладом капілярних і поверхневих сил, температури на інтенсивність масообміну між фазами, термокапілярні течії, умови механічної і динамічної рівноваги тонких шарів рідини на викривлених поверхнях розділу фаз.

2.1. Проникливість матеріалів. В роботі [10] отримана залежність коефіцієнта проникливості від ефективних розмірів пор, що ґрунтується на диференціальній характеристиці розподілу пор матеріалу і законі Дарсі при різних вологовмістах матеріалу. Визначення проникливості сухих матеріалів ґрунтується на лінійній залежності потоку газу через пористе середовище від градієнта тиску газу. При видаленні рідини із матеріалу, зволоженого до максимальної вологоємності, відбувається звільнення від рідини спочатку найбільших пор, а тоді більш мілких. В цьому процесі відбувається зміна ефективної пористості матеріалу і коефіцієнта проникливості. Підтримуючи перепад тиску в умовах фільтрації сталим, можна виміряти об'ємний розхід повітря J_a . За відомими значеннями товщини зразка, його фільтруючої поверхні і в'язкості поглинутої рідини розраховується проникливість матеріалу, як функції мінімального діаметра відкритих пор. Так як заданий перепад тиску повітря компенсує капілярний тиск рідини в порах матеріалу, мінімальний діаметр відкритих пор визначають за формулою Лапласа [10]. Під дією стрибкоподібного збільшення перепаду тиску відбувається послідовне витіснення рідини із більш мілких пор та зміна коефіцієнта проникливості. Для визначення проникливості матеріалу і значення мінімального діаметра відкритих пор необхідно виміряти вологовміст зразка при кожному скачку різниці тисків ΔP . Дослідження показують, що на величину коефіцієнта проникливості сильно впливає ефективний радіус відкритих пор

Якість продукції, отриманої в результаті сушіння, визначається тепловологісними умовами і механізмом тепломасопереносу. Дослідження процесів дифузії і термодифузії дозволяє пізнати закони руху речовини всередині тіла, знаходити ефективні шляхи управління механізмом масопереносу, досліджувати нові технологічні схеми процесів сушки з метою підвищення якості продукції. Якщо при сушінні вологих матеріалів має місце дифузія рідкої вологи, то водорозчинні матеріали осідають на поверхні. При дифузії пароподібної вологи водорозчинні речовини залишаються всередині матеріалу.

Метод сушіння зерна в зваженому стані полягає в неперервному чергуванні процесів нагріву зерна і охолодження. При переривчастій сушці в процесі охолодження зерна поверхневий шар більше охолоджується, ніж внутрішній. Термовологопровідність в такому випадку допомагає вологопровідності, потік тепла співпадає з потоком вологи. Випаровування вологи починається з поверхні. Водорозчинні корисні речовини залишаються в поверхневому шарі, ближче до зародка, що в свою чергу сприяє його росту і допомагає підвищенню сім'яних якостей зерна. При сушінні матеріалів відбувається усадка. Матеріал є доброї якості, якщо усадка рівномірно відбувається за товщиною. При значних перепадах вологовмісту і температури в процесі

сушіння в матеріалі появляється об'ємний напружено-деформований стан, який перевищує гранично допустимий. Це призводить до появи тріщин, або до повного руйнування цілісності матеріалу. Матеріали можуть коробитись або утворювати пори. Поверхня, яка має менший вологовміст, скорочується більше, внаслідок чого зразок коробиться в сторону поверхні з меншим вологовмістом. При цьому бажаною є дія на механізм переносу вологи так, щоб механізм переносу вологи на протилежних сторонах і швидкість вологовіддачі з обох поверхонь були однаковими. Під впливом температурного градієнта волога переміщається всередині матеріалу. Потік вологи, направлений до поверхні, зменшується на величину потоку вологи, обумовленого потоком термодифузії, і перешкоджає руху вологи з центральних шарів до поверхні. Термодифузія зменшує градієнт вологи, швидкість переносу вологи і кількість водорозчинних речовин на поверхню матеріалу. Зі зміною напрямку температурного градієнта змінюються фізико-хімічні і біохімічні властивості матеріалу. Для збереження водорозчинних речовин всередині матеріалу необхідно, щоб найбільш інтенсивне випаровування відбувалось всередині матеріалу. Температурний градієнт збільшується із збільшенням швидкості руху повітря. Збільшення температурного градієнта при сушінні товстих матеріалів веде до виникнення градієнта вологовмісту, що веде до виникнення напружень і тріщиноутворення.

При паротепловому способі обробки в якості теплоносія використовується насичена пара. Тепло від пароповітряного середовища передається твердіючому матеріалу конвекцією. В матеріалі створюється температурний градієнт, який викликає появу внутрішніх напружень. Так як температура поверхні нижча від температури пароповітряної суміші, то на поверхні утворюється плівка конденсату і відбувається міграція вологи з поверхневих шарів в центральні і спостерігається всмоктування матеріалом вологи. Реакція гідратації, яка розвивається при цьому, призводить до перевищення матеріалом температури середовища. В результаті інтенсивного випаровування при значному вологовмісті спостерігається направлене пороутворення.

При управлінні процесом переносу вологи важливо встановити залежність коефіцієнтів дифузії і термодифузії від вологовмісту і температури, а саме методи стаціонарного та нестаціонарного масообміну. Для діатомової крошки було отримано залежність відносного коефіцієнта термодифузії від вологовмісту у формі $\delta = aw^2c^{-cw}$, де a, c - сталі коефіцієнти, які залежать від роду матеріалу.

2.2. Дифузія вологи в деревині. В роботі [13] досліджено значення термоградієнтного коефіцієнта δ для сосни і дуба. Встановлено, що при низьких вологовмістах (5-8%) значення δ наближалось до нуля. З збільшенням вологості воно зростає майже лінійно і досягає максимуму при деякій вологості, різній для різних температур, після чого спостерігається сильне лінійне падіння. При нестаціонарному режимі, коли поля вологовмісту і температури змінюються за параболічним законом: $w = w_u - B\left(\frac{\xi}{R}\right)^2$, $t = t_u + A\left(\frac{\xi}{R}\right)^2$. в [11] отримано: для

термоградієнтного коефіцієнта: $\delta = -\frac{\partial w / \partial \xi}{\partial t / \partial \xi} = B / A$; для коефіцієнта температуропровідності $a = \frac{bR^2}{6\alpha}$; об'ємної теплоємності $c\gamma = \frac{A6\alpha}{2bR}$, де b — швидкість нагрівання середовища, R - характерний розмір тіла. Для капілярно пористих колоїдних матеріалів має місце лінійна залежність відносного коефіцієнта дифузії $\frac{D_0}{D}$ вологи $\left(\frac{D_0}{D} = 1 - 0,002\gamma_0\bar{w}\right)$ від об'ємної маси абсолютно сухого матеріалу γ_0 . Експериментальні точки вкладаються на одну і ту ж пряму для капілярно пористих колоїдних матеріалів $\left(\frac{D_0}{D} = 1 - k\bar{w}\right)$.

Журавльова В.П. [13] дослідила, що залежність відносного коефіцієнта дифузії $\frac{D_0}{D}$ від вологовмісту \bar{w} при різних температурах може бути виражена двома прямими. Для різних порід деревини всі значення близькі між собою. Для розрахунків приймають для цих двох областей формули

$$\left(\frac{D_0}{D} = 1 - 7\bar{w}\right), \quad 0 < \bar{w} \leq 0,10 - 0,12.$$

$$\left(\frac{D_0}{D} = 1 - 3,7\bar{w}\right), \quad 0,10 - 0,12 < \bar{w} \leq 0,3. \quad (1)$$

Таким чином, для деревини залежність $\left(\frac{D_0}{D} = f(\bar{w})\right)$ при сталій температурі апроксимується двома прямими з різними кутами нахилу до осі абсцис, розміщеними в різних областях зміни вологовмісту. Це пояснюють тим, що при зміні вологовмісту деревини від 0 до 10-15% переважаючим є адсорбційний зв'язок вологи з матеріалом. В границях від 10-12% до точки насичення волокна 30% появляється капілярний зв'язок вологи з матеріалом. Адсорбційний зв'язок важче видалити, ніж капілярний. Різниця форм зв'язку вологи з матеріалом є причиною появи для деревини двох коефіцієнтів k_i в формулах (1).

Там же [13] проведено дослідження механізму поглиблення зони випаровування в процесі сушіння. Вологі матеріали не містять чисту дистильовану воду. Рідка волога в них має водорозчинні речовини. В самому розчині відбувається переміщення водорозчинних речовин внаслідок дифузії і термодифузії. Шляхом управління дифузиею і термодифузиею можна добитись переміщення розчинних речовин всередину або на поверхню висушуваного матеріалу та зміни якості його.

В зв'язку з тим, що в процесі сушіння змінюються технологічні властивості матеріалу, то при виборі оптимального режиму сушки і термообробки слід

враховувати дифузію і термодифузію розчинних речовин. Дифузія розчинних речовин визначається коефіцієнтом дифузії розчиненої речовини, термодифузія — коефіцієнтом C_{ore} , тому врахування цих явищ можливе, якщо відомі числові значення цих коефіцієнтів для розчинів.

В роботах [13, 14] досліджувались процеси утворення дисперсних структур. Коефіцієнти C_{ore} і дифузії дають можливість врахувати дифузію і термодифузію розчинних речовин при сушінні вологих матеріалів, величину зони випаровування і характер поглиблення її в часі, а також визначено поля вологовмісту і концентрацію солі в часі. Експеримент з деревом сосни вигляді пластини товщини $2R=0,03384$, яка замочувалась в 16% розчині солі, використано для розрахунків, що визначають кількість випаруваної вологи за товщиною тіла у виді функції координати і часу та величини зони випаровування і характеру її поглиблення.

Показано, що при визначенні кількості випаруваної вологи всередині матеріалу необхідно враховувати дифузію солі в самому розчині. Концентрація солі змінюється в довільній точці з течінням часу сушіння. Ця зміна обумовлена не тільки рухом рідкоподібної вологи, але і дифузією солі в самому розчині, яка направлена від поверхні до центру. Розрахунки показали, що зміни концентрації солі в розчині під дією термодифузії при конвективній сушці незначне і ним можна нехтувати. В зоні випаровування відбувається пороутворення, величина якого змінюється за товщиною зони по деякій кривій, яка має максимум.

2.3. Моделі на основі механіки суцільних середовищ. Зміни об'єму і форми твердих пористих тіл в процесах сушіння при відсутності силових навантажень свідчать про виникнення і розвиток напружено-деформованого стану тіла, викликаного вологотермічними діями [15]. Колоїдні матеріали в процесі сушіння змінюють розміри. На видалення вологи з матеріалу витрачається енергія, яка відповідає розриву зв'язків між вологою і матеріалом. Фізико-механічна зв'язана волога знаходиться в грубих капілярах і на зовнішній поверхні матеріалу. Видалення цієї вологи вимагає затрат енергії, рівних теплоті пароутворення.

Фізико-хімічна зв'язана волога втримується на внутрішній поверхні пор адсорбційними силами. Кількість адсорбційної вологи залежить від температури і вологості зовнішнього середовища. При підвищенні температури і зменшенні вологовмісту в тілі одночасно протікають обумовлені фізичними властивостями матеріалу процеси теплового розширення і стиску. Це призводить до взаємного обмеження вільних протилежних за знаком деформацій. В тілі виникають нестационарні напруження, які можуть перевищувати границю міцності і викликати утворення і поширення тріщин. Дослідження напружено-деформованого стану в кінетиці сушіння, співставлення напружень з значеннями характеристик міцності дає змогу оптимізувати процеси сушіння за параметрами міцності. В роботі [15] побудована математична модель сушіння тіл, яка враховує напружено-деформований стан матеріалу і побудована на основі нерівноважної термодинаміки і механіки суцільних середовищ. Припускається, що вологе тіло є ізотропним і в процесі сушіння піддається малим пружним, нелінійно пружним і пластичним деформаціям, при яких справедлива лінійна теорія деформацій.

Вважається, що капілярно-пористе тіло являє собою локальну суперпозицію твердої пористої або зернистої компоненти і поглинутої в порах речовини у виді рідини і пари. В процесі сушіння тіло розглядається як гетерогенна нерівноважна система, яка обмінюється енергією і речовиною з навколишнім середовищем.

Принцип нерівноважної термодинаміки про локальну рівновагу дав змогу описати нерівноважну систему з допомогою параметрів рівноважного стану. В процесі сушіння змінюється температура, об'єм і склад системи. Зміна складу відбувається тільки за рахунок фазових переходів рідини і видалення пари. Якщо при температурі T відбувається випаровування рідини в порах, то в системі виникає надлишковий тиск пари і повітря $p = P - P_0$, де P_0 — барометричний тиск, який викликає деформацію розтягу p/E_0 і призводить до конвективного переносу маси і зміни температури фазового переходу, впливає на інтенсивність масовмісту системи і стиск. На різних стадіях інтенсивність складових різна і результуючою деформацією може виявитись як деформація розтягу, так і стиску.

А також сформульовано математичну модель сушіння капілярно-пористого матеріалу, що включає рівняння стану, дифузійно-конвективної масо провідності і рівняння руху системи; рівняння теплопровідності, умови сумісності деформацій. Замкнута система нелінійних рівнянь описує змінні в часі процеси тепломасопереносу і деформування з врахуванням залежності теплофізичних, тепломасообмінних, фізико-механічних характеристик від температури і масовмісту. Ці рівняння з початковими і граничними умовами описують нестационарну задачу сушіння. Встановлено взаємозв'язок між тепломасопереносом і напружено-деформованим станом. При постановці задачі сушіння тіла в переміщеннях використовуються рівняння дифузійно-конвективної масопровідності в переміщеннях і відповідні процесу тепломасообмінні крайові і механічні крайові умови та умови сумісності деформацій.

Для технологічних процесів сушіння представляють інтерес деформації і напруження матеріалу, які викликані вологотермічними діями. Показано, що при цьому в рівняннях переносу можна пропустити члени механічного зв'язку, а в рівняннях рівноваги не враховувати зміни гідробаротермічних полів. Підхід до дослідження напружено-деформованого стану з позицій механіки суцільних середовищ викладено в роботі [16]. Напруження, які виникають при сушінні, викликають пружно-пластичні деформації тіла, що визначаються співвідношеннями між тензором деформації ε_{ij} і тензором напружень σ_{ij} .

Так як напруження осушуваного матеріалу мало впливають на зміни надлишкового тиску пароповітряної суміші в тілі, то врахування ефекту зв'язаності не має суттєвого значення для задач про вологотермічні напруження матеріалу при сушінні; в рівнянні теплопровідності члени механічного зв'язку можна не враховувати; в рівнянні руху не враховано інерційний член та ефект зв'язності тепломасопереносу та напружено-деформованого стану. На граничній поверхні компоненти внутрішніх напружень повинні дорівнюватись зовнішнім поверхневим силам. В багатьох випадках сушіння можна нехтувати об'ємними і поверхневими силовими навантаженнями. Внаслідок тепломасопереносу за

товщиною пластини розвиваються нестационарні поля температури, вологовмісту і тиску, які визначаються з задачі тепломасопереносу. Для розв'язку задачі сушіння слід визначити шість компонентів тензора напружень σ_{ij} , що задовольняють шести рівнянням рівноваги, рівнянням сумісності деформацій та граничним умовам.

2.4. Моделі на основі теорії сумішей. У роботах [17, 18] використанням законів термодинаміки нерівноважних процесів для трифазного середовища — скелету, рідини та пароповітряної суміші в пористій деформівній системі проведено аналіз сил міжфазної взаємодії з урахуванням фазових переходів.

Пористе тіло розглядалося як термодинамічна система, яка складається з твердої, рідкої та газоподібної фаз. Тверді частинки щільно укладені в зернистий скелет або в капілярно-пористе тіло. В початковий момент пори заповнені частинками вологи і повітря. Під дією зовнішніх джерел тепла, а також різниці тисків в порах і навколишньому середовищі виникають взаємозв'язані процеси тепломасопереносу і деформування. Прийнято, що газоподібна фаза є гомогенною. За рахунок капілярних сил, різниці тисків в капілярах та хімічної активності частинок рідкої та газоподібної фаз в капілярах можуть відбуватися хімічні перетворення та фазові переходи компонент. Частинки одного хімічного сорту, перебуваючи в різних агрегатних станах, характеризуються різними коефіцієнтами дифузії, фільтрації та теплопровідності. В n -компонентній трифазній системі з хімічно активними елементами можуть протікати фазові переходи компонентів. Хімічне перетворення можна розглядати як сукупність термічної, механічної, масової і електричної взаємодій між підсистемами. Розбиття на підсистеми відбувається так, що довільна екстенсивна властивість записана у вигляді $\tilde{q}_m = \sum_k q_{mk}$. При макроскопічному описі кожній k -ій компоненті K_k^*

фази j тіла поставлено у відповідність окремих континуум K_k , а тілу в цілому $K^* = \bigcup K_k^{(j)*}$ - континуум центрів мас K_c ($k = \overline{1, K}$, K - число компонент j -ої фази, $j = \overline{0, 2}$). Індекси j надалі в порядку зростання відзначають тверду, рідку і газоподібну фази.

За спряжені параметри фізично малого макроскопічного елемента δK^* , які визначають його стан і значення питомої вільної енергії δU , прийнято величини:

$$T - \delta S, \bar{\sigma}^{\alpha\beta} - \bar{g}_{\alpha\beta}, \mu_k'' - C_k, \bar{\sigma}^{\alpha\beta} - \bar{\varepsilon}_{\alpha\beta}, \mu_k^{(j)} - C_k^{(j)}, \quad \alpha, \beta = \overline{1, 3}, \quad k = \overline{1, K_j}$$

$$j = \overline{0, 2}. \quad \text{Тут } T \text{ — абсолютна температура, } \delta S \text{ — ентропія;}$$

$$\bar{\sigma}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(g/g_0)^{1/2} \delta V_0^{1/3} \sigma^{\alpha\beta} \text{ — компоненти усередненого тензора напружень,}$$

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = \delta V_0^{2/3} g_{\alpha\beta} \text{ — компоненти тензора деформацій; } \mu_k'' = (\partial U / \partial C_k)_{S, \bar{g}_{\alpha\beta}, C_{l \neq k}} \text{ —}$$

хімічний потенціал частинок компоненти k ; $C_k = \rho_k / \rho$ - масова концентрація.

Розвинувши питому вільну енергію $f = f(T, \hat{\varepsilon}, C_k^{(j)})$ в ряд Тейлора в околі рівноважного стану, визначено рівняння стану:

$$s = -\frac{\partial f}{\partial T}, \quad \sigma^{\alpha\beta} = \rho \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{\alpha\beta}}, \quad \mu'_k = \frac{\partial f}{\partial C_k}, \quad \alpha, \beta = \overline{1,3}, \quad k = \overline{2,K},$$

де s — питома ентропія, ρ — усереднена за об'ємом густина вологого пористого тіла.

Постулюються рівняння балансу маси кожної компоненти і закон збереження повної енергії системи. Отримано балансові співвідношення для імпульсу повної маси системи з урахуванням хімічних перетворень, потенціальної, кінетичної та внутрішньої енергій; ентропії; рівняння Гібса для вільної енергії. Приймаючи, що кінетичний потенціал є функцією термодинамічних сил, отримано кінетичні співвідношення термодинамічної системи [17], [18]. Таким чином побудовано повну нелінійну систему рівнянь моделі: взаємозв'язане рівняння теплопровідності, рівняння стану (залежність ентропії, тензора повних напружень, хімічного потенціалу від $T, \varepsilon_{\alpha\beta}, C_k^{(j)}$), рівняння для тисків рідкої та газоподібної фаз; густини насиченої пари; рівняння балансу мас скелету, повітря, пари і рідини; співвідношення для потоків рідини, пари і повітря через градієнти $T, \varepsilon_{\alpha\beta}, C_k^{(j)}$; інваріанти для усереднених за об'ємом суміші величин дилатації скелету через різницю концентрацій; рівняння сумісності; балансу імпульсу для скелету; вираз для компонент тензора фіктивних напружень; залежність повного тензора напружень через фіктивний та тензор тиску рідкої і газоподібної фаз з врахуванням в'язкості; різницю тисків несучої і твердої фаз із-за міцності, співвідношення для усереднених швидкостей і деформації скелету.

На основі цієї моделі розв'язано задачу кондуктивного сушіння пористого шару, яка формується так: на тонку плоску пластину з одного боку поступає зовнішній тепловий потік $q_e(t)$. Пластина має площу S , товщину h_w ; ρ_w, c_w — густина та питома теплоємність пластини. На пластині лежить шар волого-насиченого капілярно-пористого матеріалу товщини l . Тут ε — пористість матеріалу; ρ_0^0 — густина; c_0 — питома теплоємність; λ_0 — коефіцієнт теплопровідності в сухому стані. З відкритої поверхні капілярно-пористого матеріалу відбувається випаровування рідини в порожнину, яка має об'єм V і глибину V/S . В теплоізольованій порожнині є отвір, через який пароповітряна суміш витікає в навколишнє середовище з тиском P_e . Прогрів матеріалу індукує фільтраційне течіння рідини та газу. Потік рідини зумовлений градієнтами відносної насиченості (об'ємної частки) рідини в порах α ; температури T ; тиску пароповітряної суміші P . Потіки пари та повітря обумовлені градієнтами тиску і масової концентрації пари в суміші. Відносні проникливості рідини та газу пропорційні відносній насиченості. Сформульовані відповідні початкові та граничні умови.

Побудована нелінійна система диференціальних рівнянь, яка в матричному записі має вигляд

$$\frac{\partial}{\partial t} [\tilde{E}(T, \alpha, \rho_a)] - A(T, \alpha, \rho_a) \frac{\partial \tilde{F}(T, \alpha, \rho_v^0 / \rho_g^0, P)}{\partial z} = 0,$$

де $A(T, \alpha, \rho_a)$ - матриця 3×4 , а з врахуванням капілярного тиску 3×5 , $\tilde{E}(T, \alpha, \rho_a)$, $\tilde{F}(T, \alpha, \rho_v^0 / \rho_g^0, P)$ - матриці-стовбці.

Система рівнянь (2) задовольняє крайовим умовам

$$J(T, \alpha, \rho_a) \Big|_{z=0} = Q_0, \quad J(T, \alpha, v_a) \Big|_{z=1} = Q_1,$$

де Q_0, Q_1 — матриці-стовбці 3×1 , та початковим умовам. Алгоритм розв'язання задачі побудовано однією з різновидностей методу Ньютона [17]. Побудовано також модель конвективно-теплого осушення шару в сушильній установці з врахуванням руху границі фазового переходу.

В роботі [20] сформульовано задачу сушіння при *нестационарному тепловому режимі сушильного агента* в сушильній установці. Використання змінних в часі теплових режимів осушення може суттєво заощадити кількість теплової енергії та підвищити якість матеріалу. При зменшенні температури агента сушіння знижується температура поверхневих шарів матеріалу, і цим створюється додатковий температурний градієнт, який є рушійною силою переміщення вологи в осушуваному матеріалі. При цьому зростає його відносна вологість, відбувається вологообробка поверхні матеріалу, завдяки чому йде зменшення внутрішніх напружень. Важливими є час проведення тепловологообробки і її тривалість для різних матеріалів. Для цього потрібна розробка методів дослідження процесів тепломасопереносу та діагностики напружено-деформованого стану матеріалів і знаходження за результатами діагностики оптимальних значень параметрів сушильного агента.

Для оцінки впливу на процес змінного в часі теплового режиму сушильної установки сформульовано постановку задачі осушення шару ($-L \leq z \leq L$) через його поверхні під дією конвективно-теплого нестационарного потоку сушильного агента. Задача зведена до розв'язування задачі Стефана, що включає наступну систему рівнянь в осушеній зоні: рівняння енергії, масоперенесення пароповітряної суміші, стану бінарної пароповітряної суміші, рівняння балансу енергії на рухомій межі фазових переходів, лінеаризоване рівняння стану на рухомій межі фазових переходів $z = L_m$; рівняння руху межі розділу фаз. Граничні умови на границі $z = L$ виражають теплообмін між поверхнями тіла і сушильним агентом за законом Ньютона, рівняння руху на межі розділу фаз.

Граничні умови на границі $z = L$ виражають теплообмін між поверхнями тіла і сушильним агентом за законом Ньютона; на межі фазового переходу T_m — невідома температура фазового переходу, залежна від тиску P_n насиченої пари

($T_m = f(P_n)$), яка підлягає визначенню; змінна в часі температура сушильного агента представлена у вигляді розкладу в ряд Фур'є.

Алгоритм розв'язку задачі апробовано на моделі осушення деревини (сосни). Задача зведена до розв'язку системи рівнянь Стефана-Максвелла. При визначеному потоці пари за товщиною побудовано залежність між координатою фазового переходу і часом. В результаті розв'язку задачі тепломасопровідності при нестационарному режимі сушильного агента при трьохетапному керуванні температурою сушильного агента [20,21] показано, що із збільшенням коефіцієнта масообміну, температури, зменшенням густини пари середовища відносна вологість шару зменшується. Числові результати демонструють параболічні залежності зміни відносної насиченості в часі та лінійні - від зміни коефіцієнтів масообміну. Визначено розподіл температури за товщиною тіла в залежності від безрозмірної координати \bar{z} координати фазового переходу \bar{z}_m та зміну температури фазового переходу в часі, зміщення в часі координати фазового переходу від відносної насиченості сушильного агента; залежність між часом осушення і шириною осушеної зони z_m , як функцію від коефіцієнтів теплообміну, масообміну, проникливості, дифузії та середньої температури. Показано, що в нестационарному режимі час сушіння залежить як від рівняння стану на межі розділу фаз, так і від коефіцієнтів теплообміну та масообміну. При м'якому режимі сушіння можливо керувати процесом, збільшуючи чи зменшуючи швидкість обдуву через посередність коефіцієнтів теплообміну чи масообміну, вологість сушильного агента, а також варіювати часи зміни температури сушильного агента через посередність коефіцієнтів розкладу функції керування $u(\tau)$. Вказано на можливість вибрати і мінімізувати бажані критерії оптимальних режимів сушіння [17]-[21].

Дослідження сушіння дисперсних матеріалів в зваженому стані проведено в [22]. Розглянуто зовнішній тепло масообмін, який базується на сумісному розгляді рівнянь руху і нерозривності потоку сушильного агента та конвективно-дифузійного переносу пари вологи і теплоти в рухомому сушильному агенті. Дослідні дані за інтенсивністю зовнішнього тепломасообміну представлено у вигляді залежності між критеріями подібності, отриманими з рівнянь та відповідних умов однозначності. Коефіцієнт масовіддачі входить в критерій Нуссельта, величина якого є функцією критеріїв Рейнгольдца та Прандтля. При вимушеному русі повітря вздовж вологої поверхні наведено критеріальні рівняння для теплообміну та масообміну, які отримані в дослідях по визначенню інтенсивності тепло і масообміну між сушильним агентом і матеріалом, поверхня якого підтримується в вологому стані за рахунок підводу вологи з внутрішніх зон матеріалу. Далі волога перетворюється в пару у внутрішніх зонах, температура зовнішньої поверхні збільшується, а коефіцієнти тепло і масообміну можуть змінювати свої значення. Зміну коефіцієнта тепловіддачі від зменшеного вологовмісту враховано відношенням вологовмісту W до критичного W_{kr} , при якому закінчується період сталої швидкості сушіння і поверхня перестає бути

змоченою. Отримана апроксимаційна формула, яка враховує вклад в масообмін лобової і кормової частин сферичного тіла.

Відмітимо, що рівняння руху сушильного середовища є нелінійними і для числової реалізації швидкості альтернативною є побудована в [23] діаграма фазового стану інфільтрованого дисперсного середовища, яка включає крім нерухомого, кип'ячого шару, вертикального пневмотранспорту ще і циркулюючий кип'ячий шар. Отримано вирази для розрахунку важливої характеристики проточної системи — транспортної швидкості. Визначено точку на фазовій діаграмі, що визначає величину швидкості початку псевдо зрідження

Перенос тепла і маси в дисперсному середовищі розглянуто в [24] як протікаючий в деякому гомогенному континуумі або в декількох гомогенних континуумах, які співіснують в кожній точці простору, відволікаючись від мікроскопічних особливостей переносу поблизу окремих частинок. Сформульовані макроскопічні рівняння збереження тепла або маси дифундуючої домішки в суцільному середовищі, що містить розподілені частинки дисперсної фази, при нехтуванні впливом випадкових пульсацій середовища і частинок на процеси переносу.

3. Статистичні методи дослідження задач осушення капілярно-пористих тіл

В роботах [25, 26] сформульовано задачу про випадкові пульсації в грубо дисперсному псевдозрідженому шарі. Сформульовано також задачу про конвективну теплопровідність або дифузію поблизу окремої частинки. Задача розв'язана для малих чисел Пекле, що характеризують тепломасообмін в околиці окремої частинки. Припускається, що просторовий масштаб L полів температури або концентрації домішки в дисперсній системі значно перевищує масштаб l внутрішньої структури системи, наприклад віддаль між сусідніми частинками. Дисперсна система розглядається як суперпозиція співіснуючих континуумів, кожний з яких характеризується окремими значеннями середньої швидкості, температури. Зміна цих величин описується усередненими рівняннями збереження. Побудована система рівнянь збереження маси, тепла, імпульсу, моменту імпульсу континуумів, які імітують фази монодисперсної суспензії. Якщо фази дисперсного середовища нерухомі, то ці рівняння описують переноси в композитному зернистому матеріалі.

Використовуючи рівняння збереження маси фаз, отримано модель, згідно якої дисперсне середовище є суперпозицією двох континуумів, які мають різні швидкості і температури. Рівняння містять невідомі величини концентрації, температури, усереднені за ансамблем частинок. Проблема їх визначення у вигляді функцій або функціоналів від невідомих змінних і фізичних параметрів аналогічна проблемі отримання реологічних рівнянь стану суспензії. Сформульовано усереднені рівняння, які характеризують перенос тепла в неперервній фазі поблизу виділеної частинки, розв'язок якого дозволяє обчислити середню температуру і потік тепла на поверхні частинки. При введенні усереднення за ансамблем прийнято припущення, що розміщення частинок є випадковим,

приймається умова ослаблення кореляцій, згідно якої умовні середні, отримані шляхом усереднення за функцією розподілу частинок при умові, що деяка фіксована точка, зайнята центром пробної частинки, асимптотично прямує до відповідних безумовних середніх при віддаленні від цієї точки. Крім цього середня температура неперервної фази в деякій точці співпадає наближено з величиною, отриманою шляхом усереднення температури тільки за тими конфігураціями, для яких була б можливою присутність центра однієї із частинок в цій точці. Розглядаючи інтегральні суми і нехтуючи членами, квадратичними за випадковими відхиленнями локальних величин від їх середніх значень, отримано диференціальне рівняння переносу тепла в дисперсному середовищі в неперервній фазі та дисперсній в середньому. Перенос тепла в неперервній фазі представлений як перенос в деякому фіктивному середовищі, що заповнює весь простір і містить розподілені теплові джерела. Рівняння, що описує перенос тепла поблизу частинки з центром в точці $r = 0$, отримується аналогічно до рівняння в неперервній фазі, якщо прийняти умовне осереднення тільки по тих конфігураціях всіх решти частинок, які сумісні з фактом розміщення центру частинки в фіксованій точці. В усередненні знехтувано членами, квадратичними за пульсаціями величин відносно їх середніх значень; отримано рівняння в системі координат, зв'язаній з центром частинки в неперервній фазі. Описано перенос тепла всередині пробної частинки з врахуванням її обертання. На поверхні $r = a$ пробної частинки задано умови неперервності температури і потоку тепла, що визначає зв'язок між частинкою і неперервною фазою, які замикають задачу про теплопровідність поблизу пробної частинки.

Випаровування або конденсація вологи супроводжується скачкоподібним поглинанням або виділенням теплоти пароутворення, яку визначають при нормальній температурі кипіння за правилом Трутона $r_{кин} = 88T_{кин}$, або з рівняння Клапейрона-Клаузіуса $dp/dT = r/T\Delta v$, де dp/dT - похідна від тиску за температурою, яка визначається з кривої фазової рівноваги. Якщо дані з фазової рівноваги відсутні, то $r_{кин} = (RT_{кр}T_{кин} \ln P_{кр}) / (T_{кр} - T_{кин})$.

На структуру тіла має вплив рідина, яка міститься в пористому тілі. Набухання є частковим випадком деформації структури, обумовленої впливом рідини на тіло. При відсутності специфічної взаємодії між тілом і рідиною тиск набухання P_{nab} пропорційний поверхневому натягу рідини.

Для опису взаємного розподілу фаз в пористому середовищі необхідне застосування структурних моделей пористих середовищ [30], а так як реальні пористі матеріали володіють нерегулярною і випадковою структурою, то на адекватність можуть претендувати лише стохастичні структурні моделі. Поровий простір представляється як статистичний ансамбль взаємозв'язаних структурних елементів (пор), властивості яких розподілені за деякими ймовірнісними законами.

В елементарному фізичному об'ємі середовища необхідно вибрати певну модель пористого середовища. Найбільш прийнятна статистична модель повинна

повно описувати структуру. Для визначення ефективних коефіцієнтів переносу за кожною з фаз, їх зв'язків, як функцій макрозмінних, умов протікання процесу в окремій порі, геометричних характеристик пористої структури визначальним фактором служить вибір методики усереднення, яка визначається вибраною моделлю пористого середовища.

Для визначення характеристик взаємного розподілу фаз використовується принцип локальної рівноваги, який полягає в розгляді процесу в елементарному фізичному об'ємі, який протікає в необмеженому об'ємі пористого середовища при нехтуванні явищами переносу, а враховує лише умови виникнення міжфазних границь при капілярній динамічній рівновазі між фазами. Розподіл фаз в поровому просторі регулюється різницею тисків в фазах і капілярними властивостями з врахуванням електрохімічних перетворень, при їх наявності. Статистичний аналіз розподілу рідини і газу в гідрофільних пористих середовищах базується на представленні порового простору у вигляді системи каналів змінного перетину, які створюють стохастичну просторову решітку з певним координаційним числом. Таке представлення дозволяє звести задачу про розподіл рідини і газу до задачі про взаємний розподіл рідких і газових пор в випадковій решітці з певними статистичними властивостями.

В поровому просторі при сушінні газ утворює три характерні конфігурації: зв'язну систему заповнених газом пор, яка виходить на зовнішню поверхню, двофазну систему (сукупність незв'язаних між собою включень рідини, які заблоковані газом), а також рідинну систему пор. Для кожної конкретної пористої структури існує критичний вологовміст u_{kr} , при якому відбувається повний розрив зв'язності рідкої фази і вся волога локалізується в ізольованих включеннях. Величина критичного вологовмісту є структурною характеристикою пористого середовища і може служити для порівняльного аналізу різних пористих структур.

Фактор зв'язності відіграє основну роль в процесах переносу. Перенос якої-небудь субстанції як по газової так і рідкої фаз можливий лише за зв'язною системою газових (рідинних) пор, частина з яких є тупіковими — заблокованими рідиною (газом) з одного кінця. Якщо розглядувана пора належить ізольованому включенню, то перенос нею на макровіддалі неможливий. В випадку газової пори перенос вологи здійснюється як шляхом конвекції, так і дифузії пари в пароповітряній суміші і плівкового течіння під дією градієнта розклинюючого тиску. Із зміною вологовмісту при сушінні відбувається зміна механізмів переносу.

Взаємним розподілом фаз в поровому просторі визначаються ефективні коефіцієнти переносу за фазами, величини міжфазних поверхонь. За розподіл фаз несуть відповідальність капілярні сили. Зміна вмісту рідини в пористому тілі здійснюється шляхом випаровування рідини, а також капілярного всмоктування. В капілярно-пористому тілі діють паровий, фільтраційний і плівковий механізми вологопереносу, які допомагають встановленню капілярної рівноваги.

Паровий механізм здійснюється по схемі: випаровування, перенос пари парогазовою фазою, конденсація. Фільтраційний механізм здійснюється за

рахунок перетікання рідини під дією градієнта капілярного тиску. В процесі випаровування поглиблення меніска відбувається тільки в широкому капілярі, а в вузькому воно починається тільки після того, як весь широкий капіляр буде обезводнений. Крім цього об'єм випарованої з вузького капіляра рідини з швидкістю, рівною швидкості випаровування компенсується рідиною з широкого капіляра. Сповільнюючи штучним чином швидкість випаровування за рахунок зовнішніх умов сушіння, можна довести її до значень, менших швидкості врівнюючих механізмів. Наприклад, зменшенням швидкості зовнішнього вологопереносу вологість підвищується і встановлюється майже рівномірний розподіл вологи за товщиною пористого тіла. Нерівномірний розподіл за товщиною призводить до небажаного деформування пористих матеріалів. Експериментальні дані підтверджують, що рівноважний розподіл рідини в об'ємі пористого тіла обумовлений розподілом об'єму пор за величинами капілярних тисків P^k та впливом градієнта температури на градієнт вологовмісту в пористому тілі. В процесах сушіння взаємний розподіл фаз встановлюється в результаті взаємодії двох факторів: переходу однієї фази в другу і перерозподілу фаз в об'ємі пористого матеріалу за рахунок різниці капілярних властивостей.

Питанням управління процесами переносу теплоти і маси в неоднорідних, псевдозріджених і віброциркуляційних середовищах присвячені роботи [23]-[29]. В монографії [30] показано, що в процесі сушіння утворюються три зони: зовнішня газова зона, де всі пори осушені, і заповнення за товщиною газовим середовищем можна вважати практично рівномірним; середня двохфазна зона, де співіснують осушені пори і пори, заповнені рідиною, і внутрішня рідинна зона, де всі пори заповнені рідиною. Якщо відвід пари від зони випаровування настільки швидкий, що капілярне натікання і переконденсація не забезпечують підживлення вологою осушених пор біля поверхні, то двофазна зона зникає і всередині шару утворюється просторовий фронт, який розділяє рідинну і газову зони, який з часом зміщується в глибину тіла. Якщо ж капілярне натікання і переконденсація ефективне, а відвід пари затруднений, границя розділу фаз проходить порами певного радіуса, який залежить від кількості рідини, але не залежить від просторових координат; в цьому випадку двофазна зона займає весь об'єм. В процесі випаровування відбувається дроблення зв'язної системи. При досягненні критичного значення відбувається розрив зв'язків в елементарному об'ємі пористого середовища. Зв'язність рідинної фази відіграє суттєву роль в механізмі капілярного вологопереносу. Перерозподіл вологи в незв'язних включеннях відбувається шляхом капілярної переконденсації. При дифузійному або міграційному переносі зв'язною рідкою системою при забезпеченні зв'язку цієї системи з зовнішньою поверхнею, ефективні коефіцієнти дифузії або електропровідності залежать від кількості зв'язної рідини. Неможливість переносу рідкою фазою після розриву зв'язності при $W < W_{кр}$ призводить до нерівномірності концентрації рідини при випаровуванні. Зв'язна система

рідинних пор також неоднорідна відносно процесів переносу через наявність в її структурі тупікових пор.

3.1. Модель капілярів змінного перетину. Якщо пори представляють кругові циліндри змінного за довжиною радіуса r_i не перетинаються, то вибрана серійна модель пористого середовища. Межа розділу рідина — газ в кожний момент часу знаходиться в критичній порі і в процесі випаровування рухається в глибину тіла. Пори, радіус яких більший критичного, називаються надкритичними. Надкритичні пори можуть розгалужуватися, що полегшує проникання газу в пористе середовище.

3.2. Серійна модель. Для визначення параметра галуження було прийнято припущення[3], що поверхню пор можна вважати еквівалентною зовнішній поверхні середовища на яку виходять інші пори. В серійній моделі ймовірність відкритої для рідини або пари на поверхні тіла для пори закритися після n -ого кроку є $\eta^n(1-\eta)$ (геометричний розподіл), тому степінь заповнення F_η біля поверхні тіла в такій моделі дорівнює $F_\eta = \eta^{n+1}$; математичне сподівання і дисперсія для геометричного розподілу відповідно дорівнюють $(1-\eta)/\eta$ та $(1-\eta)/\eta^2$.

3.3. Модель випадкових процесів [30]. Довільна надкритична пора, розміщена на поверхні тіла ($y=0$) в процесі розгалуження і запирання може з ймовірністю $p_s(y)$ породити s надкритичних пор.

Характер заповнення пористого середовища парою залежить від співвідношення величин ймовірностей запирання λ і розгалуження ν . Для визначення λ і ν треба задати тип випадкового процесу, який управляє зміною радіуса при русі в порі.

3.4. Модель випадкових блукань. В моделі випадкових блукань вважають, що процес запирання надкритичної пори йде ступінчастим чином: спочатку випаровування йде з найширших пор, пізніше з більш вузьких надкритичних пор, які можуть переходити в клас підкритичних з тим більшою ймовірністю, чим менший їх радіус, так як має місце випадкове блукання в просторі радіусів пор.

В такій постановці вважається, що густина ймовірності $f(r, y)$ пор, які мають радіус r і знаходяться на віддалі y від поверхні, визначається рівнянням

Колмогорова [8]: $\frac{\partial f}{\partial y} = D \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{\partial}{\partial r} [b(r)f]$, де D - коефіцієнт дифузії; $b(r)$ — коефіцієнт зносу.

В випадку, коли $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$, $f = f_0(r)$ - стаціонарний розподіл: $f_0(r) = Ae^{kr}$, де

$$A = \frac{\kappa}{e^{k\beta} - e^{k\alpha}}, \quad k = \frac{\rho}{D}; \quad \text{якщо } k = 0$$

$$f(r, y) = \frac{2}{\pi(\beta - \alpha)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\pi^2(k+1/2)^2 Dy / (\beta - \alpha)^2} \left[\begin{array}{c} \beta - r \\ \beta - \alpha \end{array} \right]}{(k + 1/2)}.$$

Функція розподілу пор за надкритичними радіусами

$$F(y) = \int_{r_*}^{\beta} f(r, y) dr = \frac{\beta - r_*}{\beta - \alpha} \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\pi^2(k+1/2)^2 Dy / (\beta - r_*)^2}}{(k+1/2)^2}.$$

В задачі сушіння величину $(\beta - r_*)^2 / D$ трактують як характерну глибину проникнення газу в тіло.

В роботі [31] отримано числовий розв'язок двомірної задачі неізотермічного вологопереносу в анізотропній структурі деревини при конвективному сушінні. На основі теорії пружності визначено внутрішні термовологісні напруження. Значення для модуля пружності і границі міцності приймалися згідно формул, отриманих Шубіним Г.С. [32], для деревини сосни. Показано, що на початку процесу сушіння внутрішні напруження в поверхневій зоні зростають, пізніше зменшуються, причому спаднапружень спостерігався після того, як вологовміст внутрішньої зони ставав меншим границі насичення кліткових стінок. Поява значних залишкових деформацій призводить в кінці процесу сушіння до зміни знаку напружень. В висушеній дошці зберігаються залишкові стискаючі напруження в поверхневих шарах і розтягуючі у внутрішній зоні. При початковому вологовмісті нижче розрахункової границі (25%) релаксації напружень не виявлено.

В роботі [33] проведено огляд літератури з математичного моделювання неізотермічного вологоперенесення та в'язкопружного деформування у капілярно-пористих матеріалах з фрактальною структурою. Для опису нестационарних процесів середовищ з фрактальною структурою, для яких характерна біологічна мінливість реологічних властивостей, структурна неоднорідність, наявність ефектів «пам'яті» самоорганізації та детермінованого хаосу використано математичний апарат інтегро-диференціювання дробового порядку. Існують підходи Рімана-Ліувілля, Капуто, Грюнвальда-Летнікова введення операцій дробового інтегрування. У розробленні математичних моделей з дробовими похідними вагомий внесок внесли Б.І. Уголев, Г.С. Шубін, Я.І. Соколовський, І.В. Кречетов, П.В. Білей. Дослідженими є пружні та в'язко-пружні деформації та мало дослідженими є побудова моделей з врахуванням фрактальної структури матеріалів. В роботі [34] вдосконалено математичну модель неізотермічного вологоперенесення в процесі сушіння капілярно-пористих матеріалів, що дозволяє враховувати їх фрактальну структуру, анізотропію тепломеханічних характеристик. Математична модель тепломасопереносу в процесі сушіння описується системою диференціальних рівнянь з частковими похідними дробового порядку Рімана-Ліувілля. Розв'язок реалізовано методом скінченних різниць. Модель враховує пружні, в'язкопружні, залишкові деформації, наявність ефектів «пам'яті» та самоорганізації. Виявлено вплив порід деревини на зміни

вологомісту, вплив фрактальності структури на розподіл компонентів тензора напружень. Розглянуто фрактальні моделі Фойгта, Максвелла, Кельвіна.

Зв'язок між компонентами напружень та деформацій деревини у процесі сушіння з урахуванням фрактальної структури середовища подано у вигляді системидиференціальних рівнянь з похідною дробового порядку, які отримано з інтегральних рівнянь в'язкопружності, що засновані на спадковій теорії Больцмана-Вольтерра. Для визначення критеріїв вибору ядра релаксації враховано особливості реологічної поведінки деревини та фрактальність структури. Ядро вибрано виходячи з літературних та експериментальних даних Розв'язок знайдено скінченно-різницеvim методом предиктор-коректор. Досліджено двовимірне в'язко-пружне деформування деревини, як середовища з фрактальною структурою, в умовах неізотермічного вологоперенесення та встановлено закономірності впливу технологічних параметрів режиму сушіння на розподіли температури, вологомісту і компонент напружено-деформованого стану.

Огляд літератури з теорії дисперсійної турбулентності наведено в роботі [35]. Питання управління процесами сушіння висвітлено в монографії [36]. Для полегшення дослідження складної динамічної системи вказано шляхи перетворення структурної схеми та рівнянь, а саме: декомпозицію на підсистеми з слабкими зв'язками шляхом підбору обернених зв'язків складної системи на ряд більш простих автономних підсистем, кожна з яких може керуватись незалежно від інших підсистем локальними регуляторами; агрегування шляхом об'єднання простих частин на більш складні блоки для недопущення надмірного підвищення порядку; трансформацію, що не змінює порядку рівняння, але приводить схему до типового виду.

Література

- [1] *Нигматулин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред — М : Наука, 1978. — 336 с.
- [2] *Гамаюнов С. Н., Мисников О. С.* Усадочные явления при сушке природных органоминеральных дисперсий // ИФЖ. - 1988. Т. 71, № 2. — С. 233-236.
- [3] *Муштаев В. И.* Основные теоретические положения конвективной сушки и уточненный метод расчета сушильных аппаратов. Под ред. Плановского. — М : МИХМ, 1971 — 81с.
- [4] *Муштаев В. И, Ульянов В. М.* Сушка дисперсных материалов. — М : Химия, 1988. — 352 с.
- [5] *Ликов А. В.* Теория сушки — М : Энергия, 1968. — 472 с.
- [6] *Сажин Б. С.* Основы техники сушки. — М : Химия, 1984. — 320 с.
- [7] *Лайтфуд У.* Явления переноса в живых системах. — М : Мир, 1977.- 210 с.
- [8] *Тугова Е. Г., Гринчик Н. Н.* Механизм массопереноса при обезвоживании сложных биологических систем // Теплообмен - 6, Т.7. — С. 25-28.
- [9] *Гринчик Н. Н.* Процессы переноса в пористых средах, электролитах и мембранах. — Минск : ИТМО им.А.В.Лыкова АН БССР, 1991 — 251 с.
- [10] *Луцки П. П., Литевчук Д. П.* Влияние поровой структуры на проницаемость капиллярно-пористых тел // Теплообмен - 6, 1984. — Т. 7. — С. 74-77.
- [11] *Лыков А. В.* Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Изв.АН СССР, Энергетика и транспорт, — 1970, № 5 — С. 109.
- [12] *Журавлева В. П.* Массо-теплоперенос при термообработке и сушке капиллярно-пористых строительных материалов. — Минск, 1972. — 189 с.

- [13] Журавлева В. П. Исследование процесса образования дисперсных структур. — Минск, 1971. — Т. 5. — С. 35-40.
- [14] Куц П. С., Гринчик Н. Н. Тепло и массоперенос в капиллярно-пористых телах при интенсивном парообразовании с учетом движения фронта испарения // Теплообмен — 6, Т. 7. — С.93-96.
- [15] Луцки П. П. Уравнения теории сушки деформируемых твердых тел // Промышленная теплотехника. — 1985.— Т. 7, № 6.- С. 20.
- [16] Луцки П. П. Массотермическое деформирование капиллярно-пористых коллоидных тел в процессах сушки // Теплообмен - Т.6. — Минск : ИТМО АН БССР. — 1984.— С. 90.
- [17] Гайвась Б. І. Про опис локального стану капілярно-пористих та щільно упакованих зернистих матеріалів в процесі сушіння. Частина I // Моделювання та інформаційні технології. К.: Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України. — 2010. — Вип. 57. — С. 95–104.
- [18] Гайвась Б. І. Ключова система рівнянь для дослідження процесу сушіння пористих тіл. Частина 2 // Моделювання та інформаційні технології : зб. наук. пр. — К.: Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г. Є. Пухова НАН України. — 2010. — Вип. 58. — С. 116-125.
- [19] Гайвась Б. Математичне моделювання конвективного сушіння матеріалів з урахуванням механотермодифузійних процесів // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2010. — Вип. 12. — С. 9-37.
- [20] Nayvas B., Torskyu A., Chapla Ye. On an approach to solution of problems of porous bodies drying. // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2012. — Вип. 16. — С. 42–51. — ISSN 1816-1545.
- [21] Гайвась Б., Борецька І. Вплив режиму сушильного агента на осушення пористих тіл // Комп'ютерні технології друкарства. — 2011, — № 26.— С. 231-240.
- [22] Гайвась Б. І. Сушка зерна в активних гідродинамічних режимах з врахуванням шаруватості її структури // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2016. — Вип. 23. — С. 29–42.
- [23] Романков П. Г., Раишкова Н. Б. Сушка во взвешенном состоянии. — Л : Химия, 1968. — 360 с.
- [24] Теплицький Ю.С. Диаграмма фазового состояния дисперсной системы с восходящим потоком газа // ИФЖ. — 2002. -Т. 75, — № 1. — С. 117-121.
- [25] Календерьян В. А., Карнараки В. В. Теплообмен и сушка в движущемся плотном слое. - Киев: вища школа, 1982. — 160 с.
- [26] Бувич Ю. А., Королев В. Н. Обтекание тел и внешний теплообмен в псевдооживленном слое. — Свердловск: Изд Уральского университета., 1991. — 188 с.
- [27] Нагорнов С. А. Управление процессами переноса теплоты в неоднородных псевдооживленных и виброциркуляционных средах. — Тамбов : ГНУ ВИИТКН, 2002. — 101 с.
- [28] Разумов И. М. Псевдооживление и пневмотранспорт сыпучих материалов. — М : Химия, 1972. — 240 с.
- [29] Антонишин Н. В., Геллер Л. А., Иванютенко И. И. Теплопередача в псевдотурбулентном слое дисперсного материала // ИФЖ, 1982. — Т. 43. — № 3. — С. 360-364.
- [30] Хейфец Л. И., Неймарк Ф. М. Многофазные процессы в пористых средах. —Москва : Химия, 1982. — 320 с.
- [31] Акулич П. В., Милитцер К. У. Моделирование неизотермического влагопереноса и напряжений в древесине при сушке // ИФЖ, 1998. — Т. 71. — № 3. — С. 404-411.
- [32] Шубин Г. С. Сушка и тепловая обработка древесины. — М., автореф. дис д.т.н., 1985. — 38 с.
- [33] Шиманський В. М. Математичне моделювання неізотермічного вологоперенесення та вязко-пружного деформування у середовищах з фрактальною структурою. Львів: Автореф.дис к.т.н.. 2015.- С. 20.

Богдана Гайвась

Основні підходи в математичному моделюванні процесів сушіння

- [34] Соколовський Я. І., Шиманський В. М. Двовимірна математична модель вологопереносу у капілярно-пористих матеріалах з фрактальною структурою // Науковий вісник НЛТУ України : —Львів:НЛТУ, 2011. — Вип. 21.2 — С. 341-348.
- [35] Можжаев А. П. Хаотические гомогенные пористые среды. 2. Теория дисперсионной турбулентности: основные положения.
- [36] Воронов В. Г., Михайлецкий З. Н. Автоматическое управление процессами сушки. — Киев : Техника, 1982.— 109 с.

Fundamental approaches in mathematical modeling of drying processes of capillary-porous and dispersed materials

Bogdana Hayvas

A review of main approaches to the mathematical modeling of heat and mass transfer in the process of drying of capillary-porous and disperse materials is presented. The peculiarities of the models construction from the point of view of the mechanics of a continuous medium, the theory of mixtures, statistical approaches and with taking into account the fractal structure are considered, which allows one to expand the many implementations of models, to take into account the anisotropy of thermo-mechanical characteristics, elastic and visco-elastic properties, etc.

Основные подходы в математическом моделировании процессов сушки капиллярно-пористых и дисперсных материалов

Богдана Гайвась

Представлен обзор основных подходов к математическому моделированию тепломассопереноса в процессе сушки капиллярно-пористых и дисперсных материалов. Рассмотрены особенности построения математических моделей неізотермического массопереноса и деформирования при сушке капиллярно-пористых, дисперсных материалов с точки зрения механики сплошной среды, теории смесей, статистических подходов и с учетом фрактальной структуры, что дает возможность расширить множество реализаций моделей, учитывать анизотропию термомеханических характеристик, упругие и вязко-упругие свойства, усадку материалов, которые присущие коллоидным материалам.

Отримано 09.04.17