



Е.П. БЕЛАН, М.В. МИХАЛЕВИЧ, И.В. СЕРГИЕНКО

УДК 338.5

ЦИКЛЫ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ОТКРЫТЫМ РЫНКОМ ТРУДА

Ключевые слова: *динамические системы, бифуркация, монополия, трудовая миграция, экономические циклы.*

ВВЕДЕНИЕ

Различные формы несовершенной конкуренции с преимущественным положением работодателей достаточно типичны для рынков труда многих постсоциалистических стран. Этому способствуют такие факторы, как низкая активность профсоюзов и их зависимость от работодателей, недостаточный уровень развития малого и среднего бизнеса, несовершенство национального законодательства, наличие монофункциональных городов и низкая мобильность населения. Процессы формирования сильных финансово-промышленных групп, усилившиеся в начале XXI века во многих странах, возникших после распада Советского Союза, также способствуют несовершенной конкуренции. Следует отметить, что именно рынок труда с монополизмом работодателя (монопсонический рынок) позволяет получать максимальную прибыль на ограниченном временном интервале. Это способствует распространению такой формы несовершенной конкуренции в условиях нестабильной социально-экономической и политической ситуации, типичной для ранних стадий рыночных реформ.

Монополия, обусловленная наличием финансово-промышленных групп, которые берут под свой контроль монофункциональные города, особенно сильно проявляется на уровне отдельных регионов постсоциалистических стран. Так, по данным работы [1] 16 крупнейших корпораций России контролируют (прямо или опосредованно) производственную сферу 53% монофункциональных городов. Более 60% населения некоторых российских регионов проживают в таких городах [1]. В среднем же по стране этот показатель составляет 26%. Географические предпосылки для монополии сильны в Восточной Сибири (Красноярский и Норильский промузлы), на севере Западной Сибири (районы нефте- и газодобычи) и на Урале, где олигархические финансово-промышленные структуры обладают особой силой. Около трети городов Украины (преимущественно малых) и более половины поселков городского типа также являются монофункциональными [2]. Наибольшая концентрация таких населенных пунктов наблюдается в регионах с развитой горнодобывающей (прежде всего угольной), химической и металлургической промышленностью, а также с некоторыми подотраслями пищевой промышленности (производство сахара и спирта). Для перечисленных отраслей также существенно влияние финансово-промышленных групп.

© Е.П. Белан, М.В. Михалевич, И.В. Сергиенко, 2008

Таким образом, есть все основания рассматривать централизованные бизнес-структуры, контролирующие значительную часть экономики обширных регионов, в качестве работодателей-монополистов. Следует отметить, что несмотря на традиционно низкую мобильность населения на территории бывшего СССР, рынок труда таких регионов остается открытым. Действие неэкономических факторов, препятствующих миграциям населения в пределах одной страны, было ослаблено в конце 90-х годов вследствие либерализации политических систем постсоциалистических стран. Между этими странами существует также трансграничная (преимущественно полулегальная и нелегальная) трудовая миграция. На первый взгляд, миграционные процессы устраняют монополию на рынке труда, однако это не совсем так. Если интенсивность таких процессов относительно невелика, а работодатели не могут ни прогнозировать миграционные потоки, ни управлять ими, они будут воспринимать имеющиеся в их распоряжении трудовые ресурсы как некоторый экзогенный параметр, влияющий на предложение труда. Величина оплаты труда будет определяться работодателями, как и в случае чистой монополии, с учетом текущих значений указанного параметра. Тогда рынок труда останется монополистическим, но будет открытым, поскольку решения работодателей влияют на величину трудовых ресурсов в последующие моменты времени.

Представляет интерес анализ воздействия такого рынка труда на общую экономическую динамику.

Известно, что монополия порождает ряд негативных социально-экономических процессов. Низкая заработная плата, типичная для этой формы несовершенной конкуренции, ограничивает конечный спрос на товары и услуги, что может быть причиной экономического спада [3]. Однако безработица в ее классическом понимании, как превышение предложения труда над спросом, при монополии также невелика. «Лишняя» (для работодателя) рабочая сила вытесняется с рынка труда ввиду ее низкой оплаты. Если такой рынок будет открытым, то создаются предпосылки для масштабной трудовой миграции, уменьшающей предложение труда и тормозящей снижение заработной платы. Данный процесс, безусловно, повлияет как на глубину спада, так и на продолжительность экономической депрессии. Оплата труда на монополистическом рынке возрастает в условиях подъема экономики, но неравенство в распределении доходов при этом также увеличивается. Интенсивная трудовая иммиграция позволяет работодателям замедлить рост оплаты труда и получить дополнительную прибыль. Однако это может стать причиной серьезных социальных проблем. Одной из особенностей замкнутого монополистического рынка труда является порождение им экономических циклов классического типа со стадиями роста, бума, спада, депрессии и оживления экономики [4]. Представляет интерес исследование особенностей экономической динамики в системах с той же формой несовершенной конкуренции на открытом рынке труда, речь о которой шла ранее. В настоящей статье рассматривается динамическая макро модель, предназначенная для этих целей. При ее анализе особое внимание уделяется циклическим процессам и их сравнению с циклами, наблюдаемыми в модели, приведенной в [4]. Теоретический анализ дополнен результатами численных экспериментов, особенно важных в случае, где не могут быть использованы аналитические методы.

Работа состоит из введения, четырех разделов и выводов. В разд. 1 рассмотрены динамическая макро модель системы с открытым монополистическим рынком труда и ее частный случай. Качественный анализ модели для этого случая выполнен в разд. 2. В разд. 3 исследованы некоторые аспекты взаимодействия открытого монополистического рынка с внешним рынком. В разд. 4 приведены и проанализированы результаты численных экспериментов на предложенной мо-

дели. В заключении сформулированы выводы и обсуждены направления дальнейших исследований.

1. МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ОТКРЫТЫМ МОНОПОСОНИЧЕСКИМ РЫНКОМ ТРУДА

Рассмотрим следующую структуру рынка труда. Имеются L лиц, работающих по найму, и единственный работодатель, являющийся монопольным потребителем рабочей силы. Пусть количество работающих по найму настолько велико, а индивидуальное предложение труда каждого из них настолько мало, чтобы осознанно влиять на величину оплаты труда. При этом работающие по найму не могут координировать свои действия, а работодателю известны величина совокупного предложения труда и спрос на продукцию, которую он изготавливает, используя приобретаемую рабочую силу. Работодатель действует, исходя из своих краткосрочных интересов, стремясь максимизировать прибыль от производства указанной продукции. В модели также предполагается неизменность цен, поэтому значения всех используемых экономических индикаторов будут одновременно номинальными и реальными. Предположим, что дополнительные затраты работодателя, связанные с приобретением рабочей силы (косвенные налоги на фонд оплаты труда, социальные отчисления и др.), пропорциональны величине фонда оплаты труда W .

Рассмотрим функцию $S(W, L)$ — максимальное количество рабочей силы, которую может приобрести работодатель при заданной величине W и заданном L — количестве лиц, работающих по найму. Фактически $S(W, L) = \max_{\omega \in X(W)} \hat{L}_S(\omega, L)$, где $\hat{L}_S(\omega, L)$ — функция совокупного предложения труда, зависящая от величины заработной платы ω и от L ; $X(W) = \{\omega : \omega \hat{L}_S(\omega, L) \leq W, \omega \geq 0\}$. (В случае, когда вводится минимальный уровень оплаты труда ω_0 , выполняется условие $X(W) = \{\omega : \omega \hat{L}_S(\omega, L) \leq W, \omega \geq \omega_0\}$. Если при этом множество $X(W)$ пусто, то доопределяем $S(W, L) = 0$.) Следует отметить, что количество рабочей силы, приобретаемое работодателем при установленном им фонде оплаты труда, всегда будет максимальным: меньшее количество рабочей силы позволит произвести меньше продукции и получить меньшую прибыль при тех же затратах на оплату труда. Работодатель уменьшит величину W , если снижение спроса на производимую им продукцию вынудит его сократить занятость.

В дальнейшем будем предполагать, что функция $S(W, L)$ неотрицательная, непрерывная и принимает нулевые значения для $W \leq W_0$ (в частном случае возможно, что $W_0 = 0$). Величина W_0 определяется минимальной заработной платой ω_0 , в частности если $\omega_0 = 0$, то и $W_0 = 0$. Предположим также, что функция $S(W, L)$ вогнутая и монотонно возрастает по W при каждом фиксированном L на множестве $X_0 = \{W : W > W_0\}$, дважды непрерывно дифференцируемая по W на X_0 , причем $S_{WW}'(W, L) > 0$, $S_{WW}''(W, L) < 0$. Заметим, что при отказе от предположения о дифференцируемости усложняются технические аспекты анализа модели, но вытекающие из нее качественные выводы в основном сохраняются.

Аналогично [3] можно показать, что при сделанных предположениях наибольшей прибыли работодателя будет соответствовать точка максимума по переменной W функции

$$F(W, L) = \min(lS(W, L), \alpha V) - (1+h)W, \quad (1)$$

рассматриваемой при фиксированном L , где l — производительность труда в пересчете на добавленную стоимость, V — спрос на продукцию, производи-

мую работодателем, α — доля добавленной стоимости в цене этой продукции, h — дополнительные затраты, связанные с приобретением рабочей силы (косвенные налоги на фонд оплаты труда, социальные платежи и т.д.); пусть $H = h + 1$. Поскольку функция $F(W, L)$ — непрерывная и вогнутая на множестве X_0 по W , точками ее максимума могут быть точки, где она недифференцируемая (по W) или где ее производная по W равна нулю. Случай, когда точкой максимума будет W_0 , можно исключить, если предположить, что правая производная $S_W^{+'}(W_0, L)$ по W функции $S(W, L)$ в точке $W = W_0$ достаточно велика:

$$S_W^{+'}(W_0, L) > \frac{H}{l}$$

при всех $L \geq 0$. Учитывая, что предельное предложение труда при его малой оплате, как правило, весьма велико, последнее предположение вполне адекватно свойствам реальных рынков труда.

Таким образом, точкой максимума по W функции $F(W, L)$, определенной согласно (1) и рассматриваемой при фиксированном L , будет

$$W^* = \min \left(S_W^{-1} \left(\frac{\alpha V}{l}, L \right), (S_W')^{-1}(HL^{-1}, L) \right), \quad (2)$$

где $S_W^{-1}(X, L)$ — функция, обратная к $S(W, L)$ по переменной W (т.е. решение уравнения $S(W, L) = X$ при заданных X и L), $(S_W')^{-1}(\cdot)$ — функция, обратная к $S_W'(W, L) = \frac{\partial S(W, L)}{\partial W}$ по этой же переменной.

Рассматриваемая модель — динамическая, с непрерывно изменяющимся временем t . Поэтому величины V, W^* и L далее будут рассматриваться как непрерывные функции от t . Численность работающих по найму L может принимать только целочисленные значения, но при большой величине L и при соответствующем выборе масштаба, а также с учетом лиц, которые могут быть заняты лишь частично (учащиеся, лица с ограниченными физическими возможностями и др.), от этого требования можно отказаться.

Величина L в модели изменяется вследствие миграции рабочей силы. Движущей силой миграции выступает разница в оплате труда на внутреннем (в рамках моделируемой системы) и внешнем рынках труда. Если обозначить \bar{W} величину фонда оплаты труда на внешнем рынке, приведенную к масштабу внутреннего рынка, то интенсивность миграций будет определяться функцией $\bar{F}(W, \bar{W})$. При этом $\bar{F}(W, \bar{W}) > 0$, если $W > \bar{W}$ (т.е. большая оплата труда на внутреннем рынке вызывает трудовую иммиграцию); если $W < \bar{W}$, то $\bar{F}(W, \bar{W}) < 0$. При $W = \bar{W}$ имеем $\bar{F}(W, \bar{W}) = 0$. Согласно предположений $\bar{F}(W, \bar{W})$ — непрерывная возрастающая по W и убывающая по \bar{W} функция, удовлетворяющая условию Липшица по обоим переменным. Изменение переменной L определяется дифференциальным уравнением

$$L' = \bar{F}(W^*, \bar{W}). \quad (3)$$

Далее для простоты будем предполагать, что величина \bar{W} и функция $\bar{F}(W, \bar{W})$ не зависят непосредственно от времени t .

Изменение спроса V определяется дифференциальным уравнением

$$V' = a_1 W^* - a_2 V + a_3, \quad (4)$$

аналогичным рассмотренному в [3]. В (4) полагается, что $a_1 > 0$, $a_2 > 0$, $a_3 \geq 0$ — некоторые константы. Соотношения (2)–(4) и начальные условия

$$V(0) = V^0, \quad L(0) = L^0 \quad (5)$$

образуют рассматриваемую модель.

Фазовым пространством системы (2)–(4) будет множество $E = \{(V, L) : 0 \leq V \leq V_{\max}, 0 \leq L \leq L_{\max}\}$, где V_{\max} и L_{\max} — некоторые достаточно большие константы. Далее будем предполагать, что фазовая точка, выйдя на границу E , будет двигаться по ней в скользящем режиме [5] под воздействием векторного поля. При рассматриваемых далее условиях векторное поле системы внутри E является гладким, исключая линию переключения, на которой оно сохраняет непрерывность. Отсюда следует, что решение $(L(t), V(t))$ задачи (2)–(5) существует при сделанных ранее предположениях, если $(V^0, L^0) \in E$. Оно определено на положительной полуоси и является непрерывно дифференцируемой функцией t во всех точках, кроме тех (если такие существуют), в которых решение $(L(t), V(t))$ либо попадает на границу множества E , либо покидает ее. В указанных точках вектор-функция $(L(t), V(t))$ непрерывна. Возможно также рассмотрение модели (2)–(5) при предположении, что фазовая точка, выйдя на границу E , прекратит свое движение.

Анализ системы проводится далее для представляющего самостоятельный интерес частного случая, когда

$$S(W, L) = \begin{cases} L(W - W_0)^{1/2}, & \text{если } W > W_0, \\ 0, & \text{если } W \leq W_0, \end{cases}$$

$$\bar{F}(W, \bar{W}) = W - \bar{W}, \quad a_3 = 0.$$

Функции такого вида удовлетворяют ранее сделанным предположениям о свойствах $S(W, L)$ и $\bar{F}(W, \bar{W})$. Существуют веские основания предполагать, что возникающие здесь основные закономерности динамики системы имеют место и в общем случае. Несложно убедиться, что для рассматриваемой системы справедливы следующие равенства:

$$S_W'(W, L) = 0, \quad S_L(W, L) = (W - W_0)^{-1/2}, \quad W > W_0,$$

$$S_W^{-1}\left(\frac{\alpha V}{l}, L\right) = \frac{\alpha^2 V^2}{l^2 L^2} + W_0, \quad (6)$$

$$(S_W')^{-1}(Hl^{-1}, L) = \left(\frac{l}{2H}\right)^2 L^2 + W_0.$$

Представляет особый интерес анализ зависимости решений системы (2)–(4) для данного случая от изменений величины W_0 . Как отмечалось выше, последняя зависит от уровня минимальной оплаты труда ω_0 , который является одним из важнейших инструментов государственного регулирования рынка труда в условиях несовершенной конкуренции [6]. Такой анализ будет выполнен в следующем разделе.

2. АНАЛИЗ МОДЕЛИ

Заметим, что величины констант-множителей при правых частях дифференциальных уравнений, как правило, не влияют на результаты качественного анализа системы. Поэтому, положив для простоты дальнейших рассуждений эти константы равными единице и выполнив соответствующие замены перемен-

ных, задачу (2)–(5), в которой $S_W^{-1}(\cdot)$ и $(S_{W'})^{-1}(\cdot)$ определены согласно (6), можно преобразовать к виду

$$L' = W - \bar{W}, \quad (7)$$

$$V' = aW - V, \quad (8)$$

$$W = \min \left(\delta + \gamma L^2, \delta + \frac{V^2}{L^2} \right), \quad (9)$$

$$V(0) = V^0, \quad L(0) = L^0, \quad (10)$$

где $\bar{W} > 0$, $a > 1$, $0 \leq \delta \leq \bar{W}$, $\gamma > 0$ — некоторые константы, $(V^0, L^0) \in E$.

Анализ системы начнем с построения линии переключения \hat{H} — множества точек, для которого минимум в равенстве (9) достигается одновременно для обоих выражений. Из уравнения $\delta + \gamma L^2 = \delta + \frac{V^2}{L^2}$ следует, что \hat{H} будет частью параболы $V = \gamma^{1/2} L^2$, принадлежащей E . Для точек (V, L) , лежащих над кривой \hat{H} , будет выполняться равенство $W = \delta + \gamma L^2$, а для точек, лежащих под этой кривой, — равенство $W = \delta + \frac{V^2}{L^2}$.

Определим теперь точки, в которых правая часть уравнения (7) принимает нулевые значения. Над линией \hat{H} эти точки удовлетворяют условию $\delta + \gamma L^2 = \bar{W}$ или $L = \gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2}$. Соответствующий этому множеству отрезок вертикальной прямой в дальнейшем будем обозначать \bar{H}_1 . Под линией \hat{H} указанные точки должны удовлетворять условию $\bar{W} = \delta + \frac{V^2}{L^2}$ или $V = L(\bar{W} - \delta)^{1/2}$. Отрезок прямой, соответствующий этому множеству, в дальнейшем будем обозначать \bar{H}_2 .

Стационарные точки системы (7)–(9) должны удовлетворять условиям $W = \bar{W}$ и $aW = V$; следовательно, в данных точках будет выполняться равенство $V = a\bar{W}$. Таким образом, система (7)–(9) при начальных условиях (10) может иметь не более одной стационарной точки над линией \hat{H} (точки пересечения горизонтальной линии $V = a\bar{W}$ с отрезком \bar{H}_1) и не более одной стационарной точки под \hat{H} (точки пересечения указанной горизонтальной линии с отрезком \bar{H}_2). Далее рассмотрим случай, когда существуют обе эти точки. Необходимым и достаточным условием их существования является выполнение неравенства

$$a \geq \max(\gamma^{3/2}, \gamma^{-1/2}) \left(1 - \frac{\delta}{\bar{W}} \right). \quad (11)$$

Стационарную точку с координатами $(L^{(1)}, V^{(1)}) = (\gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2}, a\bar{W})$, лежащую над \hat{H} , в дальнейшем будем обозначать O_1 . Точку с координатами $(L^{(2)}, V^{(2)}) = (a\bar{W} (\bar{W} - \delta)^{1/2}, a\bar{W})$, лежащую под \hat{H} , обозначим O_2 . Определим множества точек, лежащих соответственно над и под \hat{H} , для которых правая

часть уравнения (8) принимает нулевое значение. Для точек, лежащих над \hat{H} , будет выполняться равенство $V = a(\delta + \gamma L^2)$. Сегмент данной параболы, принадлежащий E , в дальнейшем будем обозначать \tilde{H}_1 . При выполнении неравенства (11) этот сегмент будет расположен над \hat{H} . Для точек, лежащих под \hat{H} , правая часть уравнения (8) равна нулю, если выполняется равенство $V = a\left(\delta + \frac{V^2}{L^2}\right)$.

Отсюда

$$V = \frac{L^2}{2a} \pm \sqrt{\frac{L^4}{4a^2} - \delta L^2} \quad (12)$$

при $L \geq 2a\delta^{1/2}$.

Множество точек, удовлетворяющих равенству (12), образовано двумя ветвями. Первая из них — \tilde{H}_2 является графиком дифференцируемой и возрастающей функции, приближающейся снизу к параболе $V = a^{-1}L^2 + a\delta$ при неограниченно увеличивающемся L . Вторая ветвь — \tilde{H}_3 будет графиком дифференцируемой и убывающей функции от L , имеющей горизонтальную асимптоту $V = a\delta$. При этом расстояние между \tilde{H}_3 и данной асимптотой имеет порядок $O\left(\frac{1}{L^2}\right)$ при достаточно больших L . Для $\delta = 0$ линия \tilde{H}_3 превращается в горизонтальную ось координат $V = 0$. Ветви \tilde{H}_2 и \tilde{H}_3 пересекаются в точке B с координатами $(2a\delta^{1/2}, 2a\delta)$. При $\delta = 0$ точка B совпадает с началом координат 0.

Правая часть уравнения (7) будет положительной в точках, лежащих между линиями \bar{H}_1 и \bar{H}_2 , и отрицательной в остальных точках множества E . Правая часть уравнения (8) положительна в точках, лежащих между кривыми \tilde{H}_1 и \tilde{H}_2 , а также в точках, лежащих под кривой \tilde{H}_3 . В остальных точках множества E она будет отрицательной.

Фазовый портрет системы (7)–(9) представлен на рис. 1. Множества точек, для которых правая часть уравнения (7) имеет знак γ_1 , а правая часть уравнения (8) — знак γ_2 , обозначаются

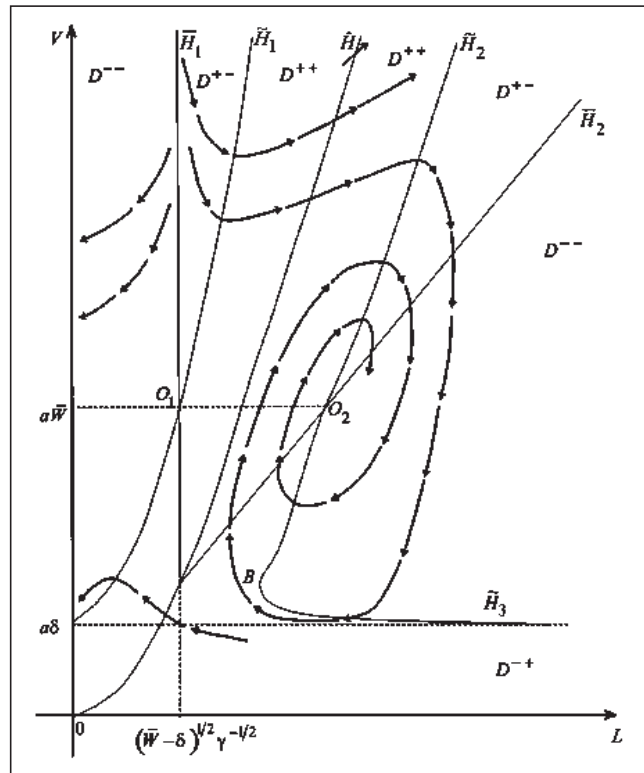


Рис. 1. Схематический фазовый портрет системы, где $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — фазовые траектории

$D^{\gamma_1 \gamma_2}$ ($\gamma_1, \gamma_2 = +, -$). Рассмотрим подробнее эти множества (области).

Область D^{--} расположена сверху от линии \tilde{H}_1 и слева от вертикального отрезка \bar{H}_1 , а также между линиями \bar{H}_2 и \tilde{H}_3 . Область D^{+-} расположена между \bar{H}_1 и \tilde{H}_1 , а также между \tilde{H}_2 и \bar{H}_2 . Область D^{++} ограничена линиями $\tilde{H}_1, \bar{H}_1, \bar{H}_2$ и \tilde{H}_2 . Множество D^{-+} находится под линией \tilde{H}_1 (слева от \bar{H}_1) и под \bar{H}_2 и \tilde{H}_3 (справа от \bar{H}_1).

Рассмотрим особенности движения фазовой точки на вышеперечисленных множествах. Если фазовая точка находится в области D^{--} слева от линии \bar{H}_1 , то при ее движении будут уменьшаться как имеющиеся трудовые ресурсы L , так и спрос на производимые товары V . Поскольку фазовая точка находится над линией переключения \hat{H} , то фонд оплаты труда $W = \delta + \gamma L^2$ будет уменьшаться при уменьшении L . Это усилит трудовую эмиграцию и уменьшит спрос на производимые товары. Как следствие, возникает обратная связь: сокращение оплаты труда — уменьшение трудовых ресурсов вследствие усиления эмиграции — сокращение оплаты труда, порождающая продолжительный спад производства. Результатом данного процесса будет завершение фазовой траектории на границе пространства E в точке, где $L = 0$, т.е. коллапс моделируемой экономической системы вследствие полной потери ею трудовых ресурсов. Заметим, что если фазовая точка окажется вблизи линии \tilde{H}_1 , то ввиду непрерывности правой части уравнения (8) величина V' будет близка к нулю, в то время как L' будет существенно отличаться от нуля. Фазовая точка продолжит свое движение к оси OV по траектории, близкой к горизонтальной прямой. Поэтому она не сможет пересечь линии \tilde{H}_1 и оказаться в области D^{-+} . Таким образом, в случае попадания фазовой точки в область D^{--} слева от \bar{H}_1 коллапс экономики вследствие продолжительного спада производства будет неотвратимым.

Движение фазовой точки в области D^{--} между линиями \bar{H}_2 и \tilde{H}_3 также будет сопровождаться как усилением трудовой эмиграции (уменьшением L), так и спадом производства (уменьшением V). Как следствие, фазовая точка пересечет либо кривую \tilde{H}_2 , либо кривую \tilde{H}_3 . В последнем случае при $\delta = 0$ будет выполняться соотношение $V = 0$ и наступит коллапс экономики. При $\delta > 0$ фазовая точка, пересекая \tilde{H}_3 , продолжит свое движение в области D^{-+} . При этом величина V' будет близка к нулю в силу непрерывности правой части уравнения (8) и фазовая траектория будет близка к горизонтальной линии. Заметим, что кривая \tilde{H}_3 вдали от точки B также будет близка к горизонтальной прямой и фазовые траектории, пересекающие эту кривую в различных точках, будут проходить вблизи одна от другой, т. е. произойдет их «слипание».

Рассмотрим теперь движение фазовой точки в области D^{-+} . Величина L при этом будет уменьшаться вследствие продолжающейся эмиграции, но величина V начнет возрастать вследствие увеличения фонда оплаты труда $W = \delta + \frac{V^2}{L^2}$. Нех-

ватка трудовых ресурсов, потерянных в процессе экономического спада, вынуждает монополиста-работодателя увеличивать оплату труда, чтобы компенсировать уменьшение предложения рабочей силы. Это увеличивает внутренний спрос на потребительские товары, что приводит к оживлению экономики. Когда оплата

труда на внутреннем рынке превышает оплату труда на внешнем, трудовая эмиграция прекращается, фазовая точка пересекает линию \bar{H}_2 и попадает в область D^{++} . Однако если фазовая точка в своем движении оказывается слева от линии $L = \gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2}$, она пересекает \tilde{H}_1 и попадает в область D^{--} . В этом случае оживление экономики носит временный характер и сменяется спадом, завершающимся коллапсом экономики при $L = 0$. Движение фазовой точки в области D^{++} сопровождается как увеличением трудовых ресурсов L вследствие иммиграции, так и ростом спроса V на производимую продукцию. Эти переменные растут особенно быстро в точках, расположенных над линией \hat{H} , где скорость их роста пропорциональна L^2 . Этому соответствует быстрый рост экономики с элементами бума. Два сценария возможны для дальнейшего развития событий: 1) рост V и L будет продолжаться до выхода фазовой точки на верхнюю границу фазового пространства E (до тех пор, пока не будет выполняться равенство $V = V_{\max}$ или $L = L_{\max}$); 2) фазовая точка, двигаясь по D^{++} , пересекает линию \tilde{H}_2 и попадает в область D^{+-} . Причиной последнего сценария может быть значительное превышение оплаты труда на внутреннем рынке по сравнению с внешним. Интенсивная трудовая иммиграция резко увеличивает предложение рабочей силы, что позволяет работодателю-монополисту существенно снизить оплату труда. Такое снижение становится причиной уменьшения спроса на производимую продукцию, и бум сменяется экономическим спадом.

Движение фазовой точки на множестве D^{+-} сопровождается уменьшением объемов производства. При этом оплата труда на внутреннем рынке на протяжении некоторого времени превышает оплату на внешнем рынке. Продолжающаяся иммиграция ведет к избытку трудовых ресурсов, что в условиях монополии резко сокращает оплату труда и усугубляет спад. При пересечении фазовой точкой линии \bar{H}_2 оплата труда на внутреннем и внешнем рынках совпадает, иммиграция прекращается и фазовая траектория продолжается в области D^{--} . Если же фазовая точка движется между линиями \bar{H}_1 и \tilde{H}_1 , то величина фонда оплаты труда $W = \delta + \gamma L^2$ увеличивается с ростом трудовых ресурсов L вследствие иммиграции. Это приводит к оживлению экономики.

Таким образом, для рассматриваемой системы (7)–(9) при различных начальных условиях вида (10) возможны три типа экономической динамики: 1) продолжительный спад слева от линии \bar{H}_1 , завершающийся коллапсом экономики; 2) длительный рост на множестве D^{++} , завершающийся выходом фазовой точки на верхнюю границу фазового пространства E ; 3) циклическое развитие вокруг стационарной точки O_2 . В последнем случае возникают экономические циклы, подобные классическому бизнес-циклу со стадиями спада (движение фазовой точки на множестве D^{+-}), депрессии (движение точки на D^{--}), оживления (движение на D^{-+}) и роста, переходящего в бум (движение на D^{++}). Исходя из аналогии с моделью, исследованной в [4] для замкнутого монополистического рынка труда, исследование таких циклов, в частности бифуркационный анализ, представляет особый интерес. В качестве бифуркационного параметра рассматривается δ , величина которого определяется уровнем минимальной оплаты труда. Поскольку основное внимание будет уделяться циклам, в дальнейшем ограничимся предположением о том, что фазовая точка, выйдя на границу E , будет двигаться по ней в скользящем режиме под воздействием векторного поля.

Проведем классификацию стационарных точек системы.

Точка O_1 и ее некоторая окрестность расположены над кривой \hat{H} . Для точек упомянутой окрестности будет выполняться соотношение $W = \delta + \gamma L^2$ и матрица Якоби J_1 для системы примет вид

$$J_1 = \begin{pmatrix} 2\gamma L & 0 \\ 2a\gamma L & -1 \end{pmatrix}$$

Значение этой матрицы в точке $O_1 = (\gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2}, a\bar{W})$, называемое матрицей устойчивости, определяется формулой

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2\gamma^{3/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2} & 0 \\ 2a\gamma^{3/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2} & -1 \end{pmatrix}.$$

Собственными значениями матрицы A_1 будут -1 и $2\gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2}$, им соответствуют собственные векторы $(0, 1)$ и $(1, 2\gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2})$. Таким образом, точка O_1 будет седлом и сепаратрисы, входящие в O_1 , принадлежат вертикальной прямой $L = \gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2}$. Изоклиной горизонтальных наклонов системы (7)–(9) в области, лежащей над \hat{H} , является парабола $V = a(\delta + \gamma L^2)$, т.е. кривая \tilde{H}_1 .

Фазовая точка может попасть в O_1 , двигаясь по линии раздела между ранее упомянутыми сценариями экономической динамики; O_1 будет точкой неустойчивого равновесия, любые малые изменения V и (или) L станут причиной либо необратимого спада, либо циклического развития. (При сделанных выше предположениях о возможности скользящего движения вдоль границы фазового пространства E долговременный рост превращается в один из таких вариантов экономической динамики.)

Точка O_2 и ее некоторая окрестность расположены под кривой \hat{H} . Аналогично точке O_1 матрица Якоби J_2 для системы и матрица устойчивости A_2 определяются следующим образом:

$$J_2 = \begin{pmatrix} -2\frac{V^2}{L^3} & 2\frac{V}{L^2} \\ -2a\frac{V^2}{L^3} & 2a\frac{V}{L^2} - 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -2\frac{(\bar{W} - \delta)^{3/2}}{a\bar{W}} & \frac{\bar{W} - \delta}{a\bar{W}} \\ -2a\frac{(\bar{W} - \delta)^{3/2}}{\bar{W}} & \frac{\bar{W} - \delta}{\bar{W}} - 1 \end{pmatrix}.$$

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда неравенство (11), обеспечивающее существование точки O_2 , выполняется при любых $\delta \geq 0$, откуда

$$\gamma^{1/2}a > 1. \quad (13)$$

Заметим, что при выполнении неравенства (13) векторное поле системы (7)–(9) непрерывно на линии \hat{H} . Поскольку

$$\text{tr}(A_2) = 2(\bar{W} - \delta)\bar{W}^{-1}(1 - (\bar{W} - \delta)a^{-1}) - 1,$$

$$\det(A_2) = 2(\bar{W} - \delta)^{3/2}a^{-1}\bar{W}^{-1} + 4(\bar{W} - \delta)^{5/2}\bar{W}^{-2}(1 - a^{-1})$$

и выполняется условие $a > 1$, то $\det(A_2) > 0$. Далее предполагается, что справедливо неравенство

$$(\text{tr}(A_2))^2 - 4\det(A_2) < 0.$$

Тогда если $\text{tr}(A_2) < 0$, то точка O_2 является устойчивым фокусом системы (7)–(9); если же $\text{tr}(A_2) > 0$, то O_2 — неустойчивый фокус системы.

Изоклинами горизонтальных и вертикальных наклонов системы для точек, лежащих под \hat{H} , будут соответственно $V = \left(\delta + \frac{V^2}{L^2} \right)$ и $V = L(\bar{W} - \delta)^{1/2}$, т.е. кривые \tilde{H}_2 , \tilde{H}_3 и \bar{H}_2 .

Бифуркационный анализ системы при возрастающей величине δ начнем со случая, когда $\text{tr}(A_2) > 0$ и $\delta = 0$. При этом предположим, что выходящая в направлении к D^{++} сепаратриса точки O_1 принадлежит области влияния локального инвариантного многообразия [7] $\{(L, V): V = 0, 0 \leq L < L_{\max}\}$. Фазовый портрет системы для данного случая представлен на рис. 2. Как отмечалось выше, кривая \tilde{H}_3 при этом совпадает с осью $0L$, поэтому она не обозначена на рисунке.

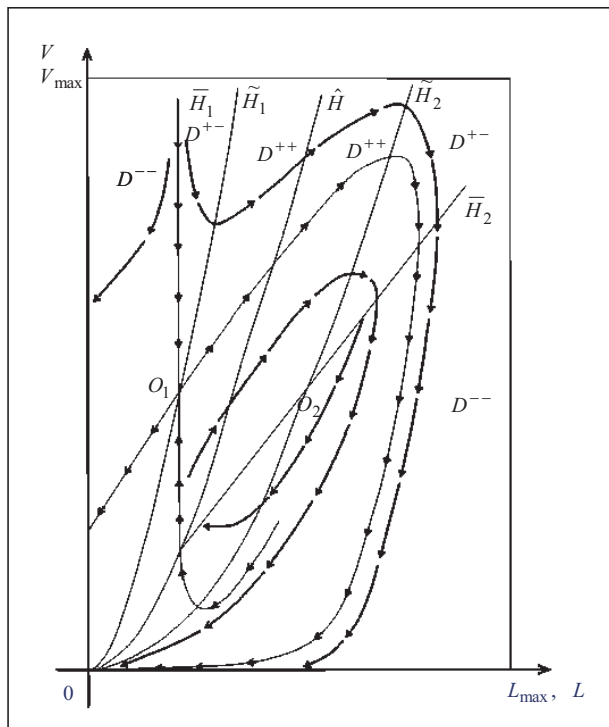


Рис. 2. Фазовый портрет системы, когда $\delta = 0$ и точка O_2 — неустойчивая, где $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — фазовые траектории, $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — сепаратрисы точки O_1

Отметим характерные особенности движения фазовой точки. При прохождении ею множества D^{+-} между линиями \tilde{H}_2 и \bar{H}_2 имеет место быстрое (порядка экспоненциального) убывание спроса V при медленном возрастании численности работающих по найму L . Если фазовая точка, двигаясь на множестве D^{--} , приближается к оси $0L$, то имеют место приближенные равенства $L' \Leftrightarrow -\bar{W}$, $V' \Leftrightarrow 0$. Как следствие, фазовая траектория будет проходить почти параллельно $0L$ на небольшом расстоянии от этой оси и завершится в точке начала координат 0 , являющейся особой устойчивой точкой системы (7)–(9), рассматриваемой под кривой \hat{H} .

Пусть выполнены указанные выше условия, при этом параметр $\delta > 0$ и является малым. Фазовый портрет системы (7)–(9) представлен на рис. 3. Заметим, что после пересечения кривой \tilde{H}_3 фазовая точка продолжит движение в области D^{-+} вблизи этой кривой и почти параллельно ей. Следуя [7], приходим к заключению, что существует локально экспоненциально устойчивое инвариантное многообразие

$J_\delta = \{V = \Phi(L, \delta), 2a\delta \leq L \leq L_{\max}\}$ указанной системы, при этом $\Phi(L, \delta) \Leftrightarrow \frac{L^2}{2a} - \sqrt{\frac{L^4}{4a^2} - \delta L^2}$. Отсюда с достаточной степенью точности можно считать, что точ-

ка B схождения кривых \tilde{H}_2 и \tilde{H}_3 принадлежит вышеупомянутому многообразию. Заметим, что B является точкой возврата, в ней $L' = 2\delta - \bar{W}$, $V' = 0$. Таким образом, для $\delta < \frac{1}{2}\bar{W}$ в

окрестности этой точки $L(t)$ убывает, а $V(t)$ возрастает и фазовая траектория через некоторое время пересечет линию переключения \hat{H} . Координаты точки такого пересечения будут непрерывными функциями от δ ; первая ее координата также будет монотонно возрастающей функцией. Сепаратриса, выходящая из точки O_1 в область D^{++} , пересечет линию \hat{H} при заданном δ в точке $P(\delta)$. Повторяя рассуждения, сделанные ранее, приходим к выводу о том, что координаты $P(\delta)$

будут непрерывными функциями, при этом первая координата возрастает с увеличением δ и принимает нулевое значение при $\delta = 0$. Поскольку первая координата точки O_1 является непрерывной монотонно убывающей функцией от δ , принимающей нулевое значение для $\delta = \bar{W}$, то найдется такое δ^* , что первые координаты точек $P(\delta)$ и O_1 совпадут при $\delta = \delta^*$ и в системе (7)–(9) возникнет гомоклиническая петля Γ^* [8, 9], изображенная на рис. 3.

Если сепаратриса, выходящая из точки O_1 в направлении множества D^{++} , полностью принадлежит внутренности фазового пространства E , то устойчивость гомоклинической петли Γ^* будет определяться знаком седловой величины точки O_1 [8, 9].

Данная величина равна $\frac{\partial W(V, L)}{\partial L} + \frac{\partial (aW(V, L) - V)}{\partial V}$, где функция $W(V, L)$ задана

согласно (9). Заметим, что точка O_1 и ее некоторая окрестность всегда будут расположены над линией переключения \hat{H} , поэтому $W(V, L)$ в точке O_1 будет дифференцируемой функцией. В соответствии с [8, 9] гомоклиническая петля является устойчивой, если седловая величина точки O_1 отрицательная и является неустойчивой в случае положительности седловой величины. Отметим, что в данном случае согласно проведенным расчетам седловая величина точки O_1 отрицательна.

Когда выходящая сепаратриса пересекает границу пространства E , дальнейшее движение фазовой точки продолжается вдоль этой границы в скользящем режиме. Фазовые кривые, расположенные в достаточно малой окрестности сепаратрисы, также пересекут границу E в точках, достаточно близких к точке пересечения этой гра-

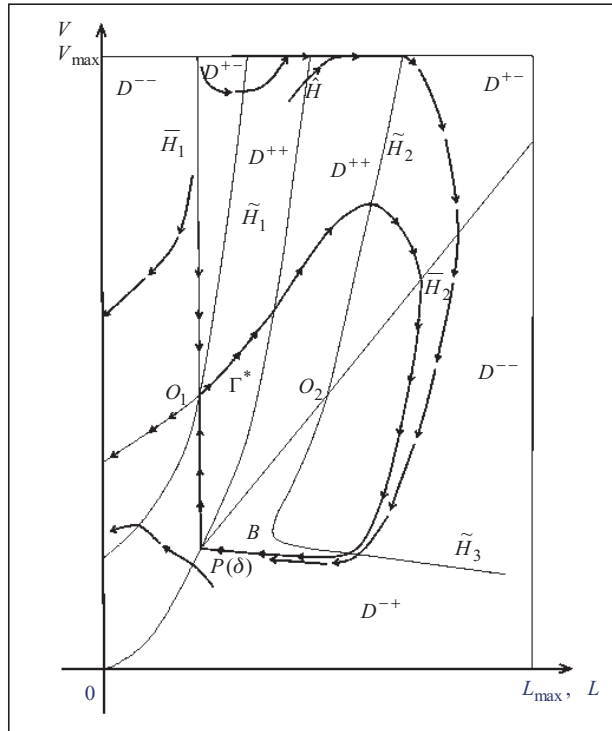


Рис. 3. Формирование устойчивой гомоклинической петли, где $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ — фазовые траектории, $\dashrightarrow\rightarrow\rightarrow$ — сепаратрисы точки O_1 и скользящее движение, $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ — гомоклиническая петля

ницы и сепаратрисы. Поэтому движение по данным кривым продолжится вдоль границы в скользящем режиме. Заметим, что точка, в которой завершится скользящее движение, будет определяться исключительно конфигурацией векторного поля системы и вышеупомянутые траектории совпадут с гомоклинической кривой после их отрыва от границы E .

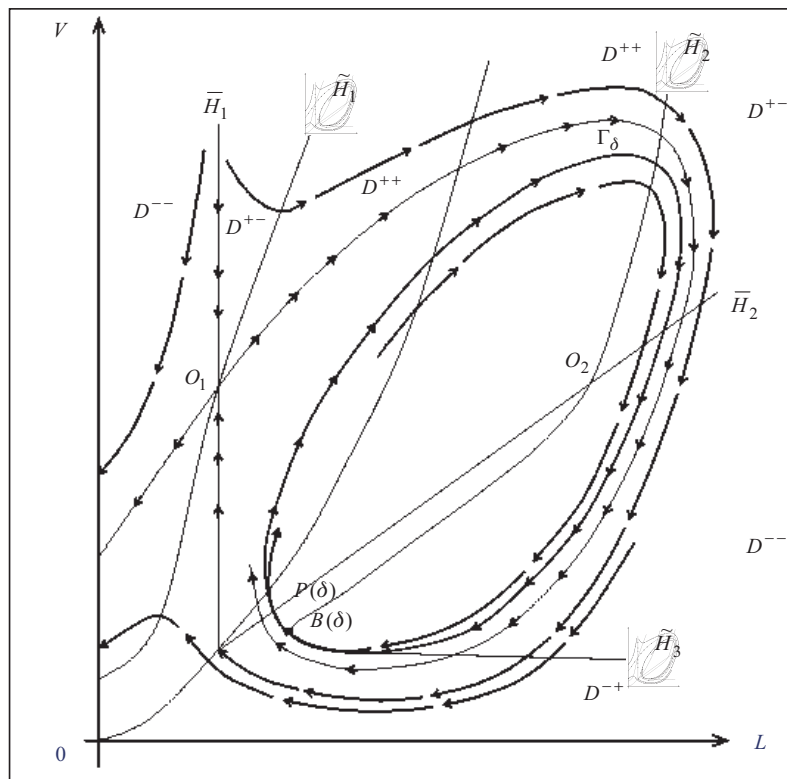


Рис. 4. Возникновение устойчивого предельного цикла, где $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — фазовые траектории, $\dashrightarrow \dashrightarrow \dashrightarrow$ — сепаратрисы точки O_1 , $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — устойчивый предельный цикл

Рассмотрим случай, когда $\delta > \delta^*$. При достаточно малой величине $\delta - \delta^*$ первая координата $P(\delta)$ будет больше, чем $\gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)$. Отсюда согласно [8, 9] в окрестности Γ^* существует единственный устойчивый предельный цикл Γ_δ (рис. 4). При этом период движения фазовых точек по этому циклу стремится к бесконечности при $\delta \rightarrow \delta^*$. Здесь наблюдается определенная аналогия с динамикой системы с замкнутым монополистическим рынком труда, рассмотренной в [4], в которой при возрастании бифуркационного параметра также возникал единственный предельный цикл.

При дальнейшем росте δ возможно несколько вариантов изменения фазового портрета системы. При отсутствии других предельных циклов, кроме Γ_δ , последний, уменьшаясь с ростом δ , при некотором $\delta = \delta^{**}$ стягивается в точку O_2 , которая становится устойчивым фокусом с обширной областью притяжения. Численные эксперименты подтвердили возможность такой динамики. В этом случае увеличение минимальной оплаты труда придает классическим циклам в системе с открытым монополистическим рынком схожесть с постклассическими

циклами, сокращая при этом продолжительность бума и депрессии.

Если же система имеет предельные циклы, отличные от Γ_δ , либо они появляются при увеличении δ , то среди них существуют и устойчивые предельные циклы. В этом случае выход системы на один из них зависит от начальных условий. Здесь также наблюдается аналогия с системой, имеющей замкнутый монопсонический рынок труда [4].

Предположим теперь, что фазовые точки системы (7)–(9), расположенные на вышеупомянутой сепаратрисе, не принадлежат областям влияния начала координат и точки O_2 . Фазовый портрет такой системы при $\delta = 0$ схематически показан на рис. 5. Точка пересечения сепаратрисы, выходящей из O_1 и проходящей через D^{++} , с линией переключения \hat{H} обозначена $P(0)$.

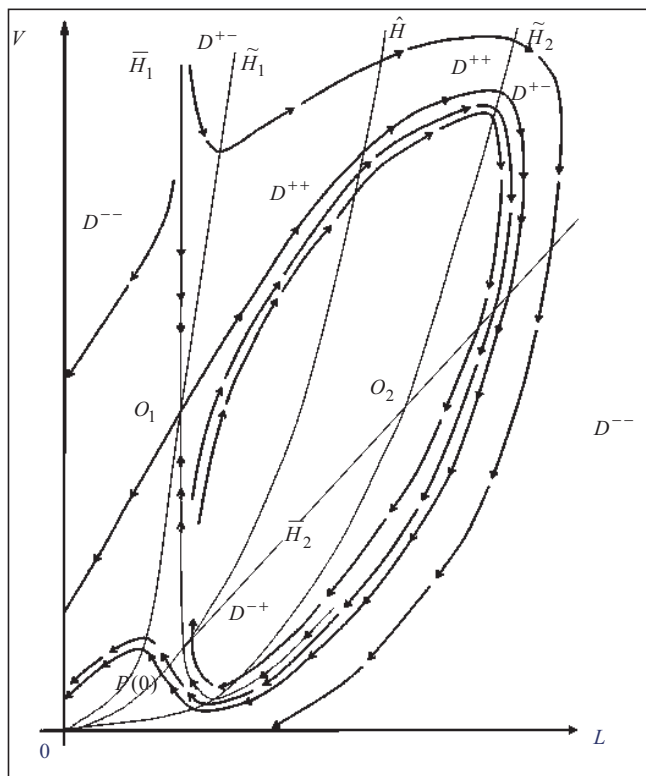


Рис. 5. Фазовый портрет в случае, когда сепаратриса не принадлежит области притяжения точек O_1 и O_2 при $\delta = 0$, где $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — фазовые траектории, $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — сепаратрисы точки O_1 .

Аналогичную точку, полученную при $\delta > 0$, обозначим $P(\delta)$. Как уже отмечалось ранее, при увеличении δ точка O_1 сдвигается влево, а точка O_2 — вправо вдоль оси $0L$, притяжение точки O_2 и притяжение по второй координате точки O_1 усиливаются. Как следствие, точка $P(\delta)$ поднимается по кривой \hat{H} , вследствие этого существует такое δ^* , что при $\delta = \delta^*$ возникает гомоклиническая петля Γ^* . Как уже отмечалось, устойчивость гомоклинической петли будет определяться знаком $\text{tr}(A_1) = 2(\bar{W} - \delta)\gamma^{1/2} - 1$ при $\delta = \delta^*$. Поскольку величина δ^* (зависящая от a и γ), как правило, достаточно мала, с некоторой долей огрубления можно считать, что гомоклиническая петля неустойчива, если $2\bar{W}\gamma^{1/2} > 1$, и устойчива, если $2\bar{W}\gamma^{1/2} < 1$ (рис. 6).

Рассмотрим подробно случай, когда петля неустойчива. Если $\delta > \delta^*$, но величина $\delta - \delta^*$ достаточно мала, в окрестности Γ^* существует семейство устойчивых предельных циклов Γ_δ . Если O_2 — неустойчивый фокус, то динамика системы подобна рассмотренной ранее. Если O_2 — устойчивый фокус, то внутри Γ_δ имеется по крайней мере один неустойчивый цикл. Этот цикл расширяется при возрастании δ , в то время как Γ_δ сжимается. Поэтому указанные циклы сольются при некотором значении δ , в результате возникнет полуустойчивый цикл, который исчезнет при дальнейшем увеличении бифуркационного параметра и сис-

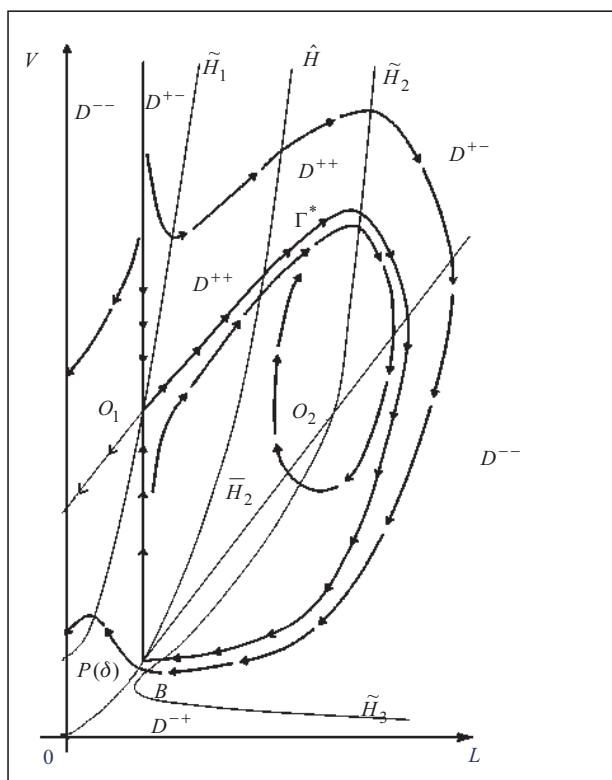


Рис. 6. Формирование неустойчивой гомоклинической кривой при $\delta = \delta^*$, где $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ — фазовые траектории, $\rightarrow\rightarrow\rightarrow$ — сепаратрисы точки O_1 и скользящее движение, \dashrightarrow — гомоклинической кривая

тема будет иметь устойчивый фокус с обширной областью притяжения и седловую точку. Аналогичные эффекты отмечались и для модели, приведенной в [4].

Завершим бифуркационный анализ случая, когда при $\delta = 0$ точки сепаратрисы, выходящей из O_1 , принадлежат области влияния устойчивого фокуса O_2 . При увеличении δ точка O_1 сдвигается влево, а O_2 — вправо, ее область влияния увеличивается. Фазовые траектории, завершающиеся в O_2 , будут иметь форму сжимающихся спиралей. Рост δ не приведет к качественным изменениям фазового портрета системы. При этом имеющиеся трудовые ресурсы L и величина равновесного спроса V будут изменяться взаимно пропорционально. Увеличение минимальной оплаты тру-

да позволит привлечь дополнительные трудовые ресурсы, интенсифицировав иммиграцию, но слабо повлияет на средние доходы лиц, работающих по найму.

Заметим также, что увеличение амплитуды экономических циклов, характерное для случая, когда O_2 будет неустойчивым фокусом, может привести к переходу от циклического развития к долговременному экономическому спаду, если фазовая точка пересечет вертикальную прямую $L = \gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2}$. Данный сценарий наблюдался при проведении численных экспериментов.

Таким образом, динамика системы с открытым монополистическим рынком труда во многом аналогична динамике с замкнутым рынком, исследованной в [4]. Здесь также могут возникать устойчивые и неустойчивые предельные циклы, а также траектории, имеющие форму сжимающихся и раскручивающихся спиралей. В обоих исследованных случаях экономические циклы подобны классическому бизнес-циклу со стадиями роста, бума, спада, депрессии и оживления экономики. В отличие от системы с замкнутым рынком переход от бума к спаду и от депрессии к оживлению экономики для открытого рынка может происходить без существенного изменения цен. Обесценивание рабочей силы вследствие интенсивной иммиграции во время бума и повышение оплаты труда из-за сокращения трудовых ресурсов на заключительной стадии депрессии играют ту же роль, что и инфляционное обесценивание сбережений и дефляционный рост активов в системе с замкнутым рынком труда.

Особенность системы с открытым рынком труда — это возможность возникновения в ней катастрофического спада, сопровождаемого потерей трудовых ресурсов вследствие эмиграции. Переход от циклического развития к этому сценарию возможен при увеличении амплитуды циклов. Рост минимальной заработной платы, как правило, является стабилизирующим фактором, препятствующим такому развитию событий.

3. НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИССЛЕДУЕМОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ВНЕШНИМ РЫНКОМ ТРУДА

При рассмотрении модели, исследованной в предыдущих разделах, был сделан ряд предположений, не всегда адекватных реальной экономической ситуации. Предполагалось, в частности, что количество лиц, потенциально занятых по найму (значение переменной L) может уменьшаться до нуля вследствие трудовой эмиграции при достаточно большом разрыве в оплате труда на внешнем и внутреннем рынках. Следует отметить, что существуют категории лиц, которые менее других склонны к миграции при любой величине такого разрыва. К ним относятся работники предпенсионного возраста, которые имеют пониженную мотивацию к переходу на новое место; лица с заниженной оценкой своих возможностей и те, кто считает, что их ограниченные способности (незнание языка, невозможность приспособиться к новым условиям жизни и др.) будут препятствовать достижению успеха на новом месте; лица, имеющие обязательства, затрудняющие эмиграцию, и т.д. [10]. Поэтому вполне логично предположить, что величина L не может быть меньше, чем некоторое $L_{\min} > 0$, и фазовым пространством системы (7)–(9) будет множество $E^{(1)} = \{(V, L) : 0 \leq V \leq V_{\max}, L_{\min} \leq L \leq L_{\max}\}$.

В рассмотренной ранее модели неявно (через величину L_{\max}) предполагалась ограниченность сверху миграционных потоков, обусловленная конечностью ресурсов внешнего рынка. Исследуя модель, мы рассматривали случай, когда L_{\max} настолько велико, что все особые точки уравнений, образующих модель, принадлежат ее фазовому пространству. Представляет интерес рассмотрение случая, когда эти предположения не выполняются.

Исследуя систему (7)–(9), мы полагали величину \bar{W} постоянной. Представляет интерес рассмотрение данной величины как параметра, изменяющегося подобно параметру δ (см. разд. 2). Исследуем изменение поведения моделируемого процесса для этого случая.

Вначале оценим влияние изменений \bar{W} на поведение системы (7)–(9) и влияние динамики системы на возможные изменения \bar{W} при различных формах организации внешнего рынка труда. Заметим, что увеличение \bar{W} сдвигает стационарную точку O_1 системы (7)–(9) вправо, а стационарную точку O_2 — влево, т.е. последствия такого увеличения будут противоположны последствиям увеличения параметра δ . При этом величина $\text{tr}(A_2)$ будет убывать с увеличением \bar{W} , если δ достаточно мало. Как следствие, точка O_2 , которая была неустойчивым фокусом при малых значениях \bar{W} , превратится в устойчивый фокус системы при возрастании этого параметра. Область $\{L : 0 \leq L \leq \gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2}\}$, на которой происходит длительный спад, завершающийся коллапсом экономики, увеличится. Таким образом, увеличение оплаты труда на внешних рынках изменит характер циклических процессов, которые примут форму сжимающихся спиралей, завершающихся в стационарной точке O_2 , если трудовые ресурсы L системы достаточно велики, и приведет к необратимому спаду производства, сопровождающемуся усилением трудовой эмиграции, если эти ресурсы малы. Уменьшение оплаты труда на внешних рынках будет оказывать воздействие, противоположное описанному.

Следует отметить, что в отличие от замкнутого моносонического рынка, где, как правило, оплата труда ниже, чем на конкурентном рынке, находящемся в аналогичной ситуации [11], уровень заработной платы на открытом рынке в условиях долговременного роста (или на стадии роста при циклическом развитии экономики) превышает уровень оплаты труда внешнего рынка. Если последний будет конкурентным, а миграционные потоки будут сравнительно невелики, предложение рабочей силы на нем не претерпит существенных изменений и величина \bar{W} останется постоянной. При таких условиях на протяжении длительного времени величина заработной платы на внутреннем рынке труда будет большей, чем на внешнем. Этим, в частности, можно объяснить отрицательную норму моносонической эксплуатации университетского персонала в таких крупнейших исследовательских центрах США, как «Университетский треугольник» в Северной Каролине и «Бостонская агломерация» в Массачусетсе. Организации, расположенные в данных регионах, начиная с 60-х годов XX века, проводят согласованную политику в сфере занятости и оплаты труда [6], поэтому соответствующие им сегменты рынка труда близки к открытому моносоническому рынку. Тем не менее, оплата труда на данных сегментах на 10–15% превосходит аналогичные показатели в близлежащих регионах, особенно для лиц, меняющих место работы [12].

Постоянный приток рабочей силы в условиях растущего спроса на производимую продукцию служит основным источником доходов работодателя-монополиста, увеличивающего объемы производства. Это побуждает его устанавливать оплату труда на более высоком уровне, чем ее равновесное значение для внешнего конкурентного рынка.

Когда отток рабочей силы с внешнего конкурентного рынка становится значительным, уменьшается предложение труда на нем и увеличивается значение \bar{W} . Вследствие этого изменяется экономическая динамика. При значительном сдвиге вправо линии \bar{H}_1 рост или циклическое развитие экономики сменяется долговременным спадом. Ввиду изменения типа стационарной точки O_2 и увеличения области ее притяжения фазовые траектории, имевшие ранее форму монотонно возрастающих или замкнутых кривых, проходящих в окрестности предельного цикла на некотором удалении от этой точки, примут форму сжимающихся спиралей, движение по которым быстро завершится вблизи O_2 .

Спад в моделируемой системе порождает отток рабочей силы на внешний конкурентный рынок. При этом линия \bar{H}_1 сместится влево, а устойчивость и область притяжения точки O_2 уменьшится, что может стать фактором оживления экономики и возобновления роста. Таким образом, в системе с открытым моносоническим рынком труда возможно также возникновение циклов, порожденных ее взаимодействием с внешним рынком. Последние требуют отдельного изучения, в том числе с использованием экономико-математического моделирования.

Рассмотрим теперь случай, когда внешний рынок является открытым моносоническим, при этом имеет место циклическое развитие. Тогда при взаимодействии внутреннего и внешнего рынков большую роль играет совпадение или несовпадение на них стадий циклов. Рынок, находящийся на стадии роста, получает дополнительный краткосрочный выигрыш от спада на взаимодействующем с ним рынке, поскольку усиливающийся приток рабочей силы позволяет обеспечивать те же темпы роста производства при меньших темпах роста оплаты труда. В то же время рост оплаты труда на внешнем рынке может углубить спад на внутреннем и придать ему необратимый характер, если фазовая точка окажется

слева от линии \bar{H}_1 . Этого можно избежать, уменьшив трудовую эмиграцию. Таким образом, в системе с открытым моносоническим рынком труда целесообразно стимулировать миграционные процессы на стадии роста и их ограничение во время спада.

Совпадение стадий спада на внешнем и внутреннем рынках может быть фактором ускоренного перехода к росту. Совпадение стадий роста ведет к обострению конкурентной борьбы за рабочую силу.

Рассмотрим теперь особенности динамики системы с фазовым пространством $E^{(1)}$ при $L_{\min} > 0$. Аналогично рассуждениям, изложенным в предыдущем разделе, будем предполагать, что фазовая точка, достигнув границы фазового пространства,

продолжит свое движение в скользящем режиме под действием векторного поля. Пусть $L_{\min} < \gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2}$ и линия $L = L_{\min}$ пересекает области D^{--} и D^{-+} (рис. 7). Тогда фазовая точка, выйдя на границу множества $E^{(1)}$ в области D^{-+} , продолжит свое движение в скользящем режиме вверх, вдоль линии $L = L_{\min}$. Если же фазовая точка выйдет на границу $E^{(1)}$ в области D^{--} , то дальнейшее ее движение в скользящем режиме будет направлено вниз. Очевидно, что в обоих случаях движение завершится в особой точке системы (V_{\min}, L_{\min}) — точке пересечения линий \tilde{H}_1 и $L = L_{\min}$. При этом коллапс экономики заменяется стагнацией на уровне, обусловленном численностью лиц, работающих по найму и не склонных к трудовым миграциям. При увеличении этой численности уровень производства V_{\min} , на котором прекращается спад, будет выше, однако рост производства при этом не возобновится. Точка (V_{\min}, L_{\min}) будет точкой устойчивого равновесия моделируемой экономической системы: при малом увеличении значений V и (или) L возобновившееся движение завершается в этой же точке.

Рассмотрим теперь, как повлияет на фазовые траектории прохождение линии $L = L_{\max}$ слева от точки O_2 . В этом случае после пересечения фазовой точкой прямой $L = L_{\max}$ ее движение продолжится вдоль этой прямой в скользящем режиме. Заметим, что точка такого пересечения может принадлежать либо области D^{+-} , либо D^{++} (см. рис. 7). В первом случае скользящее движение сопровождается уменьшением величины спроса V на товары, производимые работодателем, во втором случае данная величина увеличивается. В обоих случаях скользящее движение завершается в точке пересечения линий \tilde{H}_1 и $L = L_{\max}$. Данная

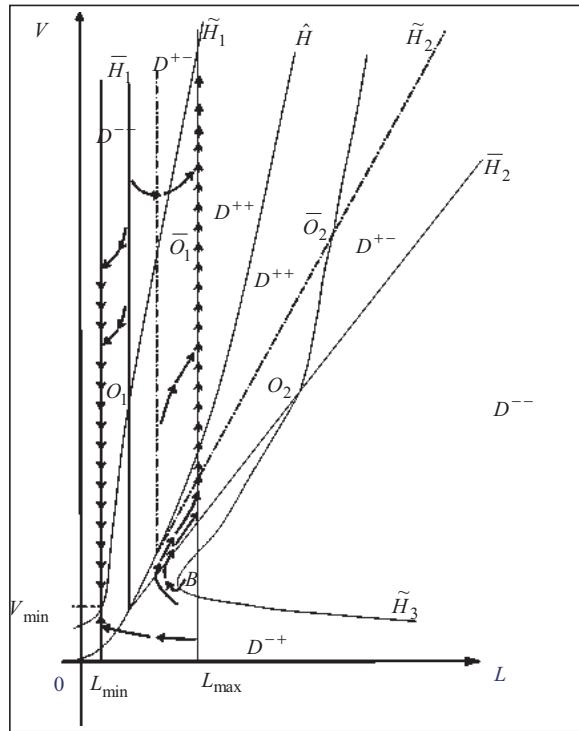


Рис. 7. Фазовые траектории при взаимодействии внутреннего и внешнего рынков, где $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — фазовые траектории, $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$ — скользящее движение, $-\cdot-\cdot-$ — новое положение \tilde{H}_1 и \tilde{H}_2 после увеличения \bar{W}

точка, не являющаяся стационарной точкой системы (7)–(9), будет состоянием устойчивого экономического равновесия. Малые изменения величин V и L (последней величины, при неизменном L_{\max} , только в направлении убывания) не выведут фазовую точку за пределы областей D^{+-} и D^{++} , поэтому возобновившееся движение завершится в той же точке равновесия. Наличие ограничения сверху на величину L не повлияет на фазовые траектории, проходящие через области D^{--} и D^{-+} слева от прямой $L = L_{\max}$, поскольку движение фазовой точки в указанных областях сопровождается уменьшением L .

Таким образом, при ограниченности сверху миграционных потоков возможны либо стабилизация экономики в точке устойчивого равновесия, для которого все доступные трудовые ресурсы будут привлечены на внутренний рынок труда, либо продолжительный спад. Последний может завершиться либо стагнацией (при наличии немигрирующей части работоспособного населения), либо коллапсом (в случае ее отсутствия).

Теоретический анализ был дополнен численными экспериментами, выполненными студентом Таврического национального университета В. Баринным. Рассмотрим некоторые из этих экспериментов.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперименты заключались в решении системы дифференциальных уравнений (7)–(9) численными методами для различных значений ее параметров и начальных приближений. Цель экспериментов, кроме иллюстрации результатов теоретического анализа вышеупомянутой системы, — исследование тех особенностей динамики моделируемых экономических процессов, которые не были выявлены при теоретическом анализе. Поскольку конъюнктура открытого рынка труда существенно зависит от первоначальной величины трудовых ресурсов, расчеты выполнялись для серии начальных приближений, отличающихся лишь значениями $L(0)$. К сожалению, ограниченный объем работы не позволяет привести результаты всех таких расчетов, поэтому остановимся на наиболее типичных из них. Другие полученные результаты не противоречат приведенным ниже данным.

На рис. 8 графически показаны траектории на плоскости VOL , полученные как решения системы (7)–(9) при значениях ее параметров $a = 4,5$; $\bar{W} = 0,5$; $\gamma = 0,19$ и различных значениях δ для десяти начальных приближений. При этом $V(0) = 5$, а величина $L(0)$ последовательно принимает значения 1,6; 1,7; 1,8; 2,5; 3,0; 4,0; 4,5; 5,0; 5,3; 5,5.

Результаты решения системы для этих начальных приближений при $\delta = 0$ представлены на рис. 8,а. Заметим, что все начальные приближения, кроме точки $V(0) = 5$, $L(0) = 1,6$, находятся справа от воображаемой линии $L = \gamma^{-1/2}(\bar{W} - \delta)^{1/2} = 1,622$ (все вычисления, результаты которых приведены далее, выполнены с точностью до третьего знака после десятичной точки). Соответствующие им фазовые траектории начинаются на множествах D^{+-} , D^{++} и D^{--} . Стационарная точка O_2 системы будет неустойчивым фокусом, поскольку $\text{tr}(A_2) = 0,686 > 0$. Как следствие, даже те фазовые траектории, которые проходят относительно близко от O_2 , не притягиваются этой точкой и цикличности в моделируемой системе не наблюдается. Завершению всех фазовых траекторий соответствует коллапс экономики, когда либо $V = 0$, либо $L = 0$.

Результаты решения аналогичной системы при $\delta = 0,1$ приведены на рис. 8,б. Заметим, что все начальные приближения находятся теперь справа от линии

$L = \gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2} = 1,451$. Неустойчивость стационарной точки O_2 сохраняется, поскольку $\text{tr}(A_2) = 0,375$. При значениях δ , близких к 0,1, возникнет гомоклиническая петля, которая будет устойчивой, поскольку седловой величиной точки O_1 является $S_1 = 2\gamma^{1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2} - 1 = -0,499 < 0$. Сам процесс ее возникновения крайне неустойчив, поэтому отследить его во время численных экспериментов, как правило, не удастся. Однако на рис. 8,б отчетливо видно возникновение предельного цикла, близкого к гомоклинической петле.

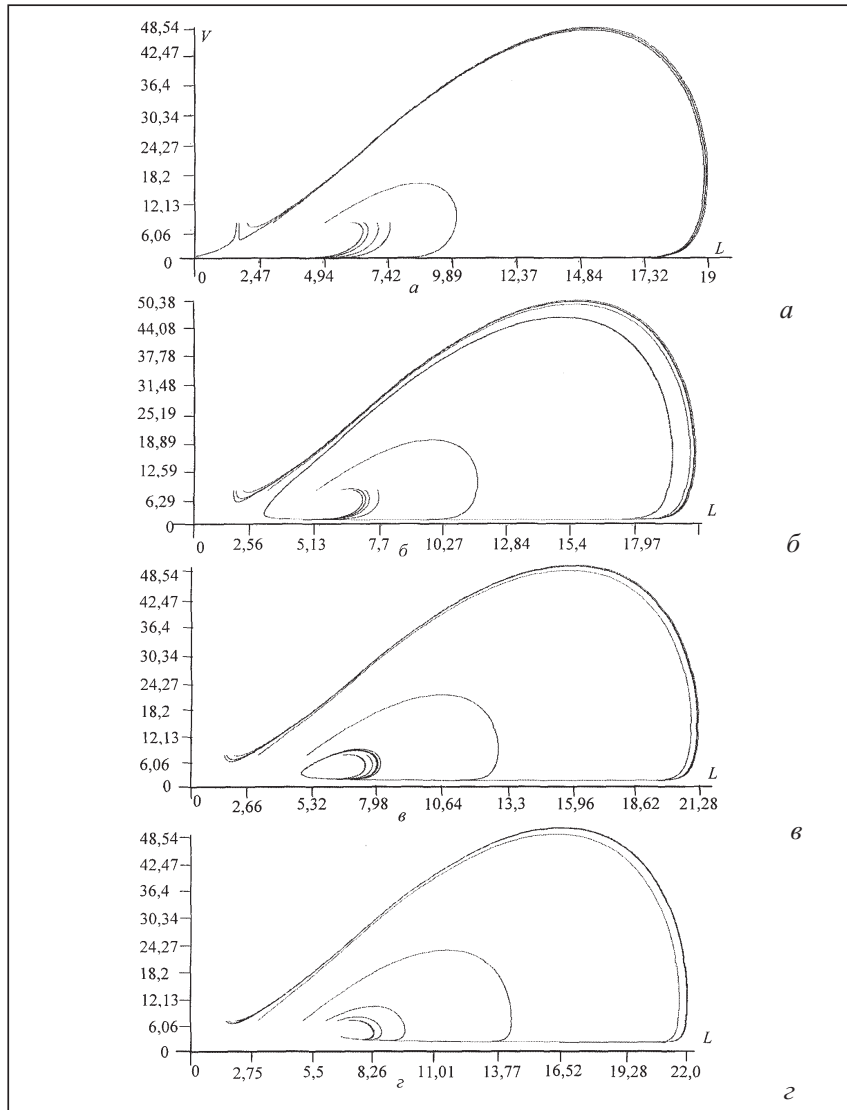


Рис. 8. Траектории для первой серии начальных приближений: значения $\delta = 0$ (а); $\delta = 0,1$ (б); $\delta = 0,2$ (в); $\delta = 0,4$ (г)

Изменение решений системы при дальнейшем увеличении δ показано на рис. 8,в,г. Как видно, при $\delta = 0,2$ имеется устойчивый предельный цикл, сжимающийся при росте δ в точку O_2 . Последняя при этом приобретает устойчивость, и фазовые траектории имеют вид быстро сжимающихся спиралей (рис. 8,г). Таким образом, моделируемый процесс переходит (с точностью до вычислительных

погрешностей при модельных расчетах) в состояние равновесия, пройдя несколько последовательных стадий одного экономического цикла, но не завершив этот цикл. Заметим, что динамика такого типа также наблюдалась для рассмотренных в [4] моделей экономических систем с замкнутым монополистическим рынком труда.

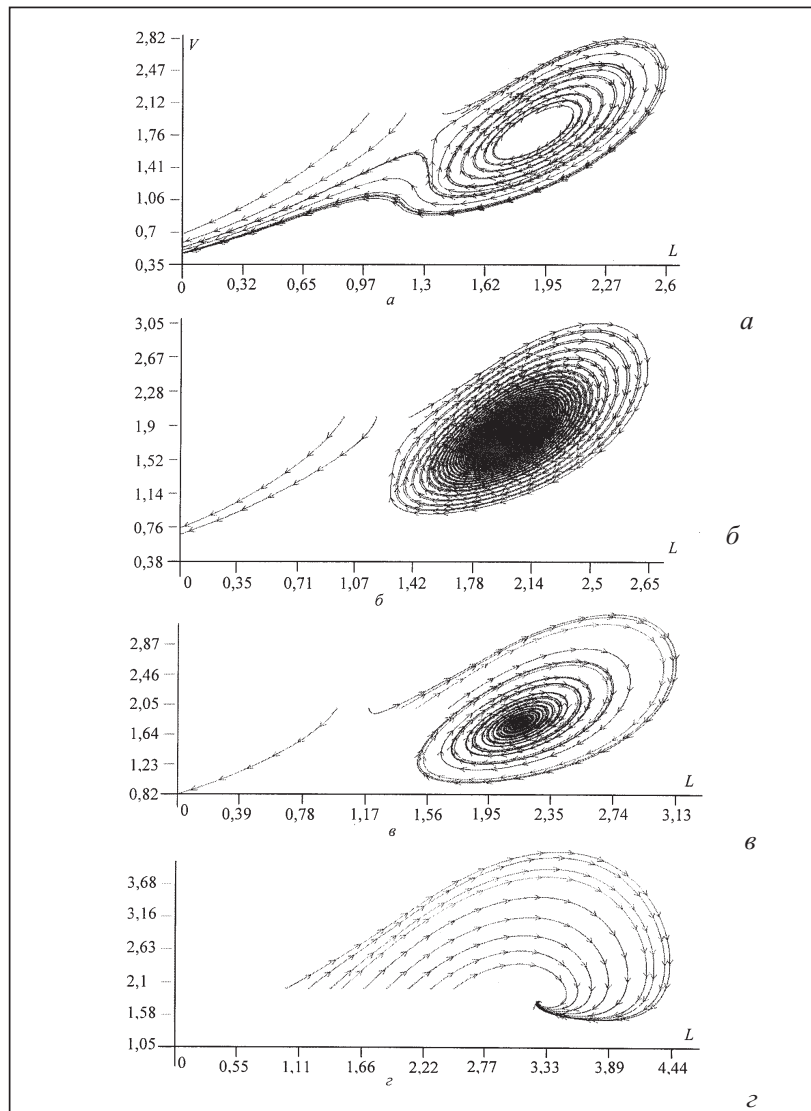


Рис. 9. Траектории для второй серии начальных приближений: значения $\delta = 0$ (а); $\delta = 0,1$ (б); $\delta = 0,3$ (в); $\delta = 0,6$ (г)

На рис. 9 представлены результаты следующей серии численных экспериментов, выполненных для системы (7)–(10) с параметрами $a = 4$; $\bar{W} = 0,9$; $\gamma = 0,5$ и для начальных приближений: $V(0) = 2$, $L(0)$ последовательно принимает значения 1,0; 1,2; 1,35; 1,4; 1,5; 1,9; 2,1; 2,3; 2,5.

На рис. 9,а показаны фазовые траектории при $\delta = 0$. Начальные точки (2; 1) и (2; 1,2) находятся слева от вертикальной прямой $L = \gamma^{-1/2} (\bar{W} - \delta)^{1/2} = 1,342$, поэтому фазовые траектории, начинающиеся в этих точках, не выходят за пределы множества D^{--} и завершаются коллапсом при $L = 0$. Для других начальных приближений

наблюдается циклическая динамика. Поскольку точка O_2 является неустойчивым фокусом, эти траектории приобретают вид раскручивающихся спиралей. Им соответствуют экономические циклы с увеличивающейся амплитудой, но без тенденций к долговременному росту. При достаточно большой амплитуде цикла фазовая точка пересекает вышеупомянутую вертикальную прямую и циклическое развитие сменяется долговременным спадом, завершающимся при $L = 0$. Точка O_2 приобретает устойчивость с ростом δ . На рис. 9,б при $\delta = 0,1$ наблюдается слияние возникших устойчивого и неустойчивого предельных циклов. При дальнейшем увеличении δ ($\delta = 0,3$) система имеет устойчивый фокус с обширной областью притяжения и седловую точку (рис. 9,в). Фазовые траектории, за исключением начинающейся в точке $(2; 1)$ и лежащей слева от границы области D^{--} вертикальной прямой $L = 1,095$, имеют вид сжимающихся спиралей, завершающихся в точке устойчивого фокуса.

При больших значениях δ ($\delta = 0,6$) фазовые траектории соответствуют быстрому переходу моделируемой системы в равновесное состояние (рис. 9,г). Такой переход может занимать лишь несколько стадий одного цикла.

Таким образом, введение достаточно высокой минимальной оплаты труда в условиях открытого монополистического рынка, описываемого моделью (7)–(10), может существенно повлиять на экономическую динамику, предотвращая катастрофический спад при малых значениях V и L и меняя форму циклов. Циклы, более соответствовавшие классическому типу при малых значениях параметра δ , при больших значениях этого параметра приобретают черты постклассических циклов.

5. ВЫВОДЫ И НАПРАВЛЕНИЯ ДАЛЬНЕЙШИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Проведенный анализ экономики с монополистическим рынком труда позволил сделать следующие выводы.

1. В рассматриваемой экономической системе возможны три типа динамики: долговременный рост, спад и циклическое развитие. Первый тип требует постоянного привлечения дополнительных трудовых ресурсов при поддержании более высокой по сравнению с внешним рынком оплаты труда. При ограниченности трудовых ресурсов, которые могут быть получены путем стимулирования иммиграции, развитие системы завершится в точке ее устойчивого равновесия, положение которой определяется величиной вышеупомянутых ресурсов.

2. Долговременный спад начинается, если трудовые ресурсы уменьшаются вследствие эмиграции ниже критического уровня. Величина этого уровня зависит от производительности труда, дополнительных затрат работодателя на приобретение рабочей силы и от оплаты труда на внешнем рынке. Спад сопровождается трудовой эмиграцией и снижением оплаты труда на внутреннем (открытом монополистическом) рынке. С учетом предположения, что при достаточно большом разрыве в оплате труда на внешнем и внутреннем рынках возможна эмиграция всех потенциально занятых по найму, спад завершится коллапсом экономики вследствие полной потери трудовых ресурсов. В противном случае система попадет в состояние устойчивого равновесия, которому соответствует стагнация при низком уровне производства. Положение указанного состояния определяется количеством потенциально занятых, которые не мигрируют при любом соотношении оплаты труда на внешнем и внутреннем рынках.

3. Циклическое развитие в системе с открытым монополистическим рынком труда во многом аналогично динамике системы с замкнутым рынком, рассмотренной в [4]. В обоих случаях формируются циклы, подобные классическому бизнес-циклу со стадиями роста, бума, спада, стагнации и оживления экономики.

В моделях обеих упомянутых систем возможно появление гомоклинических петель и предельных циклов (устойчивых и неустойчивых), возникновение траекторий, имеющих форму сжимающихся и раскручивающихся спиралей, а также переход системы в равновесное состояние после последовательного прохождения нескольких стадий одного цикла. При этом механизмы формирования циклов в системе с открытым рынком труда имеют свои особенности. Приток рабочей силы извне вследствие усиления трудовой иммиграции во время бума увеличивает предложение труда, что приводит к уменьшению его оплаты. Это способствует ускорению и углублению спада. Отток рабочей силы во время депрессии уменьшает предложение труда. Как следствие, реальная заработная плата при определенных условиях может вырасти, что способствует оживлению экономики. Таким образом, в экономике с открытым рынком труда миграционные процессы играют роль в формировании циклов, аналогичную инфляционному обесцениванию накоплений и дефляционному росту активов в случае замкнутого рынка.

4. Введение минимальной оплаты труда в рассматриваемой системе способствует ее стабилизации. При этом исключается возможность катастрофического уменьшения спроса; траектории с неизменной или увеличивающейся амплитудой циклов приобретают форму сжимающихся спиралей; состояние равновесия системы, к которому сходятся такие траектории, при достаточно больших значениях минимальной оплаты труда становится устойчивым фокусом с обширной областью притяжения, т.е. обеспечивает достаточно быструю стабилизацию моделируемого процесса при значительном разбросе его начальных состояний.

5. Взаимодействие внутреннего и внешнего открытых монополистических рынков труда может негативно повлиять на динамику происходящих процессов в случае совпадения стадий роста и (или) оживления экономики на этих рынках. В то же время совпадение стадий спада будет способствовать ускорению оживления экономики. Результатом взаимодействия рынков при их переходе в состояние устойчивого равновесия может стать выравнивание величины оплаты труда на них.

Основными направлениями дальнейших исследований процессов взаимодействия рынков труда с несовершенной конкуренцией, на наш взгляд, могут быть:

а) анализ альтернативных моделей поведения работодателя-монополиста, например рассмотрение случая, когда работодатель учитывает влияние оплаты труда на спрос на производимую им продукцию;

б) исследование моделей экономики с иными, кроме монополии, формами несовершенной конкуренции на открытом рынке труда, например двусторонней монополистической конкуренции;

в) учет несимметричной информированности и различий в реакции на изменение оплаты труда мигрантов и немигрирующей части трудоспособного населения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vignebat C. Labour market concentration and migration patterns in Russia. — *Marches Organization Institutions et Strategies d'Acteurs. Working Paper.* — 2006. — N 4. — 36 p.
2. Статистичний щорічник УкраВни за 2002 рік. Статистичний збірник. — К.: Держкомстат, 2003. — 356 с.
3. Кошлай Л.Б., Михалевич М.В., Сергиенко И.В. Моделирование процессов занятости и роста в переходной экономике // *Кибернетика и системный анализ.* — 1999. — № 3. — С. 58–75.
4. Белан Е.П., Михалевич М.В., Сергиенко И.В. Цикличность экономических

- процессов в системах с монопсоническим рынком труда // Там же. — 2003. — № 4. — С. 24–39.
5. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. — М.: Наука, 1985. — 223 с.
 6. Belton M., Fleisher Th., Kniesner L. Labour economics: theory, evidence and policy. — New York: Prentice Hall, 1984. — 768 p.
 7. Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б. Интегральные многообразия в нелинейной механике. — М.: Наука, 1967. — 512 с.
 8. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. — М.: Наука, 1967. — 488 с.
 9. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. — Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. — 560 с.
 10. Лцбанова Е.М. Ринок працц. — К.: Центр навчальноВ лгтератури, 2003. — 224 с.
 11. Ergin Haluk I., Sayan Serdar. A microeconomic analysis of slavery in comparison to free labor economies. — Bilkent: University, 1997. — 368 p.
 12. Boal W., Ranson M. Monopsony in American labor market. — EH. Net Encyclopedia/ Ed. by R. Whaples, Jan. 24, 2002, — URL <http://eh/net/encyclopedia/article/boal.monopsony>.

Поступила 22.02.2008