

Вплив стисливої рідини на контакт пружного тіла і жорсткої основи з періодичною системою квазіеліптичних виїмок

Олег Козачок

К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Змодельовано безфрикційний контакт пружного тіла та жорсткої основи за наявності в ній періодично розташованих виїмок квазіеліптичної форми, коли міжповерхневі зазори містять стисливу рідину. Сформульована контактна задача для пружного півпростору зведена до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Гільберта, відносно похідної від висоти зазорів, яке трансформовано у СІР з ядром Коші, що розв'язано аналітично, та трансцендентного рівняння відносно тиску рідини, яке було отримано з рівняння стану стисливої баротропної рідини. Проаналізовано залежності тиску рідини, форми зазорів, контактного зближення та контактної податливості тіл від прикладеного навантаження і модуля об'ємної пружності рідини.

Ключові слова: контактна взаємодія, виїмки, міжповерхневі зазори, стислива рідина, контактне зближення тіл, контактна податливість тіл.

Вступ. Різноманітні технології модифікування поверхонь, зокрема мікротекстурування [1-2], які полягають у формуванні на них регулярного мікрорельєфу, розроблені й успішно застосовуються для покращення функціональних характеристик контактних пар. Під час контакту тіл з такими поверхнями між ними виникають періодично розташовані зазори, які у реальних умовах експлуатації можуть бути заповнені певною речовиною (мастилом, охолоджуючим середовищем, рідиною або газом), що чинить додатковий тиск на поверхні і може істотно впливати на фактичну площу контакту, контактні напруження і міцність тіл.

Огляд публікацій, що стосуються контактних задач для тіл з періодичним рельєфом за відсутності заповнювача зазорів між ними, наведено у роботах [3-11]. Вивчено [12-25] контакт тіл за наявності між ними поодиноких або періодично розташованих зазорів з газорідним заповнювачем. Контакт плоскої і хвилястої поверхонь, зазори між якими заповнені рідиною і/або газом, досліджено у працях [26-27].

Взаємодію пружного тіла та жорсткої основи з поодиноким або періодичною системою виїмок прямокутної форми за наявності у міжконтактних зазорах газорідного заповнювача досліджено у працях [28-30].

Контактну міцність тіл з поверхневими виїмками вивчено у праці [31]. Ефект насиченості фактичної площі контакту при взаємодії пружного тіла та жорсткого штампа з періодичним зубчастим мікрорельєфом теоретично обґрунтовано у праці [32].

Нижче досліджується контакт пружного тіла та жорсткої основи з регулярним рельєфом, сформованим періодично розташованими виїмками квазіеліптичної форми, за наявності в міжповерхневих зазорах стисливої рідини.

1. Формулювання задачі

Розглянемо безфрикційну взаємодію пружного ізотропного півпростору з жорсткою основою, межа якої має нескінченну періодичну систему розташованих з періодом d плитких тунельних виїмок форми $r(x)$ ширини $2a$. Форма виїмок описується парною функцією $r(x) = -A(1 - \text{tg}^2(\pi x/d)/\text{tg}^2(\pi a/d))^{1/2}$, такою що $r(x) \ll a$. Півпростір притискається до основи під дією рівномірно розподіленого на нескінченності навантаження P^∞ і в ньому реалізується стан плоскої деформації. Внаслідок нерівності основи між тілами виникають зазори (просвіти) висоти $h(x)$ (рис. 1) завширшки $2a$.

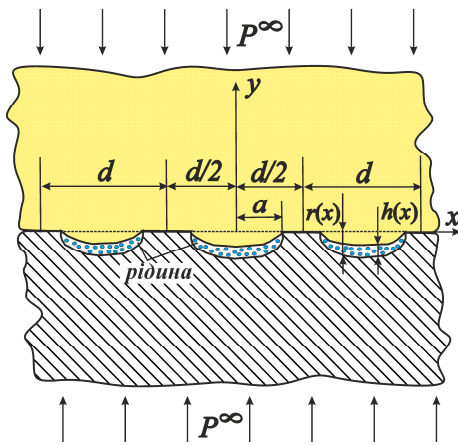


Рис. 1

Вважаємо, що вони заповнені стисливою рідиною, стан якої описується рівнянням

$$V_2 \exp(P_2/B) = V_0, \quad (1)$$

де P_2 — тиск рідини; B — модуль об'ємної пружності рідини; V_2 — об'єм рідини, що припадає на одиницю довжини просвіту в поздовжньому напрямку, перпендикулярному до площини xOy ; V_0 — об'єм рідини в одній виїмці в початковому стані за відсутності тиску.

У процесі навантаження змінюватимуться висота зазорів $h(x)$ та тиск рідини P_2 .

Контактно-крайові умови сформульованої плоскої контактної задачі мають вигляд:

$$\tau_{xy} = 0, \quad (2)$$

$$\sigma_{yy} = -P_2, \quad (3)$$

вздовж зазорів $|x - kd| < a, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

$$\tau_{xy} = 0, \quad (4)$$

$$v = 0, \quad (5)$$

на ділянках контакту $a \leq |x - kd| \leq d/2, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

$$\sigma_{yy} = -P^\infty, \sigma_{xx} = 0, \tau_{xy} = 0 \quad (6)$$

на нескінченності ($y \rightarrow \pm\infty$). Тут σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} — компоненти тензора напружень; v — складова вектора переміщення вздовж осі Oy .

2. Методика розв'язування задачі.

Використовуючи метод комплексних потенціалів Колосова-Мусхелішвілі, напруження і переміщення подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} - i\tau_{xy} &= \Phi(z) - \Phi(\bar{z}) + (z - \bar{z})\Phi'(z) - P^\infty, \\ 2G(u' + iv') &= \kappa\Phi(z) + \Phi(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi'(z)} + \frac{3-\kappa}{4}P^\infty, \end{aligned} \quad (7)$$

де $z = x + iy$, $\Phi(z)$ — кусково-голоморфна у площині $D = D_1 \cup D_2$ функція, що зникає на нескінченності; D_1 ($y > 0$) і D_2 ($y < 0$) — верхня і нижня півплощини; $\kappa = 3 - 4\nu$; G і ν — модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу пружного тіла.

Якщо виразити комплексний потенціал $\Phi(z)$ через похідну від висоти зазорів $h'(x)$ [29]

$$\Phi(z) = \frac{(-1)^{3-n}}{dK} \left[\int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-z)}{d} \right) dt - \int_{-a}^a r'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-z)}{d} \right) dt \right]. \quad (8)$$

де $K = 2(1-\nu)/G$, то подання (7) задовольнятимуть всі контактні-крайові умови (2)-(6), за винятком (3).

Задовольнивши за допомогою подань (7), (8) умову (3), отримаємо сингулярне інтегральне рівняння (СІР) з ядром Гільберта відносно функції $h'(x)$:

$$\frac{2}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt = K(P^\infty - P(x)) + \frac{2}{d} \int_{-a}^a r'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt, \quad |x| \leq a. \quad (9)$$

У крайніх точках зазорів повинні виконуватися умови $h(-a) = 0$, $h(a) = 0$, які в еквівалентному вигляді запишемо так

$$\int_{-a}^a h'(t) dt = 0, \quad h(-a) = 0. \quad (10)$$

Провівши заміну змінних

$$\xi = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi x}{d} \right), \quad \eta = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi t}{d} \right), \quad \alpha = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi a}{d} \right), \quad (11)$$

СІР (9) з ядром Гільберта трансформуємо у СІР з ядром Коші

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{d}{2(1 + \xi^2)} K(P^\infty - P(\xi)) - \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{r'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (12)$$

Умови (10) у нових змінних мають вигляд

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} h'(t) dt = 0, \quad h(-\alpha) = 0. \quad (13)$$

В нашому випадку функція форми виїмок $r(x)$ у нових змінних (11) записується так: $r(\xi) = -\frac{A}{\alpha} \sqrt{\alpha^2 - \xi^2}$. Бачимо, що у нових змінних виїмки мають еліптичну форму. Тому виїмки, що описуються функцією $r(x) = -A(1 - \operatorname{tg}^2(\pi x/d) / \operatorname{tg}^2(\pi a/d))^{1/2}$ названі квазіеліптичними.

Після врахування форми виїмок в СІР (12) воно запишеться так:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{d}{2(1 + \xi^2)} K(P^\infty - P(\xi)) - \frac{A\pi}{\alpha}, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (14)$$

У зв'язку з наявністю кутових точок на кінцях виїмок шукатимемо необмежений у точках $\xi = \pm\alpha$ розв'язок рівняння (14), який з урахуванням першої з умов (13) матиме вигляд

$$h'(\xi) = \frac{Kd(P^\infty - P_2)}{2\pi} \frac{\xi \sqrt{\alpha^2 + 1}}{(1 + \xi^2) \sqrt{\alpha^2 - \xi^2}} - \frac{A}{\alpha} \frac{\xi}{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (15)$$

Проінтегрувавши вираз (15) з урахуванням другої умови в (13), знайдемо висоту зазорів $h(\xi)$

$$h(\xi) = -\frac{Kd(P^\infty - P_2)}{2\pi} \operatorname{arcth} \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right) + \frac{A}{\alpha} \sqrt{\alpha^2 - \xi^2}, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (16)$$

Підставивши функцію (16) та об'єм виїмки

$$V_0 = \frac{ld}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{r(\xi)}{1 + \xi^2} d\xi = \frac{ldA}{\alpha} (\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1)$$

у рівняння стану стисливої баротропної рідини (1), отримуємо рівняння для визначення тиску рідини P_2 у зазорах

$$\left(-\frac{Kd(P^\infty - P_2)}{4\pi} \ln(\alpha^2 + 1) + \frac{A}{\alpha} (\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1) \right) \exp(P_2/B) - \frac{A}{\alpha} (\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1) = 0. \quad (17)$$

Рівняння (17) розв'язуємо числово методом поділу відрізка пополам з точністю $\varepsilon = 10^{-8}$.

Для інженерних розрахунків контактної взаємодії тіл з регулярним рельєфом важливу роль відіграють такі ефективні контактні параметри, як контактне зближення і контактна податливість матеріалів. Контактне зближення Δv^∞ виражається через висоту міжповерхневих зазорів за формулою [16]

$$\Delta v^\infty = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} (-r(x) - h(x)) dx,$$

яке після заміни змінних матиме вигляд

$$\Delta v^\infty = \frac{Kd(P^\infty - P_2)}{4\pi} \ln(\alpha^2 + 1). \quad (18)$$

Ефективна контактна податливість k^* визначається як похідна від контактного зближення по зовнішньому навантаженню [15]: $k^* = d(\Delta v^\infty) / dP^\infty$.

Контактний тиск поверхонь тіл $P(x) = -\sigma_{yy}(x, 0)$ визначається співвідношенням:

$$P(x) = \frac{\left| \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{d}\right) \right| \sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{d}\right)^2 + 1}}{\sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{d}\right)^2 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{d}\right)^2}} (P^\infty - P_2) + P_2, \quad a \leq |x - kd| \leq d/2. \quad (19)$$

Розглянемо граничний перехід до випадку нестисливої рідини. Для цього необхідно у виразах (17), (19) спрямувати модуль об'ємної пружності рідини B до нескінченності ($B \rightarrow \infty$). Отримаємо, що тиск нестисливої рідини рівний прикладеному навантаженню на безмежності ($P_2 = P^\infty$), а контактний тиск поверхонь тіл поза зазорами є сталий і рівний тиску рідини ($P(x) = P_2$).

3. Аналіз результатів

Розрахунки проведено для безрозмірних величин: координати $\tilde{x} = x/d$; форми виїмок $\tilde{r}(\tilde{x}) = r(x)/d$; висоти міжконтактного зазору $\tilde{h}(\tilde{x}) = h(x)/d$; форми поверхні пружного тіла, яка просіла над виїмкою $\tilde{h}^*(\tilde{x}) = \tilde{r}(\tilde{x}) + \tilde{h}(\tilde{x})$; півширини зазору $\tilde{a} = a/d$; модуля об'ємної пружності рідини $\tilde{B} = KB$; тиску на нескінченності $\tilde{P}^\infty = KP^\infty$; тиску рідини $\tilde{P}_2 = KP_2$; максимальної висоти виїмки $\tilde{A} = A/d$; контактної тиску поверхонь тіл $\tilde{P}(\tilde{x})$; контактної зближення тіл $\Delta \tilde{v}^\infty = \Delta v^\infty / d$; контактної податливості тіл $\tilde{k}^* = d(\Delta \tilde{v}^\infty) / d\tilde{P}^\infty$. Числово аналізували для максимальної висоти виїмок $\tilde{A} = 0.001$, півширин виїмок $\tilde{a} = 0.25$ і $\tilde{a} = 0.3$ та модулів об'ємної пружності рідини $\tilde{B} = 0.01$, $\tilde{B} = 0.025$ і $\tilde{B} = 0.05$.

Розглянуто діапазон зміни зовнішнього навантаження $0 < \tilde{P}^\infty < \tilde{P}_N^\infty$, де

$$\tilde{P}_N^\infty = \tilde{B} \ln \left[\left(\sqrt{\alpha^2 + 1} - 1 \right) \ln \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 + 1} + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 1} - \alpha} \right) \left[\alpha \ln(\alpha^2 + 1) \right]^{-1} + 1 \right] + \frac{4\pi\tilde{A}}{\ln \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 + 1} + \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + 1} - \alpha} \right)}$$

навантаження, за якого починається контакт поверхонь тіл в центрі зазорів (тобто $h(x) = 0$ при $x = kd$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

Числові результати відображено на рис. 2-6, на яких суцільні криві відповідають півширині виїмок $\tilde{c} = 0.25$, штрихові — півширині виїмок $\tilde{c} = 0.3$, криві 1, 2, 3 — різним модулям об'ємної пружності рідини \tilde{B} (1 — $\tilde{B} = 0.01$, 2 — $\tilde{B} = 0.025$, 3 — $\tilde{B} = 0.05$).

Залежність тиску рідини \tilde{P}_2 від навантаження \tilde{P}^∞ за різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} та різних півширин виїмок \tilde{c} проілюстровано на рис. 2. Зі збільшенням навантаження і модуля об'ємної пружності рідини \tilde{B} тиск рідини збільшується. Що більша ширина виїмок, то більший тиск рідини.

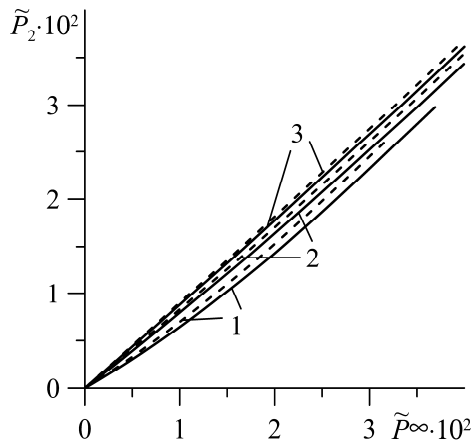
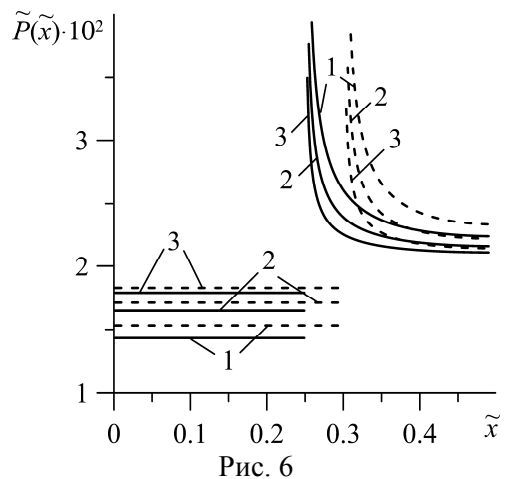
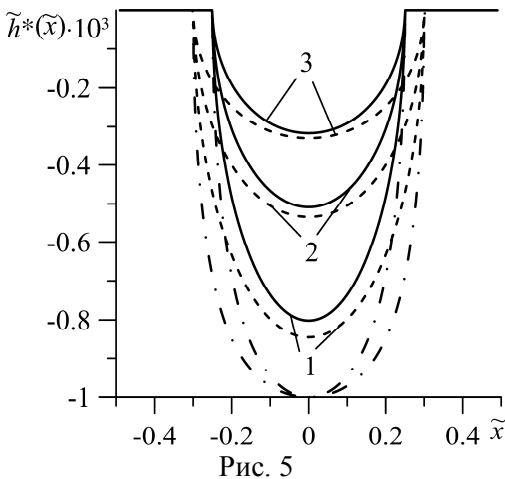
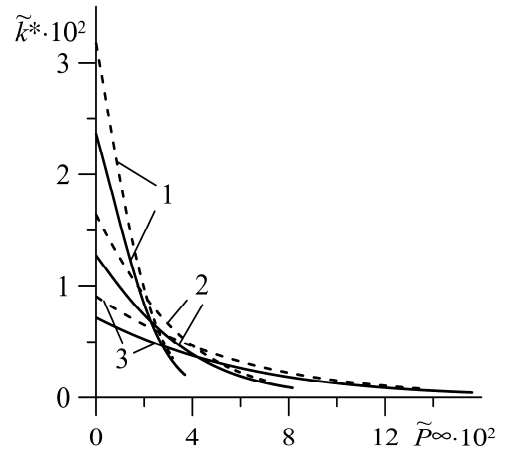
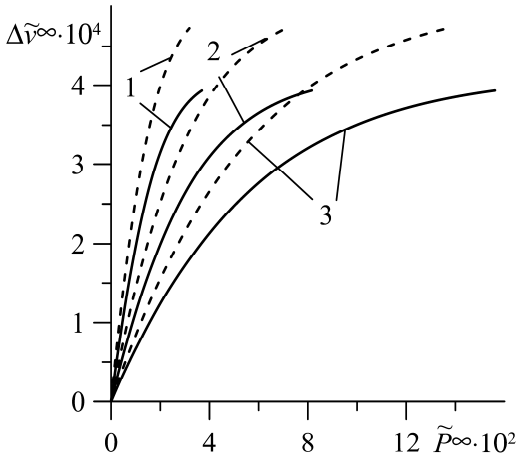


Рис. 2

Залежність контактної податливості \tilde{k}^* тіл від зовнішнього навантаження \tilde{P}^∞ для випадку різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} і різних півширин виїмок \tilde{c} проілюстровано на рис. 3 та рис. 4 відповідно. Зменшення модуля об'ємної пружності рідини призводить до збільшення контактної податливості тіл. При збільшенні зовнішнього навантаження контактна податливість, навпаки — зменшується. Що менша ширина виїмок, то менші контактні зближення і контактна податливість.

На рис. 5 зображено форму поверхні пружного тіла $\tilde{h}^*(\tilde{x})$, яка просіла над виїмкою при навантаженні $\tilde{P}^\infty = 0.02$, для випадку різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} та різних півширин виїмок \tilde{c} . Штрих-пунктирні криві

зображують форму виїмки $\tilde{r}(\tilde{x})$. Область на рис. 5, що обмежена кривими $\tilde{h}^*(\tilde{x})$ і $\tilde{r}(\tilde{x})$, відповідає зазору між тілами ($h(x) = h^*(x) - r(x)$). Бачимо, що зі зменшенням модуля об'ємної пружності рідини \tilde{B} просідання пружного тіла над виїмкою збільшується, а висота зазору $\tilde{h}(\tilde{x})$ зменшується. Що менша ширина виїмок, то більша висота зазорів. Наприклад, за навантаження $\tilde{P}^\infty = 0.02$ збільшення модуля об'ємної пружності рідини \tilde{B} у п'ять разів (від $\tilde{B} = 0.01$ до $\tilde{B} = 0.05$) зумовлює збільшення у 2.5 рази висоти зазору у точці $\tilde{x} = 0$ (див. криві 1 та 3 на рис. 5).



На рис. 6 показано розподіл тиску на межі тіл вздовж півперіоду $[0, 0.5]$ за різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} та різних півширин виїмок \tilde{c} при

навантаженні $\tilde{P}^\infty = 0.02$. Горизонтальні лінії відповідають тиску рідини в зазорі. Контактний тиск поверхонь тіл прямує до нескінченності на краях виїмки, а при віддаленні від неї — монотонно спадає, набуваючи локального мінімуму в точках ± 0.5 , що ділять навпіл ділянки між виїмками. Зі збільшенням модуля об'ємної пружності рідини її тиск в зазорі зростає, а контактний тиск тіл поза ним — спадає. Що більша ширина виїмок, то більший контактний тиск поза зазором.

Висновки. Досліджено контакт пружного тіла та жорсткої основи, межа якої має періодичну систему виїмок квазіеліптичної форми, за наявності в міжконтактних зазорах стисливої рідини. Тиск рідини та висота зазорів заздалегідь невідомі та змінюються разом з навантаженням. Сформульовану контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з ядром Гільберта відносно висоти міжконтактних зазорів та трансцендентного рівняння відносно тиску рідини, яке було розв'язано числово. Досліджено залежності тиску рідини, висоти просвітів, контактного тиску контактної зближення та контактної податливості тіл від прикладеного навантаження, ширини виїмок та модуля об'ємної пружності рідини. Встановлено, що зі збільшенням модуля об'ємної пружності рідини контактне зближення і контактна податливість тіл зменшуються. Зі зменшенням модуля об'ємної пружності рідини висота зазорів та тиск рідини зменшуються. Що більша ширина виїмок, то більший контактний тиск поза зазором.

Література

- [1] *Etsion I.* State of the art in laser surface texturing // *ASME J. Tribol.* — 2005. — Vol. 127, No 1. — P. 248–253.
- [2] *Stepien P.* Deterministic and stochastic components of regular surface texture generated by a special grinding process // *Wear.* — 2011. — Vol. 271, No 3-4. — P. 514–518.
- [3] *Martynyak R., Chumak K.* Effect of heat-conductive filler on interface gap on thermoelastic contact of solids // *Int. J. Heat Mass Transfer.* — 2012. — Vol. 55, No 4. — P. 1170–1178.
- [4] *Shvets R.N., Martynyak R.M.* Integral-equations of the contact thermoelasticity problem for rough bodies // *Dopovidi Akademii Nauk Ukrainskoi RSR. Seriya A-Fiziko-Matematichni ta Technichni Nauki.* — 1985. No 11. — P. 37–40.
- [5] *Martynyak R., Chumak K.* Thermoelastic delamination of bodies in the presence of a heat-conducting filler of the intercontact gap // *Materials Science.* — 2009. — Vol. 45, No 4. — P. 513–522.
- [6] *Kryshchak A., Martynyak R.* Frictional contact of two elastic half-planes with wavy surfaces // *J. Friction and Wear.* — 2000. — Vol. 21, No 5. — P. 1–8.
- [7] *Block J. M., Keer L. M.* Periodic contact problems in plane elasticity // *J. Mech. Mater. Struct.* — 2008. — Vol. 3, No 7. — P. 1207–1237.
- [8] *Goryacheva I. G., Martynyak R. M.* Contact problems for textured surfaces involving frictional effects // *Proc. Inst. Mech. Eng., Part J: J. Eng. Tribol.* — 2014. — Vol. 228, No 7. — P. 707–716.
- [9] *Горячева И., Мартыняк Р.* Периодические контактные задачи с трением и изнашиванием поверхностей // *Развитие идей Л.А. Галина в механике.* — М. — Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2012. — С. 305–335.
- [10] *Goryacheva, I.G., Malanchuk, N.I., Martynyak, R.M.* Contact interaction of bodies with a periodic relief during partial slip. // *J. Appl. Math. Mech.* — 2012 — Vol. 76, No 5. — P. 621–630.

- [11] *Маланчук Н.* Локальне фрикційне проковзування пружних тіл із хвилястим рельєфом поверхонь // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2013. — Вип. 17. — С. 112-119.
- [12] *Мартиняк Р. М., Слободян Б. С.* Взаємодія двох тіл за наявності капілярів у міжконтактному зазорі // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2006. — Т. 49, № 1. — С. 164–173.
- [13] *Мартиняк Р. М., Слободян Б. С., Чижик С. А.* Контактна взаємодія тіл за наявності в міжповерхневому зазорі ідеального газу та рідинних містків // Фіз.-мат. модел. та інформаційні технології. — 2013. — Вип. 18. — С. 189–197.
- [14] *Martynyak R. M., Slobodyan B. S.* Influence of liquid bridges in the interface gap on the contact of bodies made of compliant materials // Materials Science. — 2008. — Vol. 44, No 2. — P. 147–155.
- [15] *Slobodyan B. S.* Pressure of an elastic body on a rigid base with a recess partially filled with a liquid that does not wet their surfaces // Materials Science. — 2011. — Vol. 47, No 4. — P. 561–568.
- [16] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Взаимодействие упругих тел с периодическим рельефом при наличии жидкостных мостиков в межконтактных зазорах // Теоретическая и прикладная механика. — 2013. — Вып. 7 (53). — С. 45–52.
- [17] *Martynyak R. M.* The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // Journal of Mathematical Sciences. — 2001. — Vol. 107, No 1. — P. 3680-3685.
- [18] *Martynyak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic contact of half-spaces with equal thermal distortivities in the presence of a heat-permeable intersurface gap // Journal of Mathematical Sciences. — Vol. 165, No 3. — P. 355–370.
- [19] *Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M.* The effect of a fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // International Applied Mechanics. — 2003. — Vol. 39, No 3. — P. 292-299.
- [20] *Martynyak R. M.* Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // Materials Science. — 2000. — Vol. 36, No 2. — P. 300–304.
- [21] *Martynyak R. M., Slobodyan B. S.* Contact of elastic half spaces in the presence of an elliptic gap filled with liquid // Materials Science. — 2009. — Vol. 45, No 1. — P. 66–71.
- [22] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Взаємодія двох пружних тіл за наявності між ними періодично розташованих зазорів, заповнених реальним газом // Мат. методи та фіз.-мех. поля. — 2015. — 58, № 1. — С. 103–111.
- [23] *Kozachok O. P., Slobodian B. S., Martynyak R. M.* Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas // Journal of Mathematical Sciences. — 2017. — Vol. 222, No 2. — P. 131–142.
- [24] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Контакт пружних тіл за наявності газу та незмочувальної рідини у періодичних міжповерхневих просвітах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. — 2015. — № 6. — С.50–57.
- [25] *Kozachok O. P., Slobodyan B. S., Martynyak R. M.* Contact of elastic bodies in the presence of gas and incompressible liquid in periodic interface gaps // Materials Science. — 2016. — Vol. 51, No 6. — P. 804–813.
- [26] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Вплив ідеального газу у міжповерхневих зазорах на контакт двох пружних тіл із хвилястим рельєфом поверхні // Прикл. проблеми мех. і мат. — 2015. — Вип. 13. — С.135–140.
- [27] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Вплив міжповерхневих рідинних містків на контакту взаємодію тіл з хвилястим рельєфом // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2016. — Вип. 24. — С. 34–46.
- [28] *Martynyak R.M., Slobodyan B.S., Zelenyak V.M.* Pressure of an elastic half space on a rigid base with rectangular hole in the case of a liquid bridge between them // Journal of Mathematical Sciences. — 2009 — Vol. 160, No 4. — P. 470–477.
- [29] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М.* Вплив міжповерхневих рідинних містків на контакт пружного тіла і жорсткої основи з періодичною системою прямокутних виїмок // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2015. — Вип. 22. — С.67–76.

- [30] Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартиняк Р. М. Вплив реального газу у міжконтактних просвітах на взаємодію тіла та жорсткої основи з періодичною системою прямокутних виїмок // Прикл. проблеми мех. і мат. — 2016. — Вип. 14. — С. 69–75.
- [31] Martyniak R.M., Kryshchak A.A. Strength of a system of mated anisotropic half-planes with surface recesses // Int. J. Eng.Sci. — 2001. — Vol. 39, No 4. — С.403–413.
- [32] Максимук О. В. Періодична контактна задача про взаємодію зубчастої та плоскої поверхонь // Машинознавство. — 2001. — № 2. — С. 13–17.

Effect of compressible liquid on the contact between an elastic body and a rigid base with a periodic array of quasielliptic grooves

Oleg Kozachok

The frictionless contact between an elastic body and a rigid base in the presence of a periodically arranged quasielliptic grooves with in interface gaps in the presence of a compressible liquid is modeled. The contact problem formulated for the elastic half-space is reduced to a singular integral equation (SIE) with Hilbert kernel for a derivative of a height of the interface gaps, which is transformed to a SIE with Cauchy kernel that is solved analytically, and a transcendental equation for liquid's pressure, which has been obtained from the equation of compressible barotropic liquid state. The dependences of the pressure of the liquid, shape of the gaps, average normal displacement and contact compliance of the bodies on the applied load and bulk modulus of the liquid are analysed.

Влияние сжимаемой жидкости на контакт упругого тела и жесткого основания с периодической системой квазиэллиптических выемок

Олег Козачок

Смоделирован безфрикционный контакт упругого тела и жесткого основания при наличии в нем периодически расположенных выемок квазиэллиптической формы, когда межповерхностные зазоры содержат сжимаемую жидкость. Сформулированная контактная задача для упругого полупространства сведена к сингулярному интегральному уравнению (СИУ) с ядром Гильберта относительно производной от высоты зазоров, которое трансформировано в СИУ с ядром Коши, решаемое аналитически, и трансцендентного уравнения относительно давления жидкости, полученного из уравнения состояния сжимаемой баротропной жидкости. Проанализированы зависимости давления жидкости, формы зазоров, контактного сближения и контактной податливости тел от приложенной нагрузки и модуля объемной упругости жидкости

Отримано 14.03.17