УДК 621.519.245

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ

С.Ю. Кружнова, А.Д. Фурсина

Запорожский национальный технический университет

krulana@mail.ru

Запропоновано використання методу Монте-Карло при визначенні залишкового ресурсу металоконструкції мостового крана. Для встановлення параметрів розподілення використовується регресійний аналіз. Розглядається випадок, коли напрацювання до відмови має розподілення Вейбулла, а довірчий інтервал визначається за допомогою критерію Стьюдента.

Ключові слова: *статистичне моделювання, залишковий ресурс, металоконструкція, напрацювання до відмови, довірчий інтервал*.

It is suggested to use Monte-Carlo method for determining residual service life of hoisting crane metal structures. The regression analysis was used for determination of the distribution parameters. The case is considered when operating time to failure has Weibull distribution, and the confidence interval was found using Student criterion.

Keywords: *statistical modelling, residual service life, metal structure, operating time to failure, confidence interval*.

Предложено использование метода Монте-Карло для определения остаточного ресурса металлоконструкции мостового крана. Для установления параметров распределения использован регрессионный анализ. Рассматривается случай, когда наработка до отказа имеет распределение Вейбулла, а доверительный интервал находился с использованием критерия Стьюдента.

Ключевые слова: *статистическое моделирование, остаточный ресурс, металлоконструкция, наработка до отказа, доверительный интервал*.

Введение

В настоящее время сложилась ситуация, когда большая часть грузоподъемных кранов Украины эксплуатируется за пределами нормативных сроков службы. В связи с этим определение остаточного ресурса металлоконструкций грузоподъемных кранов для возможности продления сроков службы, представляется весьма актуальным. С формальной точки зрения оценка остаточного ресурса – это процедура определения времени, в течение которого, с определенной вероятностью, техническое состояние конструкции достигнет одного из предельных состояний. Наличие достоверных данных мониторинга технического состояния металлоконструкций повышает эффективность определения времени достижения предельного состояния. Однако на практике сбор сведений, необходимых для решения данной задачи, оказывается весьма затруднительным. Исходя из сказанного выше, следует признать актуальными методы оценки остаточного ресурса металлоконструкций грузоподъемных кранов, базирующиеся на современных информационных технологиях, позволяющих максимально использовать ограниченные данные натурных обследований для выявления особенностей и закономерностей изменения во времени процессов деградации расчетных элементов. Под процессом деградации понимается постепенное ухудшение технического состояния конструктивного элемента за время его эксплуатации, обусловленное процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости [1].

В исследованиях последних лет все чаще стремятся получить законы, описывающие ход процесса старения или разрушения как функцию времени. В этих работах предложены различные способы определения статистических характеристик нагрузок, воздействий и фазовых координат системы, по которым уже можно с некоторой точностью рассчитать текущие характеристики скорости изменения параметров надежности и на основе этого осуществить прогноз расхода ресурса [2].

Постановка задачи

Основная задача теории надежности – оценка вероятности безотказной работы системы на заданном отрезке времени – сводится либо к задаче о выбросах случайных процессов в пространстве качества системы за допустимые области в этом пространстве, либо к задаче получения методом Монте-Карло текущего закона распределения скорости износа каждого отдельного элемента конструкции. Однако случайный процесс качества, как и закон распределения скорости износа, определяется случайными процессами нагрузок и воздействий, реализации которых в необходимом количестве для получения статистической точности оценок могут быть получены только из статистического имитационного моделирования функционирования грузоподъемного крана [3-5].

Цель данной статьи – показать возможность определения остаточного ресурса металлоконструкции мостового крана, проработавшей в интервале времени $[0, t_0]$, используя метод имитационного моделирования (метод Монте-Карло). При имитационном моделировании генерируется скорость деградации для каждого текущего момента времени вычислительного эксперимента вплоть до отказа одного из элементов системы (наработка системы). Статистическое моделирование системы до отказа позволяет получить закон распределения наработок [6].

Такой подход позволяет шире использовать эксплуатацию грузоподъемных кранов по техническому состоянию, назначая каждый раз допустимый срок (наработку) до следующей инспекции [7-8].

Основная часть

Метод Монте-Карло – это численный метод исследования математических моделей сложных систем, основанный на моделировании случайных величин и последующем статистическом анализе результатов моделирования. Этот метод является основным при моделировании систем, содержащих стохастические и вероятностные элементы.

Чтобы задать случайную величину, надо указать, какие значения она может принимать и каковы вероятности этих значений.

В методе Монте-Карло большое место занимает получение случайных величин, равномерно распределенных на отрезке, или в какой-либо области. Такие величины могут быть получены с помощью рулетки (недаром название метода – Монте-Карло), таблицы случайных чисел, генератора случайных чисел с использованием вычислительной техники. В последнем случае числа называются псевдослучайными величинами, так как они получены не совсем случайно, а с помощью специальных алгоритмов, обеспечивающих соответствующее распределение.

Вероятность отказа в работе определяется следующим соотношением

$$P(\boldsymbol{t} \le t) = Q(t)\ ,\ t \ge 0 \qquad (1)$$

где t – случайная величина, обозначающая наработку до отказа;

$Q(t)$- вероятность того, что система выйдет из строя к моменту времени t.

Иначе, $Q(t)$- функция распределения наработки до отказа.

$$Q(t) = 1 - e^{-(t/\lambda)^{\beta}}, t \ge 0, \lambda > 0, \beta > 0\,. \qquad (2)$$

Вероятность безотказной работы (ВБР)

$$R(t) = 1 - Q(t)\,. \qquad (3)$$

Рассмотрим случай, когда наработка до отказа имеет распределение Вейбулла [1,10], тогда (3)

$$R(t) = e^{-(t/\lambda)^{\beta}}, t \ge 0\,. \qquad (4)$$

При этом λ и β являются параметрами распределения, где λ отражает средний ресурс, величины t и λ даются в годах. Отметим, что распределение Вейбулла широко используется в теории надежности [2].

По результатам эксплуатации сварных металлоконструкций мостовых кранов известны следующие сроки службы однотипных кранов, работающих примерно с одинаковой загрузкой 21, 23, 25, 27, 28, 32, 35, 40 лет [9].

Необходимо определить величину параметров λ и β, считая, что распределение отвечает закону Вейбулла (4).

Известно, что, если задана упорядоченная случайная выборка $x_1, x_2 \ldots x_n$ объемом n, взятая из совокупности с функцией распределения $Q(x)$: где x - случайная непрерывная величина, то оценки по медиане для $Q(x_j)$ можно определить по формуле [10]:

$$\mathrm{M}(Q(x_j)) = (J-0.3)/(n+0.4), \tag{5}$$

где $Q(x_j)$ - доля элементов вышедших из строя до появления *j-й* порядковой статистики в выборке объемом n;

М - математическое ожидание.

Результаты расчетов реальной выборки (n=8) приведены в таблице 1.

Таблица 1

Функции распределения $M(Q(x_j)) = (J\text{-}0.3)/8.4$

J	1	2	3	4	5	6	7	8
t	21	23	25	27	28	32	35	40
Q	0.083	0.202	0.321	0.440	0.560	0.679	0.799	0.917

Таким образом, в нашем случае будем иметь (вероятность разрушения Q): 0.083, 0.202, 0.321, 0.440, 0.560, 0.679, 0.799, 0.917.

Для решения задачи необходимо найти обратную функцию, иначе говоря, время t из формулы (4). Для этого произведем двойное логарифмирование функции (4)

$$\begin{gathered} \ln R = -\left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta}, \quad R = 1 - Q \\ \ln(-\ln R) = \beta(\ln t - \ln\lambda), \quad \textit{или} \\ \ln t = \frac{1}{\beta}[\ln(-\ln R)] - \ln\lambda. \end{gathered} \tag{6}$$

Это уравнение вида $y = (1/\beta)x + a$ и его можно представить в виде прямой на графической бумаге в координатах X и $У$. Графическую бумагу для распределения Вейбулла можно построить, обозначив оси прямоугольной системы координат $y = \ln t$, $x = \ln(-\ln(1-Q))$. Кроме того, оси меняют местами и тогда β является угловым коэффициентом прямой. Таким образом, параметры распределения могут быть найдены графически. В работе [10] приведены графики и дано оценивание критериев распределения Вейбулла графическим методом.

Для определения параметров λ и β был использован регрессионный анализ, для этого необходимо воспользоваться линейной функцией $(\vec{Y}, \vec{X}, 1; 1)$, где $\vec{Y}$ - массив ln*t*, $\vec{X}$ - массив ln(–ln*R*). Были получены следующие коэффициенты уравнения регрессии: 3.441 и 0.192, где 1/β =0.192. Откуда величина β=5.207 и также находим из условия: lnλ=3.441, λ=31.2.

После того как установлены параметры распределения, рассмотрим определение остаточного ресурса металлоконструкции, проработавшей в интервале $[0,t_0]$. Определим остаточный ресурс металлоконструкции такого же типа крана после t_0=15 лет эксплуатации.

Воспользуемся статистическим моделированием случайной величины, характеризующей вероятности выхода из строя металлоконструкции (2)

$$Q(t) = 1 - e^{-(t/31.2)^{5.2}}, t > 0.$$

Обратная функция будет $t = 31.2 \cdot (-\ln\xi)^{5.2}$, где $1 - Q = \xi = 1 - \gamma$.

При моделировании считаем случайную величину γ распределенной в интервале [0, 1], но и ξ=1–Q при этом же равномерно распределена в том же интервале. Для моделирования используем операционную среду Microsoft Excel. Результаты расчетов для выборки n=10 приведены таблице 2.

Таблица 2

Результаты расчетов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ξ	0.85	0.723	0.442	0.711	0.893	0.156	0.515	0.462	0.160	0.379
$-\ln\xi$	0.163	0.324	0.816	0.341	0.113	1.859	0.663	0.772	1.831	0.968
t	22.0	25.12	30.0	25.36	20.52	35.15	28.83	29.68	35.05	31.01
$t_{ост}$	7.0	10.12	15.0	10.36	5.521	20.15	13.83	14.68	20.05	16.01

Какова вероятность того, что металлоконструкция выйдет из строя в следующем интервале времени (t_0,t)? Учитывая, что вероятность условная, имеем

$$P(t_0 < t \leq t \,/\, t > t_0) = (Q(t) - Q(t_0))/R(t_0).$$

После несложных преобразований, получим явное выражение для времени $t_{ост}$ – остаточный ресурс

Остаточный ресурс определим по формуле :

$$t_{ост} = \lambda((t_0/\lambda)^{\beta} - \ln\xi)^{\frac{1}{\beta}} - t_0,$$

$$t_{ост} = \frac{\sum_j (t_j - t_0)}{\sum_j 1} = \frac{132.721}{10} = 13.27\,лет \qquad \left(для\, t_j - t_0 \quad \rangle \quad 0\right),$$

где ξ= 1–*Q* изменяется в пределах от 0 до 1.

Воспользуемся последней формулой для статистического моделирования остаточного ресурса. Рассмотрим кран с наработкой t_0=24 года, при этом величина 1–*Q* моделировалась случайным числом в диапазоне 0÷1. Для выборки из 20 экспериментов на компьютере, получены следующие результаты: средний ресурс = 5.95 лет; мера доверия = 2.36 лет.

Заключение

Разработана методика оценки остаточного ресурса металлоконструкций грузоподъемных кранов, эксплуатируемых за пределами нормативных сроков службы, с целью продления этих сроков. Методика основана на статистическом моделировании случайных процессов, во взаимосвязи с регрессионными моделями для прогнозирования износа конструктивных элементов. Были использованы известные соотношения Стьюдента между доверительной вероятностью и доверительным интервалом для нормального распределения, что допустимо, так как при *β=3…5* распределение Вейбулла и нормальное распределение близки [10].

Список литературы

1. Надежность машин: Учебн. пособие для машиностр.спец.вузов / Д.Н.Решетов, А.С. Иванов, В.З. Фадеев*; Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Высш. школа, 1988. – 238с.

2. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. - М.: Стройиздат, 1981. - 351с.

3. Соболь И.М. Метод Монте-Карло.-М.: Наука, 1968. - 64с.

4. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и метематическая статистика.- М.: Высшая школа,1991.-400с.

5. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 2004.

6. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука. - М.: Мир, 1978. - 418с.

7. Петров В.Г., Рыжов О.Ю. Сравнительный анализ методик определения ресурса // Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Труды YI Международной конференции. СПб.: Из-во Политехн. ун-та, 2005. – С.368-369.

8. Котельников В.С., Еремин Ю.А., Зарецкий А.А., Короткий А.А. Концепция оценки остаточного ресурса металлических конструкций грузоподъемных кранов, отработавших нормативный срок службы // М.: Безопасность труда в промышленности, 2000, №10.-С. 41-46.

9. Соколов С.А. Металлические конструкции подъемно-транспортных машин – СПб.: Политехника, 2005. – 423 с.

10. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем - М.: Мир, 1980. – 604 с.

11. Майстренко И.Ю. Применение метода Монте-Карло для оценки надежности главных балок мостовых кранов коробчатого сечения // Материалы 57-й республиканской научной конференции. Сборник научных трудов докторантов и аспирантов. - Казань: КГАСУ, 2005. - С.77-84.

12. Майстренко И.Ю. Применение метода статистического моделирования для оценки остаточного ресурса стальной конструкции // Материалы 58-й республиканской научной конференции. Сборник трудов докторантов аспирантов. - Казань: КГАСУ, 2006. - С. 85-89.