

Контактна взаємодія тіл з хвилястим рельєфом з урахуванням стисливої міжконтактної рідини

Олег Козачок

К. ф.-м. н., Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3б, Львів, 79060, e-mail: labmtd@iapmm.lviv.ua

Розглянуто безфрикційний контакт двох півбезмежних пружних тіл, одне з яких має хвилясту поверхню, коли міжповерхневі просвіти містять стисливу баротропну рідину. Сформульовану контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння (СІР) з ядром Гільберта, яке трансформовано у СІР з ядром Коші відносно похідної від висоти просвітів. З умови обмеженості на кінцях відрізка інтегрування розв'язку цього СІР і з рівняння стану стисливої баротропної рідини отримано та числово розв'язано систему трансцендентних рівнянь для визначення ширини просвітів та тиску рідини. Проаналізовано залежності ширини і форми просвітів, тиску рідини, контактної зближеності та контактної податливості тіл від прикладеного навантаження та модуля об'ємної пружності рідини.

Ключові слова: контактна взаємодія, хвилястий рельєф, міжповерхневі просвіти, стислива баротропна рідина, контактне зближення тіл, контактна податливість тіл, сингулярне інтегральне рівняння.

Вступ. З метою покращення функціональних характеристик контактних пар розроблені й успішно застосовуються різноманітні технології модифікування їх поверхонь, зокрема мікротекстурування [1-2], які полягають у формуванні на них регулярного мікрорельєфу. Під час контакту тіл з такими поверхнями між ними виникають періодично розташовані просвіти, які у реальних умовах експлуатації можуть бути заповнені рідиною чи газом, що чинять додатковий тиск на контактуючі поверхні і можуть істотно впливати на фактичну площу контакту, контактні напруження і міцність тіл.

Контактні задачі для тіл з періодичним рельєфом за відсутності заповнювача зазорів між ними розглянуто у працях [3-7]. Вивчено [8-21] контакт тіл за наявності між ними поодиноких або періодично розташованих гладких виїмок, цілком заповнених рідиною і/або газом. Вплив газорідинного заповнювача просвітів на взаємодію пружного тіла і текстурованої різними формами виїмками жорсткої основи розглянуто у роботах [21-22]. Досліджено [23-24] фрикційні ефекти під час взаємодії тіл з регулярним рельєфом.

Контакт тіл з синусоїдальним профілем за наявності стисливої рідини у заглибинах досліджено, використовуючи метод автоморфних функцій [25-26], а за наявності ідеального газу або рідинних містків — метод функцій міжконтактних зазорів [27-28].

Нижче, використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів, досліджено взаємодію двох пружних тіл, одне з яких має хвилясту поверхню, за наявності у міжповерхневих просвітах стисливої баротропної рідини.

1. Формулювання задачі

Розглянемо безфрикційну контактну взаємодію двох пружних півнескінченних тіл D_1 і D_2 за умов плоскої деформації. Межа одного з тіл прямолінійна, а іншого — хвиляста, що задана періодичною функцією

$$r(x) = A \cos^2(\pi x/d), \quad x \in [-\infty, \infty] \quad (1)$$

зображеною штриховою лінією на рис. 1. Максимальна висота хвилястої межі A значно менша від періоду d ($A \ll d$).

Тіла контактують під дією рівномірно розподілених на нескінченності стискальних навантажень P^∞ . Внаслідок нерівності межі одного з тіл їх контакт неповний і між ними виникають міжповерхневі просвіти висоти $h(x)$. Вважаємо, що просвіти заповнені стисливою баротропною рідиною, стан якої описується рівнянням [29]

$$V_2 \exp(P_2/B) = V_0, \quad (2)$$

де P_2 — тиск рідини; B — модуль об'ємної пружності рідини; $\beta_0 = 1/B$ —

коефіцієнт об'ємної стисливості рідини; V_2 — об'єм рідини, що припадає на одиницю довжини просвіту в поздовжньому напрямку, перпендикулярному до площини рис. 1; V_0 — об'єм рідини в одній виїмці в початковому стані за відсутності тиску.

У процесі навантаження змінюватимуться тиск рідини P_2 , ширина $2a$ і висота $h(x)$ просвітів.

Контактно-крайові умови сформульованої плоскої контактної задачі мають вигляд:

$$\tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, \quad |x - kd| < a, \quad (3)$$

$$\sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^-, \quad |x - kd| < a, \quad (4)$$

$$\sigma_{yy}^+ = -P_2, \quad |x - kd| < a, \quad (5)$$

уздовж зазорів $|x - kd| < a$, ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$);

$$\tau_{xy}^+ = \tau_{xy}^- = 0, \quad (6)$$

$$\sigma_{yy}^+ = \sigma_{yy}^-, \quad (7)$$

$$v^+ = v^- - r(x) \quad (8)$$

на ділянках контакту $a \leq |x - kd| \leq d/2$, ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$);

$$\sigma_{yy} = -P^\infty, \quad \sigma_{xx} = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad (9)$$

на нескінченності. Тут σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy} — компоненти тензора напружень; v — складова вектора переміщення вздовж осі Oy ; значками “+”, “-” позначено граничні значення функції за прямування точки до осі Ox у верхній і нижній півплощинах ($y \rightarrow \pm 0$).

2. Методика розв’язування задачі

Напруження і похідні від переміщень у півплощинах D_n ($n = 1, 2$) подамо [16] в комплексному вигляді через форму хвилястої межі $r(x)$ і заздалегідь невідому висоту міжконтактних просвітів $h(x)$:

$$\sigma_{yy} - i\tau_{xy} = \Phi_n(z) - \Phi_n(\bar{z}) + (z - \bar{z})\overline{\Phi_n'(z)} - P^\infty, \quad z \in D_n,$$

$$2G_n(u' + iv') = \kappa_n \Phi_n(z) + \Phi_n(\bar{z}) - (z - \bar{z})\overline{\Phi_n'(z)} + \frac{3 - \kappa_n}{4} P^\infty, \quad z \in D_n, \quad (10)$$

$$\Phi_n(z) = \frac{(-1)^{3-n}}{dK} \left(\int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-z)}{d} \right) dt - \int_{-d/2}^{d/2} r'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-z)}{d} \right) dt \right), \quad (11)$$

де $K = 2(1 - \nu_1)/G_1 + 2(1 - \nu_2)/G_2$; $\kappa_n = 3 - 4\nu_n$; G_n , ν_n — відповідно модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона матеріалу півплощини D_n , $n = 1, 2$.

Для визначення функції $h'(x)$ отримуємо [28] сингулярне інтегральне рівняння (СІР) з ядром Гільберта:

$$\frac{2}{d} \int_{-a}^a h'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt = K(P^\infty - P_2) + \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} r'(t) \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi(t-x)}{d} \right) dt. \quad (12)$$

Шукана функція $h'(x)$ (похідна від висоти просвіту) повинна задовольняти умови

$$h'(\pm a) = 0. \quad (13)$$

Окрім того, з фізичних міркувань зрозуміло, що сама функція висоти просвіту у крайніх його точках теж повинна дорівнювати нулеві:

$$h(\pm a) = 0. \quad (14)$$

Провівши заміну змінних $\xi = tg(\pi x/d)$, $\eta = tg(\pi t/d)$, $\alpha = tg(\pi a/d)$, СІР з ядром Гільберта (12) трансформуємо у СІР з ядром Коші:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{d}{2(1 + \xi^2)} K(P^\infty - P_2) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (15)$$

Умови (13), (14) після заміни змінних набувають вигляду:

$$h'(\pm\alpha) = 0, \quad h(\pm\alpha) = 0. \quad (16)$$

Функція (1), що описує хвилясту межу, у нових змінних має вигляд $r(\xi) = A/(1 + \xi^2)$. Обчисливши $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{r'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta$ у правій частині рівняння (15), запишемо його у вигляді:

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{h'(\eta)}{\eta - \xi} d\eta = \frac{dK(P^\infty - P_2)}{\pi(1 + \xi^2)} + \frac{2A(\xi^2 - 1)}{(1 + \xi^2)^2}, \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (17)$$

Згідно з теорією сингулярних інтегральних рівнянь [30], рівняння з ядром Коші може мати необмежений або обмежений на кінцях відрізка інтегрування розв'язок. З огляду на першу умову (16) шукатимемо обмежений розв'язок рівняння (17):

$$h'(\xi) = -\frac{2A}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \frac{\xi\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{(1 + \xi^2)^2} - \frac{1}{\pi\sqrt{\alpha^2 + 1}} \left(\frac{A\pi}{\alpha^2 + 1} - \frac{dK(P^\infty - P_2)}{2} \right) \frac{\xi\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{(1 + \xi^2)}. \quad (18)$$

Обмежений розв'язок СІР (17) існує за виконання додаткової умови на його праву частину [30], з якої отримуємо

$$P_2 = P^\infty - \frac{2A\pi}{Kd(\alpha^2 + 1)}. \quad (19)$$

Проінтегрувавши функцію (18) з урахуванням другої з умов (16) та співвідношення (19), знайдемо висоту просвітів $h(\xi)$

$$h(\xi) = \frac{A}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \frac{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{1 + \xi^2} + \frac{A}{\alpha^2 + 1} \operatorname{arcth} \left(\frac{\sqrt{\alpha^2 - \xi^2}}{\sqrt{\alpha^2 + 1}} \right), \quad |\xi| \leq \alpha. \quad (20)$$

Підставивши співвідношення (19) у рівняння стану стисливої баротропної рідини (2), отримуємо трансцендентне рівняння для знаходження невідомої півширини просвітів α

$$KP^\infty - \frac{2A\pi}{d(\alpha^2 + 1)} - KB \ln \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - \ln(\alpha^2 + 1)} \right) = 0, \quad (21)$$

яке розв'язуємо числово методом поділу відрізка пополам з точністю $\varepsilon = 10^{-8}$.

Знайшовши півширину зазорів α , з рівняння (19) знаходимо тиск рідини P_2 .

Використовуючи подання (10) і співвідношення (18), визначаємо контактний тиск поверхонь $P(x) = -\sigma_{yy}(x, 0)$:

$$P(x) = P_2 + \frac{4A\pi}{dK \sqrt{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi a}{d}\right) + 1}} \begin{cases} 0, & |x - kd| < a, \\ \frac{\left| \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{d}\right) \right| \sqrt{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi x}{d}\right) - \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi a}{d}\right)}}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi x}{d}\right)}, & a \leq |x - kd| \leq d/2. \end{cases}$$

Для інженерних розрахунків контактної взаємодії текстурованих тіл важливу роль відіграє контактне зближення матеріалів Δv^∞ , яке виражається через висоту міжповерхневих просвітів за формулою [16]

$$\Delta v^\infty = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} (r(x) - h(x)) dx, \quad (22)$$

яка у нових змінних матиме вигляд

$$\Delta v^\infty = \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \frac{r(\xi)}{1 + \xi^2} d\xi - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\xi)}{1 + \xi^2} d\xi \right], \quad (23)$$

Підставивши висоту просвітів у вираз (23), отримаємо

$$\Delta v^\infty = \frac{A}{2(\alpha^2 + 1)} \left[1 + \ln(\alpha^2 + 1) \right]. \quad (24)$$

Контактну податливість k^* тіл визначаємо зі співвідношення $k^* = d(\Delta v^\infty) / d(P^\infty)$ [16], використовуючи формули числового диференціювання.

3. Аналіз результатів

Розрахунки проведено для безрозмірних величин: висоти міжконтактного просвіту $\tilde{h} = h/d$; півширини ділянки міжконтактного просвіту $\tilde{a} = a/d$; тиску на нескінченності $\tilde{P}^\infty = KP^\infty$; тиску рідини $\tilde{P}_2 = KP_2$; амплітуди хвилястої поверхні $\tilde{A} = A/d$; контактної податливості тіл $\tilde{k}^* = d(\Delta\tilde{v}^\infty) / d\tilde{P}^\infty$; модуля об'ємної пружності рідини $\tilde{B} = KB$. Числовий аналіз здійснено для амплітуди хвилястої поверхні $\tilde{A} = 0,001$ та модулів об'ємної пружності рідини $\tilde{B} = 0,01$, $\tilde{B} = 0,025$ і $\tilde{B} = 0,05$.

Числові результати відображено на рис. 2-7, на яких криві 1, 2, 3 відповідають різним модулям об'ємної пружності рідини \tilde{B} (1 — $\tilde{B} = 0.01$, 2 — $\tilde{B} = 0.025$, 3 — $\tilde{B} = 0.05$).

На рис. 2 і рис. 3 показано залежності півширини зазору \tilde{a} і тиску рідини \tilde{P}_2 від прикладеного навантаження \tilde{P}^∞ та модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} . Бачимо, що зі збільшенням навантаження півширина зазору зменшується, а тиск рідини збільшується, причому тиск рідини \tilde{P}_2 змінюється за близьким до лінійного законом. Зі збільшенням модуля об'ємної пружності рідини півширина зазорів і тиск рідини зростають.

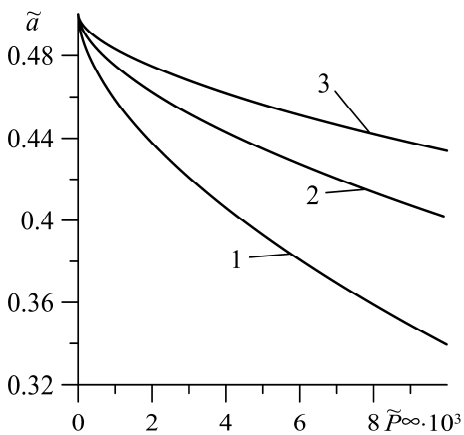


Рис. 2

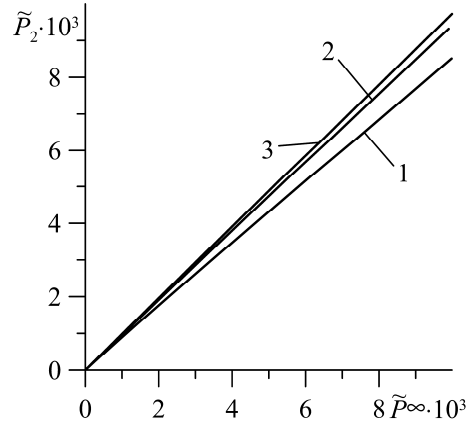


Рис. 3

Залежність контактної податливості \tilde{k}^* тіл від прикладеного навантаження \tilde{P}^∞ та різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} проілюстровано на рис. 4 та рис. 5 відповідно. Зі збільшенням навантаження контактне зближення збільшується, а контактна податливість зменшується. Щобільший модуль об'ємної пружності рідини, то менші контактне зближення і контактна податливість тіл. За малих навантажень, коли максимальна висота зазорів є близькою до амплітуди хвилястості, спостерігається найбільший

перепад між значеннями контактної податливості тіл \tilde{k}^* для різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} ; подальше ж збільшення зовнішнього навантаження призводить до зменшення цього перепаду.

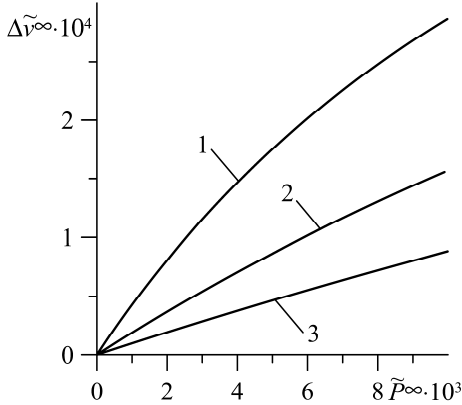


Рис. 4

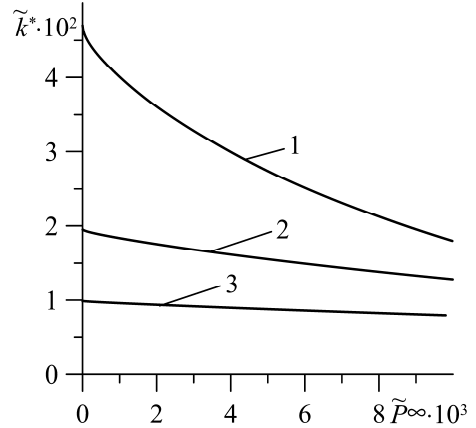


Рис. 5

На рис. 6 зображено висоту зазорів $\tilde{h}(\tilde{x})$ для різних значень модуля об'ємної пружності рідини \tilde{B} при фіксованому зовнішньому навантаженні $\tilde{P}^\infty = 0.006$. Штрихова крива зображує початкову форму хвилястості поверхні вздовж одного періоду. Збільшення модуля об'ємної пружності рідини зумовлює збільшення висоти міжконтактних зазорів.

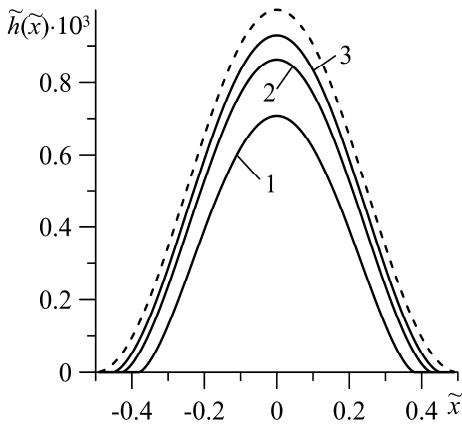


Рис. 6

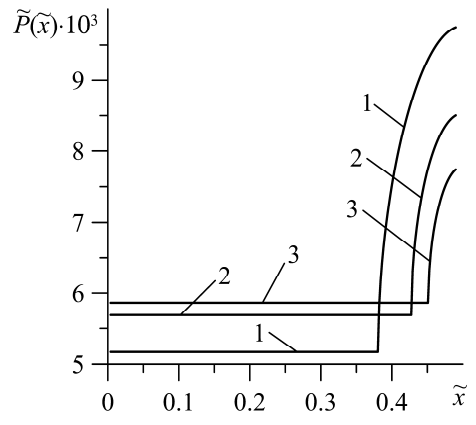


Рис. 7

На рис. 7 подано розподіл тиску поверхонь тіл $\tilde{P}(\tilde{x})$ для різних модулів об'ємної пружності рідини \tilde{B} за навантаження $\tilde{P}^\infty = 0.006$. Горизонтальні ділянки графіків відповідають тиску рідини в зазорі. При віддаленні від зазору контактний тиск монотонно зростає, набуваючи максимуму в точках $\tilde{x} = \pm 0.5$, в

яких досягається максимальна висота виступів хвилястої межі. Що більший модуль об'ємної пружності рідини, то більший тиск заповнювача зазорів і менший контактний тиск поза ними. За збільшення модуля об'ємної пружності рідини з $\tilde{B} = 0.01$ до $\tilde{B} = 0.05$ тиск рідини збільшується на 14%, а контактний тиск у точці, в якій досягається максимальна висота виступів хвилястої межі, зменшується на 26%.

Висновки. Досліджено контакт двох пружних ізотропних півнескінченних тіл, поверхня одного з яких прямолінійна, а іншого — хвиляста. Внаслідок нерівності однієї межі контакт тіл неповний і між ними виникають просвіти, які заповнені стислою баротропною рідиною. Ширина та висота просвітів, тиск рідини заздалегідь невідомі та залежать від навантаження. Сформульовану контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з ядром Гільберта відносно похідної від висоти міжконтактних просвітів та системи двох трансцендентних рівнянь відносно ширини просвітів та тиску рідини. Досліджено залежності ширини та висоти просвітів, тиску рідини та контактного тиску поверхонь тіл, контактного зближення та контактної податливості тіл від прикладеного навантаження та модуля об'ємної пружності рідини. Встановлено, що зі збільшенням модуля об'ємної пружності рідини зменшуються контактне зближення та контактна податливість тіл. За малих навантажень, коли максимальна висота зазорів є близькою до амплітуди хвилястості, спостерігається найбільший перепад між значеннями контактної податливості тіл для різних модулів об'ємної пружності рідини; подальше ж збільшення зовнішнього навантаження призводить до зменшення цього перепаду.

Література

- [1] *Etsion I.* State of the art in laser surface texturing // ASME J. Tribol. — 2005. — Vol. 127, No. 1. — P. 248–253.
- [2] *Stepien P.* Deterministic and stochastic components of regular surface texture generated by a special grinding process // Wear. — 2011. — Vol. 271, No. 3–4. — P. 514–518.
- [3] *Максимук О. В.* Періодична контактна задача про взаємодію зубчастої та плоскої поверхонь // машинознавство. — 2001. — № 2. — С. 13–17.
- [4] *Маланчук Н.* Локальне фрикційне проковзування пружних тіл із хвилястим рельєфом поверхонь // Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології. — 2013. — Вип. 17. — С. 112–119.
- [5] *Block J. M., Keer L. M.* Periodic contact problems in plane elasticity // J. Mech. Mater. Struct. — 2008. — Vol. 3, No 7. — P. 1207–1237.
- [6] *Goryacheva I. G., Martynyak R. M.* Contact problems for textured surfaces involving frictional effects // Proc. Inst. Mech. Eng., Part J: J. Eng. Tribol. — 2014. — Vol. 228, No 7. — P. 707–716.
- [7] *Kryshchak A., Martynyak R.* Frictional contact of two elastic half-planes with wavy surfaces // J. Friction and Wear. — 2000. — Vol. 21, No 5. — P. 1–8.
- [8] *Martynyak R. M.* The contact of a half-space and an uneven base in the presence of an intercontact gap filled by an ideal gas // Journal of Mathematical Sciences. — 2001. — Vol. 107, No 1. — P. 3680–3685.
- [9] *Martynyak R. M., Chumak K. A.* Thermoelastic contact of half-spaces with equal thermal distortivities in the presence of a heat-permeable intersurface gap // J. Math. Sciences. — Vol. 165, No 3. — P. 355–370.

- [10] *Kit G. S., Martynyak R. M., Machishin I. M.* The effect of a fluid in the contact gap on the stress state of conjugate bodies // *International Applied Mechanics*. — 2003. — Vol. 39, No 3. — P. 292–299.
- [11] *Martynyak R. M.* Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // *Materials Science*. — 2000. — Vol. 36, No 2. — P. 300–304.
- [12] *Martynyak R., Chumak K.* Effect of heat-conductive filler on interface gap on thermoelastic contact of solids // *Int. J. Heat Mass Transfer*. — 2012. — Vol. 55, No 4. — P. 1170–1178.
- [13] *Shvets R. N., Martynyak R. M.* Integral-equations of the contact thermoelasticity problem for rough bodies // *Dopovidi Akademii Nauk Ukrainiskoi RSR. Seriya A-Fiziko-Matematichni ta Technichni Nauki*. — 1985. — No 11. — P. 37–40.
- [14] *Martynyak R., Chumak K.* Thermoelastic delamination of bodies in the presence of a heat-conducting filler of the intercontact gap // *Materials Science*. — 2009. — Vol. 45, No 4. — P. 513–522.
- [15] *Martynyak R. M., Slobodyan B. S.* Contact of elastic half spaces in the presence of an elliptic gap filled with liquid // *Materials Science*. — 2009. — Vol. 45, No 1. — P. 66–71.
- [16] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Взаимодействие упругих тел с периодическим рельефом при наличии жидкостных мостиков в межконтактных зазорах // *Теоретическая и прикладная механика*. — 2013. — Вып. 7 (53). — С. 45–52.
- [17] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Контакт пружних тіл за наявності газу та незмочувальної рідини у періодичних міжповерхневих просвітах // *Фіз.-хім. механіка матеріалів*. — 2015. — Т. 51, №6. — С. 50–57.
- [18] *Kozachok O. P., Slobodyan B. S., Martynyak R. M.* Contact of elastic bodies in the presence of gas and incompressible liquid in periodic interface gaps // *Materials Science*. — 2016. — Vol. 51, No. 6. — P. 804–813.
- [19] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Взаємодія двох пружних тіл за наявності між ними періодично розташованих зазорів, заповнених реальним газом // *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. — 2015. — Т. 58, № 1. — С. 103–111.
- [20] *Kozachok O. P., Slobodian B. S., Martynyak R. M.* Interaction of two elastic bodies in the presence of periodically located gaps filled with a real gas // *J. Math. Sci.* — 2017. — Vol. 222, No. 2. — P. 131–142.
- [21] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Вплив міжповерхневих рідинних містків на контакт пружного тіла і жорсткої основи з періодичною системою прямокутних виїмок // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології*. — 2015. — Вип. 22. — С. 67–76.
- [22] *Козачок О. П.* Вплив стисливої рідини на контакт пружного тіла і жорсткої основи з періодичною системою квазіеліптичних виїмок // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології*. — 2017. — Вип. 23. — С. 72–82.
- [23] *Горячева И., Мартыняк Р.* Периодические контактные задачи с трением и изнашиванием поверхностей // "Развитие идей Л.А. Галина в механике". — 2012. — С. 305–335.
- [24] *Goryacheva, I.G., Malanchuk, N.I., Martynyak, R.M.* Contact interaction of bodies with a periodic relief during partial slip. // *J. Appl. Math. Mech.* — 2012 — Vol. 76 (5). — P. 621–630.
- [25] *Кузнецов Е. А.* О контакте шероховатых тел при наличии сжимаемой смазки // *Прикл. механика*. — 1988. — Vol. 24, No 12. — С. 85–94.
- [26] *Kuznetsov Ye. A.* Effect of fluid lubricant on the contact characteristics of rough elastic bodies in compression // *Wear*. — 1985. — Vol. 102, No 3. — P. 177–194.
- [27] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Вплив ідеального газу у міжповерхневих зазорах на контакт двох пружних тіл із хвилястим рельєфом поверхні // *Прикл. проблеми мех. і мат.* — 2015. — Вип. 13. — С. 135–140.
- [28] *Козачок О. П., Слободян Б. С., Мартыняк Р. М.* Вплив міжповерхневих рідинних містків на контакту взаємодію тіл з хвилястим рельєфом // *Фіз.-мат. моделювання та інформ. технології*. — 2016. — Вип. 24. — С. 34–46.
- [29] *Савельев И. В.* Курс общей физики. — М.: Наука, 1966. — 404 с.
- [30] *Мухомеливили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. — М.: Наука, 1968. — 514 с.

Олег Козачок

Контактна взаємодія тіл з хвилястим рельєфом з урахуванням стисливої міжконтактної рідини.

Contact interaction between bodies with wavy relief taking into account interstitial compressible liquid

Oleg Kozachok

The non-frictional contact between two semi-infinite elastic bodies, one of which has a wavy surface, is considered for the case of interface gaps filled with a compressible barotropic liquid. The contact problem formulated is reduced to a singular integral equation (SIE) with the Hilbert kernel, which is transformed into a SIE with the Cauchy kernel for a derivative of a height of the gaps. A system of transcendental equations for a width of the gaps and a pressure of the liquid is obtained from the condition of boundedness of the SIE solution at the integration interval ends and the equation of state of a compressible barotropic liquid, and then it is solved numerically. The dependences of the width and shape of the gaps, the pressure of the liquid, the average normal displacement and contact compliance of the bodies on the applied load and bulk modulus of the liquid are analyzed.

Контактное взаимодействие тел с волнистым рельефом с учетом сжимаемой межконтактной жидкости

Олег Козачок

Рассмотрен безфрикционный контакт двух полубесконечных упругих тел, одно из которых имеет волнистую поверхность, когда межповерхностные зазоры содержат сжимаемую баротропную жидкость. Сформулированная контактная задача сведена к сингулярному интегральному уравнению (СИУ) с ядром Гильберта, которое трансформировано в СИУ с ядром Коши относительно производной от высоты зазоров. Из условия ограниченности на концах отрезка интегрирования решения этого СИУ и из уравнения состояния сжимаемой баротропной жидкости получена и численно решена система трансцендентных уравнений для определения ширины зазоров и давления жидкости. Проанализированы зависимости ширины и формы зазоров, давления жидкости, контактного сближения и контактной податливости тел от приложенной нагрузки и модуля объемной упругости жидкости.

Отримано 11.04.17.