

УДК 519.6, УДК 663.18

## ІНТЕРВАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДИНАМІКИ АНАЕРОБНОГО МІКРОБІОЛОГІЧНОГО БРОДІННЯ В БІОГАЗОВИХ УСТАНОВКАХ

Микола Петрович Дивак, Ірина Володимирівна Гураль

Тернопільський національний економічний університет, ФКІТ  
м. Тернопіль, вул. Чехова 8

*mdy@tneu.edu.ua, div@tneu.edu.ua*

У статті розглянута задача інтервального представлення динаміки анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках. Для моделювання процесів запропоновано використати модифіковане різницеве нелінійне рівняння Моно, яке забезпечує побудову неавтономної моделі процесів, а для його ідентифікації використати дані, отримані з більш простіших рівнянь Чена-Хашімото для різних наборів факторів впливу на процеси в біогазових установках та методи аналізу інтервальних даних.

*Ключові слова - біогаз, анаеробне мікробіологічне бродіння, біогазова установка, макромоделі, інтервальні моделі, інтервальний аналіз, рівняння Моно, рівняння Чена-Хашімото.*

The article examines interval representation problem of anaerobic microbiological fermentation dynamics at biogas plants. For the processes modeling it is proposed to use a modified finite-difference nonlinear Mono's equation. The equation provides non-autonomous processes model construction, and for its identification using data from a Chen-Hashimoto's simple equation for different factor sets which influence the processes at biogas plants and interval data analysis methods.

*Keywords: biogas, anaerobic microbiological fermentation, biogas plants, macro models, interval models, interval analysis, Monod equation, Chen-Hashimoto equation.*

Статья рассматривает задачу интервального представления динамики анаэробного микробиологического брожения в биогазовых установках. Для моделирования процессов предложено использовать модифицированное разностное нелинейное уравнение Моно, которое обеспечивает построение неавтономной модели процессов, а для его идентификации использовать данные, полученные из более простых уравнений Чена-Хашимото для разных наборов факторов влияния на процессы в биогазовых установках и методы анализа интервальных данных.

*Ключевые слова: биогаз, анаэробное микробиологическое брожения, биогазовая установка, макромоделі, интервальные модели, интервальный анализ, уравнения Моно, уравнение Чена-Хашимото.*

**Вступ.** Одною з основних проблем великих міст є потреба в утилізації органічних відходів, а серед можливих варіантів вирішення зазначеної проблеми є перетворення цих відходів в біогаз шляхом анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках. В результаті мікробіологічного бродіння також утворюється рідина, яку називають надосадною і органічна маса (шлам). Їх можна використовувати як добриво для вирощування сільськогосподарських культур [1].

Біогаз отримують в процесі анаеробної (без доступу повітря) ферментації (розкладання) органічних речовин (біомаси) різного походження: відходи

життєдіяльності населення міст; відходи, пов'язані із вирощуванням тварин; пташиний послід; бадилля; листя; солома; стебла рослин і інші органічні відходи індивідуального господарства. Таким чином, біогаз можна отримати зі всіх господарсько-побутових відходів, які мають здатність бродити і розкладатися в рідкому або вологому стані без доступу кисню. Процес в біогазовій установці поділяють на три етапи: розкладання органічної маси (гідроліз), розмноження кислотоутворюючих бактерій (ацетогенез) та розмноження метаноутворюючих бактерій (метаногенез), також процес переробки будь-якої органічної маси в ферментаторах (анаеробних установках) проходить у декілька фаз: розкладання органічної маси (гідротація) і її газифікація.

Варто також зазначити, що застосування органічної маси, що пройшла мікробіологічне розкладання, підвищує родючість ґрунтів на 10-50 %.

Біогаз, який виділяється в процесі складного бродіння органічних відходів, складається з суміші газів: метану  $CH_4$  («болотяного» газу) – 55-75 %, вуглекислого газу  $CO_2$  – 23-33 %, сірководню  $H_2S$  – 7 %, також незначних домішок водню  $H_2$ , азоту, ароматичних вуглеводнів, галогено-ароматичних вуглеводів [2]. Склад газу є нестабільний і може змінюватись в залежності від біомаси, мікроорганізмів, що беруть участь у процесі, а також домішок та фізичних факторів впливу на процес. Метанове бродіння – бактерійний процес. Головна умова його протікання і виробництва біогазу - наявність тепла в біомасі без доступу повітря, що можна створити в простих біогазових установках.

На сьогоднішній день розроблений ряд моделей, які описують біохімічні процеси в біогазових установках. Зазначені моделі відзначаються складністю і незважаючи на детальний опис біохімічних процесів переважно є неадекватними реальними процесами. Також розроблено макромоделі, які описують процеси у біогазових установках на рівні вхідних та вихідних змінних. Під вхідними змінними часто розуміють якість побутових відходів, їхній об'єм, температурні режими роботи біогазової установки [3]. Вихідні змінні задають обсяг виробленого біогазу або обсяг виробленої електроенергії внаслідок перетворення теплової енергії в електричну [1].

У праці [4] розроблена автономна модель біогазової установки, в якій динаміка відбродженого субстрату не залежить від вхідних змінних. Зазначена модель процесів анаеробного бродіння не дає можливість показати взаємозв'язок між зовнішніми факторами впливу і кількістю згенерованого біогазу. У той же час, аналіз процесів анаеробного бродіння показав, що на обсяги виходу біогазу в тій чи іншій мірі впливає велика кількість факторів [5]. Іншою проблемою моделювання зазначених процесів є відсутність реальних даних з біогазових установок для побудови неавтономних моделей з урахуванням різних факторів впливу. Не зважаючи на те, що в Україні на сьогоднішній день функціонує декілька таких установок, одна з яких розташована в с. Терезине, Київської області від аграрної компанії «Еліта», отримати експериментальні дані для різних режимів функціонування біогазової установки є складно.

Разом з тим, у працях [4,5] наведено алгебричні рівняння, які описують

біохімічні процеси анаеробного бродіння і можуть слугувати основою для отримання даних з метою подальшої побудови більш складніших математичних моделей із врахуванням основних факторів впливу на процеси.

Тому, метою даної праці є аналіз біохімічних процесів анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках, з використанням відомих математичних співвідношень, які описують процеси бродіння у вигляді алгебричних рівнянь із визначеною точністю, і на цій основі створення підґрунтя для побудови неавтономних математичних моделей динаміки процесів у біогазових установках, які як відомо, переважно ґрунтуються на нелінійних диференціальних рівняннях Моно [6].

## 1. Моделювання динаміки накопичення біогазу на основі модифікованого рівняння Моно за умови змінних факторів впливу

Враховавши фактори впливу, динаміку відбродженого субстрату в реакторі біогазової установки в процесі бродіння представимо у вигляді модифікованого нелінійного диференціального рівняння Моно в дискретній формі:

$$v_k = v_{k-1} - h \cdot g_1(\vec{u}) \cdot v_{k-1} \cdot (1 + h \cdot (g_2(\vec{u}) \cdot v_{k-2} - g_3(\vec{u}))) / (g_4(\vec{u}) + v_{k-1}), \quad (1)$$

де  $v_k$  - об'єм залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки на  $k$  - тій дискреті процесу бродіння,  $h$  - крок дискретизації,  $g_1(\vec{u})$ ,  $g_2(\vec{u})$ ,  $g_3(\vec{u})$ ,  $g_4(\vec{u})$  - невідомі функції, значення яких залежить від факторів впливу на процеси в біогазових установках,  $\vec{u}$  - вектор факторів впливу, який визначає характер процесу.

Об'єм накопиченого біогазу обчислюють на основі встановленої за різницеvim рівнянням (1) динаміки відбродженого субстрату із використанням такого виразу:

$$y_k = [y_{\max}] \cdot (v_0 - v_k) / v_0, \quad (2)$$

де  $y_k$  - відносна маса біогазу, накопиченого на  $k$ - тій дискреті процесу бродіння;  $[y_{\max}] = [10;20] \cdot v_0$  - максимальна питома маса метану, яка ураховує інтервал виходу  $[10;20] \text{ дм}^3$  біогазу на  $1 \text{ дм}^3$  субстрату, залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах;  $v_0, v_k$  - об'єми початкової та залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки на  $k$  - тій дискреті процесу бродіння.

Як бачимо, запропоноване рівняння (1) відрізняється від того, яке наведено у праці [3] тим, що невідомі коефіцієнти  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$ ,  $g_4$  замінено на функції від факторів впливу. Очевидно, що така заміна суттєво ускладнює процес ідентифікації математичної моделі на основі експериментальних даних. Слід зауважити, що ідентифікацію параметрів різницевого рівняння з постійними коефіцієнтами автори в праці [4] проводили з використанням експериментальних даних, які було отримано з інтервальними похибками. В результаті, задачу параметричної ідентифікації нелінійного різницевого рівняння при сталих факторах впливу записували у вигляді задачі

розв'язування такої інтервальної нелінійної системи рівнянь:

$$\begin{cases} [\hat{v}_0^-; \hat{v}_0^+] \subseteq [v_0^-; v_0^+]; [\hat{v}_1^-; \hat{v}_1^+] \subseteq [v_1^-; v_1^+]; \\ [\hat{v}_k] = [\hat{v}_{k-1}] - \frac{h \cdot \hat{g}_1 \cdot [\hat{v}_{k-1}] \cdot (1 + h \cdot (\hat{g}_2 \cdot [\hat{v}_{k-2}] - \hat{g}_3))}{(\hat{g}_4 + [\hat{v}_{k-1}])}, \\ v_{k+1}^- \leq [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+] - \frac{h \cdot \hat{g}_1 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+] \cdot (1 + h \cdot (\hat{g}_2 \cdot [\hat{v}_{k-2}^-; \hat{v}_{k-2}^+] - \hat{g}_3))}{(\hat{g}_4 + [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+])} \leq v_{k+1}^+. \end{cases}, \quad (3)$$

де  $[\hat{v}_k^-; \hat{v}_k^+]$  - оцінка гарантованого інтервалу об'єму залишкової маси органічних відходів у  $k$ -тий момент часу;  $[v_k^-; v_k^+]$  - гарантований інтервал об'єму залишкової маси органічних відходів встановлений експериментальним шляхом.

Для розв'язування цієї задачі ідентифікації параметрів нелінійного різницевого оператора (1) потрібно забезпечити такі умови:

$$[\hat{v}_k^-; \hat{v}_k^+] \subseteq [v_k^-; v_k^+], \forall k = 1 \dots N. \quad (4)$$

У нашому випадку в різницевому рівнянні (1) замість коефіцієнтів  $g_1, g_2, g_3, g_4$  невідомими є функції, що залежать від зовнішніх факторів впливу на процеси в біогазових установках, доцільно розглянути іншу схему ідентифікації, яка б включала знаходження інтервальних оцінок невідомих коефіцієнтів різницевого рівняння за умов змінних факторів впливу на процеси в біогазовій установці з подальшим уточненням інтервальних оцінок (звуженням інтервалів) за рахунок використання наборів даних для різних наборів факторів. В результаті, математичну задачу ідентифікації параметрів моделі запишемо в такому вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{v}_0^-; \hat{v}_0^+] \subseteq [v_0^-; v_0^+]; [\hat{v}_1^-; \hat{v}_1^+] \subseteq [v_1^-; v_1^+]; \\ [\hat{v}_k] = [\hat{v}_{k-1}] - \frac{h \cdot [\hat{g}_1] \cdot [\hat{v}_{k-1}] \cdot (1 + h \cdot ([\hat{g}_2] \cdot [\hat{v}_{k-2}] - [\hat{g}_3]))}{([\hat{g}_4] + [\hat{v}_{k-1}])}, \\ v_{k+1}^- \leq [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+] - \frac{h \cdot [\hat{g}_1^-; \hat{g}_1^+] \cdot [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+] \cdot (1 + h \cdot ([\hat{g}_2^-; \hat{g}_2^+] \cdot [\hat{v}_{k-2}^-; \hat{v}_{k-2}^+] - [\hat{g}_3^-; \hat{g}_3^+]))}{([\hat{g}_4^-; \hat{g}_4^+] + [\hat{v}_{k-1}^-; \hat{v}_{k-1}^+])} \leq v_{k+1}^+, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\hat{g}_i(\vec{u}) \in [\hat{g}_i^-; \hat{g}_i^+], \forall \vec{u} \in U, U$  - область зміни факторів впливу. Якщо в інтервальну систему (5) підставити інтервальні дані – результати експерименту, то розв'язком цієї системи є інтервальні оцінки параметрів  $g_i(\vec{u}) \in [g_i^-; g_i^+], i = 1, \dots, 4$ , а задачі ідентифікації в цілому є кінцева інтервальна модель у вигляді різницевого рівняння:

$$[v_k^-; v_k^+] = [v_{k-1}^-; v_{k-1}^+] - \frac{h \cdot [g_1^-; g_1^+] \cdot [v_{k-1}^-; v_{k-1}^+] \cdot (1 + h \cdot ([g_2^-; g_2^+] \cdot [v_{k-2}^-; v_{k-2}^+] - [g_3^-; g_3^+]))}{([g_4^-; g_4^+] + [v_{k-1}^-; v_{k-1}^+])}. \quad (6)$$

Тоді формулу для накопиченого об'єму біогазу перетворюємо до такого

інтервального вигляду

$$[y_k^-; y_k^+] = [y_{\max}^-; y_{\max}^+] \cdot \left( [v_0^-; v_0^+] - [v_k^-; v_k^+] \right) / [v_0^-; v_0^+], \quad (7)$$

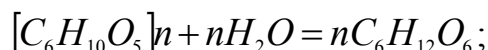
де  $[y_k^-; y_k^+]$  - гарантований інтервал значень відносної маси біогазу, накопиченого на  $k$ - тій дискреті процесу бродіння;  $[y_{\max}^-; y_{\max}^+] = [10; 20] \cdot [v_0^-; v_0^+]$  - оцінка гарантованого інтервалу значень максимальної питомої маси метану, яка ураховує інтервал виходу  $[10; 20]$   $\text{дм}^3$  біогазу на  $1 \text{дм}^3$  субстрату, залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах;  $[v_0^-; v_0^+], [v_k^-; v_k^+]$  - оцінки гарантованих інтервалів об'ємів початкової та залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки на  $k$  - тій дискреті процесу бродіння.

Проте, основною проблемою побудови математичних моделей процесів в біогазових установках є складність отримання експериментальних даних в різних режимах функціонування біогазової установки. Разом з тим, спираючись на універсальну формулу Чена-Хашімото доцільно отримати інтервальні оцінки процесу накопичування біогазу у біогазовій установці при різних режимах її функціонування і для змінних зовнішніх факторів впливу [5].

## 2. Біохімічні та мікробіологічні характеристики процесів анаеробного бродіння в біогазових установках

Процес утворення біогазу називають метановим бродінням. Його суть полягає в анаеробному бродінні, яке відбувається внаслідок життєдіяльності мікроорганізмів і супроводжується рядом біохімічних реакцій [7]. Процес утворення біогазу (метаногенез) складається з трьох етапів:

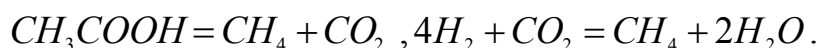
I етап – розкладання органічної маси (гідроліз):



II етап – розмноження кислотоутворюючих бактерій (ацетогенез):



III етап – розмноження метаноутворюючих бактерій (метаногенез):



На першому етапі метаногенезу шляхом гідролізу відбувається розкладання високомолекулярних сполук (вуглеводів, особливо клітковина (целюлоза), жирів, жироподібні речовини (фосфогліцерини, гліколіпіди, віск, стероїди тощо) та білків) на низькомолекулярні органічні сполуки, а саме моно- та олігосахариди, амінокислоти і пептиди, пуринові піримідинові азотисті основи, гліцерин, карбонові кислоти, діоксид вуглецю і водню.

На другому етапі за участю кислотоутворюючих бактерій відбувається подальше розкладання з утворенням органічних кислот і їх солей, а також спиртів,  $CO_2$  і  $H_2$ , а потім  $H_2S$  і  $NH_3$ . Ці кислоти окислюються переважно до ацетату і діоксиду вуглецю. Утворюються також водень, аміак, сірководень.

На третьому етапі за участю ферментів, що їх продукують спорові і неспороутворюючі сарцинові і сарциноподібні мікроорганізми, органічні

речовини перетворюються на метан ( $CH_4$ ) і діоксид вуглецю ( $CO_2$ ). Крім того, з  $CO_2$  і  $H_2$  утворюється в подальшому додаткова кількість  $CH_4$  і  $H_2O$ .

Ці реакції протікають одночасно, причому умови існування метаноутворюючих бактерій значно вищі, ніж кислотоутворюючі. Швидкість і масштаби анаеробного бродіння метаноутворюючих бактерій залежать від їх метаболічної активності [5].

Анаеробні установки дають можливість переробляти будь-яку органічну масу при протіканні процесу в декілька фаз: анаеробне розкладання органічної маси (гідротація) та її газифікація, затування анаеробних процесів. До анаеробного розкладання органічної маси відносять: анаеробне розкладання без виділення метану (кисле бродіння); анаеробне розкладання з непостійним виділенням метану (змішане бродіння); анаеробне розкладання з постійним виділенням метану (метанове бродіння). Фаза анаеробного розкладання відбувається в перші 10–15 днів з моменту розміщення відходів, а фаза анаеробного затування може тривати десятки років [1,8].

На інтенсивність процесу зброджування і, як наслідок, утворення біогазу впливають чотири групи факторів: біологічні (склад зброджуваної біомаси; склад мікрофлори; умови життєдіяльності мікроорганізмів), фізичні (температура зброджування; тиск у біогазовій установці; гідравлічний режим), хімічні (концентрація, кислотність середовища; вміст летких жирних кислот в зброджуваній масі; обсяг і склад біогазу, що утворюється) та організаційно технологічні (доза добового завантаження нових порцій зброджуваної маси; навантаження за беззольною речовиною; залишкові речовини).

Аналіз процесів анаеробного мікробіологічного бродіння показав, що на обсяг виходу біогазу найбільше впливають такі фактори як: температура (Т) ферментації, концентрація субстрату (S) та склад органічної речовини [5], що є основними факторами впливу.

На основі детального аналізу біохімічних процесів та універсальної формули Чена-Хашімото, проведено дослідження впливу факторів на об'ємний вихід метану ( $V$ ) за добу ( $dm^3CH_4/(доба \cdot dm^3)$ ) в процесі анаеробного мікробіологічного бродіння, а також встановлено інтервальну оцінку максимальної питомої маси метану залежно від складу побутових твердих органічних відходів [9]. Зокрема, отримано модифіковане інтервальне рівняння Чена-Хашімото для оцінки об'ємного виходу метану за добу:

$$[V^-; V^+] = \left( \frac{[B_0^-; B_0^+] \cdot [S^-; S^+]}{\tau} \right) \cdot \left( 1 - \frac{[K^-; K^+]}{[K^-; K^+] - 1 + \tau \cdot [\mu_m^-; \mu_m^+]} \right), \quad (8)$$

де  $[V^-; V^+]$  - гарантований інтервал значень об'ємного виходу метану за добу,  $dm^3CH_4/(доба \cdot dm^3)$ ;  $[B_0^-; B_0^+]$  - гарантований інтервал значень граничного виходу метану за добу з 1г сухої органічної речовини (COP),  $dm^3/g$ ;  $[S^-; S^+]$  - гарантований інтервал значень концентрації субстрату,  $g/dm^3$ ;  $\tau$  - час процесу бродіння,  $дiб$ ;  $[K^-; K^+]$  - гарантований інтервал значень кінетичного коефіцієнта;  $[\mu_m^-; \mu_m^+]$  - гарантований інтервал значень максимальної питомої швидкості росту мікроорганізмів,  $доба^{-1}$ .

У такому випадку, об'єм накопиченого біогазу в інтервальному вигляді

обчислюємо за формулою:

$$[y_k^-; y_k^+] = [y_{k-1}^-; y_{k-1}^+] + [V_k^-; V_k^+], \quad (9)$$

де  $[y_0^-; y_0^+] = [V_0^-; V_0^+] \subset [0; 0,61]$ ,  $[y_k^-; y_k^+]$  - гарантований інтервал значень відносної маси біогазу, накопиченого на  $k$ - тій дискреті процесу бродіння;  $[y_0^-; y_0^+]$  - гарантований інтервал значень відносної маси біогазу, накопиченого за добу процесу бродіння (для  $k=0$ ).

Як вказано у праці [9], значення кінетичних констант  $K$ ,  $\mu_m$  і  $V_0$  залежать від деяких факторів впливу і в реальних біогазових установках відрізняються на величину, яка не перевищує 5 %. Початкову концентрацію біомаси переважно вимірюють НАСН спектрометром з відносною похибкою не вище 1%. Кінетичний коефіцієнт  $K$  виражає залежність виходу біогазу від концентрації органічної речовини в субстраті. Зробивши детальний аналіз наявних публікацій про процеси анаеробного мікробіологічного бродіння в діапазоні температур  $T$  30-60 °C, було встановлено, що  $K$  є відносно постійною величиною в діапазоні  $[0,3; 1,5]$  при низьких концентраціях ( $S=[5; 30]$  г/дм<sup>3</sup>), при збільшенні концентрації  $S=[30; 100]$  г/дм<sup>3</sup>, кінетичний коефіцієнт також збільшується  $K=[1,5; 2]$ ; при  $S=[100; 150]$  г/дм<sup>3</sup>,  $K=[2; 11]$ .

Максимальну питому швидкість росту мікроорганізмів  $\mu_m$ , яка характеризує вплив температури на ефективність процесу отримання біогазу, спираючись на результати праці [9] також представимо в інтервальному вигляді лінійним рівнянням:

$$[\mu_m^-; \mu_m^+] = [\mu_1^-; \mu_1^+] \cdot [T^-; T^+] + [\mu_2^-; \mu_2^+], \quad (10)$$

де  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  - емпіричні коефіцієнти швидкості росту мікроорганізмів.

Інтервальні оцінки значень цих коефіцієнтів було отримано в результаті обробки експериментальних даних при дослідженні процесу отримання біогазу в діапазоні температур  $T=20-60$  °C [9]:  $[\mu_1^-; \mu_1^+] = [0,007; 0,009]$  доба<sup>-1</sup>;  $[\mu_2^-; \mu_2^+] = [-0,123; -0,135]$  доба<sup>-1</sup>.

Оцінка граничного виходу метану за добу з 1г СОР  $V_0$  залежить від заданого складу органічної речовини. Такі дані можна знайти у спеціальних таблицях [9].

Таким чином, наведені алгебричні вирази можна використати для отримання «експериментальних» інтервальних даних для різних факторів впливу і на їх основі ідентифікувати математичну модель динаміки процесу анаеробного мікробіологічного бродіння у вигляді різницевого рівняння (6). Перевагою ж застосування різницевого рівняння (6) у порівнянні із алгебричним рівнянням (8) є можливість моделювання процесів у біогазових установках для змінних факторів впливу, контролюючи виключно інтервал початкової маси органічної речовини. Слід зауважити, що при цьому окремою проблемою залишається доведення того факту, що математична модель динаміки процесів в біогазових установках у вигляді різницевого інтервального рівняння (6), ідентифікацію якого проведено на основі даних, отриманих із більш простіших моделей, зможе більш адекватно якісно описувати процеси в

біогазових установках, а ніж рівняння Чена-Хашімото.

### 3. Приклад отримання «експериментальних» інтервальних даних для ідентифікації модифікованого рівняння Моно за умови змінних факторів впливу

Для ілюстрації процедури отримання «експериментальних» даних скористуємося прикладом, наведеним у праці [7], але при цьому модифікуємо до інтервального вигляду рівняння (8).

У прикладі, наведеному у праці [7], розглянуто процеси анаеробного бродіння твердих органічних відходів (бананової шкірки). Процеси відбуваються в біогазовій установці в два етапи виробництва біогазу із використанням мезофільних бактерій. Усі експериментальні дані отримано авторами [7] за умови використання 20-літрового реактора з періодичним завантаженням із початковим об'ємом субстрату  $10 \text{ дм}^3$ . Схема такої установки наведена на рис. 1.

У біореактор завантажуються органічні відходи, а також відповідний об'єм популяції мікроорганізмів. Мікроорганізми в ході бродіння розщеплюють органічні речовини, утворюючи мікробіологічну біомасу та інші прості речовини включно з водою, двоокисом вуглецю та метаном. Такий процес відбувається практично при відсутності кисню. Процес бродіння досліджувався від початку завантаження бананових відходів протягом 50 діб в інтервалі температур  $T=[28;30]^\circ\text{C}$ . Початкова концентрація біомаси виміряна НАСН спектрометром з відносною похибкою вимірювань до 1%:  $[S^-; S^+] = [4,95; 5,05] \text{ г/дм}^3$ . Ураховавши залежність кінетичних констант від основних факторів впливу на процес анаеробного мікробіологічного бродіння ( $T$ ,  $S$  та склад зброджуваної маси – бананові відходи), отримуємо інтервальні оцінки значень кінетичних констант:  $[K^-; K^+] = [0,31; 0,35]$ ,  $[\mu_m^-; \mu_m^+] = [0,10; 0,12] \text{ доба}^{-1}$ ,  $[V_0^-, V_0^+] = [0,30; 0,35] \text{ дм}^3/\text{г}$ . Тоді спираючись на універсальну формулу Чена-Хашімото, з врахуванням її модифікації до інтервального вигляду (8), отримуємо інтервальну оцінку об'ємного виходу метану за добу  $[V_k^-; V_k^+]$ ,  $(\text{дм}^3 \text{CH}_4 / (\text{доба} \cdot \text{дм}^3))$  [7]. Біогаз до 85% у складі якого є метан, піднімається у верхню частину реактора і збільшення його об'єму створює тиск, що призводить до відкриття спеціального клапану і заповнення біогазом балону, який знаходиться ззовні реактора. Далі отриманий газ використовується як джерело відновлюваної енергії. В даному дослідженні мінімальний гідравлічний час бродіння  $\tau_{\min}$ , коли відбувається вимивання мікроорганізмів, становить 9,01 діб [7].



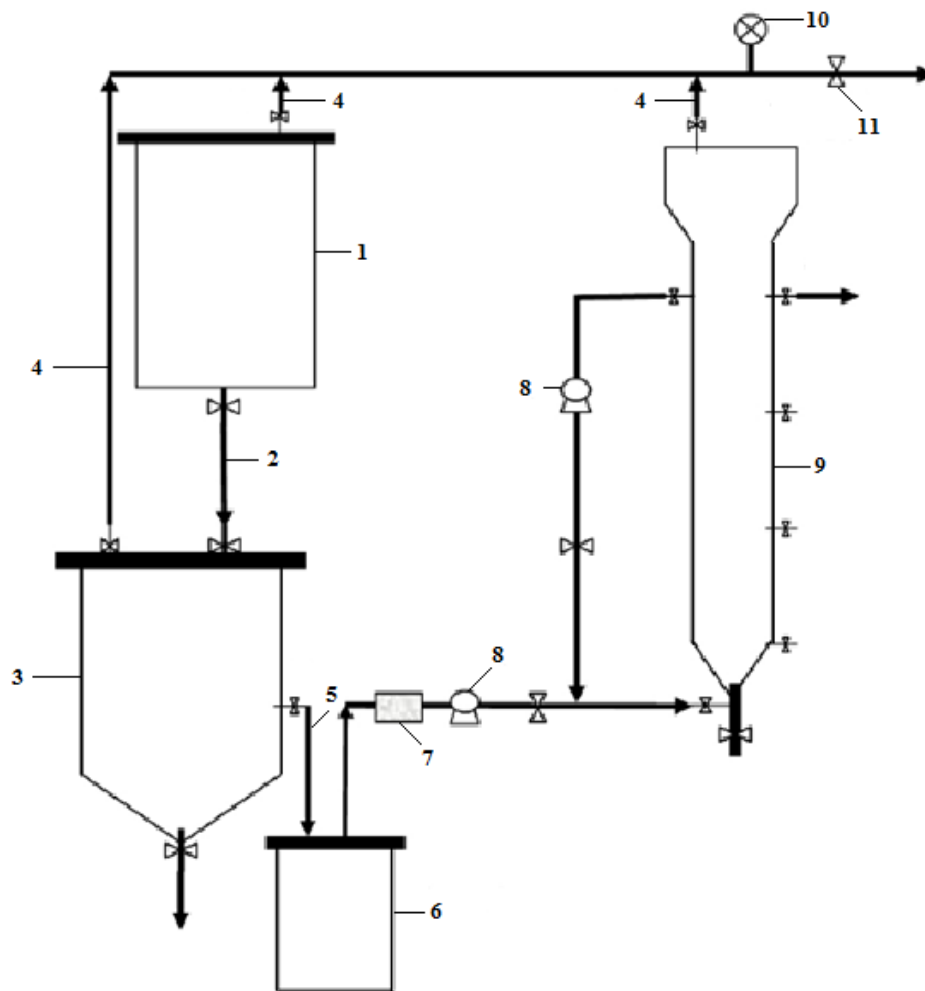


Рис.1. Схема двостадійної біогазової установки із періодичним завантаженням:  
 1-реактор гідролізу, 2- вивантажувальна труба для рідини і шламу,  
 3-сепаратор, 4- газовідвід, 5- вивантажувальна труба для рідини,  
 6- накопичувальний бак, 7- фільтр, 8- насос,  
 9- реактор метаногенезу, 10-газовий лічильник,  
 11- газовий клапан.

У результаті бродіння крім біогазу утворюється вуглекислий газ, який споживається рослинами та відброджений субстрат, що є якісним органічним добривом. Після завершення процесу бродіння отриманий субстрат вивантажується із реактора, а на його місце завантажується нова частка органічних відходів.

Спираючись на модифіковане до інтервального вигляду рівняння Чена-Хашимото (8), обчислюємо інтервальну оцінку об'ємного виходу метану за добу, значення яких подаємо в таблиці у розрізі діб. Тоді за формулою (9) обчислюємо відносну масу біогазу, накопиченого на  $k$ - тій дискреті процесу бродіння, отримані дані наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

## Інтервальна оцінка динаміки об'ємного виходу та накопиченого метану протягом 50 діб

$k$	$\tau$ , діб	$V^-$ , $\frac{\text{дм}^3}{\text{доба} \cdot \text{дм}^3}$	$V^+$ , $\frac{\text{дм}^3}{\text{доба} \cdot \text{дм}^3}$	$y_k^-$ , $\text{дм}^3$	$y_k^+$ , $\text{дм}^3$	$k$	$\tau$ , діб	$V^-$ , $\frac{\text{дм}^3}{\text{доба} \cdot \text{дм}^3}$	$V^+$ , $\frac{\text{дм}^3}{\text{доба} \cdot \text{дм}^3}$	$y_k^-$ , $\text{дм}^3$	$y_k^+$ , $\text{дм}^3$
0	9,0 1	0,00	0,62	0	0,62	21	30	0,12	0,22	3,85	9,87
1	10	0,14	1,66	0,14	2,27	22	31	0,12	0,21	3,97	10,07
2	11	0,22	0,88	0,37	3,15	23	32	0,12	0,20	4,09	10,27
3	12	0,24	0,69	0,62	3,84	24	33	0,11	0,20	4,21	10,46
4	13	0,24	0,59	0,86	4,43	25	34	0,11	0,19	4,32	10,65
5	14	0,23	0,53	1,10	4,95	26	35	0,11	0,19	4,43	10,83
6	15	0,22	0,48	1,33	5,42	27	36	0,10	0,18	4,54	11,00
7	16	0,22	0,44	1,55	5,85	28	37	0,10	0,17	4,64	11,17
8	17	0,21	0,41	1,76	6,25	29	38	0,10	0,17	4,75	11,34
9	18	0,20	0,38	1,96	6,63	30	39	0,09	0,17	4,85	11,50
10	19	0,19	0,36	2,16	6,98	31	40	0,09	0,16	4,94	11,65
11	20	0,18	0,34	2,34	7,31	32	41	0,09	0,16	5,04	11,81
12	21	0,17	0,32	2,52	7,62	33	42	0,09	0,15	5,13	11,96
13	22	0,16	0,30	2,69	7,92	34	43	0,09	0,15	5,22	12,10
14	23	0,16	0,29	2,85	8,20	35	44	0,08	0,15	5,31	12,24
15	24	0,15	0,27	3,01	8,47	36	45	0,08	0,14	5,40	12,38
16	25	0,15	0,26	3,16	8,72	37	46	0,08	0,14	5,48	12,52
17	26	0,14	0,25	3,31	8,97	38	47	0,08	0,14	5,57	12,65
18	27	0,14	0,24	3,45	9,21	39	48	0,08	0,13	5,65	12,78
19	28	0,13	0,23	3,59	9,44	40	49	0,07	0,13	5,73	12,91
20	29	0,13	0,22	3,72	9,66	41	50	0,07	0,13	5,81	13,03

Графічне зображення об'єму накопиченого біогазу в реакторі біогазової установки представлено на рис. 2.

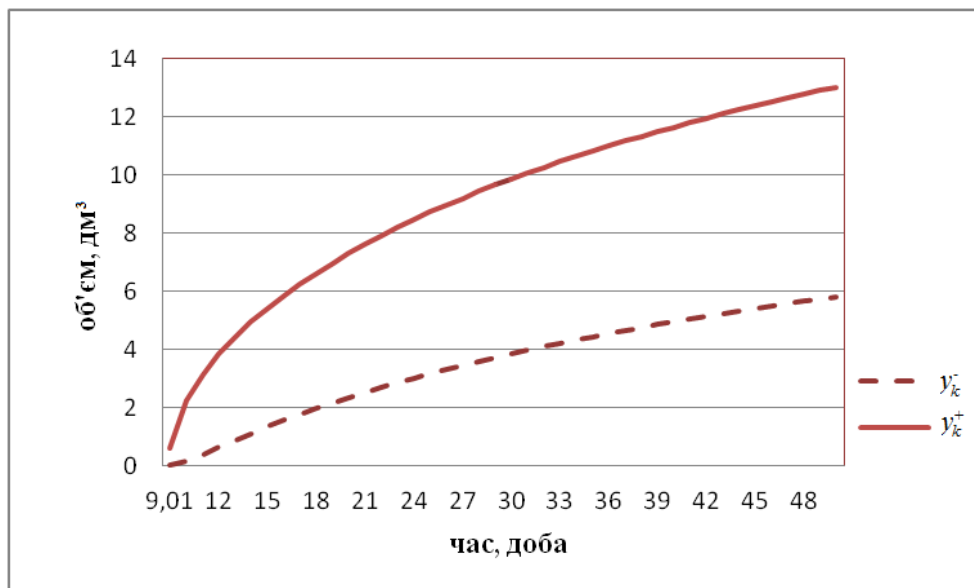


Рис.2. Інтервальна оцінка об'єму накопиченого біогазу в реакторі біогазової установки

Спираючись на дані таблиці 1 та на рівняння для обчислення об'єму накопиченого біогазу (9), отримуємо об'єм залишкової маси бананових відходів в реакторі біогазової установки в інтервальному вигляді. Результати подані в таблиці 2.

Таблиця 2

Інтервальна оцінка об'єму залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки

$\tau$ , діб	$v_k^-$ , дм <sup>3</sup>	$v_k^+$ , дм <sup>3</sup>	$\tau$ , діб	$v_k^-$ , дм <sup>3</sup>	$v_k^+$ , дм <sup>3</sup>
9,01	9,93	9,99	30	9,08	9,80
10	9,84	9,99	31	9,06	9,80
11	9,75	9,98	32	9,04	9,79
12	9,69	9,96	33	9,02	9,78
13	9,63	9,95	34	9,01	9,78
14	9,58	9,94	35	8,99	9,77
15	9,53	9,93	36	8,97	9,77
16	9,48	9,92	37	8,95	9,76
17	9,44	9,91	38	8,94	9,76
18	9,41	9,90	39	8,92	9,75
19	9,37	9,89	40	8,90	9,75
20	9,34	9,88	41	8,89	9,74
21	9,31	9,87	42	8,87	9,74
22	9,28	9,86	43	8,86	9,73
23	9,25	9,85	44	8,85	9,73
24	9,22	9,84	45	8,83	9,72

Продовження таблиці 2

25	9,20	9,84	46	8,82	9,72
26	9,17	9,83	47	8,80	9,72
27	9,15	9,82	48	8,79	9,71
28	9,13	9,81	49	8,78	9,71
29	9,10	9,81	50	8,77	9,70

Відобразимо графічно динаміку зміни інтервальної оцінки динаміки об’єму залишкової маси бананових відходів в реакторі біогазової установки на рис.3.

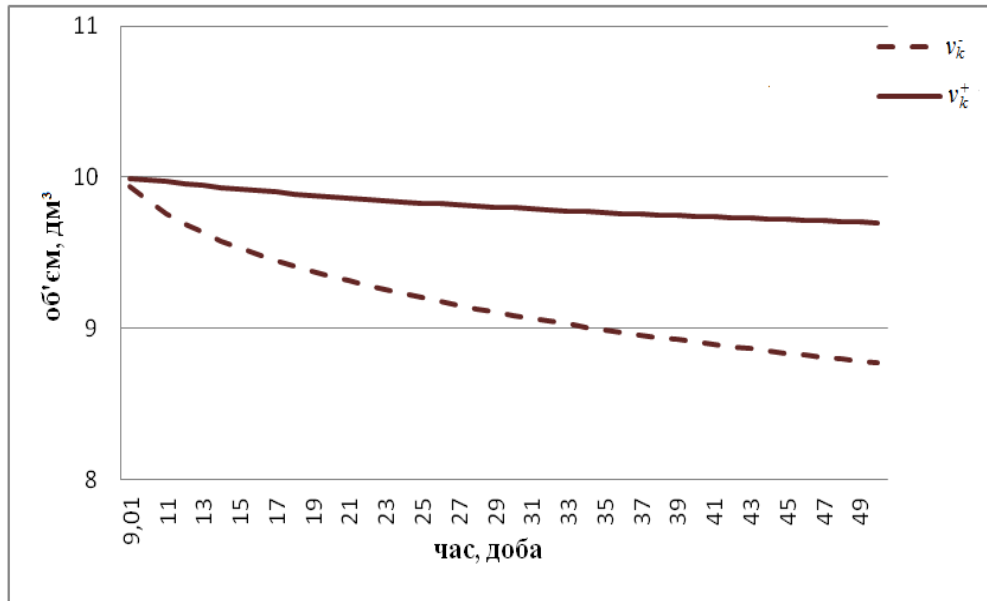


Рис.3. Інтервальна оцінка об’єму залишкової маси в реакторі біогазової установки

Із використанням отриманих співвідношень проаналізуємо вплив температури на динаміку процесів в біогазових установках. Зокрема, задамо такі температурні діапазони:  $T=[30;35]^{\circ}C$  та  $T=[40;50]^{\circ}C$ . Концентрацію  $S$  при цьому залишаємо незмінною.

Врахувавши залежність максимальної питомої швидкості росту мікроорганізмів від одного з основних факторів впливу, а саме температури і спираючись на рівняння (10), отримуємо такі результати: в інтервалі температур  $T=[30;35]^{\circ}C$  -  $[\mu_m^-; \mu_m^+] = [0,102; 0,225]$  доба<sup>-1</sup>, а при  $T=[40;50]^{\circ}C$  -  $[\mu_m^-; \mu_m^+] = [0,181; 0,312]$  доба<sup>-1</sup>. Тоді за допомогою формули (8) обчислюємо інтервальну оцінку об’ємного виходу метану за добу  $[V^-; V^+]$  і спираючись на формулу (9) отримуємо динаміку об’єму накопиченого біогазу. Звідси, спираючись на рівняння для накопиченого біогазу (7), отримуємо динаміку об’єму залишкової маси бананових відходів в реакторі біогазової установки при різних інтервалах температур, а саме при  $T=[30;35]^{\circ}C$  і  $T=[40;50]^{\circ}C$ . Результати моделювання динаміки інтервальних оцінок об’єму залишкової маси бананових відходів в реакторі біогазової установки в порівнянні з попереднім дослідженням представлено графічно на рис.4.

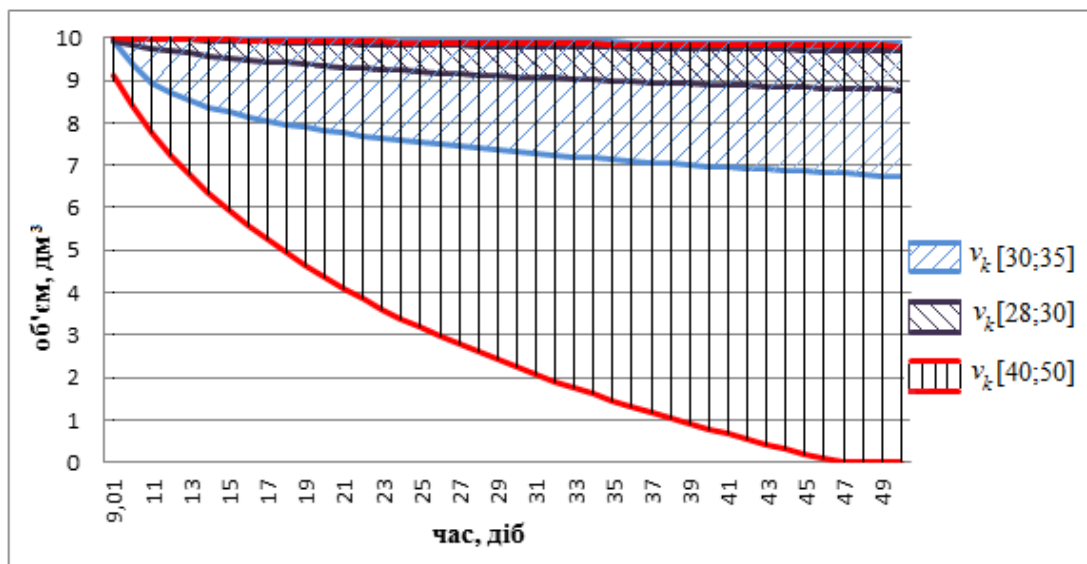


Рис.4. Результати моделювання динаміки інтервальних оцінок об'єму залишкової маси бананових відходів в реакторі біогазової установки для різних температурних режимів:  $T=[28;30]^{\circ}\text{C}$ ,  $T=[30;35]^{\circ}\text{C}$  і  $T=[40;50]^{\circ}\text{C}$

В результаті проведених досліджень отримано динаміку інтервальних оцінок об'єму залишкової маси субстрату в реакторі біогазової установки. Як бачимо, при розширенні діапазону температур, інтервали оцінок об'єму залишкової маси суттєво розширюються. З іншого боку дуже важливою властивістю є той факт, що із умови належності  $[T_i^-; T_i^+] \subset [T_j^-; T_j^+]$  витікає належність:  $V_k([T_i^-; T_i^+]) \subset V_k([T_j^-; T_j^+])$ . Зазначена властивість може слугувати основою для використання більш складних і якісно більш адекватних моделей у вигляді диференціальних рівнянь Моно для опису процесів в біогазових установках, які можна побудувати на основі даних, отриманих з алгебричних рівнянь Чена-Хашімото.

У подальших дослідженнях на основі отриманих даних необхідно провести ідентифікацію більш загальних рівнянь у вигляді інтервального різницевого рівняння (6) і дослідити зміну інтервалів коефіцієнтів в залежності від інтервальних оцінок факторів впливу. Метою таких досліджень повинно бути підтвердження чи спростування гіпотези, що математична модель динаміки процесів в біогазових установках у вигляді різницевого інтервального рівняння (6), ідентифікацію якого проведено на основі даних, отриманих із більш простіших моделей (8), зможе більш адекватно якісно описувати процеси в біогазових установках, а ніж рівняння Чена-Хашімото.

## Висновки

Розглянуто задачу інтервального представлення динаміки анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках. Запропоновано для моделювання процесів використати модифіковане різницеве нелінійне рівняння Моно, яке забезпечує побудову неавтономної моделі процесів. Для ідентифікації параметрів такої моделі запропоновано використати дані,

отримані з більш простіших рівнянь Чена-Хашімото для різних наборів факторів впливу на процеси в біогазових установках та методи аналізу інтервальних даних. При цьому вперше, на основі модифікованих до інтервального вигляду рівнянь Чена-Хашімото встановлено, що при розширенні діапазону температур, інтервали оцінок об'єму залишкової маси зброджуваного субстрату суттєво розширюються і, якщо для діапазонів температурних режимів існує належність ( $[T_i^-; T_i^+] \subset [T_j^-; T_j^+]$ ), то для цих режимів зберігається належність ( $V_k([T_i^-; T_i^+]) \subset V_k([T_j^-; T_j^+])$ ) для модельованих інтервалів значень об'єму залишкової маси зброджуваного субстрату.

Встановлена властивість може слугувати основою для використання більш складних і якісно більш адекватних моделей у вигляді диференціальних рівнянь Моно для опису процесів в біогазових установках, які можна побудувати на основі даних, отриманих з алгебричних рівнянь Чена-Хашімото.

### **Література**

1. Любін М.В., Токарчук О.А., Любін В.С., Смалківський С.В. Аналіз, класифікація та використання простих біогазових установок//Збірник наукових праць. – Вінниця, 2011, №8.-С.69-77.
2. Саранчук В. І., Ільяшов М. О., Ошовський В. В., Білецький В. С. Хімія і фізика горючих копалин. – Донецьк: Східний видавничий дім, 2008. –с. 600.
3. Баадер Б. Биогаз: Теория и практика. / Баадер Б., Доне Брендерфер М.; Пер. с нем. М. И. Серебрянного – М.: Колос, 1982. – 148 с.
4. Дивак М.П., Марценюк Є.О., Піговський Ю.Р., Дивак Т.М. Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія "Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка.- 2010. Вип 11 (164). – С.181-188.
5. Гураль І.В., Дивак М.П. Біохімічний аналіз процесів в біогазових установках та його застосування в задачі макромодельовання процесів виробництва біогазу // Міжнародний науково-технічний журнал «Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах». – Хмельницький, 2014 – С.152-158.
6. Monod, J. The Technique of Continuous Culture Theory and Applications. – 1950 – Ann. Inst. Pasteur, Vol. 79. – P. 390-410.
7. Norazwina Zaino. Kinetics of Biogas Production from Banana Stem Waste, Biogas, Dr. Sunil Kumar (Ed.). – 2012 – P. 395-408. – ISBN: 978-953-51-0204-5, InTech.
8. Годовська Т.Б., Фещенко В.П.. Критерії індикаторів впливу на агроєкосистеми полігону твердих побутових відходів м. Житомир//Вісник–2011, №1. – с.400.
9. Chen Y., Hashimoto A.G. Kinetic of Methane Fermentation // Biotechnology and Bioengineering. –1978. – Vol. 8 – P. 269-282.