

## УПРАВЛЕНИЕ КАТАСТРОФИЧЕСКИМИ РИСКАМИ ДЛЯ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РАЙОНОВ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД УГРОЗОЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

**Ключевые слова:** *страхование катастрофических рисков, стохастическая оптимизация, адаптивный метод Монте-Карло, вероятностные ограничения, устойчивое развитие.*

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе представлен обзор моделей и подходов, разработанных для анализа и принятия решений по управлению при наличии катастрофических рисков. Актуальность учета влияния катастроф обусловлена быстро растущими потерями от стихийных бедствий, техногенных катастроф и катастроф, вызванных человеческим фактором, что неизбежно приводит к тяжелым социально-экономическим и экологическим последствиям.

По оценкам лидирующих страховых компаний [7], в течение последних трех десятилетий прямые потери от природных катастроф увеличились в три раза. Частота и сила недавних ураганов, землетрясений, бурь, войн, вспышек эпидемий выявили тенденцию к все возрастающим экономическим и человеческим потерям. Основным фактором, способствующим такому росту, является отсутствие определенных знаний и халатное отношение к рискам. В частности, стратегии экономического планирования часто не учитывают прямой зависимости потерь от практик землепользования, размещения промышленности, людей и капитала в районах, подверженных катастрофам, что свидетельствует о направленности государственной политики в основном на ликвидацию последствий стихийных бедствий, а не на их профилактику [23]. Необходимость экономии государственных расходов требует переоценки представлений о сложившемся соотношении затрат на превентивные меры по снижению рисков и смягчению последствий чрезвычайных ситуаций и на ликвидацию их последствий. Целесообразность проведения мер защиты должна обосновываться с учетом экономических и социальных факторов.

Для решения такой сложной и многоплановой проблемы, как планирование с учетом природных рисков, необходима строгая методология, отражающая специфику рисков и учитывающая основные факторы, влияющие на безопасность населения, объектов хозяйства, землепользования и жизнедеятельности, а также разработка методов и математических моделей, позволяющих сделать количественные оценки и прогнозы стратегий по управлению рисками в случае отсутствия точной информации.

В традиционных детерминированных моделях 500-летнее наводнение (повторяющееся в среднем раз в 500 лет) не рассматривается как событие, которое может повлиять на жизнь настоящего поколения, а также жизни многих последующих поколений. Однако это событие может произойти сегодня, на следующей неделе или в следующем году. Например, наводнения, происшедшие в 2002 году в Центральной Европе, были расценены как 100-, 250-, 500- и 1000-летние события. Наиболее разрушительная катастрофа, связанная с аварией на атомной станции, классифицируется как событие с возможным уровнем риска  $10^7$  (т.е. может произойти в среднем раз в  $10^7$  лет).

В классической экономической теории доминирующее место занимают модели с усеченными неопределенностями, представленными конечным набором возможных исходов, хорошо известных всему обществу. Поэтому их последствия мо-

гут быть оценены и возмещены всем обществом через финансовые рынки. При таких предположениях управление катастрофами не представляет трудностей [3]. Исследования катастрофических рисков и управление связанными с ними потерями требуют развития новых моделей.

Необходимо отметить, что теория страхования рисков развивалась независимо от фундаментальных экономических идей [3, 23, 25]. Центральная задача данной теории связана с моделированием распределения вероятностей будущих потерь [25], которое используется для оценки вероятности разорения, назначения страховых премий, заключения договоров о перестраховке и т.д. основополагающим звеном этой теории является предположение, что риски возникают часто, они одинаково распределены и независимы. Таким предположениям удовлетворяют дорожные аварии, для которых решения о размере премий, уровне страховых возмещений, вероятность разорения страховых компаний принимаются на основе обширной статистики. Частыми независимыми повседневными рисками страховые компании могут управлять с помощью простой стратегии: «чем больше рисков включено в портфель компании — тем лучше».

В отличие от традиционных рисков, катастрофы имеют сложные пространственно-временные характеристики. Они влекут взаимно зависимые разрушения, что, в свою очередь, вызывает каскад страховых запросов и возмещений, размер которых зависит от места происшествия, размещения и размера собственности, плотности населения в этой области. Очевидно, что ущербы и возмещения зависят также от применения мер по снижению потерь, соглашений с инвесторами, договоров о перестраховке и т.д. Все это ставит под вопрос использование традиционного принципа объединения рисков и стандартной теории экстремальных значений [9, 25].

В каждом конкретном районе катастрофы происходят редко, т.е. новая катастрофа может быть непохожа ни на одну из происшедших ранее. Ввиду отсутствия сходства катастроф, а поэтому и необходимых реальных наблюдений, оценивание стратегий управления не может использовать традиционные статистические методы, основанные на применении закона больших чисел и предположении о независимости требований и потерь [9, 25]. В случае катастроф вероятность разорения компании или неэффективности местного управления можно уменьшить не за счет прямого объединения рисков, а правильно учитывая пространственно-временные распределения рисков и их взаимные зависимости.

Данная статья представляет обзор подходов к изучению катастрофических рисков, основанных на моделях и методах, разрабатываемых в Международном Институте Системного Анализа (Лаксенбург, Австрия) совместно с Институтом кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины. В разд. 1 обсуждаются недостатки традиционных подходов и детерминированных моделей. В разд. 2 рассматриваются основные особенности модели, разработанной для анализа катастрофических наводнений на Тиссе, в Венгрии и Украине.

Новые подходы и модели имеют довольно общий характер и могут применяться для изучения и управления различными рисками. Методы традиционной теории страхования и теории финансов оценивают экстремальные события в терминах денежных единиц [9]. Предложенные подходы позволяют изучать события, не оцениваемые в этом смысле, а описываемые многомерными пространственными законами распределения, т.е. случаи, для которых стандартная теория экстремальных событий не имеет адекватных решений.

Основная задача моделей состоит в том, чтобы адекватно учесть специфику катастрофических рисков, т.е. их пространственно-временные характеристики, возможность серьезных взаимно зависимых потерь, отсутствие достаточных исторических данных о происшедших событиях в конкретном месте, необходимость в перспективном планировании и сбалансированной комбинации предупредительных мер и мер по ликвидации последствий стихийных бедствий, робастность решений, учет многообразия целей и ограничений таких агентов, как фермеры, производители, индивидуалы,

агентства по планированию землепользования, центральные и местные органы власти, страховые компании, инвесторы и катастрофические фонды.

В разд. 3 показано, что выбор решений при катастрофических рисках может осуществляться с помощью моделей стохастической оптимизации, сформулированных с учетом целей и ограничений агентов, участвующих в процессе управления катастрофами. Данный раздел суммирует общие идеи метода Адаптивной Монте-Карло (АМК) оптимизации [10, 12, 16, 19, 20].

В разд. 4 проиллюстрировано, что стратегии, управляющие катастрофами, максимизируют благосостояние районов, обеспечивая их устойчивое развитие. Подчеркивается значение финансовых мер, таких как катастрофические фонды, катастрофические бонды (ценные бумаги, акции) и кредиты. Учет финансовых мер при управлении катастрофами позволяет оценить оптимальные стратегии страховых компенсаций, возможности перераспределения потерь через катастрофические фонды и финансовые рынки, роль финансовых инструментов. В частности, показано, каким образом предлагаемая модель применялась для оценки многопиларной программы по компенсации и распределению потерь от наводнений на Тиссе, в Венгрии. Этапы программы состояли в частичной компенсации потерь центральным правительством, страховании имущества через катастрофический фонд на основе индивидуальных рисков и внешнего кредита для перестраховки обязательств фонда. В рамках разработки интегрированных программ по обеспечению безопасности от стихийных бедствий оценивается также эффективность и целесообразность таких структурных мер, как дамбы, отводные каналы, резервуары и т.п. Многие исследования подчеркивали важность интегрированных программ для районов с недостаточным или отсутствующим рынком страхования. В разд. 5 кратко обсуждается такая программа для района, подверженного наводнениям.

#### 1. УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ КАТАСТРОФИЧЕСКИМИ РИСКАМИ

Катастрофы происходят неожиданно во времени и пространстве и влекут внезапные тяжелые потери, не описываемые в терминах средних величин (которые нельзя моделировать в терминах средних величин). Рассмотрим стилизованную модель экономического развития района, функционирующего при внезапной катастрофе. Данная модель может описывать также процесс страхования или процесс накопления денежного резерва катастрофического фонда. Основная переменная, риск-резерв  $r^t$  фонда в момент  $t$ , представляется формулой  $r^t = r_0 + \pi^t - A^t$ , где  $\pi^t$  — агрегированные премии,  $A^t$  — страховые компенсации,  $r_0$  — начальный уровень резерва. Процесс  $A^t = \sum_{k=1}^{N(t)} S_k$ , где  $N(t)$ ,  $t \geq 0$ , — случайное число запросов о компенсации потерь на интервале  $[0, t]$ ,  $N(0) = 0$ , и  $\{S_k\}_1^\infty$  — случайная последовательность размеров компенсаций. Рис. 1 демонстрирует, что приток премий  $\pi^t$  повышает уровень резерва  $r^t$ , в то время как выплаты возмещений  $A^t$  понижают его уровень.

Основная проблема управления в данном случае — избежать ситуаций, когда

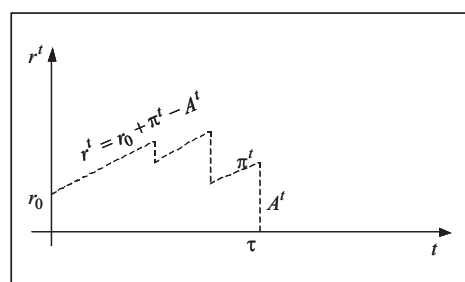


Рис. 1. Случайная траектория риск-резерва  $r^t$

$r^t$  опускается ниже допустимого уровня (дефолт, банкротство), предположим, ниже 0, что возможно с вероятностью  $\Psi = P\{r^t \leq 0, t > 0\}$ .

В традиционных актуарных подходах используются следующие упрощенные принципы. Предположим, что  $S_k$  — независимые случайные величины, случайный процесс  $N(t)$  характеризуется интенсивностью  $\alpha$ , т.е.  $E\{N(t)\} = \alpha t$ ,  $EA^t = ES\alpha t$ ,

где  $ES$  представляет средний уровень страховых компенсаций, а  $\pi^t = \pi t$ ,  $\pi > 0$ . Очевидно, что ожидаемый резерв  $r^t$  растет во времени при условии  $\pi - ES\alpha > 0$ , которое, однако, игнорирует сложные временные зависимости между поступлениями требований  $S_k$  о возмещении потерь (возможными кластерами требований), а также их размерами, которые могут быть значительными, несмотря на низкий уровень средних потерь  $ES$  и последующую возможность банкротства,  $r^t \leq 0$ . Таким образом, в актуарных подходах реальный случайный процесс  $r^t$  подменяется линейной во времени  $t$  функцией,  $r^t = r_0 + (\pi - \alpha ES)t$ . Разница  $\pi - \alpha ES$  называется «нагрузкой безопасности». Из сильного закона больших чисел следует, что  $\lfloor \pi^t - A^t \rfloor / t \rightarrow [\pi - \alpha ES]$  с вероятностью 1. Поэтому в случае положительной нагрузки безопасности,  $\pi > \alpha ES$ , можно ожидать, что реальный случайный профит  $\pi^t - A^t$  для достаточно большого  $t$  будет также положительным при правильном выборе премий  $\pi = (1 + \rho)\alpha ES$ , где  $\rho = (\pi - \alpha ES) / \alpha ES$ . Однако это выполняется только в случае, если банкротство не наступит до времени  $t$ .

Из рис. 2 видно, что, несмотря на гарантию в среднем роста резерва (траектория  $r^t = r_0 + (\pi - \alpha ES)t$ ), реальный резерв,  $r^t = r_0 + \pi^t - A^t$ , может опуститься ниже допустимого уровня. Другими словами, подмена сложного скачкообразного процесса роста простой детерминированной моделью является источником ложных выводов. С помощью различных мер управления рисками можно ослабить жесткость распределения требований и уменьшить вероятность дефолта. Одной из таких мер является строительство дамб, что, с одной стороны, может уменьшить частоту мелких наводнений, а с другой — увеличить вероятность катастрофических. Величина требований  $S$  зависит от компенсаций, установленных договорами страхования для различных районов, находящихся под угрозой катастроф. Важными переменными в процессе принятия решений являются  $r_0$ ,  $\pi$ , договоры перестрахования, уровень кредита.

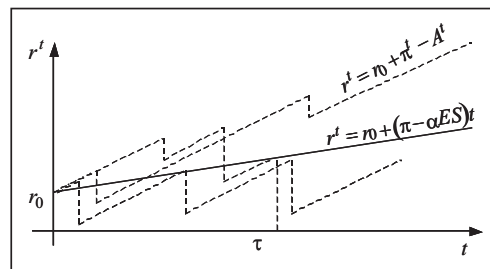


Рис. 2. Траектория ожидаемого (сплошная линия) и реального (штриховая линия) роста риск-резерва  $r^t$

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ КАТАСТРОФ

В разд. 1 кратко сказано о методологических трудностях, связанных с принятием решений в условиях катастроф. Разрушения, ущербы имуществу и возмещение потерь зависят от географии катастроф, размещения имущества и инфраструктуры, предупреждающих мер, уменьшающих риски, а также от страховых договоров и государственных компенсаций. Как правило, государственные компенсации выплачиваются из фондов, накапливаемых за счет прямых налогов, таким образом, потери и компенсации перераспределяются по стране. Случается, что бедные субсидируют богатых, проживающих в привлекательных с точки зрения ландшафта районах, которые, однако, подвержены серьезным рискам. Катастрофы влекут взаимно зависимые потери, компенсации направляются в разные районы, пострадавшие от одного и того же стихийного бедствия. Чтобы учесть многообразие пространственных характеристик катастроф, модель должна иметь достаточную географическую детализацию [11–14, 45]. Пространственные переменные модели включают характеристики агентов, участвующих в управлении рисками, такие как оценки недвижимости, предупреждающие меры в каждом конкретном месте, страховые покрытия, практики землепользования.

**2.1. Анализ катастрофических наводнений.** Для иллюстрации обсуждаемых подходов и моделей рассмотрим результаты исследований катастрофических наводнений на Тиссе (Венгрия) [12, 13, 29]. Для моделирования наводнений, их последствий и стратегий управления использовались данные, собранные сотрудниками различных организаций в Венгрии [13, 29]. Необходимо отметить, что для таких стран, как Венгрия, значимость интегрированных подходов особенно велика. В Венгрии, как и во многих других странах и районах мира, потери от наводнений и иных природных бедствий в основном компенсируются из государственного бюджета, в меньшей мере из фондов, собранных проживающими в зонах, подверженных катастрофам [29]. Страховые компании покрывают лишь долю потерь, которая даже в развитых странах очень мала. Правительство Венгрии озабочено частотой и объемом компенсаций и затратами на предупреждающие меры. С ростом компенсаций центральные власти и министерства, включая многие органы управления на местах [29], считают необходимым передать ответственность за потери от наводнений местным властям, индивидуальным застройщикам, фермерам, тем самым повысить их сознательность при размещении жилья, сельскохозяйственных угодий, строительстве инфраструктур. Однако такое решение увеличит эффективность и ускорит внедрение мер по предотвращению и уменьшению потерь только при серьезном изучении и продуманной оценке альтернативных стратегий на местах.

В таких странах, как Венгрия и Украина [37], проблемы, связанные с наводнениями, в большой степени вызваны бедностью и немобильностью населения. В этом случае планирование и внедрение предупреждающих мер могут быть одним из наиболее эффективных решений. Например, гарантированные компенсации может обеспечить правильно спланированная многоэтапная программа помощи страдающим от стихийных бедствий. Разработка подобной программы требует участия как специалистов из разных областей науки, так и политических деятелей, индивидуальных, хозяйственников и т.д. В частности, для планирования такой программы необходим анализ частоты и силы возможных катастрофических событий, оценка уязвимости капитала в местах, подверженных рискам, что, в свою очередь, требует разработки так называемых моделей катастроф. В [13] предложена пространственная модель катастрофических наводнений, разработанная непосредственно для района на Тиссе, в Венгрии. Эта модель предназначалась для генерирования несуществующих и неполных данных и сведений об уже происшедших и будущих наводнениях, возможных разрушениях, их зависимости от различных стратегий управления. Для эффективного управления катастрофическими рисками модель предполагает и подчеркивает необходимость тесного сотрудничества всех заинтересованных сторон.

В районах с недостаточно развитой экономикой решения при катастрофических рисках должны предполагать возможность объединения и перераспределения этих рисков [35, 2, 8]. В рассматриваемой модели предлагается это делать через катастрофический фонд, устанавливающий уровни премий и компенсаций с учетом индивидуальных рисков на местах. Такой фонд стимулирует накопление капитала в районе для принятия мер в случае катастроф. Чтобы обеспечить устойчивую работу фонда, для расчета его параметров применяются такие индикаторы, как ожидаемые переплаты участниками фонда, ожидаемый дефицит фонда. Эти и другие индикаторы, вместе с так называемым временем остановки, позволяют оценить решения, устойчивые относительно наиболее разрушительных катастрофических событий. В работах [15, 16] показано, как разрывные вероятностные ограничения, задающие уровень стабильности, могут аппроксимироваться с помощью выпуклой задачи стохастической оптимизации, что приводит к мерам риска типа CVaR.

**2.2. Моделирование катастрофических событий.** Часто отсутствие и неточность имеющихся исторических данных о катастрофах в конкретном районе затрудняют анализ и выбор стратегий для управления рисками. В этом случае существенную помощь оказывают пространственные (географически детализированные)

имитационные модели катастроф, которые позволяют пополнить данные сценариями возможных катастроф и потерь на уровне индивидуальных хозяйств, групп сельхозугодий, города, района, находящегося под угрозой стихийного бедствия, например наводнения, засухи, землетрясения, урагана, эпидемии.

Необходимость в таких моделях подчеркивалась многими исследователями (в частности, [45]). Они становятся неотъемлемым рабочим инструментарием при планировании землепользования, размещении инфраструктуры и промышленных предприятий, разработке аварийных систем, подсчете возможных потерь. Модели катастроф разрабатываются с использованием сведений о физических процессах, знаний экспертов, мнений участников в процессе управления рисками (стейкхолдеров).

Однако при разработке моделей катастроф необходимые данные, как правило, существуют лишь в агрегированном виде, не подходящем для анализа и моделирования локальных процессов. К примеру, обширная статистика о возникновении катастроф может существовать на уровне страны, что не дает достаточной информации о возможных пространственно-временных катастрофах непосредственно в местах их возникновения. Добиться требуемого уровня детализации данных можно, применяя методы разукрупнения. Задачи по разукрупнению данных, как правило, возникают при исследовании частоты и уровня осадков, изучении погодных катастроф, вызванных изменением климата, моделировании эпидемий скота, при исследовании социально-экономических процессов. Эти ситуации требуют развития адекватных процедур разукрупнения [21], совместимых с моделями катастроф и процессами принятия решений в условиях катастрофических рисков.

Интегрированная модель управления рисками, разработанная для принятия решений в случае наводнений на Тиссе (Венгрия), состоит из трех основных модулей: модель наводнения, модель уязвимости и экономическая многоагентная модель экономического роста. Модель наводнения (состоящая из модели реки и модели затопления) оценивает возможный подъем уровня реки и затопление местности в изучаемом районе вследствие одного из возможных сценариев осадков. Используя отцифрованную карту рельефа местности, для каждой разукрупненной ячейки подсчитывается уровень и продолжительность стояния воды. Для каждого сценария наводнения модель подсчитывает ущербы, используя кривые уязвимости, которые ставят в зависимость каждому типу застройки потенциальный уровень ее разрушений. Кривые учитывают также коды застроек, их возраст, число этажей, тип имущества и т.д.

Экономическая многоагентная модель представляется стохастической моделью экономического роста. Эта модель переводит оцененные пространственно-временные ущербы имуществу в потери и доходы агентов, участвующих в управлении рисками. Основными агентами в рассматриваемом случае являются центральное правительство, катастрофический фонд, индивидуальные хозяйства (ячейки или районы), производители, фермеры и т.д. Очевидно, что выбор агентов, учет их целей и ограничений, привлечение к управлению рисками зависит от совокупности оцениваемых мер по предотвращению и уменьшению ущербов.

Катастрофические модели способны генерировать сценарии ущербов (потерь) и доходов в различных местах при различных сценариях осадков, разнообразных мерах по предотвращению катастроф, снижению и перераспределению потерь. Существуют неопределенности и значительные вариации относительно потерь и доходов. Пятидесятилетнее наводнение может произойти через пять дней или через семьдесят лет. Различные агенты, или стейкхолдеры, особенно обеспокоены возможностью таких вариаций, поскольку накопленных к моменту катастрофы фондов может быть недостаточно, чтобы справиться с большими потерями. Во избежание банкротства катастрофический фонд может увеличить премии, что, однако, может привести к серьезным переплатам премий и уменьшить спрос на страховые пакеты. В случае строительства дамб как меры защиты, премии могут снизиться и

спрос на страхование возрастет. Защита района дамбой может стимулировать размещение капитала. Однако при внезапном прорыве дамбы размер потерь может быть несоизмерим (см. разд. 4).

### 3. АДАПТИВНЫЙ МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Выводы, полученные в результате традиционного моделирования «Если–То» сценариев, имеют весьма ограниченную полезность. В общем сценарный анализ позволяет получить представление лишь об отдельных наблюдениях прямых ущербов, потерь и доходов различных агентов (разд. 4) при различных стратегиях. Однако число альтернативных сценариев, оцениваемых интегрированной моделью катастроф, может быть очень велико. К примеру, для района, разделенного на десять участков и только с десятью возможными уровнями страховых компенсаций (0 %, 10 %, ..., 100 %), количество альтернативных вариантов компенсаций равно  $10^{10}$ . Последовательное исследование всех альтернатив может быть длительным и дорогостоящим. Если для изучения одного сценария требуется в среднем одна секунда, то на подсчет всех альтернатив уйдет больше 100 лет. Кроме того, меры, снижающие потери в случае одного сценария наводнения, не могут гарантировать положительных результатов в случае других сценариев.

При изучении катастрофических рисков важным методологическим вопросом является, как избежать недостатков сценарного «Если–То» подхода, как оценить совокупность мер, гарантирующую долгосрочную стабильную деятельность района.

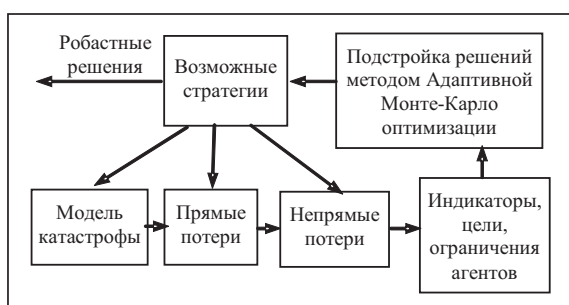


Рис. 3. Схема поиска робастных решений с помощью метода АМК оптимизации

и оптимизационная процедура представлены на рис. 3. Начиная с исходного произвольного приближенного решения (стратегии), модель оценивает влияние этого решения на возможные потери. Эффективность искомой стратегии оценивается с помощью индикаторов (блок «Индикаторы, цели, ограничения агентов»), задающих цели и ограничения агентов. Исходя из этого, текущее решение подправляется в блоке «Подстройка решений методом АМК оптимизации». Вычисления заканчиваются, когда текущие решения или стратегии удовлетворяют целям и ограничениям агентов.

Разработка интегрированной катастрофической модели является ключевым моментом в управлении катастрофическими рисками. Как известно, традиционный метод Монте-Карло фактически применяется для оценивания интеграла  $G(x) = \int g(x) d\mu$ , где  $\mu$  — вероятностная мера, а  $g$  — некоторая измеримая функция. Часто мера  $\mu$  задана в неявной форме с помощью других известных мер. В случае АМК оптимизации функция  $G(x)$  представляет пример, где  $g$  и  $\mu$  зависят (в отличие от стандартного Монте-Карло) от решений, которые последовательно корректируются как результат оценки  $g$  при различных значениях искомых переменных.

Как правило, поиск оптимальных стратегий усложняется тем, что мера  $\mu$  не задана в явной форме и аналитический подсчет  $G(x)$  практически невозможен. Стан-

Практическое внедрение каждого конкретного решения влияет на общие потери от катастроф, а следовательно, и на рост благосостояния района. В работах [11–18] показано, что поиск робастных решений может осуществляться с помощью метода Адаптивной Монте-Карло (АМК) оптимизации (в деталях процедура описана и исследована в [10, 15, 16, 20]). Схематично катастрофическая модель

дартный подход Монте-Карло можно рассматривать как процедуру несмещенной оценки функции  $G(x)$ . Чем меньше стандартное отклонение оценки при заданных наблюдениях, тем лучше. Под методом АМК оптимизации понимается техника, которая последовательно изменяет меру  $\mu$ , адаптируя ее к вновь поступившим наблюдениям в целях повышения эффективности выборки.

В настоящей статье метод АМК используется в более широком смысле, когда эффективность выборки является лишь одним из критериев более общей задачи оптимизации с учетом допустимых решений, функций цели и ограничений. Функция  $G(x)$  зависит от неизвестных решений  $x$ , и задача состоит в оценке оптимального значения  $G(x)$  путем выборки значений случайной функции  $g(x)$  при различных  $x$ . Методы АМК оптимизации разрабатываются с применением общих идей стохастического программирования, а именно метода стохастических квазиградиентов (см., например, [10, 20]).

Общая идея адаптивного градиентного подхода, применяемого для улучшения результатов выборки, впервые предложена Е. Пугом [38]. Однако эта процедура требует оценивания интегралов. Методы стохастической оптимизации позволяют применять метод последовательного уменьшения стандартного отклонения в сочетании с оптимизацией относительно допустимых решений без особых вычислительных трудностей.

Рассмотрим вероятностную меру  $\nu$  с тем же носителем, что и мера  $\mu$ , т.е. принимающую значение 0 везде, где  $\mu$  принимает значение 0. В этом случае производная  $d\mu/d\nu$  существует,

$$G(x) = \int g(x, \omega) d\mu(\omega) = \int g(x, \omega) \frac{d\mu}{d\nu} d\nu(\omega) := \int \tilde{g}(x, \omega) d\nu(\omega),$$

где  $\tilde{g}(x, \omega) = g(x, \omega) \frac{d\mu}{d\nu}$ . Дисперсия имеет вид

$$V \arg \tilde{g}(x, \omega) = \int g^2(x, \omega) \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right)^2 d\nu - G^2(x).$$

Целью метода адаптивной выборки является поиск распределения  $\nu$ , минимизирующего  $\Psi = E_{\omega} g^2(x, \omega) \left( \frac{d\mu(\omega)}{d\nu(\omega)} \right)^2 = \int g^2 \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right)^2 d\nu$ .

Предположим, что семейство распределений  $\nu$  индексировано компонентами вектора  $y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$ . Так, функция  $\Psi$  является функцией  $\Psi(y)$  от  $y$ , и производные этой функции по  $y$  (при выполнении условий регулярности) определены следующим образом:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y_l} = \left( \int g^2 \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right)^2 d\nu \right)_{y_l} = \left( \int g^2 \frac{d\mu}{d\nu} d\mu \right)_{y_l} = \int g^2 \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right)_{y_l} \frac{d\mu}{d\nu} d\nu.$$

Предположим, что последовательность мер  $\nu_k$  определена последовательностью векторов  $\{y^k\}$ . Предполагая, что  $\nu_k$  известны, необходимо найти такое значение  $\nu_{k+1}$ , которое при текущем  $\nu = \nu_k$  уменьшает  $\Psi$ , т.е. выбираем  $y^{k+1}$ , определяемое величиной

$$y_l^{k+1} = y_l^{k+1} - \sigma_k g^2(x^k, \omega^k) \frac{\partial}{\partial y_l} \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right)_{y=y^k} \left( \frac{d\mu}{d\nu} \right), \quad l = \overline{1, k},$$

где  $\omega^k$  — выборка из  $\nu_k$ ,  $\sigma_k > 0$  — положительная  $(q^0, y^0, q^1, y^1, \dots, q^k, y^k)$ -измеримая случайная величина, удовлетворяющая некоторым естественным требованиям стохастического квазиградиентного метода [10, 20]. Данная процедура



требует точных значений  $\frac{d}{dy_l} \left( \frac{d\mu}{dv} \right)_{y=y^k}$ ,  $\left( \frac{d\mu}{dv} \right)_{y=y^k}$ , которые не заданы в явной

форме, поскольку мера  $\mu$  не задана явно. Эти величины можно заменить статистическими оценками аналогично стандартным подходам. Сходимость результирующих процессов легко следует из общих результатов сходимости стохастического градиентного метода [10].

Можно совместить описанную процедуру адаптивной выборки с процедурой последовательного поиска оптимального решения функции  $G(x)$ . В общем случае оптимизационная процедура АМК имеет следующую схему. Предположим, что вектор  $x$  включает не только переменные для управления рисками, но и компоненты вектора  $y$ , влияющие на эффективность самой выборки, как это обсуждалось выше. Процедура АМК оптимизации начинается с произвольного начального значения  $x^0$  и последовательно улучшает значение решения в соответствии с правилом  $x^{k+1} = x^k - \rho_k \xi^k$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , где размер шага  $\rho_k > 0$  удовлетворяет условиям

$$\sum_{k=0}^{\infty} \rho_k = \infty, \quad \sum_{k=0}^{\infty} \rho_k^2 < \infty. \text{ Например, можно положить } \rho_k = 1/k + 1. \text{ Случайный вектор}$$

$\xi^k$  является оценкой градиента  $G_x(x)$  (или его аналога) негладкой функции  $G(x)$ . Значение этого вектора оценивается по случайным наблюдениям функции  $G(x)$ . Пусть  $G^k$  — случайное наблюдение функции  $G(x)$  при  $x = x^k$  и  $\tilde{G}^k$  — случайное наблюдение функции  $G(x)$  при  $x = x^k + \delta_k h^k$ . Число  $\delta_k$  положительно,  $\delta_k \rightarrow 0$ ,  $k \rightarrow \infty$ , и  $h^k$  — независимое наблюдение вектора  $h$  с независимыми и равномерно распределенными на  $[-1, 1]$  компонентами. Тогда  $\xi^k$  можно выбрать из условия  $\xi^k = [(\tilde{G}^k - G^k) / \delta_k] h^k$ . Формальный анализ данного метода, в частности для разрывных функций цели, основан на общих идеях стохастического квазиградиентного метода (см. [10, 20] и дальнейшие ссылки в [12, 15, 16, 19]).

#### 4. МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ КАТАСТРОФИЧЕСКИМИ РИСКАМИ

Как отмечалось, управление катастрофическими рисками требует интегрированных подходов к принятию решений. Это подразумевает, в частности, оценку совокупности структурных и финансовых мер, направленных на предотвращение, снижение и перераспределение потерь, что обеспечило бы долгосрочное устойчивое развитие района с учетом возможных катастроф. Одной из мер управления рисками является непосредственное вовлечение многочисленных агентов и административных структур (стейкхолдеров) в процесс принятия решений. Учет разнообразия этих агентов, их целей и ограничений представляет ключевую проблему. Многие агенты могут обанкротиться, не справившись с последствиями катастроф, если велика их уязвимость к рискам или портфель рисков неправильно подобран.

Довольно общая модель принятия решений в условиях катастрофических рисков предложена в [11, 12, 14, 16, 17]. Ее приложения обсуждаются в [1, 2, 5, 12, 13, 18]. В работах [1, 2] рассматриваются сейсмические риски. Статьи [21, 22] анализируют случаи возникновения заболеваний скота.

В данном разделе рассматриваются основные особенности модели, примененной для изучения и принятия решений в случае катастрофических наводнений на Тиссе [12, 13]. Была предложена многоэтапная программа компенсаций и снижения затрат в результате стихийных бедствий. На первом этапе планировалась частичная компенсация потерь центральным правительством. Остальные потери было предложено возмещать через местный катастрофический фонд, функционирующий на принципах обязательного участия и платежа взносов всеми проживающими в данной местности. В случае недостатка финансовых средств фонд заранее планирует

внешний кредит. Средства на поддержание и восстановление таких структурных мер, как дамбы, мосты, резервуары, каналы, назначаются и выплачиваются через катастрофический фонд.

Чтобы отразить пространственные характеристики катастроф, исследуемый район был разбит на участки (ячейки). Участки могли объединять несколько частных хозяйств, группу сельскохозяйственных угодий или ферм, участок транспортной магистрали или газопровода, административный район. В общем случае выбор разрешения и подразбиение на участки определяют и обеспечивают необходимый уровень детализации моделируемых потерь и решений. В рассматриваемом примере сравнительно небольшая территория разбита на  $1500 \times 1500$  разукрупненных участков (ячеек). Сценарии наводнений генерировались моделью катастроф, на основании чего она подсчитывала необходимость робастных допустимых решений по снижению потенциальных потерь. Так называемые структурные решения о строительстве или модернизации дамб могут снизить потери. Финансовые решения распределяют потери на уровне района, страны или возмещают потери через финансовые рынки, используя доступные финансовые механизмы — кредиты, акции, перестрахование и другие ценные бумаги.

Пусть вектор  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  задает вектор решений, тогда потери  $L_j^t$  в ячейке  $j$  в момент времени  $t$  являются функцией  $x$ , т.е.  $L_j^t(x)$ . Например, функция  $L_j^t(x) = \max\{x_j^1, \min(L_j^t, x_j^2)\} - x_j^1$  описывает потери на участке  $j$ , который имеет страховой контракт с минимальным уровнем возмещения  $x_j^1$  и максимальным уровнем, не превышающим  $x_j^2$ .

В общем случае вектор объединяет решения различных агентов, включая решения правительства относительно размеров дамб или уровня компенсаций потерь (определяемых частью общих потерь  $\sum_{j=1}^m L_j^t$ ). Решения страховых компаний касаются премий и размеров компенсаций в случае катастроф.

Временной интервал имитационной модели определяется моментом наступления катастрофы, который называется моментом остановки. Для исследуемого района на Тиссе наступление катастрофы ассоциировалось с прорывом дамбы и стремительным затоплением местности. Прорыв может наступить вследствие одного из сценариев наводнений со средней периодичностью 100, 150 или 1000 лет. Периодичность определяется частотой и объемом стоков воды в верховьях в результате весеннего таяния снега, интенсивными дождями, иногда таянием снега при зимних оттепелях.

Предположим, что  $\tau$  — случайный момент наступления первой катастрофы в интервале времени  $[0, T]$ , где  $T$  — некоторый промежуток планирования, скажем 50 лет. Поскольку  $\tau$  ассоциируется с прорывом дамбы, то, вообще говоря, распределение вероятности зависит в общем случае от решений  $x$ , например от размеров и надежности дамб, строительства резервуаров, практик землепользования и т.д.

Пусть  $L_j^\tau$  соответствует случайным потерям на участке  $j$  в момент времени  $t = \tau$ . Предположим также, что резерв катастрофического фонда оценивается только относительно финансовых решений о распределении и компенсации потерь. Если  $\pi_j$  — взнос, перечисляемый участком  $j$  в катастрофический фонд, то резерв фонда в момент  $\tau$ , включая государственную компенсацию  $v \sum_j L_j^\tau$ , определяется соотношением  $\tau \sum_j \pi_j + v \sum_j L_j^\tau - \sum_j \varphi_j L_j^\tau$ , где  $0 \leq \varphi_j \leq 1$  — пропорция потерь, возмещаемая участку  $j$ .

В более общем случае этот индикатор может включать переменные, соответствующие государственным субсидиям, отчислениям на реконструкцию и восстанов-

ление структурных мер, таких как дамбы, резервуары и т.п. Так, пара  $(\pi_j, \varphi_j)$  определяет страховой контракт для участка  $j$ . Предполагается также, что выплата потерь пострадавшим осуществляется через катастрофический фонд.

Стабильность программы зависит от средств, накопленных в фонде для выплаты компенсаций, т.е. от вероятности события

$$e_1 = \tau \sum_j \pi_j + \nu \sum_j L_j^\tau - \sum_j \varphi_j L_j^\tau \leq 0. \quad (1)$$

Кроме того, стабильность зависит от желания клиентов выплачивать установленные премии, т.е. от вероятности переплаты премий

$$e_2 = \tau \pi_j - \varphi_j L_j^\tau \geq 0, \quad j=1, \dots, m. \quad (2)$$

Чтобы повысить стабильность программы, помимо государственных субсидий в размере  $\nu \sum_j L_j^\tau(x)$ , катастрофический фонд может предусмотреть кредит  $y$  по цене  $q$ , что преобразует (1) в соотношение

$$e_3 = \tau \sum_j \pi_j + \nu \sum_j L_j^\tau - \sum_j \varphi_j L_j^\tau + y - \tau q y \leq 0. \quad (3)$$

Здесь предполагается, что катастрофический фонд выплачивает  $qy$  до момента прорыва одной из дамб, вызванного сценарием паводка. В случае прорыва дамбы фонд немедленно получает кредит в размере  $y$  денежных единиц.

Разница между выплатой компенсаций и кредита довольно существенна — выплата кредита осуществляется планомерно, в то время как выплата компенсаций наступает внезапно в момент  $\tau$  и ощутимо сказывается на резерве фонда. В отсутствие кредита государству может потребоваться больше ресурсов, чтобы быстро обеспечить своевременное восстановление жизнедеятельности района, пострадавшего от катастрофы. После катастрофы цена кредита резко возрастает, а часто его даже невозможно получить.

В общем случае наличие бюджетных ограничений требует развития более широких подходов к динамическому управлению резервами, что позволило бы обеспечить уровень стабильности и эффективности страховой компании или фонда. Например, помимо кредита (или в дополнение к нему), можно вложить имеющийся капитал в ликвидные активы. Проблемы, обсуждаемые в данной статье, имеют более узкий характер: проиллюстрировать роль и возможности катастрофического фонда в управлении катастрофическими наводнениями.

Неравенства (2), (3) задают важные события, ограничивающие выбор решений, определяющих программу защиты от наводнений, т.е. уровень государственной компенсации  $\nu$ , выплаты из фонда  $\varphi_j$ , взносы  $\pi_j$ , уровень и цены кредита  $y$  и  $q$ . Подчеркнем, что исследования, проводимые с применением описанной модели, основаны на подсчете так называемых справедливых премий  $\pi_j$ ,  $(\pi_j, \varphi_j)$ , удовлетворяющих условиям равновесия (2), (3), а не премий в соответствии с традиционными актуарными принципами, приведенными в разд. 1. Как показано в разд. 4, актуарные премии не могут гарантировать устойчивости. Вероятности событий (2), (3) и значения индикаторов  $e_2, e_3$  определяют устойчивую работу программы. В более общем виде стабильность программы гарантируется выполнением вероятностного ограничения

$$P[e_2 \geq 0, e_3 \leq 0] \leq p, \quad (4)$$

где  $p$  задает допустимую вероятность банкротства фонда (например, банкротство может произойти раз в 100 лет). Ограничение (4) равносильно так называемому ограничению на стабильность страховых компаний, которое применяется в страховом бизнесе. В стохастической оптимизации принято считать, что неравенство (4) задает вероятностное ограничение [10, 16, 20, 36].

Предположим, что вектор  $x$  состоит из компонент  $\pi_j, \varphi_j, y$ . Цель программы формулируется как минимизация ожидаемых потерь  $F(x) = c + \gamma \left( \nu E \sum_j L_j^\tau + y \right)$  при ограничении (4). Введенное определение ожидаемых потерь  $F(x)$  требует дополнительной интерпретации. Оно отражает интерес государства уменьшить объем непокрытых потерь,  $c = E \sum_j (1 - \varphi_j) L_j^\tau$ , и в то же время снизить уровень государственных платежей  $\nu E \sum_j L_j^\tau + y$ . Оценка оптимальных значений  $\nu$  и  $y$  требует в явной форме введения и учета ограничений на государственные фонды, выделяемые на выплаты потерь и аналогичные (4) вероятностные ограничения. Определение оптимального уровня государственной компенсации представляет сложную оптимизационную задачу, решение которой потребовало бы существенной модификации модели, что выходит за рамки данной статьи.

Ограничение (4) привнесит методологические трудности даже в случае, когда  $\tau(x)$  не зависит от  $x$ , а события (2), (3) определяются линейными функциями переменных решений (см. [20, р. 8] и [15, 16]). Минимизация ожидаемых потерь при ограничениях (4) является сложной задачей стохастической оптимизации, поскольку наличие катастроф и внезапные потери могут привести к разрывности ограничений (4) [11, 17, 20]. Более того, наличие вероятностных ограничений делает оптимизацию функции  $F(x)$ , в отличие от оптимизации стандартной функции полезности, существенно нелинейной относительно вероятностной меры  $P$ . Взносы  $\pi_j$  обычно описываются математическим ожиданием, что приводит к существенной нелинейности вероятностных ограничений относительно вероятностной меры. Подходы к решению аналогичной задачи оптимизации с учетом времени останова  $\tau(x)$  рассматривались в [15].

Существует связь между минимизацией функции  $F(x)$  при нелинейных и, возможно, разрывных вероятностных ограничениях (4) и минимизацией выпуклых функций, имеющая важную экономическую интерпретацию (см., например, [12, 16]). Рассмотрим функцию

$$G(x) = F(x) + \alpha E \max \left\{ 0, \sum_j \varphi_j L_j^\tau - \nu \sum_j L_j^\tau - \tau \sum_j \pi_j - y + \tau q y \right\} + \beta E \sum_j \max \{ 0, \tau \pi_j - \varphi_j L_j^\tau \}, \quad (5)$$

где  $\alpha, \beta$  — некоторые положительные параметры. Данная функция существенно зависит от вероятности потерь  $L_j$  и от момента останова  $\tau$ , который может меняться под воздействием  $\pi_j, \varphi_j, \nu, y$ . Можно показать [15, 16]), что для достаточно больших  $\alpha, \beta$  минимизация функции  $G(x)$  дает такое решение  $x$ , при котором  $F(x)$  стремится к минимуму функции  $F(x)$  при ограничениях (4) для любого уровня  $p$ .

Минимизация  $G(x)$  имеет простую экономическую интерпретацию. Функция  $F(x)$  оценивает ожидаемые прямые потери при данных решениях (стратегиях). Второй член соответствует ожидаемому (бюджетному) дефициту программы в случае, если фонд выплатит все обязательства. Его также можно рассматривать как дополнительный капитал, необходимый для покрытия потерь, который можно получить в форме займа после катастрофы с ценой займа  $\alpha$ . Аналогично третий член можно интерпретировать как ожидаемый займ после катастрофы с целью покрыть переплаты премий. Очевидно, что достаточно большие цены  $\alpha, \beta$  способствуют удовлетворению ограничений (2), (3). Так, займ с высокими ценами позволяет контролировать ограничения на банкротство (4). Легко видеть, что второй член в  $G(x)$  вместе с оптимальным уровнем кредита  $y$  контролирует CVaR меру риска, рассмотренную в [4, 27, 39, 46].

Действительно, минимизация  $G(x)$  — пример стохастической минимаксной задачи [20, разд. 22]. Из условий оптимальности этих задач можно получить условие оптимальности кредита  $y$ . Например, полагая непрерывную дифференцируемость  $G(x)$ , что следует непосредственно из непрерывности функции распределения потерь  $L_j^t$  (несмотря на негладкость случайных функций под знаком математического ожидания), легко видеть что оптимальный уровень кредита  $y > 0$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \gamma - \alpha P \left[ \sum_j \varphi_j L_j^t - \nu \sum_j L_j^t - \tau \sum_j \pi_j > y \right] = 0. \quad (6)$$

Итак, оптимальный уровень кредита определяется квантилем распределения случайной переменной  $\sum_j \varphi_j L_j^t - \nu \sum_j L_j^t - \tau \sum_j \pi_j$ , равным отношению  $\gamma / \alpha \leq 1$ . Таким образом, математическое ожидание во втором выражении для оптимального  $y$  вычисляется при условии, что  $y$  является квантилем распределения  $\sum_j \varphi_j L_j^t - \nu \sum_j L_j^t - \tau \sum_j \pi_j$ , что соответствует определению CVaR, приведенному в [4, 39].

Более общие меры риска определяются условием оптимальности  $G(x)$  относительно премий  $\pi_j, \varphi_j$ .

Значимость такого экономического индикатора, как дефицит, обсуждалась в работах [4, 9, 16, 27]. Связь CVaR с задачами линейного программирования рассматривалась в [4, 26]. Следует отметить, что  $G(x)$  является выпуклой функцией, когда  $\tau$  и  $L_j^t$  не зависят от  $x$ . В этом случае стохастическая минимаксная задача может быть аппроксимирована задачей линейного программирования [14]. Представляет интерес случай, когда  $\tau$  и  $L_j^t$  в явном виде зависят от  $x$ . В этой ситуации решение задачи возможно лишь с использованием метода АМК оптимизации. В деталях этот метод описан в [15, 16].

## 5. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Проиллюстрируем применение предложенных подходов и моделей для разработки стратегий по управлению катастрофическими наводнениями в Венгрии, на Тиссе. Как уже отмечалось, исследуемый район был разбит на  $1500 \times 1500$  разукрупненных ячеек, которые, отвечая целям исследований и типу решений, могли группироваться до 40–300 значимых участков. Участки объединяли частные хозяйства, группы сельскохозяйственных угодий или ферм, участок транспортной магистрали или газопровода, административный район. Каждая разукрупненная ячейка или участок характеризовались денежной оценкой имущества и степенью уязвимости к уровню затопления. Выбор разрешения и разбиение на участки обеспечивали необходимый уровень детализации потерь и решений. Горизонт планирования стратегий охватывал 50 лет. Модель требовала до 10 000 имитаций для получения необходимой сходимости решений по методу АМК оптимизации.

Сценарии затопления территории классифицировались как события с периодом возврата 100, 150 и 1000 лет. Они моделировались в соответствии с оценками вероятностей интенсивных осадков, которые приводят к прорыву дамб. В изучаемом районе возведено три дамбы. Прорыв одной дамбы мог повлечь наводнение, сила которого определялась частотой и уровнем осадков и надежностью дамбы. Были проанализированы последствия различных предложений по улучшению стабильности района. Среди прочих рассматривались предложения увеличить инвести-

ции в обновление дамб, эвакуацию имущества, перемещение производства с последующим затоплением района.

В каждом случае требовалось оценить взносы  $\pi_j$  в катастрофический фонд, удовлетворяющие условию робастности, обсуждаемому в разд. 3. Взносы оценивались в соответствии с условием (3), отличным от традиционных актуарных принципов. Так, если актуарные премии подсчитываются на основе средних агрегированных потерь без учета ограничений типа (4), то они не принимают во внимание возможные дополнительные ограничения, например, на доходы участников программы, их желание платить установленные премии, наличие правительственных средств для выплаты пособий нуждающимся. В предлагаемой модели учет этих и подобных ограничений гарантирует оценку так называемых робастных справедливых премий, минимизирующих функцию (5). Премии подсчитываются на основе оптимизации для каждой разукрупненной ячейки или участка, учитывают распределение потерь на местах (на уровне индивидуальных хозяйств, ферм), а также удовлетворяют условиям стохастического равновесия (4).

Степень зависимости катастрофического фонда от внешней помощи (кредиты, акции, ценные бумаги, правительственная помощь) определяется отрицательными значениями индикатора  $e_1$ , подсчитанного при значении оптимального решения. Рис. 4 и 5 иллюстрируют результаты расчетов модели при актуарных и робастных справедливых взносах. На оси  $x$  приводятся значения резерва фонда (отрицательные величины  $e_1$  указывают на недостаточность резервов). На оси  $y$  отмечено число Монте-Карло имитаций и кумулятивная функция распределения вероятности.

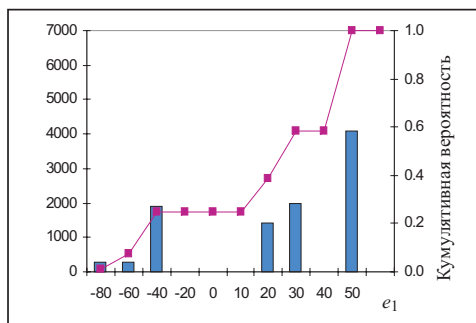


Рис. 4. График расчетов модели при актуарных премиях

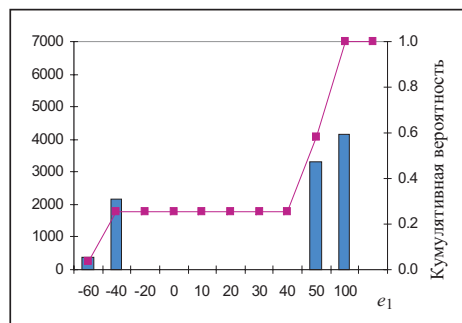


Рис. 5. График расчетов модели при робастных справедливых взносах

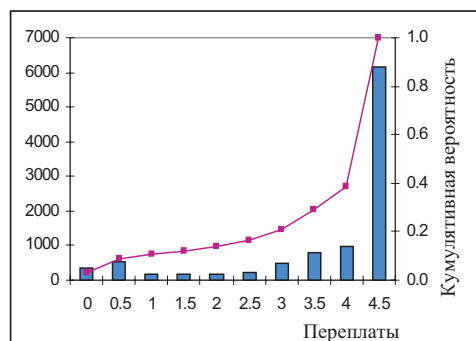


Рис. 6. График расчетов модели при актуарных премиях

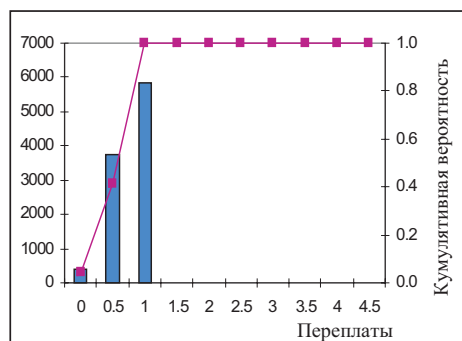


Рис. 7. График расчетов модели при робастных справедливых взносах

В практических задачах [1, 2, 11–13] гистограммы случайных индикаторов и ограничений (1)–(4) подсчитываются одновременно с минимизацией функции (5). Отрицательные значения индикаторов указывают на необходимость увеличить или уменьшить штрафные коэффициенты (факторы риска)  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , обеспечивающие необходимый уровень выживания катастрофического фонда (его надежность)  $p$ .

Как видно из рис. 4, во многих случаях приток актуарных премий недостаточен для компенсации потерь, поскольку  $e_1$  часто принимает отрицательные значения. Более чем в 2000 сценариев (из 10 000) моделируемых катастроф фонд оказался не в состоянии удовлетворить требования по компенсации ущерба. Такая ситуация требует от правительства более активного участия в возмещении потерь, например, предоставляя прямую финансовую помощь или внешний займ. Актуарные премии, как видно из рис. 6, приводят также к частым и значительным переплатам (большая вероятность исходов, когда уровень премий, поступивших в фонд, существенно превышает выплаченные требования).

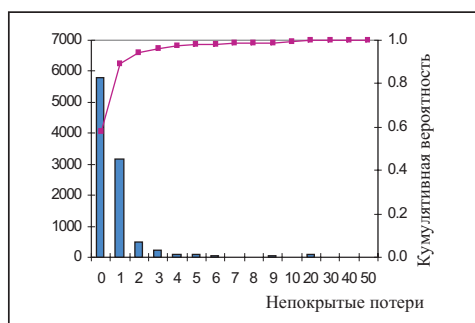


Рис 8. График распределения непокрытых потерь при актуарных премиях

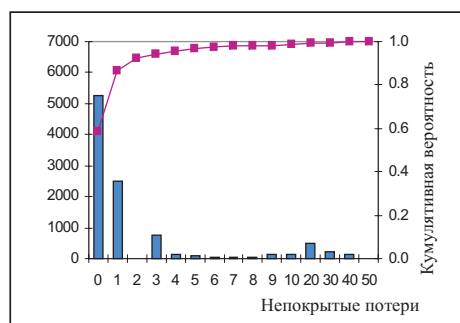


Рис 9. График распределения непокрытых потерь при робастных справедливых премиях

Робастные справедливые премии, оцененные в соответствии с условием минимизации (5), улучшают работу фонда. Рис. 5 показывает, что потребности фонда во внешнем кредите при таких премиях существенно уменьшились (меньше отрицательных значений на горизонтальной оси). Оптимальные премии (5) уменьшают также переплаты премий (распределение индикатора  $\sum_j \max\{0, \tau \pi_j - \varphi_j L_j^x\} / \tau$ ).

Рис. 8, 9 показывают распределение непокрытых потерь. Очевидно, что одновременно с оценкой справедливых премий (рис. 9) подсчитывают также и оптимальные страховые покрытия. Вероятность банкротства (отрицательные  $e_1$  на рис. 4) и переплат (рис. 6) уменьшается до допустимых значений (рис. 5 и 7).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждаются модели и подходы для анализа и принятия решений при наличии катастрофических рисков. Особенностью предлагаемых моделей является учет специфики катастроф — серьезные, взаимно зависимые потери, отсутствие достаточных исторических сведений о возможных катастрофах, невозможность их точного предсказания, необходимость перспективного планирования и адекватного пространственно-временного разрешения моделей и решений. Актуальность моделей вызвана быстро растущими потерями от стихийных бедствий, влекущих тяжелые социально-экономические и экологические последствия.

Предлагаемые модели стохастической оптимизации позволяют разработать робастные стратегии при наличии катастрофических рисков с учетом целей и ограничений различных агентов, участвующих в процессе планирования, а именно производителей, фермеров, индивидуальных, правительства (центрального и органов местной власти), страховых компаний, инвесторов и т.д. В частности, данные методы применялись для оценки оптимальных стратегий при катастрофических наводнениях на реке Тисса, в Венгрии и Украине. Основной вывод исследований по управлению катастрофическими наводнениями — необходимость интегрированных подходов, включающих сбалансированное применение предупредительных мер, уменьшающих вероятность возникновения катастроф, и мер по устранению катастрофических последствий и перераспределению возникающих затрат на региональном, национальном и международном уровне.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Amendola A., Ermoliev Y., Ermolieva T. Earthquake risk management: A case study for an Italian regions // Proc. of the 2 EuroConference on global change and catastrophe risk management: Earthquake risks in Europe. Int. Inst. for Applied Systems Analysis (IIASA), 6–9 July. — Laxenburg (Austria), 2000.
2. Amendola A., Ermoliev Y., Ermolieva T., et al. A Systems Approach to Modeling Catastrophic Risk and Insurability // *Natural Hazards J.* — 2000. — **21** (2/3).
3. Arrow K. The theory of risk-bearing: small and great risks // *J. Risk and Uncertainty.* — 1996. — **12**. — P. 103–111.
4. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of risk // *Math. Finance.* — 1999. — **9**/3. — P. 203–228.
5. Baranov S., Digas B., Ermolieva T., Rozenberg V. Earthquake risk management: scenario generator / Int. Inst. for Applied Systems Analysis. Interim Report IR-02-025. — Laxenburg (Austria), 2002.
6. Borch K. Equilibrium in a reinsurance market // *Econometrica.* — 1962. — **30**/3. — P. 424–444.
7. Climate Change and Increase in Loss Trend Persistence // Munich Re. — Munich: Munich Re Press Release, 1999.
8. Cummins J., Doherty N. Can insurer pay for the «Big One»? Measuring capacity of an insurance market to respond to catastrophic losses. Working Paper. Wharton Risk Management and Decision Processes Center: Univ. of Pennsylvania. — Philadelphia, 1996.
9. Embrechts P., Klueppelberg C., Mikosch T. Modeling extremal events for insurance and finance. Applications of mathematics, stochastic modeling and applied probability. — Heidelberg: Springer-Verlag, 2000.
10. Ermoliev Y. Methods of stochastic programming [in Russian]. — Moscow: Nauka, 1976.
11. Ermolieva T. The design of optimal insurance decisions in the presence of catastrophic risks / Int. Inst. for Appl. Syst. Analysis. Interim Report IR-97-068. — Laxenburg (Austria), 1997.
12. Ermolieva T., Ermoliev Y. Catastrophic risk management: Flood and seismic risks case studies / S.W. Wallace, W.T. Ziemba (eds.) // Applications of Stochastic Programming. MPS-SIAM Series on Optimization. — Philadelphia, PA, 2005.
13. Ermolieva T., Ermoliev Y., Fischer G., Galambos I. The role of financial instruments in integrated catastrophic flood management // *Multinat. Finance J.* — 2003. — **7**, (3/4). — P. 207–230.
14. Ermolieva T., Ermoliev Y., Norkin V. Spatial Stochastic Model for Optimization Capacity of Insurance Networks Under Dependent Catastrophic Risks: Numerical Experiments / Int. Inst. for Applied Systems Analysis. Interim Report IR-97-028. — Laxenburg (Austria), 1997.
15. Ermoliev Y., Ermolieva T., MacDonald G., Norkin V. Insurability of Catastrophic Risks: the Stochastic Optimization Model // *Optim. J.* — 2000. — **47**. — P. 251–265.
16. Ermoliev Y., Ermolieva T., MacDonald G., Norkin V. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks // *Ann. Oper. Res.* — 2000. — **99**. — P. 207–225.
17. Ermoliev Y., Ermolieva T., MacDonald G., Norkin V. Problems on insurance of catastrophic risks // *Cybernetics and Systems Analysis.* — 2001. — **37**/2. — P. 220–234.
18. Ermoliev Y., Ermolieva T., Fischer G., Makowski M. Induced discounting, and risk management / IIASA Interim Report IR-07-040. — Laxenbourg, 2007. — 29 p.
19. Ermoliev Y., Norkin V. Stochastic generalized gradient method for nonconvex nonsmooth stochastic optimization // *Kibern. Sist. Anal.* — 1998. — N 2. — P. 50–71.
20. Ermoliev Y., Wets R. (eds.). Numerical techniques of stochastic optimization. Computational mathematics. — Berlin: Springer-Verlag, 1988.
21. Fischer G., Ermolieva T., Ermoliev Y., van Velthuisen H. Sequential downscaling methods for estimation from aggregate data / K. Marti, Y. Ermoliev, G. Pflug, M. Makowski (eds.) // *Coping With Uncertainty: Modeling and Policy Issue.* — Berlin; New York: Springer-Verlag, 2006.
22. Fischer G., Ermolieva T., Ermoliev Y., van Velthuisen H. Livestock production planning under environmental risks and uncertainties: China case study // *J. Systems Sci. and Systems Eng.* — 2006. — **15** (4). — P. 385–389.
23. Froot K. The limited financing of catastrophe risk: an overview. — Harvard Business School and National Bureau of Economic Research, 1997.
24. Giarini O., Loubert H. The diminishing returns of technology. — Oxford: Pergamon Press, 1978.



25. Grandell J. Aspects of Risk Theory Springer Series in Statistics: Probability and its Applications. — New York; Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1991.
26. Homer M.R., Zenios S.A. The productivity of financial intermediation and technology of financial product management // *Oper. Res.* — 1995. — **43/6**. — P. 970–982.
27. Jobst N., Zenios S. The tail that wags the dog: integrating credit risk in asset portfolios // *J. Risk Finance.* — 2001, fall. — P. 31–43.
28. Kunreuther H., Linnerooth-Bayer J. The Financial Management of Catastrophic Flood Risks in Emerging Economy Countries // *Proc. of the Second EuroConference on Global Change and Catastrophe Risk Management: Earthquake Risks in Europe*. Int. Inst. For Applied Systems Analysis (IIASA), 6–9 July. — Laxenburg (Austria), 2000.
29. Linnerooth-Bayer J., Amendola A. Global change, catastrophic risk and loss spreading // *Geneva Papers on Risk and Insurance.* — 2000. — **25/2**. — P. 203–219.
30. Mayers D., Smith C. The interdependencies of individual portfolio decisions and the demand for insurance // *J. Polit. Economy.* — 1983. — **91/2**. — P. 304–311.
31. Mikhalevich V.S., Knopov P.S., Golodnikov A.N. Mathematical models and methods of risk assessment in ecologically hazardous industries // *Kibern. Sist. Anal.* — 1994. — N 2. — P. 121–139.
32. Mikhalevich V.S., Volkovich V.L., Bychenok N.N. Problems of modeling and control of region protection in extreme situations // *Upr. Sist. Mash.* — 1991. — N 8. — P. 3–12.
33. Nakonechnyi A.N. Monte Carlo estimate of the probability of ruin in a compound Poisson model of risk theory // *Kibern. Sist. Anal.* — 1995. — N 6. — P. 160–162.
34. National Research Council. National disaster losses: A framework for assessment // *Committee on Assessing the Costs of Natural Disasters.* — Washington D.C.: Nat. Acad. Press, 1999.
35. Pollner J. Catastrophe risk management: Using alternative risk financing and insurance pooling mechanisms // *Finance, Private Sector & Infrastructure Sector Unit, Caribbean Country Department, Latin America and the Caribbean Region, World Bank*, 2000.
36. Prekopa A. Stochastic programming. — Dordrecht, Netherlands: Kluwer Acad. Publ., 1995.
37. Project Proposal. Flood risk management policy in the Upper Tisza Basin: A system analytical approach. Int. Inst. For Applied Systems Analysis (IIASA). — Laxenburg (Austria), 2000.
38. Pugh E.L. A gradient technique of adaptive Monte Carlo // *SIAM Rev.* — 1966. — **8/3**. — P. 346–355.
39. Rockafellar T., Uryasev S. Optimization of conditional Value-at-Risk // *J. Risk.* — 2000. — N 2. — P. 21–41.
40. Rundle J.R., Turcotte J.B., Klein D.L. (eds.). Reduction and protection of natural disasters. — New York: Addison-Wesley, 1996.
41. Stone J. A theory of capacity and the insurance of catastrophe risks, parts 1, 2 // *J. Risk and Insurance.* — 1973. — **40**. — P. 231–244 and 339–355.
42. Sergienko I.V., Yanenko V.M., Atoev K.L. Conceptual framework for managing the risk of ecological, technogenic, and sociogenic disasters // *Kibern. Sist. Anal.* — 1997. — N 2. — P. 65–86.
43. Shpak V.D. Estimation of probability of cutoff of a renewal process during a fixed time by statistical simulation // *Kibernetika.* — 1983. — N 1. — P. 75–79.
44. Thomas F. Principles of floodplain management // *Proc. of the NATO Advanced Study Institute on Defense from Floods and Floodplain Management.* — Dordrecht, Netherlands: Kluwer Acad. Publ., 1994.
45. Walker G. Current Developments in Catastrophe Modelling / N.R. Britton, J. Oliver (eds.) // *Financial Risks Management for Natural Catastrophes.* — Brisbane: Griffith Univ, Australia. 1997. — P. 17–35.
46. Yang H. An integrated risk management method: VaR Approach // *Multinat. Finance J.* — 2000. — **4**. — P. 201–219.

*Поступила 11.06.2007*