УДК 519.86

А.Ф. МАХОРТ

ВЛИЯНИЕ РАВНОМЕРНОГО НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ И МОНОПОЛЬНЫХ ЯВЛЕНИЙ НА ДОСТИЖЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Ключевые слова: *экономическое равновесие, спрос, предложение, монополисты, налогообложение, равновесные цены.*

ВВЕДЕНИЕ

Изучение условий достижения равновесия в экономической системе позволяет получить важную информацию о данной системе. В зависимости от выбора математической модели это может быть, например, информация об оптимальном распределении и использовании ресурсов экономической системы [1, 2] или же информация о дестабилизирующих факторах, которые могут стимулировать развитие процессов, нежелательных для эффективного функционирования экономической системы [3]. Знание факторов, порождающих негативное влияние на состояние экономической системы, дает возможность найти механизмы ограничения таких влияний. Именно явление монополизма в экономической системе и является подобным дестабилизирующим фактором, а выбор системы налогообложения может привести к ограничению негативных влияний монополизма [4]. Очевидным негативным проявлением монополизма является отсутствие совершенной конкуренции в экономической системе, поэтому чтобы адекватно описывать экономическую систему, в которой присутствуют монополисты, необходим соответствующий выбор модели равновесия [1–3]. Поскольку в этом исследовании предполагается рассмотреть комплексное влияние монополизма и налогообложения на функционирование экономической системы, наиболее подходящей для описания экономических процессов будет модель экономики с постоянными интересами потребителей [3].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть объектом данного исследования будет экономическая система, в которой имеется l составляющих. Среди них n производителей товаров, являющихся одновременно и потребителями других товаров. Остальные субъекты экономической системы — это исключительно потребители, не производящие товаров. Их функционирование осуществляется за счет бюджетных средств, т.е. за счет платы налогов производителями. Производители подразделяются на $n-t$ монополистов и t немонополистов. Монополистов охарактеризуем, зафиксировав цены на их товары $(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$. Это условие базируется на желании данного субъекта гарантировать некоторый уровень дохода для возможности своего дальнейшего функционирования. Считаем, что другие составляющие экономической системы не могут влиять на уровни цен. Для получения прогнозированного уровня дохода производители-немонополисты поддерживают фиксированными объемы выпусков своего товара $(x_1^0, \ldots, x_t^0)$. Объемы выпусков товаров монополистами $(x_{t+1}, \ldots, x_n)$ и цены на товары немонополистов $(p_1, \ldots, p_t)$ неизвестны, их определим из условия равновесия или равенства спроса и предложения в экономической системе.

Взаимодействие субъектов экономической системы опишем с помощью двух матриц. Матрица спроса (или непроизводственного потребления)

$\rceil c_{kj} \rceil_{k=1,\, j=1}^{n,\, l}$ определяет структуру потребления товаров, а технологическая матрица характеризирует структуру производства товаров. Производство товаров в экономической системе рассмотрим, исходя из наличия постоянных затрат, когда технологическая матрица имеет вид $\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \|_{k,\, j=1}^{n}$, где $x_j = x_j^0,\ j = \overline{1, t}$.

Запишем условие равновесия в рассматриваемой открытой экономической системе, в которой имеются монополисты. В модели экономики с постоянными интересами потребителей и технологиями с постоянными затратами равновесие представляется следующей системой нелинейных уравнений [5]:

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj} y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}; \tag{1}$$

$$\frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{s=1}^{n} c_{sj}\, p_s} = y_j, \quad j = \overline{1, l}, \tag{2}$$

где $\{e_i\}_{i=1}^{n}$ и $\{i_i\}_{i=1}^{n}$ — соответственно векторы экспорта и импорта, описывающие взаимодействие экономической системы с внешним окружением; $y = \{y_i\}_{i=1}^{l}$ — вектор степеней удовлетворения нужд потребителей, характеризующий уровень удовлетворения потребностей каждого субъекта экономической системы; $\widetilde{D}_j(p)$ — чистая прибыль j-го субъекта экономической системы.

Чистая прибыль потребителей, которые не производят товаров, определяется формулой (2) по вектору цен и вектору степеней удовлетворения нужд потребителей. А для производителей она определяется формулой [5]

$$\widetilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj}\, p_k, \quad j = \overline{1, n},$$

где $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор налогообложения. Наличие в экономической системе таких привилегированных субъектов, как монополисты приводит к негативному их влиянию на другие субъекты экономической системы. Негативные влияния монопольных явлений можно ограничить, используя механизм системы налогообложения. В этом контексте считаем, что для немонополистов действует равномерная система налогообложения, т.е. когда характеризирующие немонополистов компоненты налогового вектора одинаковы: $\pi_i = \pi^0,\ i = \overline{1, t}$ (величину π^0 считаем заданной). Для монополистов компоненты налогового вектора могут принимать разные значения, и их определяем из условия экономического равновесия.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

В уравнениях (1), (2) вектор y неизвестен, значения его компонентов должны быть положительными и не превышать единицы. Равенство единице компоненты вектора y означает полное удовлетворение нужд соответствующего потребителя. Найдем вектор y, с помощью которого затем определим из системы уравнений (1) равновесные объемы выпусков товаров, а из системы уравнений (2) — равновесные цены. Обозначим

$$b_k = x_k - \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right], \ d_{kj} = \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} c_{sj},$$

где $A = \| a_{jk} \|_{j,k=1}^{n}$ — матрица, спектральный радиус которой меньше единицы. С учетом этих обозначений система уравнений (1), отображающая часть условия экономического равновесия, примет вид

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} y_j = b_k^0, \quad k = \overline{1, t}, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} y_j = b_k, \quad k = \overline{t+1, n}, \tag{4}$$

где величины $b_k^0 = b_k > 0$ для индексов $k = \overline{1, t}$ — заданные, а величины b_k для индексов $k = \overline{t+1, n}$ — неизвестные. Из выражения (3) по вектору $b^0 = (b_1^0, \ldots, b_t^0)$ найдем параметрическое решение для вектора степеней удовлетворения нужд потребителей. Для некоторого вектора параметров $\gamma = (\gamma_{t+1}, \ldots, \gamma_l)$, который необходимо определить, все положительные решения системы уравнений (3) можно представить следующим образом [4]:

$$y(\gamma) = \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j z_j, \qquad \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j = 1.$$

Векторы $\{z_i\}_{i=t+1}^{l+1}$ неотрицательны и имеют вид

$$z_{t+1} = \{(b^0, f_1) - (d_{t+1}, f_1) y_{t+1}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+1}, f_t) y_{t+1}^*, y_{t+1}^*, 0, \ldots, 0\},$$

$$z_{t+2} = \{(b^0, f_1) - (d_{t+2}, f_1) y_{t+2}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+2}, f_t) y_{t+2}^*, 0, y_{t+2}^*, 0, \ldots, 0\},$$

....

$$z_l = \{(b^0, f_1) - (d_l, f_1) y_l^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_l, f_t) y_l^*, 0, \ldots, y_l^*\},$$

$$z_{l+1} = \{(b^0, f_1), \ldots, (b^0, f_t), 0, \ldots, 0\},$$

где

$$(b^0, f_i) = \sum_{s=1}^{t} b_s^0 f_{si}, \quad (d_k, f_i) = \sum_{s=1}^{t} d_{sk} f_{si}, \quad k = \overline{t+1, l}, \quad i = \overline{1, t},$$

$$\sum_{s=1}^{t} d_{sk} f_{si} = \delta_{ki}, \quad k, i = \overline{1, t}.$$

Неотрицательность векторов $\{z_i\}_{i=t+1}^{l}$ обеспечит выбор вектора $y^* = \{y_i^*\}_{i=t+1}^{l}$.

Каждому состоянию равновесия соответствует свой вектор степеней удовлетворения нужд потребителей y и, следовательно, свой вектор параметров γ. Поскольку монопольные влияния могут приводить к развитию дестабилизирующих процессов в экономической системе, найдем такое состояние равновесия, когда субъектам экономической системы невыгодно быть монополистами. Этим устраняется причина, порождающая негативные процессы. Исходя из таких соображений, определим вектор γ. Значения компонентов вектора y, соответствующие монополистам, должны быть близкими к некоторому заданному уровню удовлетворения потребностей потребителей в экономической системе, но чтобы не превышали его и не опускались ниже минимальной границы. Этот заданный уровень ниже максимального значения удовлетворения потребностей, равного единице. Остальные компоненты вектора y выбираем как можно близкими к единице, но они не должны превышать единицы и не быть ниже минимальной границы. Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть для параметров $0<\alpha<\sigma<1$ выполняются условия

$$\sum_{j=1}^{t} |(d_k, f_j)| \le \rho = \frac{\sigma-\alpha}{1-\alpha}, \quad k=\overline{t+1, n},$$
$$\sum_{j=1}^{t} |(d_k, f_j)| \le 1, \quad k=\overline{n+1, l}, \tag{5}$$

$$(b^0, f_j) - \sigma \sum_{i \in M_j^+} (d_i, f_j) - \sum_{i \in L_j^+} (d_i, f_j) + \alpha \sum_{i \in M_j^- \cup L_j^-} |(d_i, f_j)| \ge \alpha, \quad j=\overline{1, t}, \tag{6}$$

$$(b^0, f_j) - \alpha \sum_{i \in M_j^+ \cup L_j^+} (d_i, f_j) + \sigma \sum_{i \in M_j^-} |(d_i, f_j)| + \sum_{i \in L_j^-} |(d_i, f_j)| \le 1, \quad j=\overline{1, t}, \tag{7}$$

где

$$M_j^+ = \{k \in [t+1, \dots, n] : (d_k, f_j) > 0\}, \; L_j^+ = \{k \in [n+1, \dots, l] : (d_k, f_j) > 0\},$$
$$M_j^- = \{k \in [t+1, \dots, n] : (d_k, f_j) < 0\}, \; L_j^- = \{k \in [n+1, \dots, l] : (d_k, f_j) < 0\}.$$

Тогда существует положительный вектор $\gamma^0 = (\gamma_{t+1}^0, \dots, \gamma_l^0)$, на котором достигается минимум функционала

$$F(\gamma) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{t} [1 - y_j(\gamma)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=t+1}^{n} [\sigma - y_j(\gamma)]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=n+1}^{l} [1 - y_j(\gamma)]^2 \tag{8}$$

при условии, что
$$\sum_{i=t+1}^{l+1} \gamma_i = 1. \tag{9}$$

При этом вектор $y(\gamma^0)$ положителен, а для его компонентов справедлива оценка $\alpha \le y_i \le 1,\; i \in \{1, \dots, t\} \cup \{n+1, \dots, l\},\; \alpha \le y_i \le \sigma,\; i=\overline{t+1, n}$.

Доказательство. Построим функцию Лагранжа оптимизационной задачи (8), (9)

$$\mathrm{L} = F(\gamma) + \mu \left[\sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j - 1 \right].$$

Потребуем, чтобы ее производная $\dfrac{\partial \mathrm{L}}{\partial \gamma_s}$ равнялась нулю. Получим

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \gamma_s} = \sum_{i=t+1}^{l} \left\{ \delta_{si} + \sum_{j=1}^{t} (d_i, f_j)(d_s, f_j) \right\} \gamma_i \, y_i^* y_s^* -$$
$$- \left\{ \Delta_s + \sum_{j=1}^{t} [(b^0, f_j) - 1](d_s, f_j) - \mu_s \right\} y_s^* = 0, \quad s=\overline{t+1, l}, \tag{10}$$

где
$$\mu_s = \frac{\mu}{y_s^*}, \quad s=\overline{t+1, l}, \quad \Delta_k = \begin{cases} \sigma, & k=\overline{t+1, n}, \\ 1, & k=\overline{n+1, l}. \end{cases}$$

В соответствии с условиями существования минимума матрица

$$\left\| \delta_{ik} + \sum_{j=1}^{t} (d_i, f_j)(d_k, f_j) \right\|_{i,k=t+1}^{l}$$

должна быть положительно определена. Нетрудно убедиться, что данное требование выполняется. Следовательно, эта матрица будет также и невырожденной. Поэтому для заданных значений параметров $(\mu_{t+1}, \ldots, \mu_l)$ решение системы линейных уравнений (10) относительно неизвестных $y_s = y_s^* \gamma_s$, $s = \overline{t+1, l}$, будет единственным. Выберем параметры $(\mu_{t+1}, \ldots, \mu_l)$ таким образом, чтобы решение системы уравнений (10) удовлетворяло условию $\sigma \geq y_i \geq \alpha$, $i = \overline{t+1, n}$, $1 \geq y_s \geq \alpha$, $s = \overline{n+1, l}$. Выражение (10) можно записать в виде

$$y_s = Y_s(y), \quad s = \overline{t+1, l}, \tag{11}$$

где

$$Y_s(y) = \sum_{j=1}^{t} [(b^0, f_j) - 1](d_s, f_j) + \Delta_s - \mu_s - \sum_{i=t+1}^{l} \sum_{j=1}^{t} (d_i, f_j)(d_s, f_j) y_i.$$

Рассмотрим действие оператора $Y(y) = \{Y_{t+1}, \ldots, Y_l\}$ на компактном выпуклом множестве

$$Z_1 = \left\{ z_k \in R, \left| \frac{\Delta_k + \alpha}{2} - z_k \right| \leq \frac{\Delta_k - \alpha}{2}, \; k = \overline{t+1, l} \right\}.$$

Потребуем выполнения

$$\left| \frac{\Delta_s + \alpha}{2} - Y_s(y) \right| = \left| \sum_{j=1}^{t} \left[\sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i + 1 - (b^0, f_j) \right] \times \right.$$

$$\left. \times (d_s, f_j) + \mu_s - \frac{\Delta_s - \alpha}{2} \right| \leq \frac{\Delta_s - \alpha}{2}, \quad s = \overline{t+1, l}. \tag{12}$$

Для индексов $s = \overline{t+1, n}$ имеем

$$\frac{\sigma - \alpha}{2} \leq \sum_{j=1}^{t} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) + \mu_s \leq \sigma - \alpha \tag{13}$$

или

$$\frac{\sigma - \alpha}{2} \geq \sum_{j=1}^{t} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) + \mu_s \geq 0. \tag{14}$$

Очевидно, что

$$\sum_{j=1}^{t} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) + \mu_s \equiv$$

$$\equiv \sum_{j \in N_s^+} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) -$$

$$- \sum_{j \in N_s^-} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] |(d_s, f_j)| + \mu_s,$$

где

$$N_s^+ = \{k \in [1, \ldots, t],\ k : (d_s, f_k) > 0\}, \quad s \in [t+1, \ldots, l],$$

$$N_s^- = \{k \in [1, \ldots, t],\ k : (d_s, f_k) < 0\}, \quad s \in [t+1, \ldots, l].$$

Поэтому с учетом неравенств (6), (7) из выражения (13) получим оценку

$$\frac{\sigma - \alpha}{2} \le \mu_s + [1 - \alpha] \sum_{j \in N_s^+} (d_s, f_j) \le \sigma - \alpha, \quad s = \overline{t+1, n}. \tag{15}$$

Аналогично из выражения (14) следуют неравенства

$$\frac{\sigma - \alpha}{2} \ge \mu_s - [1 - \alpha] \sum_{j \in N_s^-} |(d_s, f_j)| \ge 0, \quad s = \overline{t+1, n}. \tag{16}$$

Введем величины $\mu_s^0 = \dfrac{\mu_s}{(1-\alpha)}$. Исходя из выражений (15) и (16), получим, что выбор параметров μ_s^0, $s = \overline{t+1, n}$, определяется ограничениями

$$\sum_{j \in N_s^-} |(d_s, f_j)| \le \mu_s^0 \le \rho - \sum_{j \in N_s^+} (d_s, f_j), \quad \frac{\rho}{2} \le \sum_{j=1}^{t} |(d_s, f_j)| \le \rho, \quad s = \overline{t+1, n},$$

$$\frac{\rho}{2} - \sum_{j \in N_s^+} (d_s, f_j) \le \mu_s^0 \le \frac{\rho}{2} + \sum_{j \in N_s^-} |(d_s, f_j)|, \quad \sum_{j=1}^{t} |(d_s, f_j)| \le \frac{\rho}{2}, \quad s = \overline{t+1, n}.$$

Рассмотрим теперь выражение (12) для индексов $s = \overline{t+1, l}$:

$$\frac{1-\alpha}{2} \le \sum_{j=1}^{t} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) + \mu_s \le 1 - \alpha$$

или
$$\frac{1-\alpha}{2} \ge \sum_{j=1}^{t} \left[1 - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l} (d_i, f_j) y_i \right] (d_s, f_j) + \mu_s \ge 0.$$

Эти случаи рассмотрены в [4], и для параметров μ_s^0, $s = \overline{n+1, l}$, получим условия

$$\sum_{j \in N_s^-} |(d_s, f_j)| \le \mu_s^0 \le 1 - \sum_{j \in N_s^+} (d_s, f_j), \quad \frac{1}{2} \le \sum_{j=1}^{t} |(d_s, f_j)| \le 1, \quad s = \overline{n+1, l},$$

$$\frac{1}{2} - \sum_{j \in N_s^+} (d_s, f_j) \le \mu_s^0 \le \frac{1}{2} + \sum_{j \in N_s^-} |(d_s, f_j)|, \quad \sum_{j=1}^{t} |(d_s, f_j)| \le \frac{1}{2}, \quad s = \overline{n+1, l}.$$

Следует учитывать, что параметры $(\mu_{t+1}^0, \ldots, \mu_l^0)$ зависят от вектора y^*, который обеспечивает неотрицательность векторов $\{z_i\}_{i=t+1}^{l}$. Для этого достаточно потребовать выполнения

$$\frac{(d_i, f_j)}{(b^0, f_j)} \le \frac{1}{y_i^*}, \quad i \in M_j^+, \quad j = \overline{1, t}.$$

Тогда для μ_s^0, $s = \overline{t+1, l}$, запишем

$$\mu_i^0 = \frac{\mu}{1-\alpha} \frac{1}{y_i^*}, \quad \frac{\mu}{1-\alpha} \frac{(d_i, f_j)}{(b^0, f_j)} \le \mu_i^0, \quad i \in M_j^+, \quad j = \overline{1, t}.$$

Последнее неравенство для определенных значений μ_s^0, $s = \overline{t+1, l}$, можно удовлетворить за счет выбора постоянной μ.

Итак, для значений параметров $(\mu_{t+1}^0, \ldots, \mu_l^0)$, для которых выполняются найденные оценки, оператор $Y(y)$ переводит компактное выпуклое множество Z_1 само в себя. Поскольку условие (5) должно выполняться, то такие значения параметров можно выбрать. Это означает (согласно принципу Шаудера [6]) существование решения системы уравнений (11) (или эквивалентной ей системы уравнений (10)), которое принадлежит множеству Z_1.

В результате получено решение оптимизационной задачи (8), (9), для которого выполняются требования теоремы $\sigma \ge y_i \ge \alpha$, $i = \overline{t+1, n}$, $1 \ge y_s \ge \alpha$, $s = \overline{n+1, l}$. Неравенство (6) гарантирует выполнение оценки $y_i \ge \alpha$, $i = \overline{1, t}$, а неравенство (7) — выполнение ограничения $y_i \le 1$, $i = \overline{1, t}$. Условие (9) можно удовлетворить за счет выбора параметра γ_{l+1}.

Теорема доказана.

По оптимальному вектору степеней удовлетворения нужд потребителей, существование которого доказано выше, определим равновесные цены и объемы выпусков товаров. Из выражения (4) найдем положительный вектор $(b_{t+1}, \ldots, b_n)$. Тогда объемы выпусков товаров монополистами определим по формуле

$$x_k = b_k + \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right], \quad k = \overline{t+1, n}.$$

Чтобы объемы выпусков были положительными, достаточно выполнения условия

$$\sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right] > 0, \quad k = \overline{t+1, n}.$$

Цены на товары немонополистов найдем из выражения (2), переписав его в виде

$$\bar{p}_j = \sum_{k=1}^{t} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi^0 x_j^0} c_{kj} \right) \bar{p}_k + \sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi^0 x_j^0} c_{kj} \right) p_k^0, \quad j = \overline{1, t}.$$

Выбор стратегии налогообложения гарантирует реализацию оптимального состояния равновесия в экономической системе. Уровни налогообложения монополистов согласуем с оптимальным вектором степеней удовлетворения нужд потребителей. Для этого определим их по равновесным характеристикам:

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj} \bar{p}_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj} p_s^0}{p_j^0 - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} + b_{kj} / x_j) \bar{p}_k - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} + b_{kj} / x_j) p_k^0} \frac{y_j}{x_j}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Отметим, что в соответствии с [5] эти уровни налогообложения будут согласованы также и со структурой потребления в экономической системе, что гарантирует существование в ней равновесия. Поэтому предложенный выбор стратегии налогообложения в экономической системе позволит ограничить негативное влияние монополистов, реализуя именно найденное оптимальное состояние равновесия, при котором монополисты теряют свое привилегированное положение. Теперь для более полного удовлетворения своих потребностей монополистам выгоднее перейти в категорию немонополистов.

Сделаем замечание по поводу величины уровней налогообложения монополистов. Для случая, когда удовлетворение потребностей монополистов ниже, чем у других субъектов экономической системы, величина ставки налогообложения для монополистов может быть близкой к значению для остальных производителей в экономической системе (или даже быть ниже). Если же справедливо условие $\pi^0 > \pi_j$, $j = \overline{t+1, n}$, то ставка налогообложения и, следовательно, часть дохода, которая идет на выплату налогов, у монополистов будет больше. Из выражения, определяющего компоненты налогового вектора для монополистов, следует, что условие $\pi^0 > \pi_j$, $j = \overline{t+1, n}$, будет выполняться для достаточно низкого максимального уровня удовлетворения потребностей монополистов σ. Поэтому увеличение ставки налогообложения может приводить к существенному понижению уровня удовлетворения потребностей монополистов, а значит, к их дискриминации. Это замечание иллюстрирует связь между выбором стратегии налогообложения и стимулированием монополистов к отказу от их положения.

СТРУКТУРА ПОТРЕБЛЕНИЯ ТОВАРОВ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Рассмотрим важный случай, когда структура матрицы спроса $\rceil c_{kj} \rceil_{k=1,\, j=1}^{n,\, j}$ имеет конкретный вид: $c_{kj} = u_k v_j$. Тогда уравнения, описывающие экономическую систему, несколько изменятся, однако некоторая аналогия в построении алгоритма нахождения решения задачи с ранее рассмотренным общим случаем структуры потребления товаров сохранится. Чтобы показать эту аналогию далее, целесообразно перенумеровать субъекты экономической системы. Пусть теперь индексы $\{1, \ldots, m\}$ нумеруют монополистов, а $\{m+1, \ldots, l\}$ нумеруют остальных субъектов. Задача, которую нужно решить, остается той же: необходимо определить объемы выпусков товаров монополистами $\{x_1, \ldots, x_m\}$ и цены на товары немонополистов $\{p_{m+1}, \ldots, p_n\}$. Теперь выражение (1) примет вид

$$u_k \sum_{j=1}^{l} v_j\, y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki}\, x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}. \tag{17}$$

А из уравнения (2) и выражения для чистой прибыли производителей получим уравнение

$$y_j v_j \sum_{s=1}^{n} u_s\, p_s = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj}\, p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj}\, p_k, \quad j = \overline{1, n}. \tag{18}$$

Обозначим

$$\delta = \sum_{s=1}^{l} v_s y_s \le \sum_{s=1}^{l} v_s, \quad \lambda = \sum_{s=1}^{n} u_s p_s, \quad B(x) = \left\| \frac{b_{kj}}{x_j} \right\|_{k,\, j=1}^{n}.$$

Тогда выражения (17), (18) будут иметь вид:

$$\sum_{i=1}^{n} (E - A)_{ki}^{-1} \left[u_i \delta + \sum_{j=1}^{n} b_{kj} + e_k - i_k \right] = x_k, \quad k = \overline{1, m}, \tag{19}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (E - A)_{ki}^{-1} \left[u_i \delta + \sum_{j=1}^{n} b_{kj} + e_k - i_k \right] = x_k^0, \quad k = \overline{m+1, n}, \tag{20}$$

$$\sum_{k=1}^{n}(E-A^T-B^T(x))^{-1}_{jk}\frac{y_k v_k}{\pi_k x_k}=\frac{1}{\lambda}p_j^0,\quad j=\overline{1,m}, \tag{21}$$

$$\sum_{k=1}^{n}(E-A^T-B^T(x))^{-1}_{jk}\frac{y_k v_k}{\pi_k x_k}=\frac{1}{\lambda}p_j,\quad j=\overline{m+1,n}. \tag{22}$$

Далее, для простоты, считаем, что в экономической системе равномерная система налогообложения действует и для монополистов. В этом случае все компоненты π^0 вектора налогообложения одинаковы. Из выражения (20) несложно определить параметр δ, а из (19) — вектор выпусков монополистов. Для определения вектора цен предложим следующую процедуру. Пусть

$$g_{jk}=(E-A^T-B^T(x))^{-1}_{jk}\frac{v_k}{x_k\pi^0}.$$

Тогда выражение (21) перепишем таким образом:

$$\sum_{j=1}^{n}g_{kj}y_j=\frac{1}{\lambda}p_k^0,\quad k=\overline{1,m}. \tag{23}$$

Аналогично как и для выражения (3), можем записать параметрическое решение для вектора степеней удовлетворения нужд потребителей

$$y(\hat\gamma)=\left\{\frac{1}{\lambda}(p^0,h_1)-\sum_{j=m+1}^{n}(g_j,h_1)\hat\gamma_j\,\hat y_j,\ldots,\frac{1}{\lambda}(p^0,h_m)-\right.$$

$$\left.-\sum_{j=m+1}^{n}(g_j,h_m)\hat\gamma_j\,\hat y_j,\hat\gamma_{m+1}\,\hat y_{m+1},\ldots,\hat\gamma_n\,\hat y_n\right\},$$

где

$$(p^0,h_i)=\sum_{s=1}^{m}p_s^0h_{si},\quad (g_k,h_i)=\sum_{s=1}^{m}g_{sk}h_{si},\quad k=\overline{m+1,n},\quad i=\overline{1,m},$$

$$\sum_{s=1}^{m}g_{sk}h_{si}=\delta_{ki},\quad k,i=\overline{1,m}.$$

Отметим, что из (21), (22) и из определения параметра λ следует условие

$$\sum_{s=1}^{n}u_s\sum_{j=1}^{n}g_{sj}y_j=1. \tag{24}$$

Определим принципы нахождения вектора параметров $\hat\gamma$, а значит, неизвестного вектора степеней удовлетворения нужд потребителей y. Как и ранее, для монополистов значения компонент вектора y должны находиться в интервале $[\alpha,\sigma]$, а для других субъектов экономической системы — в интервале $[\alpha,1]$. Сформулируем условия существования вектора y.

Теорема 2. Пусть для параметров $0<\alpha<\sigma<1$ выполняются условия

$$\sum_{j=1}^{m}|(g_k,h_j)|\le 1,\quad k=\overline{m+1,n},$$

$$\frac{1}{\lambda}(p^0,h_j)-\sum_{i\in K_j^+}(g_i,h_j)+\alpha\sum_{i\in K_j^-}|(g_i,h_j)|\ge\alpha,\quad j=\overline{1,m},$$

$$\frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \alpha \sum_{i \in K_j^+} (g_i, h_j) + \sum_{i \in K_j^-} |(g_i, h_j)| \le \sigma, \quad j = \overline{1, m},$$

где

$$K_j^+ = \{k \in [m+1, \ldots, n] : (g_k, h_j) > 0\},$$

$$K_j^- = \{k \in [m+1, \ldots, n] : (g_k, h_j) < 0\}.$$

Тогда существует положительный вектор $\hat{\gamma}^0 = (\hat{\gamma}^0_{m+1}, \ldots, \hat{\gamma}^0_n)$, на котором достигается минимум функционала

$$\hat{F}(\hat{\gamma}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{m} [\sigma - y_j(\hat{\gamma})]^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=m+1}^{n} [1 - y_j(\hat{\gamma})]^2 \tag{25}$$

при условии, что

$$\sum_{i=m+1}^{n+1} \hat{\gamma}_i = 1, \quad \sum_{s=1}^{n} u_s \sum_{j=1}^{n} g_{sj} y_j = 1, \quad \delta = \sum_{s=1}^{l} v_s y_s. \tag{26}$$

При этом компоненты вектора $y(\hat{\gamma}^0)$ находятся в интервале $\alpha \le y_i \le \sigma$, $i = \overline{1, m}$, $\alpha \le y_i \le 1$, $i = \overline{m+1, n}$.

Схема доказательства этой теоремы такая же, как и теоремы 1. Обратим внимание лишь на некоторые детали. Функция Лагранжа оптимизационной задачи (25), (26) теперь имеет вид

$$\hat{\mathrm{L}} = \hat{F}(\hat{\gamma}) + \mu_1 \left[\sum_{i=m+1}^{n+1} \gamma_i - 1 \right] + \mu_2 \left[\sum_{s=1}^{n} u_s \sum_{j=1}^{n} g_{sj}\, y_j - 1 \right] + \mu_3 \left[\sum_{s=1}^{l} v_s y_s - \delta \right].$$

Система уравнений, которая следует из условия $\dfrac{\partial \hat{\mathrm{L}}}{\partial \hat{\gamma}_s} = 0$, $s = \overline{m+1, n}$, такова:

$$\sum_{i=m+1}^{n} \left\{ \delta_{si} + \sum_{j=1}^{m} (g_i, h_j)(g_s, h_j) \right\} \hat{\gamma}_i\, \hat{y}_i -$$

$$- \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{m} \left[\frac{1}{\lambda}(p^0, h_j) - \sigma \right] (g_s, h_j) - \hat{\mu}_s \right\} = 0, \quad s = \overline{m+1, n},$$

где

$$\hat{\mu}_s = \frac{\mu_1}{\hat{y}_s} + \mu_2 \left[\sum_{k=1}^{n} u_k g_{ks} - \sum_{k=1}^{n} u_k \sum_{j=1}^{m} g_{kj}(g_s, h_j) \right] +$$

$$+ \mu_3 \left[v_s - \sum_{k=1}^{m} v_k (g_s, h_k) \right], \quad s = \overline{m+1, n}.$$

Действуя по схеме доказательства теоремы 1, для параметров $(\hat{\mu}_{m+1}, \ldots, \hat{\mu}_n)$ можно получить оценки, аналогичные оценкам для параметров $(\mu_{n+1}, \ldots, \mu_l)$.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ

Адаптируем данную теоретическую модель для анализа влияния монопольных явлений на структуру экономической системы Украины. Для этого необходимо связать модельные экономические характеристики с характеристиками выбранной для исследования экономики. Характеристики реальных экономических систем определяются некоторой статистической информацией. Для описания экономики Украины можно использовать статистические данные межотраслевого баланса [1, 3], также называемые таблицей затраты–выпуск. В рамках этой статистики считается, что в некотором базовом для исследования периоде функционирования экономики информация об экономической системе задана [3, 5]:

1) матрицей финансовых потоков $|| X_{ik} ||_{i,k=1}^{n}$ и вектором валовых выпусков $\{X_i\}_{i=1}^{n}$, по которым можно построить структурную матрицу затрат

$$\overline{A} = || \overline{a}_{ij} ||_{i,j=1}^{n}, \quad \overline{a}_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j};$$

2) валовым внутренним продуктом отраслей $\{\Delta_i\}_{i=1}^{n}$, которые образуют экономическую систему, векторами экспорта $\{\mathrm{E}_i\}_{i=1}^{n}$, импорта $\{I_i\}_{i=1}^{n}$, конечного потребления $\{C_i\}_{i=1}^{n}$ и валового накопления $\{N_i\}_{i=1}^{n}$;

3) вектором налогообложения $\{\pi_i\}_{i=1}^{n}$, компоненты которого строятся по валовому внутреннему продукту отраслей и составляющими его векторами валовой прибыли, смешанного дохода отраслей $\{K_i\}_{i=1}^{n}$ и оплаты труда $\{Z_i\}_{i=1}^{n}$:

$$\pi_i = \frac{Z_i + K_i}{\Delta_i}.$$

Эти данные составляют межотраслевой баланс

$$\sum_{k=1}^{n} X_{ik} + C_i + N_i + \mathrm{E}_i - I_i = X_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad \sum_{i=1}^{n} X_{ik} + \Delta_k = X_k, \quad k = \overline{1, n}.$$

Для простоты считаем, что в экономической системе есть лишь одна группа потребителей, не производящих товары, т.е. $l = n + 1$. Связь между статистическими данными и модельными экономическими характеристиками установим равенствами

$$\overline{a}_{kj} = \frac{\overline{p}_k a_{kj}}{\overline{p}_j} + \frac{\overline{p}_k b_{kj}}{\overline{p}_j x_j}, \quad X_j = x_j \overline{p}_j, \quad \mathrm{E}_j = e_j \overline{p}_j, \quad I_j = i_j \overline{p}_j, \quad k, j = \overline{1, n},$$

$$\widetilde{p}_s^{\,0} = \frac{p_s^0}{\overline{p}_s}, \quad s = \overline{1, m}, \quad \widetilde{p}_s = \frac{p_s}{\overline{p}_s}, \quad s = \overline{m+1, n},$$

где $\overline{p} = \{\overline{p}_k\}_{k=1}^{n}$ и $(p_1^0, \ldots, p_m^0, p_{m+1}, \ldots, p_n)$ — равновесные векторы цен соответственно в базовом и исследуемом периодах функционирования экономики. Для элементов матрицы непроизводственного потребления $\rceil u_k v_i \rceil_{k=1,\, i=1}^{n,\, n+1}$ в базовом периоде потребуем выполнения равенств [5]

$$\overline{p}_k u_k \sum_{i=1}^{n+1} v_i Y_i = C_k + N_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad Y_i v_i \sum_{k=1}^{n} \overline{p}_k u_k = \pi_i \Delta_i, \quad i = \overline{1, n},$$

$$Y_{n+1} v_{n+1} \sum_{k=1}^{n} \overline{p}_k u_k = \sum_{i=1}^{n} (1 - \pi_i) \Delta_i + \sum_{k=1}^{n} \mathrm{E}_k - \sum_{k=1}^{n} I_k.$$

Далее ограничимся рассмотрением следующего решения этой системы уравнений:

$$\overline{p}_j u_j v_k = \frac{\pi_k \Delta_k (C_j + N_j)}{Y_k \sum_{s=1}^{n} (\Delta_s - \mathrm{E}_s + I_s)}, \quad j, k = \overline{1, n},$$

$$\bar{p}_j u_j v_{n+1} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{n} [(1-\pi_k)\Delta_k - \mathrm{E}_k + I_k]}{Y_{n+1} \sum\limits_{s=1}^{n} [\Delta_s - \mathrm{E}_s + I_s]} (C_j + N_j), \quad j = \overline{1, n}.$$

Здесь $(Y_1, \ldots, Y_{n+1})$ — вектор степеней удовлетворения нужд потребителей базового периода. Из условия экономического равновесия (17), (18) получим

$$\sum_{k=1}^{n} (E - \bar{A}^T)^{-1}_{jk} \frac{y_k \Delta_k \pi_k}{Y_k X_k \pi^0} = \frac{1}{\bar{\lambda}} \tilde{p}_j^0, \quad j = \overline{1, m}, \tag{27}$$

$$\sum_{k=1}^{n} (E - \bar{A}^T)^{-1}_{jk} \frac{y_k \Delta_k \pi_k}{Y_k X_k \pi^0} = \frac{1}{\bar{\lambda}} \tilde{p}_j, \quad j = \overline{m+1, n}, \tag{28}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (E - \bar{A})^{-1}_{ki} [(C_i + N_i)\bar{\delta} + \mathrm{E}_i - I_i] = X_k^1, \quad k = \overline{1, n}. \tag{29}$$

Параметры $\bar{\delta}$, $\bar{\lambda}$ определяются равенствами

$$\bar{\delta} = \frac{y_{n+1}}{Y_{n+1}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \pi_i \Delta_i \frac{y_i}{Y_i}}{\sum\limits_{k=1}^{n} \pi_k \Delta_k}, \quad \frac{1}{\bar{\lambda}} = \frac{\sum\limits_{s=1}^{n} (C_s + N_s)\tilde{p}_s}{\sum\limits_{k=1}^{n} (\Delta_k - \mathrm{E}_k + I_k)}.$$

Уровень налогообложения π^0 найдем из условия (25), которое теперь примет вид

$$\sum_{s=1}^{n} (C_s + N_s) \sum_{j=1}^{n} (E - \bar{A}^T)^{-1}_{sj} \frac{y_k \Delta_k}{Y_k X_k} \pi_k = \pi^0 \sum_{k=1}^{n} (\Delta_k - \mathrm{E}_k + I_k).$$

Уравнение (27) подобно выражению (23). Таким образом можно прийти к оптимизационной задаче, сформулированной в теореме 2. Это позволит определить компоненты относительного вектора $\left\{\frac{y_i}{Y_i}\right\}_{i=1}^{n+1}$. Считаем, что они должны находиться в интервале $\left[1, \frac{\sigma}{\alpha}\right]$ для монополистов и в интервале $\left[1, \frac{1}{\alpha}\right]$ для остальных составляющих экономической системы. Значения компонент относительного вектора цен $\{\tilde{p}_i\}_{i=m+1}^{n}$, соответствующих немонополистам, найдем из уравнения (28), а из выражения (29) определим объемы выпусков товаров $\{X_i^1\}_{i=1}^{n}$ в исследуемом периоде функционирования экономики.

На основе изложенного выше, а также согласно статистическим данным межотраслевого баланса Украины за 2003 год [7] было проведено моделирование влияния возможного монопольного поднятия цен в некоторых отраслях на структуру всей экономики. Для иллюстрации приведем результаты одного из модельных сценариев. Пусть заданы значения параметров $\alpha = 0{,}9$, $\sigma = 0{,}95$, а монополистами выбраны отрасли нефтепереработки и газового обеспечения. Если в этих отраслях в исследуемом периоде функционирования экономики цены поднять до уровня соответственно 1,3 и 1,2 по отношению к ценам в базовом периоде, то значения компонент относительного вектора степеней удовлетворения нужд потребителей для этих отраслей будут равны 1,06. Для параметра $\overline{\delta}$ и оставшихся компонент относительного вектора степеней удовлетворения нужд потребителей получим значение 1,11. Объемы выпусков продукции по отношению к значениям базового периода для отрасли нефтепереработки будут 1,04, а для газового обеспечения 1,09. Уровень налогообложения π^0 в этом случае равен 0,96. Его отношение к значению компоненты налогового вектора в базовом периоде для газового обеспечения составит 1,36, а для нефтепереработки — 1,54. Для некоторых других отраслей такие равновесные характеристики как цены, валовые выпуски товаров и уровни налогообложения по отношению к характеристикам базового периода будут иметь соответственно следующие значения: 1,48; 1,11 и 1,0 для сельского хозяйства; 1,57; 1,07 и 0,84 для добычи угля и торфа; 1,25; 1,1 и 1,77 для пищевой промышленности; 1,35; 1,12 и 1,2 для химического производства; 1,44; 1,03 и 1,03 для металлургии; 1,51; 1,08 и 0,96 для электроэнергетики; 1,27; 1,10 и 1,45 для теплового обеспечения; 1,38; 1,11 и 1,12 для строительства; 1,48; 1,1 и 1,02 для торговли; 1,41; 1,07 и 1,06 для транспорта; 1,42; 1,09 и 1,07 для почты и связи; 1,53; 1,11 и 0,96 для образования; 1,5; 1,11 и 0,96 для охраны здоровья.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволило выявить способы ограничения возможных негативных влияний монопольных явлений на состояние экономической системы и предложить механизм реализации таких ограничений. Механизмом служит выбор стратегии налогообложения монополистов. Этим выбором достигается оптимальное состояние равновесия в экономической системе, при котором монополисты, имеющие возможность влиять на вектор цен, тем не менее не получают преимущества в удовлетворении своих потребностей. Найдены выражения для экономических характеристик, при выполнении которых потребности наиболее полно удовлетворяются у субъектов экономической системы, не являющихся монополистами. Это может быть фактором, приводящим к уменьшению числа монополистов в экономической системе, что уменьшит и негативный эффект монополизма в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз. Ч. 1. Мікроекономіка. — К.: Вища школа, 2004. — 262 с.
2. Kehoe T.J. Computation and multiplicity of equilibria // Handbook of mathematical economics, ed. by W. Hildenbrand and H. Sonnenschein. — Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V. — 1991. — **IV**. — P. 2049–2143.
3. Гончар М.С. Фондовий ринок, економічний ріст. — К.: Обереги, 2001. — 826 с.
4. Махорт А.П. Оптимізація монопольних впливів в економічній системі з урахуванням оподаткування // Доп. НАН УкраВни. — 2006. — № 12. — С. 74–80.
5. Махорт А.Ф. Влияние монополизма и налогообложения на экономическую систему в случае нелинейных технологий // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 1. — С. 155–166.
6. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
7. Таблиця «витрати–випуск» УкраВни за 2003 рік в цінах споживачів / Статистичний збірник. — К.: Держкомстат УкраВни, 2005. — 51 с.

Поступила 13.12.2006