

Чисельне дослідження перехідних процесів у довгому газопроводі, спричинених розгерметизацією

Василь Чекурін¹, Ольга Химко²

¹ д.ф.-м.н., професор, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Наукова 3-б, м. Львів, 79060, Україна; Kujawsko-Pomorska Szkoła Wyższa w Bydgoszczy, ul. Toruńska 55-57, m. Bydgoszcz, 85-001, Polska, v.chekurin@gmail.com

² к.т.н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С.Бандері, 12, Львів, 79013, Україна, acit@polynet.lviv.ua

Побудована модель перенесення маси та імпульсу в довгому газопроводі за його розгерметизації. В рамках моделі сформульовані нелінійні задачі визначення перехідних процесів у трубопроводі за виникнення локальної розгерметизації. З використанням методу скінченних різниць проведено чисельне дослідження нестационарних розподілів тиску та потоку газу в трубі для різних режимів роботи компресорних станцій. Результати проведених досліджень можна використати для моделювання аварійних ситуацій на магістральних газопроводах, прогнозування на цій основі можливих втрат і прийняття обґрунтованих рішень щодо шляхів ліквідації аварії та мінімізації її наслідків.

Ключові слова: довгі трубопроводи, моделі динаміки газу, керування режими течії, моделі розгерметизації трубопроводу, перехідні процеси перенесення маси та імпульсу

Вступ. Для розроблення засобів виявлення та ідентифікації витоків із магістральних газопроводів, які базуються на методах обчислювального моніторингу [1], необхідна детальна кількісна інформація щодо параметрів нестационарних потоків, які формуються у трубопроводі за його розгерметизації. Аналіз такої інформації дозволяє обґрунтовано вибирати інформативні параметри для систем виявлення витоків, здійснювати кількісні оцінки змін значень цих параметрів, залежно від інтенсивності витоку, місця розгерметизації, режимів роботи трубопроводу тощо.

У статті [2] розглянуті математичні моделі, сформульовані прямі й обернені задачі для методу ідентифікації витоку у довгому газопроводі за стаціонарних умов на основі даних моніторингу тиску на його вході, виході та декількох внутрішніх контрольних точках. Тут, на основі математичної моделі, яка описує потік газу в трубопроводі з локальним витоком за стаціонарних умов, проведено кількісну оцінку інформативних параметрів, проведено оцінювання точності визначення місця розгерметизації та інтенсивності витоку.

Проте, система виявлення витоків, збудована на підході, запропонованому у публікації [2], почне функціонувати належним чином лише через деякий проміжок часу після розгерметизації — аж після завершення перехідного

процесу, спричиненого розгерметизацією, і встановлення нового стаціонарного режиму. За цей проміжок із трубопроводу може витекти значна кількість транспортовано продукту. Щоб оцінити ці втрати необхідні математичні моделі для опису перехідних процесів у трубопроводі, які враховують режими роботи компресорних станцій, інтенсивність витоку та місце розгерметизації. Такі моделі є важливими також для розроблення методів та засобів виявлення та ідентифікації витоків на основі даних моніторингу параметрів газових потоків в трубопроводах.

Об'єктом дослідження є нестационарні газодинамічні процеси, які виникають у довгому трубопроводі за його локальної розгерметизації. Предметом дослідження є розподіли тиску і масового потоку, які формуються в трубопроводі, та їхня залежність від місця розгерметизації, інтенсивності витоку, а також від режимів роботи компресорів. У статті розвинена нелінійна математична модель нестационарного перенесення маси та імпульсу у довгому трубопроводі за його розгерметизації. В рамках моделі сформульовані нелінійні задачі визначення перехідних процесів, які виникають у трубопроводі за локальної розгерметизації і проведено їхнє чисельне дослідження.

1. Вихідні співвідношення

Дослідження проведемо в рамках одновимірної моделі яка описує нестационарний рух газу в циліндричній трубі довжиною L сталого діаметру D [2]. Обмежимося тут ізотермічним випадком, вважаючи температуру T газу незалежною від часу t і координати x вздовж осі труби.

Вихідними диференціальними рівняннями цьому випадку є рівняння нерозривності та рівняння руху.

Рівняння нерозривності виражає баланс маси газу в трубі з урахуванням витоку:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial \rho V}{\partial x} - S_L. \quad (1)$$

Тут t — часова змінна, x — координата вздовж осі труби, $\rho = \rho(x, t)$ — густина маси газу, $V = V(x, t)$ — осереднена по перерізу труби осьова складова макроскопічної швидкості газового потоку, $S_L = S_L(x, t)$ — функція, яка визначає втрату маси газу в об'ємі труби внаслідок витоків через негерметичну стінку, $[S_L] = \text{кг}/\text{м}^3 \text{с}$.

Рух газу в трубі відбувається під дією градієнту тиску $\partial P/\partial x$, складової сили тяжіння $\rho g dH/dx$, колінарної до осі трубопроводу, та сили в'язкого тертя газу з внутрішньою поверхнею труби. Відповідно до цього, згідно другого закону Ньютона, рівняння балансу імпульсу у субстанціональній формі матиме вигляд

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \rho g \frac{dH}{dx} - F. \quad (2)$$

Тут $P = P(x, t)$ — тиск газу, $g = const$ — прискорення земного тяжіння, $H = H(x)$ — функція зміни висоти осі труби в полі земного тяжіння, F — об'ємна густина осередненої в перетині труби сили тертя, $[F] = H/m^3$, d/dt — оператор субстанціональної похідної за часом

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x}.$$

За достатньо високих швидкостей течії (турбулентний режим) сила f_R виражається формулою [3]:

$$F = \frac{\lambda |V|}{2D} \rho V. \quad (3)$$

Тут λ — коефіцієнт гідравлічного опору, який залежить від діаметра D труби висоти k нерівностей на її внутрішній поверхні та числа Рейнольдса Re . Відома емпірична формула, яка неявно визначає коефіцієнт λ у вигляді [3].

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left(\frac{k}{3,72D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right), \quad (4)$$

а також її наближене представлення у явному вигляді [3]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \lg \left(\left(\frac{k}{3,72D} \right)^{1,1} + \frac{6,9}{Re} \right). \quad (5)$$

Число Рейнольдса Re для труби круглого діаметра визначається як [3,4]

$$Re = \rho V \frac{D}{\mu}, \quad (6)$$

де μ — динамічна в'язкість газу

Число Рейнольдса визначає критерій течії газу. За малих чисел Рейнольдса, коли Re менше деякого критичного значення Re_c спостерігається ламінарний рух флюїду. Натомість, коли $Re \gg Re_c$ — рух газу в трубі турбулентний, за проміжних значень числа Re реалізується перехідний режим. Емпірично встановлено, що за значень $Re > 2300$ відбувається ламінарний рух, коли $2300 < Re < 4000$ — здійснюється перехідний режим, а при $Re > 4000$ — рух турбулентний [4]. Транспортування природного газу магістральними трубопроводами відбувається в умовах, за яких має місце цілком розвинений турбулентний режим [4]. Наведені тут формули (4), (5) справедливі саме для цього режиму.

Динамічна в'язкість газів доволі слабо змінюється в діапазоні робочих тисків магістральних газопроводів. У статті [5] наведені експериментальні дані для газу одного із родовищ. Тут показано, що за сталої температури коефіцієнт динамічної в'язкості μ практично лінійно збільшується з температурою. Так при

температурі 20,01 в діапазоні тисків (0,1...6,08) МПа μ змінюється в межах (1069...1243) мкПа·с.

З формул (4), (6) випливає, що коефіцієнт тертя λ у формулі (3) залежить від густини масового потоку $J = \rho V$. Зауважимо, що аргумент логарифму у формулах (4), (5) має два доданки — один залежить від шорсткості поверхні і визначається безрозмірним параметром k/D , а інший визначається числом Рейнольдса Re . За умови що доданок $\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}$ має значення близьке або значно

більше за величину доданка $\frac{k}{3,72D}$, коефіцієнт λ істотно залежатиме від J . Це

так званий випадок «гладкої труби» [], оскільки ця умова виконується, коли шорсткість внутрішньої поверхні k/D достатньо мала. В іншому випадку, коли

$\frac{k}{3,72D} \gg \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}}$ коефіцієнт не залежить від масового потоку J . Зазвичай труби,

які використовують у магістральних трубопроводах мають доволі шорстку внутрішню поверхню. Більше того, значення параметра k/D з часом може змінюватися, оскільки в процесі експлуатації структура внутрішньої поверхні труби зазнає змін. Однак, слід підкреслити, що з точки зору числового розв'язування задач динаміки газу в трубі, залежність коефіцієнта λ від J не має принципового значення, оскільки останній доданок в правій частині рівняння (2) і без того є істотно нелінійним.

Використовуючи (1), зведемо рівняння (2) до локальної форми. З урахуванням співвідношення (3) отримуємо:

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho V^2 + P)}{\partial x} - VS_L - \rho g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\lambda |V|}{2D} \rho V. \quad (7)$$

Це рівняння відрізняється від відповідного рівняння балансу імпульсу в суцільній трубі доданком $-VS_L$ у правій частині, який враховує втрату імпульсу газу, що рухається в трубі, внаслідок втрати маси через витік.

Система рівнянь (1), (7) не замкнена, оскільки вона містить три невідомі функції координат і часу — ρ , V і P . Одну із двох невідомих функцій P чи ρ можна виключити із рівнянь використовуючи термічне рівняння стану, яке пов'язує тиск P , густину ρ (чи питомий об'єм $v \equiv 1/\rho$) та температуру T [6].

Відомі різні форми подання рівнянь стану реальних газів — класичне рівняння Ван дер Ваальса, а також рівняння Бенедікта-Вебба-Рубіна (BWR), Редліха-Квонга, Лі та Кеслера та інші [6]. Останнім часом у газовій галузі широкого застосування набули дві форми подання рівнянь стану, це — рівняння, які визначають вільну енергію Гельмгольца як функцію густини газу і температури [7], та рівняння стану, які базуються на концепції коефіцієнта стисливості z [8]. Рівняння стану, побудовані за цими підходами,

використовують багато емпіричних констант і забезпечують високу точність розрахунку (порядку десятих часток відсотка).

Другий підхід опрацьований під егідою Американської газової асоціації (AGA), яка видає галузеві стандарти [8]. Рівняння стану за цим підходом можна подати у вигляді

$$P = z \frac{R}{\mu_g} \rho T = z c_0^2 \rho, \quad (8)$$

де R — універсальна газова стала, μ_g — молярна маса газу, c_0 — швидкість звуку за моделлю ідеального газу, z — коефіцієнт стисливості газу, який враховує відмінність його реальних термодинамічних властивостей від моделі ідеального газу: для ідеального газу $z = 1$.

Стандарт AGA-8 [8] надає формули для розрахунку параметра z як функції густини ρ і температури T для природних гідрокарбонів, залежно від їхнього складу, а також необхідні емпіричні дані.

2. Визначальні рівняння

Використовуючи рівняння стану (8), рівняння (1), (7) зручно подати у вигляді системи стосовно двох ключових функцій — густини маси ρ та густини масового потоку $J \equiv \rho V$:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial x} - S_L, \quad (9)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = -\left(c^2 - \frac{J^2}{\rho^2}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} - 2 \frac{J}{\rho} \frac{\partial J}{\partial x} - \frac{\lambda}{2D} \frac{|J|}{\rho} J - \frac{J}{\rho} S_L - \rho g \frac{\partial H}{\partial x}. \quad (10)$$

Тут c — швидкість звуку $c = c(\rho)$:

$$c^2 \equiv c_0^2 \left(z + \rho \frac{\partial z}{\partial \rho} \right). \quad (11)$$

Система (9), (10) відрізняється від аналогічної їй, записаної для труби без витoku [2,9], наявністю у правих частинах рівнянь доданків $-S_L$ та $-S_L \rho^{-1} J$, які враховують втрату маси та імпульсу газового потоку, зумовлені витокom.

Для подальшого зручно звести систему (9), (10) до безрозмірної форми. Для цього вводимо безрозмірні незалежні змінні — координату $\xi \equiv x/L$ та час $\tau \equiv t/t_i$, де $t_i = L/c_i$, а також безрозмірні тиск $p \equiv P/P_i$, густину $\bar{\rho} \equiv \rho/\rho_i$, густину масового потоку $j \equiv J/J_i$ та швидкість руху газу $v \equiv V/V_i$. Тут c_i — характерна швидкість звуку в газі, P_i — характерний тиск, ρ_i — характерна густина, V_i — характерна швидкість.

Характерна швидкість виражається через характерні потік і густину: $V_i = J_i/\rho_i$. Характерні тиск P_i і швидкість звуку c_i можна виразити через

характерну густину. Використовуючи рівняння стану (8), отримуємо $P_t = c_0^2 z(\rho_t, T) \rho_t$, $c_t^2 \equiv \partial P / \partial \rho|_{\rho=\rho_t} = c_0^2 \left(z(\rho_t, T) + \partial z / \partial \rho|_{\rho=\rho_t} \rho_t \right)$.

У нових змінних система (9), (10) набуває вигляду

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \tau} = -Ma \frac{\partial j}{\partial \xi} - s_L, \quad (12)$$

$$\frac{\partial j}{\partial \tau} = -\frac{1}{Ma} \left(\bar{c}^2 - Ma^2 \frac{j^2}{\bar{\rho}^2} \right) \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \xi} - 2Ma \frac{j}{\bar{\rho}} \frac{\partial j}{\partial \xi} - Ma \beta \frac{|j|}{\bar{\rho}} j - Mas_L \frac{j}{\bar{\rho}} - Ma \gamma \bar{\rho} \frac{dh}{d\xi}. \quad (13)$$

Тут використані позначення

$$Ma \equiv \frac{V_t}{c_t}, \quad s_L \equiv \frac{L}{J_t} S_L, \quad \bar{c} \equiv \frac{c}{c_t}, \quad \beta \equiv \frac{\lambda L}{2D}, \quad h \equiv H/L, \quad \gamma \equiv \frac{Lg}{V_0^2}. \quad (14)$$

Зазначимо, що математична модель (12), (13) не замкнена оскільки не визначена функція витoku $s_L(\xi, \tau)$. Базуючись на відомій моделі витoku газу через малий отвір [10,11], подамо її у вигляді:

$$s_L(\xi, \tau) = j_L(\tau) \delta_L(\xi - \xi_L, \Delta_\xi) \theta_L(\tau - \tau_L, \Delta_\tau) \quad (15)$$

Тут $j_L(t) = K_L \bar{\rho}(\xi_L, t)$ де K_L — безрозмірний коефіцієнт, який залежить від площі отвору витoku, тиску в зовнішньому середовищі, куди газ витікає, та термодинамічних властивостей газу в трубі, ξ_L , τ_L — момент початку розгерметизації, Δ_ξ та Δ_τ — безрозмірні параметри, які визначають ступінь локалізації витoku та тривалість процесу усталення витoku від моменту початку розгерметизації.

Функції $\delta_L(\dots)$ та $\theta_L(\dots)$ у формулі (15) враховують локальність витoku та його раптовість. Тут $\delta_L(x - x_L, \Delta_x)$ — дельта-подібна функція, тобто $\lim_{\Delta_x \rightarrow 0} \delta_L(\dots, \Delta_x) = \delta(\dots)$, де $\delta(\dots)$ — дельта-функція Дірака. Функція $\theta_L(t - t_L, \Delta_t)$ — близька до одиничної функції Гевісайда $\theta(\dots)$, тобто $\lim_{\Delta_t \rightarrow 0} \theta_L(\dots, \Delta_t) = \theta(\dots)$.

Ці функції можна подати у вигляді

$$\delta_L(\xi, \Delta_\xi) = \frac{2 \exp\left(-2 \frac{\xi}{\Delta_\xi}\right)}{\Delta_\xi \left(1 + \exp\left(-2 \frac{\xi}{\Delta_\xi}\right)\right)^2}, \quad \theta_L(\tau, \Delta_\tau) = \frac{1}{1 + \exp\left(-2 \frac{\tau}{\Delta_\tau}\right)}. \quad (16)$$

У граничному випадку, коли $\Delta_\xi = 0$ та $\Delta_\tau = 0$, функції (16) набувають вигляду $\delta_L(\dots) = \delta(\dots)$, $\theta_L(\dots) = \theta(\dots)$.

3. Формулювання задачі та метод її чисельного розв'язування

Рівняння (11), (12), (13) та (16) визначають математичну модель динаміки газу в трубопроводі за наявності витоку. Для формулювання відповідних нестационарних крайових задач необхідно долучити до цих рівнянь відповідні крайові умови, які моделюють роботу компресорів на вході і виході [9].

Застосуємо цю модель для опису перехідних процесів у трубопроводі за локальної раптової розгерметизації. Розглянемо горизонтальний герметичний трубопровід, який працює у стаціонарному режимі. У цьому випадку безрозмірний масовий потік j_0 не залежить від координати, а безрозмірна густина $\bar{\rho}_0(\xi)$ задовольняє нелінійне диференціальне рівняння [2]

$$\frac{\partial \bar{\rho}_0}{\partial \xi} = - \frac{Ma^2 \beta j_0^2 \bar{\rho}_0 + Ma \frac{\partial \gamma}{\partial \xi} \bar{\rho}_0^3}{c^2 (\bar{\rho}_0) \bar{\rho}_0^2 - Ma^2 j_0^2}. \quad (17)$$

Це рівняння впливає безпосередньо із рівнянь (12), (13), якщо покласти в них $s_L \approx 0$, $\partial \bar{\rho} / \partial \tau = \partial j / \partial \tau \approx 0$. Тут і далі нижнім індексом «0» позначаємо параметри, які стосуються початкового режиму (до моменту розгерметизації)

Задаючи умову на вході труби

$$\bar{\rho}_0|_{\xi=0} = \bar{\rho}_0^{in}, \quad (18)$$

де $\bar{\rho}_0^{in}$ — задане значення, отримуємо задачу Коші (17), (18) для звичайного нелінійного диференціального рівняння. Її розв'язок $\bar{\rho}_0 = \bar{\rho}_0(\xi)$ за заданого значення потоку j_0 визначає початковий режим роботи трубопроводу.

Нехай в момент часу $\tau = 0$ в точці з координатою $\xi = \xi_L$ виникає розрив суцільності і внаслідок цього утворюється локальний витік. Параметри моделі витоку τ_L , ξ_L , Δ_ξ , Δ_τ та K_L вважаємо заданими. Необхідно визначити зміни в часі розподілів густини маси $\bar{\rho}(\xi, t)$ та густини потоку $j(\xi, t)$ від моменту розгерметизації аж до встановлення нового стаціонарного режиму. Функції $\bar{\rho}(\xi, t)$ та $j(\xi, t)$ перехідного режиму задовольняють систему (12) (13), в якій функцію $s_L(\xi, \tau)$ визначають співвідношення (15), (16). Початкові умови для системи (12), (13) визнає розв'язок $\bar{\rho}(\xi)$ задачі Коші (17), (18):

$$\bar{\rho}|_{\tau=0} = \bar{\rho}_0(\xi), \quad j|_{\tau=0} = j_0. \quad (19)$$

Розв'язок істотно залежатиме від умов, які виконуються на вході та виході трубопроводу, тобто — від крайових умов. Розглянемо два варіанти таких умов. Перший — крайові умови першого роду: на вході та виході підтримується значення тисків, такі ж як в початковому стаціонарному режимі. У цьому випадку маємо крайові умови для рівнянь (12), (13):

$$\bar{\rho}|_{\xi=0} = \bar{\rho}_0^{in}, \quad \bar{\rho}|_{\xi=1} = \bar{\rho}_0(1). \quad (20)$$

Другий випадок — мішані крайові умови: на вході витримуються сталий потік, а на виході — сталий тиск, такі ж як і початковому стаціонарному режимі. У цьому випадку матимемо

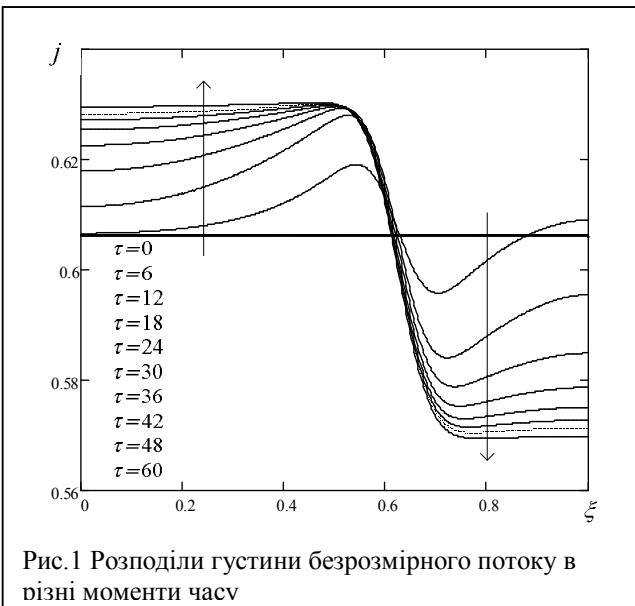
$$j|_{\xi=0} = j_0, \quad \bar{\rho}|_{\xi=1} = \bar{\rho}_0(1). \quad (21)$$

Для розв'язування сформульованої задачі необхідно спочатку розв'язати задачу Коші (17), (18) і встановити початкові умови для обох задач. Відтак розв'язуємо крайову задачу (12), (13), (19), (20), а потім (12), (13), (19), (21). Оскільки всі три задачі нелінійні, то для їхнього розв'язування використовуємо чисельні методи.

Оскільки початкова умова задача Коші лінійна, то її розв'язуємо безпосередньо застосовуючи до рівняння (17) алгоритм RKF-45 [12], який базується на методі Рунге-Кутти.

До задач (12), (13), (19), (20) та (12), (13), (19), (21) застосовуємо метод скінченних різниць, апроксимуючи похідні за координатами у правих частинах рівнянь (12), (13) скінченними приростами і використовуючи крайові умови (20) та (21) відповідно приходимо до систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку за часовою змінною. оскільки рівняння в цих системах є лінійні стосовно похідних за часом, початкові умови теж лінійні, то отримані системи розв'язуємо теж застосовуючи до них той самий алгоритм RKF-45.

4. Результати числового аналізу задач



Дослідження провели для трубопроводу з довжиною $L = 120 \cdot 10^3 \text{ m}$, діаметром $D = 1.378 \text{ m}$ та коефіцієнтом тертя $\lambda = 9.92 \cdot 10^{-3}$. Для введення безрозмірних змінних вибирали параметри $\rho_i = 50.52 \text{ кг/м}^3$, $J_i = 483.95 \text{ кг/м}^2 \text{ с}$. При цьому інші характерні параметри мають значення: $P_i = 6.65 \text{ МПа}$, $V_i = 9,448 \text{ м/с}$ $t_i = 355.43 \text{ с}$, $c_0 = 337.62 \text{ м/с}$, $Ma = 0,028$, $\beta = 529,24$, $\gamma = 13,175 \cdot 10^6$.

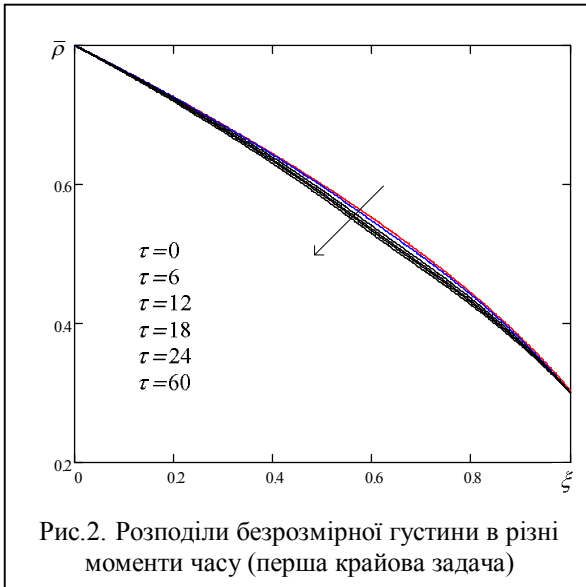


Рис.2. Розподіли безрозмірної густини в різні моменти часу (перша крайова задача)

поширюється до країв труби. Розрахунок провели для значень параметрів $\Delta_{\xi} = 0.05$ та $\Delta_{\tau} = 0.05$, що забезпечило гладкість кривих, поданих на цьому рисунку.

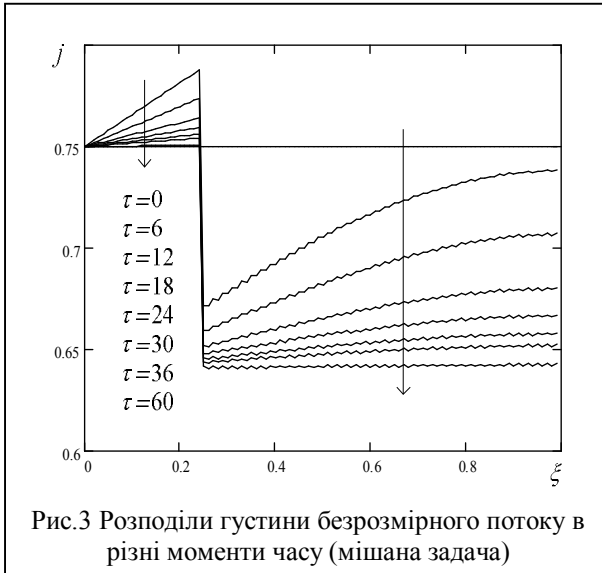


Рис.3 Розподіли густини безрозмірного потоку в різні моменти часу (мішана задача)

тобто тривалість перехідного процесу, зумовленого розгерметизацією. Він приблизно дорівнює $60t_i = 2,133 \cdot 10^4$ с, або близько 6 годин.

На рисунках 3 і 4 наведені деякі результати розв'язування мішаної задачі.

На рис. 1 показані координатні залежності густини безрозмірного потоку в різні моменти часу, розраховані на основі чисельного розв'язку задачі першого роду. Стрілки показують напрям зростання значень безрозмірного часу, за яких проведено розрахунок.

Розгерметизація виникла під час стаціонарного режиму, коли потік безрозмірний дорівнював $j_0 = 0.606$, а значення безрозмірної густини на вході та виході відповідно склали 0,8 та 0.303. Як бачимо зміна потоку розпочинається від місця витoku $\xi_L = 0.6$ і

На рис.2 показані координатні залежності безрозмірної густини у різні моменти часу від початку перехідного процесу аж до встановлення нового стаціонарного режиму. Як бачимо, завдяки підтримуванню на вході і виході незмінних тисків, розподіли тиску доволі слабо змінюються з часом. Тому на рис.2 навели меншу кількість кривих.

Отримані дані дозволили оцінити проміжок часу від моменту розгерметизації, за який в системі встановиться новий стаціонарний режим,

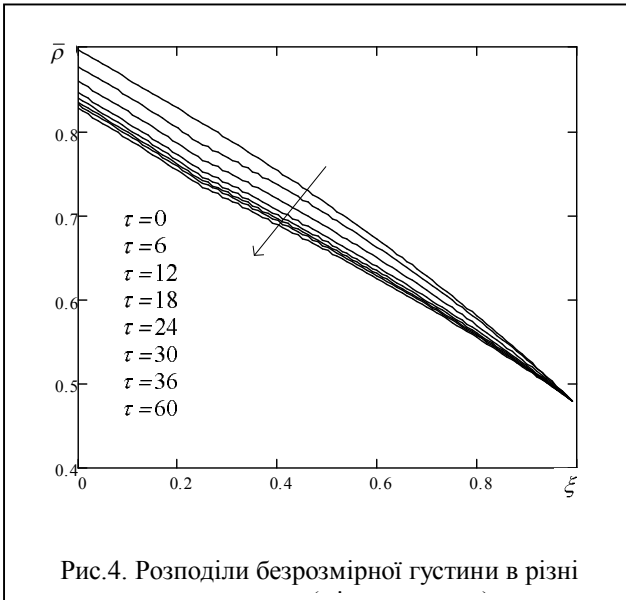


Рис.4. Розподіли безрозмірної густини в різні

Цю задачу розв'язували для моделі точкового миттєвого витоку, задаючи стрибкоподібну зміну потоку в точці розгерметизації $\xi_L = 0.25$. Початковий стаціонарний режим у цьому випадку характеризується потоком $j_0 = 0,75$, густиною на вході 0,9 та виході 0.48.

На рис. 3. показані координатні залежності безрозмірної густини у різні моменти часу впродовж перехідного процесу. В момент розгерметизації значення потоку безпосеред-

ньо за точкою розгерметизації різко падає, а перед цією точкою — різко зростає. На відрізку $(0, \xi_L)$ потік спадає з часом прямуючи до значення j_0 , а на відрізку $(\xi_L, 1)$ також спадає, прямуючи до нового до нового стаціонарного значення 0,64. На кривих залежності потоку від координати спостерігаються дрібномасштабні коливання, які є паразитним обчислювальним явищем, зумовленим наявністю в математичній моделі функцій, які різко змінюють своє значення на відстанях, менших за крок дискретизації. Проте, слід зазначити, що ці коливання не спотворюють загальної картини координатних залежностей $j(\xi, \tau)$.

Залежності густини від координати (рис.4) істотніше, ніж у попередньому випадку, змінюються із часом. На цих кривих можна спостерігати різку зміну кута нахилу дотичної до кривих $\bar{\rho}(\xi, \tau)$ в точці витоку $\xi = \xi_L$, яка все чіткіше проявляється з наближенням перехідного процесу до другого стаціонарного режиму. На цьому ефекті, власне, базується метод виявлення і ідентифікації витоку у стаціонарному режимі, який був запропонований у статті [2].

Висновки: Розроблена математична модель для опису нестационарних процесів руху газу в трубопроводі з витоком. Сформульовані дві задачі визначення перехідних режимів за настання локальної розгерметизації в трубопроводі, який працює в стаціонарному режимі. Для розв'язування цих задач застосовано метод скінченних різниць та відомий алгоритм розв'язування нелінійний систем звичайних диференціальних рівнянь, що базується на методі Рунге-Кутти.

Для побудови моделі витоку, яка встановлює функцію витоку s_L , застосована елементарна теорія, яка визначає швидкість витікання газу через

малий отвір. Ця теорія базується на моделі ідеального газу і припущенні про адіабатичність процесу витікання. При цьому вважається, що вплив різних чинників, таких як коефіцієнт стисливості газу трубі, тиск, який виникає у середовищі тощо, інтегрально враховується емпіричним коефіцієнтом K_L .

Основним мотивом використання функцій $\delta_L(\dots)$ та $\theta_L(\dots)$, за допомогою яких можна керувати в математичній моделі «локальністю» витіку та його «раптовістю», було те, що наявність зосереджених факторів може негативно вплинути на чисельне розв'язування задач із використанням методу скінченних різниць. Проте, як показали чисельні експерименти, проведені в ході розв'язування мішаної крайової задачі, паразитні коливання розв'язку, які спричинені обчислювальною нестійкістю, зумовленою зосередженими чинниками, є малі і не впливають на загальну картину розв'язку.

Отримані результати розв'язування двох крайових задач показали, що режими роботи компресорів на вході і виході можуть істотно впливати на перебіг перехідних процесів. Можна розглядати й інші варіанти керування режимами роботи компресорів, у тому числі і нестационарні, коли крайові умови на вході і виході змінюються в часі.

Отримані числові результати узгоджуються із фізичними уявленнями про перебіг перехідних процесів перенесення маси та імпульсу у довгому трубопроводі за виникнення витіку за вибраних умов на вході та виході.

Розроблені математичні моделі, методи та отримані результати можна використати для моделювання роботи магістральних газопроводів за локальної розгерметизації, оцінювання втрат, спричинених цією подією, та прийняття на цій основі обґрунтованих рішень щодо вибору режимів роботи компресорних станцій, які забезпечать мінімізацію наслідків аварії. Вони можуть бути також корисними за розроблення математичних моделей, методів та алгоритмів для систем виявлення та ідентифікації витоків, які базуються на моніторингу газодинамічних параметрів потоків у газопроводі та розв'язуванні відповідних задач газової динаміки в реальному часі.

У подальших дослідженнях буде враховано вплив змін температури, які виникають в газовому потоці, на процеси перенесення маси та імпульсу, а також уточнена модель витікання газу через малий отвір.

Література

- [1] *Muravy P.-S., Silea I.* A survey on gas leak detection and localization techniques// Journal of Loss Prevention in the Process Industry. 2012.— V. 25, P. 966-973.
- [2] *Чекурін В., Химко О.* Математичні моделі для ідентифікації витіку в довгому газопроводі// Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології.—2017, вип. 25, 157-169
- [3] The Engineering Toolbox/ https://www.engineeringtoolbox.com/colebrook-equation-d_1031.html
- [4] Трубопроводный транспорт газа/ *Бобровский С.А., Щербатов С.Г., Яковлев Е.И. и др.*— М: Наука, 1976. 496 с.
- [5] *Глумов Д.Н., Стрекалов А.В.* Способ расчета динамической вязкости газов в широком диапазоне давлений// Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело», 2011, No1. <http://www.ogbus.ru>

- [6] *Wassgren C.* Notes on Fluid Mechanics and Gas Dynamics.— School of Mechanical Engineering Purdue University 2010. https://purduearchives.files.wordpress.com/2016/11/2010_08_14_-_notesonfluidmechanicsandgasdynamics_wassgren.pdf
- [7] *Kunz, O. and Wagner, W.*, “The GERG-2008. Wide range equation of state for natural gases and other mixtures. An expansion of GERG-2004.” J. Chem. Data 57, 2012, pp. 2031-3091
- [8] American Gas Association, AGA Report No. 8, Compressibility Factors of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Gases, Second Edition, Second Printing, American Gas Association, Arlington, Virginia, 1994.
- [9] *Чекурин, В. Ф.* Математична модель перехідних процесів перенесення маси й імпульсу в довгому газопроводі. Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології, 2010.— №1.— С. 210-219.
- [10] *Bomelburg H. J.* Estimation of Gas Leak Rates Through Very Small Orifices and Channels. — Battelle Pacific Northwest Laboratories, Richland, Washington, 1977.
- [11] *Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е.* Техническая термодинамика. Москва «Энергоатомиздат» 1983. —408с.
- [12] Mathews J. H., Fink K. K. Numerical Methods Using Matlab, 4th Edition.— Upper Saddle River, New Jersey, USA: Prentice-Hall Inc., 2004.

Numerical study of the transient processes in a long pipeline caused by its depressurization

Vasyl Chekurin, Olga Khymko

A mathematical model for mass and momentum transfer in a long gas pipeline under its depressurization has been constructed. Nonlinear problems for transient processes in the pipeline under a local depressurization have been formulated. With the use of finite difference method, the nonstationary distributions of pressure and flow rate in the pipeline have been studied for various regimes of compressors operation. The obtained results can be used for modeling gas-dynamic processes in main gas pipelines during their accidental depressurization, forecasting of possible losses, and decision making on how to cure the accident and minimize its consequences.

Численное исследование переходных процессов в длинном газопроводе при разгерметизации

Василь Чекурин Ольга Хымко

Построена модель переноса массы и импульса в длинном газопроводе при его разгерметизации. В рамках модели сформулированы нелинейные задачи определения переходных процессов при возникновении локальной разгерметизации. С использованием метода конечных разностей численно исследованы нестационарные распределения давления и массового потока в трубе для разных режимов работы компрессорных станций. Результаты проведенных исследований можно использовать для моделирования аварийных ситуаций на магистральных газопроводах, прогнозирования на этой основе возможных потерь и принятия обоснованных решений касательно путей устранения аварии и минимизации ее последствий.

Отримано 28.10.17