КИБЕРНЕТИКА

И.Н. КОВАЛЕНКО

УДК 519.872

ОБЗОР МОИХ НАУЧНЫХ РАБОТ. УЧИТЕЛЯ И СОРАТНИКИ

Ключевые слова: *теория систем массового обслуживания, анализ систем обслуживания в условиях малого параметра, статистика, теория восстановления, комбинаторный анализ, криптография, стохастическая геометрия.*

ВВЕДЕНИЕ

В течение пятидесятилетней научной деятельности мне удалось решить большое число задач из разных разделов прикладной теории вероятностей и математической статистики, опубликовать свыше двадцати монографий, большое число научных статей. В настоящей статье сделан краткий обзор моих публикаций в разные периоды. Ссылки на мои работы, опубликованные в реферируемых журналах, приводятся в конце статьи, а ссылки на другие источники даются непосредственно в тексте.

В своей жизни мне посчастливилось общаться со многими учителями, преподавателями, учеными, руководителями, соратниками по работе. Каждому из них я обязан тем или иным аспектом творческого роста. Объем настоящей статьи позволил упомянуть лишь выдающихся ученых и педагогов. Ближайшие из них Б.В. Гнеденко, В.С. Михалевич, И.И. Гихман, Л.А. Калужнин, В.С. Королюк, периодическими консультантами были А.Н. Колмогоров и Ю.В. Линник. Отмечу, что если мне кем-то из известных математиков ставилась определенная задача, то это значит, что не только я, а и целая школа питалась этими идеями.

НЕСКОЛЬКО СЛОВ ИЗ АВТОБИОГРАФИИ

Родился в Киеве 16 марта 1935 года. Отец Николай Александрович Коваленко (1904–1977) и мать Валерия Владимировна Явон (1913–1997) были инженерами. Все дошкольные годы фактически прошли у родителей матери — деда Владимира Михайловича Явона и бабушки Зои Ивановны Явон в селе Слобода Черниговской области, где они учительствовали. В военные годы я находился в Слободе. Начиная с пятого класса учился в одной из лучших киевских школ — средней школе им. Ивана Франко № 92, которую закончил в 1952 г. с золотой медалью. Затем поступил на механико-математический факультет Киевского университета имени Тараса Шевченко. Закончил его с отличием в 1957 г. Благодаря хорошему школьному и университетскому образованию, данному прекрасными учителями, дальнейшая моя жизнь пошла уже по прямому пути — в математическую науку.

РАННИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ

В этом разделе собраны некоторые задачи университетского периода. Каждая из них ставилась тем или иным знаменитым математиком, общение с которым я вспоминаю с большой благодарностью.

В школе у нас был прекрасный учитель математики — Лев Демьянович Балан, однако настоящий интерес к математике у меня появился на занятиях математического кружка для школьников при механико-математическом факультете Киевского государственного университета имени Тараса Шевченко, который вели студенты V курса В.С. Михалевич, ставший затем одним из моих главных учителей, А.Г. Костюченко и Г.Н. Сакович.

На мехмате был хороший состав преподавателей, которые не только давали прочные знания, но и привлекали нас к научной работе. Интерес к теории вероятностей мне привил Б.В. Гнеденко (1912–1995) своим прекрасным курсом лекций. Моими первыми шагами в науку руководили выдающиеся математики И.И. Гихман (1918–1985), Л.А. Калужнин (1914–1990) и В.С. Михалевич (1930–1994).

Иосиф Ильич Гихман преподал нам основы теории массового обслуживания. Он предложил мне и моему сокурснику Леониду Нижнику курсовую работу по теории непрерывности для систем обслуживания. Это свидетельствует о том, что И.И. Гихман начал интересоваться этой проблемой раньше, чем ею стали заниматься видные ученые Дж. Кингмен, А.А. Боровков и Ю.В. Прохоров. Важный момент для студента мехмата — определиться в выборе специальности (математика или механика) после второго курса. Веские доводы И.И. Гихмана убедили меня, что мне следует записаться в группу математиков. Одним из зачинателей кибернетических исследований в СССР был Л.А. Калужнин. Лев Аркадьевич Калужнин, будучи сыном русских эмигрантов, жил во Франции и Германии, получил европейскую известность. В 1954 г. он приехал в Киев и стал преподавать в университете. Мне, как участнику его семинара, была поставлена задача — составить программу реализации алгорифма А.А. Маркова на универсальной ЭВМ. О решении задачи Л.А. Калужнин упомянул в своей статье «Об алгоритмизации математических задач» (Проблемы кибернетики. 1959. Вып. 1).

Аспирантами Б.В. Гнеденко были В.С. Королюк, В.С. Михалевич, А.В. Скороход. В связи с двухлетней командировкой Бориса Владимировича в ГДР все трое в 1954 г. были откомандированы в Москву к А.Н. Колмогорову и Е.Б. Дынкину. В Киев они возвратились в 1956 г. уже известными учеными, готовыми поделиться идеями с нами, студентами. Так, Владимир Сергеевич Михалевич, готовивший кандидатскую диссертацию по теории решающих функций, поставил мне три задачи, которые, по его словам, исходили от А.Н. Колмогорова.

Задача 1. Проводится наблюдение бернуллиевой последовательности с неизвестным параметром *p*. При заданных p_1, p_0, p_2 требуется построить решающую функцию с возможными решениями d_1 и d_2, удовлетворяющую следующим условиям:

1) $\mathbf{P}\{d_2 \mid p = p_1\} \le \alpha$;

2) $\mathbf{P}\{d_1 \mid p = p_2\} \le \beta$;

3) пусть N — число наблюдений до принятия окончательного решения. Тогда среди всех решающих функций, удовлетворяющих условиям 1 и 2,

$$\mathbf{E}\{N \mid p = p_0\}$$

минимально.

Задача 2. Пусть наблюдается гипергеометрическая последовательность случайных величин с неизвестной «долей брака» *p*. Требуется найти условия на функцию убытка, при которых оптимальное байесовское решение определяется блужданием между двумя границами.

Задача 3. Имеется последовательность независимых наблюдений X_{nk}, где $1 \le k \le r$, $1 \le n \le \infty$. Предположим, что $\mathbf{P}\{X_{nk} = x\} = F(x - a_k)$, где $F(x)$ и a_k неизвестны. Можно ли указать такое *r*, при котором однозначно восстанавливается аддитивный тип распределения $\{F(x-a)\}$?

Задачи 1 и 2 были решены [2, 3] и составили содержание моей дипломной работы. Относительно задачи 3 мой первоначальный ответ был утвердительным. А.Н. Колмогоров, которому В.С. Михалевич показал мой результат, посетовал на сложность доказательства. Пытаясь его упростить, я нашел пробел в своем доказательстве и… доказал противоположный факт: такого *r*, которое можно было бы использовать для всех аддитивных типов, не существует.

Результат работы [6] был доложен в Ереване в 1958 г. на Всесоюзной конференции по теории вероятностей и математической статистике и вызвал интерес у известного ученого Ю.В. Линника (1915–1972), который затем рекомендовал мои работы по статистической характеризации в «ДАН СССР» [22, 28]. Позднее задачами восстановления характеристик системы обслуживания по статистическим наблюдениям занимался В.А. Ивницкий, а мой киевский сотрудник А.И. Кочубинский применил указанные методы для анализа процесса радиационного поражения клеток живых организмов. В рамках предложенных моделей удалось определить параметры этого процесса и объяснить наблюдаемые различия в степени поражения клеток при фракционировании дозы облучения как результата подавления системы репарации повреждений.

Ярким событием студенческих лет было участие во Втором Всесоюзном съезде математиков (Москва, 1956) нескольких студентов (Леонида Прокопенко, Леонида Нижника и меня), рекомендованных Научным студенческим обществом.

РАБОТЫ АСПИРАНТСКОГО ПЕРИОДА

1. Две статистические задачи. По окончании университета я получил распределение в Вычислительный центр АН УССР (через пять лет он был преобразован в Институт кибернетики). В.С. Михалевич поставил передо мной следующую задачу.

Пусть имеется n наблюдений $x_1, \ldots, x_n$ состояний $y_1, \ldots, y_n$ некоторого объекта, образующих альтернирующий процесс восстановления. При фиксированной траектории этого процесса наблюдения $x_1, \ldots, x_n$ независимы; каждое x_k зависит только от y_k. Требуется построить максимально правдоподобные оценки $\hat{y}_k$ величин y_k.

Я получил рекуррентный алгоритм, имеющий следующую особенность. Строятся два процесса: $L_k = L(L_{k-1})$ и $R_k = R(R_{k+1})$, т.е. один из них — слева направо, другой — справа налево. Статистическое решение относительно y_k принимается на основании L_k и R_k. Таким образом, сложность вычисления — ограниченная величина в расчете на одно k независимо от n.

Чтобы вызвать у меня интерес, В.С. Михалевич сказал, что эта задача важна для радиолокации. Исходя из этого я и нафантазировал прикладную интерпретацию. Академик Андрей Николаевич Колмогоров и талантливейший киевский военный ученый Евгений Николаевич Вавилов (1923–1978) раскритиковали мои фантазии очень справедливо. Математический алгоритм не подвергался сомнению — А.Н. Колмогоров критиковал кажущуюся общность моей постановки задачи. Ставил я задачу обслуживания потока целей (налета). Потом я заметил, что алгоритм работает, если цели достаточно рассредоточены. Зачем тогда, спрашивал Андрей Николаевич, ставить такую общую задачу, если фактически она сводится к задаче с одной целью?

Что меня свело с Е.Н. Вавиловым? Институт кибернетики АН УССР (тогда ВЦ) принимал участие в создании бортовых компьютеров. Математический аспект был связан с оптимальным методом обработки радиолокационной информации. Этой теме был посвящен периодический семинар, в котором Е.Н. Вавилов играл заметную роль.

Будучи аспирантом, я занимался периодическими подработками в качестве ассистента: заочное отделение Черниговского пединститута, Киевский институт легкой промышленности, КВИРТУ, КВИАВУ. Такие «контакты» иногда позволяли познакомиться с известными специалистами и узнать у них интересные постановки задач. В КВИАВУ таким был профессор, инженер-полковник Михаил Абрамович Лившиц. Он блестяще владел методом марковских процессов в применении к задачам исследования операций. М.А. Лившиц был известным ученым в области радиопротиводействия. Он ознакомил меня со следующей моделью. Самолетный радиопередатчик может передавать информацию на некотором наборе частот. В свою очередь, постановщик помех, сканируя эти частоты, ловит используемую частоту и заглушает передачу помехой. Получаем радиоигру. Действительно, радиопередатчик, попав под помеху, может перестроиться на другую частоту или затаиться на данной частоте, рассчитывая, что перехватчик продолжит сканирование. Аналогичные стратегии имеются и у перехватчика. Пользуясь методом теории игр, я указал подход к решению игры.

У Лившица я получил интересную задачу, составившую главу моей кандидатской диссертации.

В КВИРТУ я сотрудничал с Николаем Андреевичем Шишонком, Борисом Петровичем Креденцером по вопросам теории надежности, в 80-е годы работал по совместительству на кафедре математики, которой заведовал Май Тихонович Корнийчук.

2. Система массового обслуживания с ограничениями. Система массового обслуживания с ограничениями — это система, в которой требование либо может пребывать в системе, либо ожидать начала обслуживания лишь ограниченное время. Первые работы в этом направлении были выполнены американским математиком Баррером (D.Y. Barrer, 1957). Ему принадлежит термин «системы обслуживания с нетерпеливыми требованиями (клиентами)» (queueing with impatient customers). По-видимому, реальным источником таких систем обслуживания послужило исследование военных операций (авиация, ПВО). В СССР ими интересовались также исследователи операций Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров, В.И. Мудров. Большой интерес к данной тематике проявил Б.В. Гнеденко, который и побудил к изучению систем с ограничениями двух аспирантов. Успеха добился Степан Михайлович (Пишта) Броди, изучивший методом случайного блуждания так называемые системы с τ-ожиданием и τ-пребыванием.

В обоих случаях рассматривался простейший поток требований при произвольно распределенном времени обслуживания; время ожидания начала обслуживания (соответственно время пребывания требования в системе) предполагалось ограниченным постоянной величиной τ.

В.С. Королюк подал мне идею определить марковский процесс, который сводился бы к системам с τ-ожиданием и τ-пребыванием как к частным случаям. В тот же день я построил такой процесс, который, помимо этих двух систем, включал и другие разновидности систем с ограничениями. Идея состояла в определении случайной величины $\xi(t)$ — времени от текущего момента t до момента освобождения канала от требований, поступивших до момента t. (Если в момент t канал свободен, полагаем $\xi(t)=0$.)

Система обслуживания определяется:

— параметром λ потока требований;

— функцией распределения $B(x)$ необходимого времени обслуживания;

— функцией распределения $G(x)$ допустимого времени ожидания начала обслуживания;

— условной функцией распределения $H(x\,|\,y)$ времени пребывания требования в системе при условии, что его время ожидания равно y. (В частном случае, когда ограничения отсутствуют, процесс $\xi(t)$ превращается в процесс виртуального времени ожидания, введенный и исследованный известным математиком Лайошем Такачем.) Курьезная ситуация сложилась с публикацией этого результата в моей работе [7]. Статья была направлена в редакцию журнала «Теория вероятностей и ее применение» в 1959 г. и опубликована через полтора года. В то же время Б.В. Гнеденко написал статью, в которой изложил мой результат (Gnedenko B.W. Über einigen Aspekten der Entwicklung der Warteschlangen. Mathematik. Technik. Wirtshaft. Helf 4, 1960. S. 162–166). Эта статья была использована известным американским ученым Томасом Саати, который изложил результат в своей книге «Элементы теории массового обслуживания и ее приложения». Экземпляр этой книги дошел до нас приблизительно в то же время (может быть, с разницей в один–два месяца), когда появилась моя статья в «ТВиП». Но из книги Саати моя фамилия «выпала». Тем не менее, во многих публикациях статья [7] цитировалась. В частности, ее результат был воспроизведен в знаменитой книге Cohen J.W. «The single server queue». Amsterdam, 1962. Когда я встретился с Коэном на одной из международных конференций, он вспомнил мою статью [7] (лет через тридцать пять!) и сразу же организовал приглашение на другую конференцию.

Систему *GI/G/*1 с ограничениями исследовал австралийский математик Дейли (D.J. Daley). Я исследовал многоканальные системы типа *M/M/m* с τ-ожиданием и τ-пребыванием. Использованный мной аппарат — многомерные кусочно-линейные марковские процессы. Формулы для основных характеристик систем, как оказалось, совпадают с формулами Баррера, найденными иным методом. Мои результаты и многие их обобщения изложены в книге [162] — последнем совместном с Б.В. Гнеденко издании «Введение в теорию массового обслуживания». Хочу отметить работы, написанные мной совместно с московским ученым О.М. Юркевичем [39, 44, 50], а также оригинальный подход Л.Н. Поляева — ученика В.А. Каштанова. (Поляев Л.Н. Многоканальная система массового обслуживания с входным потоком, зависящим от состояния системы, конечной очередью и ограниченным временем ожидания. Вероятностные процессы и их приложения. М.: МИЭМ, 1983. 70–73).

3. Предельное распределение величины первого перескока. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots$ — независимые случайные величины с функцией распределения $F(x)$ и математическим ожиданием $\tau>0$;

$$s_n=\xi_1+\ldots+\xi_n, \quad n\geq 0.$$

Назовем случайную величину

$$\gamma_t=s_{\nu(t)}-t,$$

где

$$\nu(t)=\min\{n:\, s_n\geq t\},$$

величиной первого перескока (s_n) через уровень t. Представляет интерес нахождение предельного распределения γ_t при $t \to \infty$.

Для случая положительных $\xi_1, \xi_2, \ldots$ этот результат давно известен; например, если $F(x)$ — нерешетчатая функция распределения, то

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{P}\{\gamma_t \geq x\} = \frac{1}{\tau}\int_x^{\infty} (1-F(z))\,dz.$$

В статье [4] характеристическая функция предельного распределения γ_t найдена методом факторизации для случайных величин, принимающих значения обоих знаков как для нерешетчатого, так и для решетчатого распределения $F(x)$. Результат был упомянут А.Н. Колмогоровым на одной из конференций по теории вероятностей и математической статистике. Постановка данной задачи и руководство ее решением осуществлялось В.С. Королюком.

4. Корреляционная функция альтернирующего процесса восстановления. В отдел теории вероятностей Института математики АН УССР часто приходили специалисты самых различных направлений со своими вопросами. В частности, сотрудников Института газа АН УССР интересовала статистика нагрузки газовых сетей. Б.В. Гнеденко дал объяснение колебания суммарной нагрузки с помощью суммы большого числа альтернирующих процессов восстановления, приводящей в пределе к гауссовскому процессу (Б.В. Гнеденко. Доповіді АН УРСР, 1958. С. 477).

Вычисление корреляционной функции процесса было поручено мне [1]; эта тематика, к сожалению, не вылилась в серьезные практические расчеты.

5. Кандидатская диссертация. С ноября 1957 года я был аспирантом отдела Б.В. Гнеденко в Институте математики АН УССР. Через три года следовало представить кандидатскую диссертацию, но я стремился защитить ее раньше. Для защиты требовалась публикация содержания диссертации, а в журнале «ТВиП» необходимо долго ждать опубликования. Мне посоветовали сделать диссертацию закрытой, и тогда можно было обойтись без публикаций. Так я и сделал. Защита состоялась в Ученом совете Институтов математики, физики и металлофизики АН УССР.

Быстрому утверждению диссертации помог Юрий Алексеевич Митропольский, который очень тепло ко мне относился.

6. Теорема инвариантности (нечувствительности). Предположим, что рассматривается некоторая система массового обслуживания, например m-канальная система с отказами $M/M/m/0$, с простейшим (стационарным пуассоновским) потоком требований параметра λ и показательно распределенным временем обслуживания с параметром μ. Тогда стационарное распределение (p_k) числа занятых каналов представится функцией λ и μ. Обозначив $\tau = 1/\mu$, можно записать $(p_k) = f(\lambda, \tau)$. Сохранится ли эта формула при произвольном распределении $B(x)$ времени обслуживания требования при том же среднем τ? Это свойство в отечественной литературе получило название инвариантности (распределения (p_k) относительно распределения времени обслуживания при фиксированном среднем), а в иностранной литературе — нечувствительности (распределения (p_k) к форме распределения времени обслуживания при том же условии).

Проблема инвариантности стала интересовать исследователей, вероятно, еще с середины XX столетия. Однако только Б.А. Севастьянову в 1956 г. удалось установить свойство инвариантности для системы $M/G/m/0$. Мне посчастливилось слушать доклад Б.А. Севастьянова на Всесоюзном съезде математиков в Москве летом 1956 года. (Среди делегатов съезда было много студентов, что по нынешним временам кажется невероятным.) Знаменитая эргодическая теорема Севастьянова, следствием которой явилось свойство инвариантности, опубликована в 1957 г. (Севастьянов Б.А. Предельная теорема для марковских процессов и ее приложение к телефонным системам с отказами. Теория вероятностей и ее применения. 1957. **2**, № 1. С. 106–116).

В отделе теории вероятностей Института математики АН УССР, которым руководил Б.В. Гнеденко, а затем В.С. Королюк, в конце 50-х–начале 60-х годов XX ст. был изучен ряд систем обслуживания, главным образом в надежностных терминах. Для этих систем учениками Б.В. Гнеденко — Т.П. Марьяновичем, Т.И. Насировой, В.Н. Ярошенко получены формулы инвариантного типа.

В то же время обнаружилось, что в некоторых системах, весьма близких к исследуемым, установить инвариантность не удается. Тогда я заинтересовался вопросом: можно ли указать условия, необходимые и достаточные для инвариантности? Этот вопрос удалось решить в рамках следующей схемы.

Пусть в систему поступают на обслуживание требования s типов; текущее состояние системы обозначим вектором $k=(k_1,\dots,\ k_s)$, где k_i — число обслуживаемых требований i-го типа, $1 \le i \le s$. При текущем состоянии k за время dt может появиться и поступить на обслуживание требование i-го типа с вероятностью $\lambda_i(k)\,dt$. Время обслуживания требования i-го типа распределено согласно закону $B_i(x)$ со средним τ_i. Мне удалось доказать следующее утверждение. Для инвариантности стационарного распределения $\{p(k)\}$ относительно $\{B_i(x)\}$ при фиксированных $\{\tau_i\}$ необходимо и достаточно, чтобы при любых различных $i,\ j$ выполнялось соотношение

$$\lambda_i(k)\lambda_j(k+e_i)=\lambda_j(k)\lambda_i(k+e_j),$$

где e_i — вектор размерности s с единичной i-й компонентой и нулевыми остальными компонентами $(1 \le i \le s)$. Работа была принята в качестве доклада на Конгрессе по телетрафику (Париж, 1961, документ № 46), а также опубликована в статье [8]. Данная работа выполнена в Киеве уже после окончания аспирантуры.

В моих опубликованных работах, вероятно, несколько сотен доказанных утверждений, однако лишь некоторые из них, будучи много раз цитированы, заслужили название «теорема Коваленко». Данная теорема — одна из этих немногих. Она сыграла свою роль на ранней стадии развития теории инвариантности (см., например, König D., Matthes K., Nawrotzki K. Verallgemeinerungen der Erlangschen und Engsetschen Formeln. Berlin: Akademie-Verlag, 1967). Из современных публикаций отметим монографии Ивницкого В.А. Теория сетей массового обслуживания. М.: Физматгиз, 2004; Малыцкого М.А., Тихоненко О.М., Панькова А.В. Теория массового обслуживания и ее применения. Гродно: ГрГУ им. Я. Купалы, 2009, а также работу моего ученика Б.Т. Гусейнова (Guseinov B.T. Generalization of Kovalenko's theorem on the invariance of state probabilities of service systems with respect to service time distribution. Lect. on the 6th International Teletraffic Congress. München, 1970).

После защиты диссертации я работал старшим научным сотрудником в Институте математики АН УССР еще полтора года. Отмечу знаменательные для меня события.

— Участие в Международном симпозиуме по нелинейным колебаниям в Институте математики АН УССР в качестве устного и письменного переводчика. У меня было порядка девяти «подопечных» иностранцев, среди которых знаменитые профессора Ламберто Чезари (Анн Арбор, США), Таро Йошидзава (Япония).

— Заочное участие в Конгрессе по телетрафику (Париж).

На этом заканчивается первый период моей работы в Киеве.

Как-то во время одной из многих бесед с В.С. Михалевичем я размечтался вслух: я, дескать, еще много сделаю в математике. Владимир Сергеевич усмехнулся: «Нет, Игорь, аспирантские годы — это самое плодотворное время для нас всех!»

Что можно сказать через пятьдесят лет после этого разговора? В последующее время было тоже сделано немало, я брался и за новые для себя направления: метод малого параметра, кусочно-линейные марковские процессы, ускоренное моделирование, криптографию, стохастическую геометрию и другие. Получили развитие и старые прикладные задачи, написано свыше 20 монографий. Однако студенческие и аспирантские годы заложили прочное основание под все последующее. И, главное, не только учебные и научные контакты, но и моральное влияние учителей, близких и старших коллег.

МОСКОВСКОЕ ДЕСЯТИЛЕТИЕ (1962–1971)

1. В оборонном институте. В Институте математики АН УССР на семинаре при отделе Б.В. Гнеденко выступали представители самых разных областей науки и техники. Однажды с докладом выступил Николай Пантелеймонович Бусленко (1922–1977), исследователь военных операций, один из виднейших специалистов по моделированию технических систем, позднее — член-корреспондент АН СССР. Он окончил знаменитую «Дзержинку» — Артиллерийскую академию им. Ф.Э. Дзержинского, сыграл видную роль в различных внедрениях вычислительной техники и математики, особенно метода статистического моделирования (метода Монте-Карло). Его докторская диссертация называлась приблизительно так: «Метод статистического моделирования и его применение к исследованию эффективности ЗУР (зенитных управляемых ракет)». Отмечу, что и моя собственная диссертация по техническим наукам имела близкое название: «Асимптотический метод анализа надежности и его применение к исследованию надежности радиотехнического центра номер ... ».

В докладе на нашем семинаре Н.П. Бусленко рассказывал о моделях потоков однородных событий, представляющих интерес для ПВО.

После защиты своей кандидатской диссертации я осознал, что нужно искать новые задачи, особенно имеющие прикладной характер. В этом поиске я обратился к Н.П. Бусленко — заместителю начальника военного института по науке. Выяснив мои бытовые обстоятельства, он предложил мне должность старшего научного сотрудника в этом институте. Мы с женой согласились на переезд из Киева в Москву, тем более, что Б.В. Гнеденко к этому времени уже был в Москве, в МГУ. Я был уверен, что у Н.П. Бусленко найду много интересных задач.

На одном из своих юбилеев Б.В. Гнеденко высказал такую ценную мысль: «Ко мне приходят многие выпускники факультета, жалуясь на неинтересную, рутинную работу в конструкторском бюро, куда они попали по распределению. Но я-то знаю, что в этих учреждениях существуют по-настоящему интересные задачи». (Цитирую по памяти.) Я счастлив, что перенял от своего учителя способность находить интересные задачи всюду, где приходится работать.

Я задумывался над вопросом: как могло произойти, что Н.П. Бусленко, человек с военным образованием, стал не только энтузиастом, но и знатоком статистического моделирования? Однажды Николай Пантелеймонович раскрыл секрет: его дипломной работой в Дзержинке руководил академик А.Н. Колмогоров. Кстати, Б.В. Гнеденко высоко ценил Н.П. Бусленко, говоря о нем так: «Он не боится умных людей».

50-е годы XX ст. были переломными, если говорить о применении метода статистических испытаний к исследованию военных операций — от полного неприятия вначале до всеобщего использования. В 60-е годы исследовать эффективность какой-либо системы уже означало реализовать ее статистическую модель.

С начала 1962 года я приступил к работе в военном институте. Попал я в лабораторию Юрия Михайловича Фокина, прекрасного человека и специалиста в области надежности военной техники. К сожалению, вскоре он умер от белокровия (ранее участвовал в испытаниях водородной бомбы).

Через некоторое время я возглавил гражданскую лабораторию, в которой работали В.А. Ивницкий, Н.И. Суханова. (Ивницкий вскоре стал доктором технических наук.) Нашей задачей было исследование надежности системы противоракетной обороны (ПРО), которую планировалось создать. Это был этап технического проектирования. В работе участвовало много организаций, руководимых такими известными академиками-ракетчиками как Г.В. Кисунько, А.А. Расплетиный и другие. На испытательном полигоне в Казахстане побывал и я.

Для построения модели надежности всего комплекса приходилось ездить в соответствующие организации и изучать в библиотеках проекты составных частей комплекса — системы дальнего обнаружения (СДО), системы наведения противоракеты и другие.

Боевой алгоритм «обслуживания» баллистической ракеты противника предполагал выполнение последовательности этапов, за каждый из которых было ответственно то или иное средство. Модель надежности включала ряд факторов: обработку радиолокационной информации в процессе управления ракетой, учет сбоев и отказов оборудования и т.д. Наиболее сложной, естественно, была модель надежности СДО. Эта система состояла из нескольких разнородных подсистем. Если отобразить на пространственную область зону ответственности СДО, то отказ какого-нибудь элемента подсистемы отключал определенную часть зоны — либо полосу, либо сектор, либо параллелепипед, либо область, напоминающую в проекции множество окон небоскреба, и т.п.

Рассчитать вероятность пролета баллистической ракеты так, чтобы не захватить слишком много отказавшего пространства, было непросто. Я попытался мобилизовать всю свою изобретательность, чтобы разработать приближенный метод оценки надежности всей системы. В качестве «рабочего продукта» был создан асимптотический метод расчета надежности, опубликованный в открытой печати (о нем отдельно).

Моя докторская диссертация была успешно защищена в 1964 г. в ученом совете, возглавляемом академиком Григорием Васильевичем Кисунько. Его заместителем в совете был Нахим Аронович Лившиц (соавтор известной монографии об автоматическом управлении). До защиты я дважды выступал с докладами на его семинаре. Поддержка семинаром результатов диссертации существенно упрощала дальнейшее ее прохождение. ВАК утвердил диссертацию без особой задержки и, более того, отметил ее в числе лучших по секции. Итак, в 1964 г. я стал доктором технических наук.

2. Кусочно-линейные марковские процессы. В теории массового обслуживания получил широкое применение метод дополнительных переменных, восходящий к Коксу (Cox D.R. The analysis of non-Markovian stochastic processes. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1955. **51**, No. 3. P. 433–441). На статью Д.Р. Кокса мое внимание обратил Ю.К. Беляев во время учебы в аспирантуре. Тогда у нас с ним завязались дружеские отношения. (Кстати, я познакомился с Коксом пару лет назад на заседании Royal Statistical Society в Лондоне.) Метод состоит в следующем. Предположим, что состояние системы массового обслуживания описывается некоторым случайным процессом $\nu(t)$ с конечным или счетным множеством состояний. Как правило, этот процесс является марковским только в исключительном случае, когда входящий поток пуассоновский, а время обслуживания распределено по показательному закону. Чтобы получить марковский процесс, нужно к процессу $\nu(t)$ подключить дополнительные переменные $\xi_i(t)$, показывающие стадию выполнения соответствующей операции в системе, т.е. либо время, прошедшее с ее начала, либо остаточное время до ее окончания. Количество операций зависит от текущего значения $\nu(t)$ — основной переменной. Например, в системе $M/G/m/0$, где $\nu(t)$ — число занятых каналов в момент t, марковским будет процесс с состояниями $(k; \xi_1, \ldots, \xi_k)$, где k — текущее значение $\nu(t)$, ξ_i — время, прошедшее с начала i-й из текущих операций.

В схему Кокса я внес некоторые новые элементы. Наиболее удачным из них является темп обслуживания. Так, допустим, что процессор осуществляет обработку k заявок, попеременно переходя от одной заявки к другой, причем квант времени (задержка на одной заявке) пренебрежимо мал. Тогда если $\xi_1(t), \ldots, \xi_k(t)$ — остаточное номинальное время обработки заявок, то приближенно

$$\frac{d}{dt}\xi_i(t) = -\frac{1}{k}.$$

Таким образом, в моей схеме предусмотрен переменный темп обслуживания

$$\frac{d}{dt}\xi_i(t) = -\alpha_{\nu i} \le 0,$$

где $\alpha_{\nu i}$ — постоянная, зависящая только от номера i текущей операции и основной переменной ν. В моделях теории надежности переменная $\xi_i(t)$ может обозначать остаточный ресурс надежности блока, входящего в систему, а $\alpha_{\nu i}$ — внешнюю нагрузку, переменную во времени. Для моих исследований по кусочно-линейным марковским процессам возникло несколько побудительных мотивов.

Во-первых, нужна была общая платформа для построения модели надежности радиотехнического центра. (Кстати, сама система ПРО не была построена ввиду подписания советско-американского соглашения.) Во-вторых, в совместной книге «Введение в теорию массового обслуживания (издание первое [27], последнее [162], переводы [35, 101] и др.) мой знаменитый соавтор Б.В. Гнеденко фактически поручил мне изложить весь материал, где вводились дополнительные переменные. Таким образом, нужна была общая платформа для изложения соответствующей теории. В-третьих, Н.П. Бусленко привлек меня к модной в середине 60-х годов XX ст. теории сложных систем. Оказалось, что кусочно-линейные марковские процессы служат хорошей моделью локального поведения составных частей сложных систем. Н.П. Бусленко поощрял мои исследования в этой области [17–19]. В-четвертых, мой соратник, впоследствии знаменитый математик В.В. Калашников (1942–2001), использовал кусочно-линейные марковские процессы (точнее, вложенные многомерные цепи Маркова) как модель для реализации его общего подхода к исследованию устойчивости систем. Наконец, в-пятых, в рамках моих моделей удобно развивать рекуррентные алгоритмы для систем массового обслуживания с малой загрузкой (это особенно интересно при анализе высоконадежных систем).

Марковские процессы с одной кусочно-линейной дополнительной переменной изучались многими авторами (Ю.К. Беляев, В.А. Ивницкий и др.). Мой бывший сотрудник В.Г. Кривуца в 1980 г. разработал систему моделирования АМОС, основанную на таких процессах.

Начиная с 60-х годов XX ст. Н.П. Бусленко исследовал структуру сложных систем, состоящих из подсистем, названных им агрегатами. Вся система получила название A-системы (агрегативной системы).

Согласно Н.П. Бусленко агрегат:

— следует автономному поведению в промежутках между поступлениями на его вход сигналов от других агрегатов;

— изменяет свое поведение по сигналу от другого агрегата;

— наделен способностью посылать сигналы другим агрегатам.

Совместное исследование с Н.П. Бусленко дано в [37]. В работах [17–19] я предложил понятие так называемого кусочно-линейного агрегата, который в промежутках между поступлением сигналов описывается кусочно-линейным марковским процессом; сигналы имеют вид многомерного случайного вектора с основной и дополнительными переменными. С формальной точки зрения совокупность конечного числа агрегатов является также агрегатом. С середины 60-х годов XX ст. Н.П. Бусленко, В.В. Калашников и я начали работать над совместной книгой «Лекции по теории сложных систем». Работа проходила довольно трудно, и книга вышла лишь в 1973 г. [51]. Активные исследования В.В. Калашникова проводились в продолжении трех десятилетий (см., например, Kalashnikov V.V. Mathematical methods in queueing theory. Dordrecht; Boston; London: Kluwer, 1994).

3. Асимптотический метод анализа надежности сложных систем. Первоначальный вариант асимптотического метода был опубликован в 1964 г. в сборнике «Кибернетику — на службу коммунизму» под редакцией А.И. Берга, Н.Г. Бруевича и Б.В. Гнеденко [14, 15]. Название должно было привлечь внимание власть имущих к практическому значению кибернетики и окончательно дезавуировать ярлык «кибернетика — буржуазная лженаука». С академиком Николаем Григорьевичем Бруевичем я встречался на семинаре по надежности механических изделий, собиравшем огромную инженерную аудиторию. Б.В. Гнеденко участвовал во многих организационных мероприятиях, связанных с надежностью. Он был членом редакционного совета издательства «Советское радио» (позднее «Радио и связь»), руководил кабинетом надежности при Политехническом музее, в работе которого активно участвовали Я.М. Сорин, А.Д. Соловьев и И.А. Ушаков, руководил семинаром при кафедре теории вероятностей на механико-математическом факультете МГУ.

В статьях [14, 15] рассматривалась такая математическая модель. Система состоит из N элементов. Процесс $\nu(t)$, описывающий ее поведение, показывает, какие из элементов находятся в отказовом состоянии; дополнительные переменные $\xi_i(t)$ определяются только для отказавших элементов и имеют смысл остаточной работы по восстановлению того или иного элемента. Каждому значению ν процесса $\nu(t)$ соответствуют темпы $\alpha_{\nu i} \geq 0$ выполнения восстановлений элементов. Отказ i-го элемента при состоянии ν происходит чисто случайно с интенсивностью $\lambda_{\nu i}$. Кроме того, задается закон перехода процесса при отказе или восстановлении некоторого элемента. Если все элементы восстановлены, то $\nu = 0$. При восстановлении элемента число отказавших элементов уменьшается.

Задача состоит в вычислении стационарного распределения (p_ν) вероятностей состояний системы. Для этого предложен регенеративный подход. При $\nu \neq 0$ имеем

$$p_\nu = \sum_{m=1}^{\infty} p_{\nu m},$$

где m — число отказов элементов от начала текущего периода занятости до данного момента времени. Частичное распределение $(p_{\nu m})$ вычисляется по рекуррентной формуле (от m переходим к $m+1$).

Если ввести малый параметр ε, полагая

$$\lambda_{\nu i} = \lambda_{\nu i}^{(0)} \varepsilon,$$

то при достаточно общих условиях получим для (p_ν) сходящийся ряд по степеням ε.

4. Вероятностная комбинаторика. Из шести задач А.Н. Колмогорова, которые мне удалось решить, пять было передано мне моими учителями — В.С. Михалевичем и В.С. Королюком. Шестую задачу, о которой пойдет речь, передали мне московские ученые Б.М. Клосс и В.А. Малышев, с которыми я общался, работая в одном из НИИ Министерства радиопромышленности СССР в 1963–1968 годы. Этот НИИ — та самая «шарашка МГБ», которую описал А.И. Солженицын в романе «В круге первом». Клосс и Малышев, а вместе с ними и я, занимались вопросами криптографии, которыми интересовались многие советские ученые, в том числе и академик А.Н. Колмогоров. Существенную часть математической криптографии составляют задачи комбинаторного анализа. Следует отметить, что Владимир Николаевич Сачков — ученый с мировым именем в области комбинаторного анализа, автор шести переведенных на Западе книг, является вице-президентом Российской академии криптографии.

В чем же состояла задача Колмогорова?

Пусть Δ_n — булев определитель порядка n с элементами $a_{ij}(n)$, $1 \le i, j \le n$, где $a_{ij}(n)$ — нули или единицы. (Булев определитель — это обыкновенный определитель, приведенный по модулю 2.) Предположим вначале, что $a_{ij}(n)$ — независимые равновероятные величины, т.е.

$$\mathbf{P}\{a_{ij}(n) = 1\} = \mathbf{P}\{a_{ij}(n) = 0\} = 1/2 .$$

Тогда легко увидеть, что

$$\mathbf{P}\{\Delta_n = 1\} = p_n = \prod_{k=1}^{n} (1 - 2^{-k}),$$

а следовательно,

$$\lim_{n \to \infty} \mathbf{P}\{\Delta_n = 1\} = \prod_{k=1}^{\infty} (1 - 2^{-k}) \approx 1/3 .$$

Пусть теперь $a_{ij}(n)$ — независимые, но не равновероятные случайные величины, причем для некоторого $\delta < \frac{1}{2}$

$$\left| \mathbf{P}\{a_{ij}(n) = 1\} - \frac{1}{2} \right| \le \delta$$

при всех n, i, j. А.Н. Колмогоров предположил, что и в этом случае предел вероятности события $\{\Delta_n = 1\}$ будет таким же, что и в равновероятном случае.

Я опубликовал подтверждение этой гипотезы Колмогорова в ДАН СССР [21]. А.Н. Колмогоров, как член редколлегии ДАН, и его ученик М.В. Козлов усомнились в состоятельности моего доказательства, о чем Андрей Николаевич сообщил еще до опубликования статьи [21]. Однако я посчитал, что в статье все верно, и опубликовал ее. Со временем я действительно убедился, что в доказательстве имеется пробел. К счастью, через год мне удалось дать иное доказательство гипотезы Колмогорова: в статье [32] исследовано предельное распределение числа решений системы линейных булевых уравнений; отсюда и следует справедливость гипотезы Колмогорова.

Осмелюсь сказать, что метод статьи [32] оказался весьма плодотворным: он использовался в дальнейших моих работах, как и в работах моих учеников А.А. Левитской, в также В.И. Масола и его учеников.

В течение нескольких лет я решал в НИИ задачи комбинаторного характера, представлявшие интерес для криптографии. В частности, исследовались алгоритмы восстановления искаженных рекуррентных последовательностей. К сожалению, многое из этого не удалось опубликовать в открытой печати. На основании цикла работ я оформил свою вторую (математическую) докторскую диссертацию, защищенную в 1970 г. (Кстати, мой московский ученик В.А. Ивницкий также является доктором как технических, так и физико-математических наук.)

5. Кафедра в МИЭМ. В МИЭМ (Московский институт электронного машиностроения, ныне Московский институт электроники и математики) в середине 60-х годов XX ст. был организован факультет прикладной математики и при нем кафедра теории вероятностей и математической статистики. Декан факультета А.Н. Рублев в 1967 г. предложил мне возглавить эту кафедру по совместительству. Мне удалось привлечь к работе на кафедре таких видных ученых, как Олег Васильевич Сарманов (теория случайных процессов), Валентин Федорович Колчин (комбинаторика), Григорий Иванович Ивченко (математическая статистика) и Виктор Алексеевич Каштанов (оптимизационные задачи теории надежности).

Среди сотрудников более молодого поколения были Ю.В. Дерягин и мой ученик В.Н. Воскресенский. Секретарем кафедры работала И.М. Янишевская. Одну из параллельных кафедр возглавил знаменитый математик, позднее академик Виктор Павлович Маслов.

Методические усилия кафедры были сосредоточены на выработке вероятностно-статистического цикла — спецкурсов лекций, в совокупности обеспечивающих подготовку студентов соответствующего направления. Эта работа в период моего сотрудничества с МИЭМ только началась, а потом была успешно завершена без моего участия.

Сотрудниками кафедры написаны учебники, из которых в первую очередь отмечу «Математическую статистику» Г.И. Ивченко и Ю.И. Медведева. Коллективная книга [85] под редакцией Б.В. Гнеденко, в написании которой принимали участие В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко (МИЭМ), А.Д. Соловьев и Ю.К. Беляев (МГУ), Е.Ю. Барзилович и И.А. Ушаков (военная и промышленная организации), была отмечена медалью Минвуза РФ как одна из лучших монографий. Учебные пособия, написанные мной в соавторстве с коллегами по МИЭМ [52, 82, 72, 83], вышли в свет уже после моего возвращения в Киев.

Кафедра разделилась на две: теории вероятностей (заведующий В.А. Каштанов) и математической статистики (заведующий Г.И. Ивченко).

6. Реферативный журнал «Математика». Еще в пору студенчества В.С. Михалевич предложил мне стать референтом РЖ «Математика» и дал несколько иностранных статей для реферировния. Потом из редакции прислали несколько статей «на пробу». Видя мою ответственность, статьи для реферирования стали присылать регулярно. Особенно этот процесс активизировался, когда редактором раздела «Теория вероятностей и ее приложения» (ТВП) стал известный математик Борис Александрович Севастьянов. Позже он предложил мне стать соредактором раздела (вместе с В.Ф. Колчиным). У нас была большая сеть референтов, которым мы рассылали статьи для реферирования.

Тепло вспоминаю сотрудников отдела математики журнала: ученого секретаря Наталью Михайловну Остиану, М.К. Керимова, который распределял статьи по редакциям, штатных сотрудников отдела Е.В. Темкину и Х.М. Когана.

7. Семинар в МГУ. В 1960 г., вскоре после своего переезда из Киева в Москву, Б.В. Гнеденко организовал при кафедре теории вероятностей механико-математического факультета МГУ семинар по теории массового обслуживания и теории надежности, подключив к соруководству Ю.К. Беляева и А.Д. Соловьева, а после моего переезда в Москву (1962) также и меня. Кроме постоянных участников семинар посещали командированные на стажировку в МГУ из других городов и разных стран. Семинар был неофициальным центром апробации работ по нашему направлению. Изредка доклады подвергались резкой критике.

Мое участие в работе семинара прервалось несколько раньше, чем переезд из Москвы в Киев (1971). Незадолго до этого сотрудникам военных институтов было запрещено посещать мероприятия с участием иностранцев иначе, чем в составе делегации.

Многие участники семинара, бывшие в 1960 г. совсем молодыми людьми, создали собственные научные направления. Назову лишь некоторых из них: Ларису Григорьевну Афанасьеву, Евгения Юрьевича Барзиловича, Екатерину Вадимовну Булинскую, Владимира Вячеславовича Калашникова, Виктора Алексеевича Каштанова, Владимира Васильевича Рыкова, Игоря Алексеевича Ушакова, Евгения Васильевича Чепурина. Семинар работал до конца 80-х годов. Через семинар прошли многие аспиранты.

8. Приглашение в Киев. В конце 60-х годов академик Виктор Михайлович Глушков пригласил меня переехать в Киев с обещанием должности заведующего отделом Института кибернетики. На одной из конференций в Москве Виктор Михайлович рассказал, что в институте уже на столах сотрудников стоят компьютеры, подключающиеся к центру, где по желанию выполняются все возможные формульные преобразования. Имелся в виду алгоритмический язык АНАЛИТИК, реализованный на ЭВМ МИР-3. Это произвело на меня большое впечатление. Было много и других мотивов вернуться на родину, где жил отец. Конечно, за десять лет Москва очень «привязала» к себе меня и мою семью: коллеги, друзья, университет, Большой театр... Но выбор сделан, и с июня 1971 года я стал сотрудником Института кибернетики АН УССР.

Что касается общения с людьми, то практически всех вспоминаю с большой теплотой. Связь с Москвой не прекращалась вплоть до распада СССР. Если наш директор В.М. Глушков ездил в Москву каждую неделю, то заведующие отделами, — вероятно, раз в две недели. Ежегодно я делал доклад по комбинаторной тематике лично В.Я. Козлову; постоянно общался с моим учителем Б.В. Гнеденко, многими коллегами; работал с редакторами книг; заседал в двух экспертных советах ВАК СССР по закрытой тематике; был членом экспертной комиссии Комитета по Ленинским и Государственным премиям СССР. К сожалению, научные контакты наших ученых искусственно прерваны.

РАБОТЫ ПЕРИОДА 1971–1990 ГОДОВ

1. Наш отдел. В июне 1971 года я возглавил в Институте кибернетики АН УССР отдел математических методов теории надежности сложных систем. Из-за явного несоответствия научных направлений некоторые сотрудники из отдела уволились. Остались во вновь организованном отделе В.Д. Шпак — эрудит в методах прикладной математики, теории надежности и других науках, позднее доктор технических наук, А.С. Шаталов — инженер с широким образованием и Ф.С. Паянов — талант в устройстве разных хозяйственных и организационных дел (некоторое время он был моим неофициальным заместителем). Вскоре в отдел пришли университетские вероятностники Л.С. Стойкова, М.Н. Савчук, А.Н. Наконечный, А.А. Левитская, Н.Н. Леоненко, В.И. Масол (все они впоследствии стали докторами физико-математических наук), А.М. Фаль, В.Ф. Синявский, А.И. Кочубинский и Л.А. Завадская — кандидаты физико-математических наук. Долгое время в отделе работал Владимир Анатольевич Арентов, кандидат технических наук. Большинство из этих сотрудников удалось взять в институт лишь в связи с организацией лаборатории по защите информации.

Мой университетский студент Н.Ю. Кузнецов закончил аспирантуру при Киевском университете и перешел к нам в отдел. Здесь он стал доктором технических наук, а в 2009 г. избран членом-корреспондентом НАН Украины. Мы опубликовали с ним большое число совместных статей и книг (две книги изданы в «J. Wiley&Sons» и «CRC Press»), а также несколько отчетов по прикладной тематике. Обзорная статья Н.Ю. Кузнецова публикуется в настоящем номере журнала.

Объем данной статьи не позволяет упомянуть всех сотрудников, работавших в отделе в 70–80-е годы, но не могу не назвать Г.А. Марчук.

Конечно же, мы все скорбим о кончине наших сотрудников Галины Захаровны Коломеец (1948–2002) и Глеба Несторовича Саковича (1932–1989) — ученика Б.В. Гнеденко.

2. Лаборатория защиты информации. Еще в мой московский период работы я познакомился с создателем советской криптографической школы, членом-корреспондентом АН СССР Владимиром Яковлевичем Козловым, видным представителем соответствующей Службы, ответственной в СССР за методы шифрования информации. Благодаря тому, что в Службу были привлечены лучшие математические силы, защита государственных секретов вышла на высокий мировой уровень. Следует сказать, что в период математизации защиты информации в СССР никогда не было случаев раскрытия конкурирующей стороной советских шифров в отличие от предыдущего периода, когда основное внимание сосредоточивалось на технической реализации. В Службе и подчиненных ей научных организациях трудились сотни квалифицированных математиков с основной задачей: в первую очередь математическими методами обеспечить устойчивость советских шифров к попыткам противника их вскрыть. Когда я возвратился в Киев, по инициативе В.Я. Козлова, поддержанной В.М. Глушковым и затем Президентом АН УССР Борисом Евгеньевичем Патоном, в 1973 г. при отделе надежности была организована специальная лаборатория математических методов защиты информации, в научном отношении подчиненная Службе в лице В.Я. Козлова. Вначале лабораторией руководил я, а затем, влоть до ее распада в связи с распадом СССР, — прекрасный математик А.М. Фаль.

Тематика нашей работы разделялась на два направления: обязательные прикладные задачи по заданию Службы и задачи, которые мы могли самостоятельно выбрать из «Перечня», присланного Службой (обычно трудные, не решенные математиками Службы).

Иногда обязательное задание сопровождалось такой припиской: «Если данный пункт не удастся выполнить к определенному сроку, то он будет уже не востребован». В «Перечень» включались такие задачи, например, как оценка числа латинских квадратов, задача подсчета числа «перестановок без параллельных перепаек» — проблема, возникшая из практики анализа дисковых шифраторов типа немецкой «Энигмы», и многие другие. Приветствовались также инициативные задачи.

При внедрении любого ответственного шифратора математики Службы исследуют его на стойкость (это может быть «сумасшедшее» число со многими нулями). Конечно, эти математики используют множество мыслимых видов атак противника, и понизить данную ими оценку стойкости — очень непростая задача. По отношению к одному из типов шифраторов В.Я. Козлов сказал, что если кто-то понизит оценку стойкости на пять порядков, получит приз — бутылку шампанского. (Ветераны службы говорили, что на их памяти еще никому не удавалось выиграть этот приз.) Мне удалось понизить оценку на шесть порядков. Правда, остаточная стойкость все еще была «сумасшедшей».

Незадолго до этого коллективу исследователей проблемы надежности, в котором и я состоял, присудили Государственную премию СССР. Конечно, это была большая честь, но для меня, математика, бо́льшую гордость составлял приз В.Я. Козлова: шампанское — за решение сложной задачи, а Государственная премия — за прошлые заслуги.

В Киеве я продолжал заниматься случайными графами [43, 48] и многими другими вопросами комбинаторики (монография [88]; обзор Левитской А.А. Системы случайных уравнений над конечными алгебраическими структурами. Кибернетика и системный анализ, 2005. № 1. С. 82–119; статьи [42, 47, 62, 64, 65, 67, 97, 107, 108, 111, 116, 136, 138, 140, 142, 154]).

Отмечу, что Служба не препятствовала публикации этих работ в открытой печати. Что касается большого числа закрытых работ, то с распадом СССР пришлось все их возвратить Службе. Нет у меня доступа и к моей докторской математической диссертации.

3. Направления опубликованных работ. За два десятилетия (1971–1990) мной и моими соавторами было выполнено большое число работ в различных направлениях, в том числе издано 18 книг [51–53, 57, 61, 72, 73, 81, 83–86, 93, 96, 100–102, 105].

Отдельные параграфы данного обзора кратко характеризуют основные направления: оптимизация, аналитико-статистический метод, укрупнение состояний, предельные теоремы теории надежности, вложенные процессы восстановления. Мои ученики составили обзоры работ Н.Ю. Кузнецова по всем совместным со мной публикациям, Л.С. Стойковой — работы по оптимизации и А.А. Левитской — работы по комбинаторике (наличие этих обзоров значительно облегчает мою работу по составлению настоящего обзора).

4. Оптимизационные задачи теории массового обслуживания и теории надежности. В работе [44] исследована система массового обслуживания с интенсивностью входящего потока, зависящей от числа требований в системе, показательно распределенным временем обслуживания и ограниченным временем ожидания. Поступающее требование характеризуется некоторым наблюдаемым признаком, по которому можно судить о полезности принятия его на обслуживание. Существует две возможности: либо принять требование к обслуживанию, либо его отбросить, в зависимости от значения признака и числа наличных требований. Строится оптимальная стратегия, при которой максимизируется средняя польза от функционирования системы. Ранее в работе [36] аналогичная задача была решена для системы обслуживания с отказами. В статье [45] решается задача оптимизации плана проверок технической системы при неполной информации о функции распределения $F(x)$ времени ξ ее безотказной работы.

Предположим, что система должна функционировать постоянное время T. План ее проверок характеризуется их числом n и моментами $0 < x_1 < \ldots < x_n < T = x_{n+1}$ их проведения. Если $x_k < \xi < x_{k+1}$, то ущерб от пребывания системы в отказовом состоянии равен $x_{k+1} - \xi$. Стоимость каждой проверки фиксирована. Требуется минимизировать максимум выражения $\mathbf{E}(x_{k+1} - \xi + ck)$ по всем возможным функциям распределения $F(x)$.

Постановка также усложняется тем, что если к моменту проверки система отказала, то этот отказ обнаруживается с вероятностью p; при этом известны (точно или приближенно) значения $F(x)$ в конечном числе точек.

При нахождении минимакса существенное значение имеет задача поиска экстремума дробно-линейного функционала

$$I(F) = \int f(x)dF(x) / \int g(x)dF(x)$$

при условии

$$A_1(x) \le F(x) \le A_2(x),\ x \ge 0.$$

В статье [92] рассмотрены задачи надежности, приводящие к задаче вычисления верхнего и нижнего пределов функционала $I(F)$ при моментных ограничениях на функцию $F(x)$. В известной монографии Герцбаха И.Б. (Gertsbakh I. Reliability Theory with Applications to Preventive Maintenance. Berlin: Springer, 2000) результаты статьи [92] упомянуты как «интересная математическая теория».

Моя ученица Л.С. Стойкова развила глубокие методы в данной задаче. В частности, ею найдены верхние и нижние асимптотические оценки коэффициента готовности резервированной системы при моментных ограничениях на распределение времени восстановления; эти оценки воспроизведены в монографии [125]. Обзор результатов приведен в статье Стойковой Л.С. О достаточных условиях экстремальности крайних распределений $F_5 \div F_7$ в обобщенных неравенствах Чебышева. Кибернетика и системный анализ, 2003. № 3. С. 139–143).

Поскольку при расчете надежности систем эффективным подходом является применение метода малого параметра, в середине 80-х годов XX ст. я поставил вопрос о развитии метода оптимизации критериев надежности в схеме малого параметра. Эту задачу решил А.Н. Наконечный в своей докторской диссертации. В качестве математического аппарата им была использована «тяжелая артиллерия» известных методов, включая недифференцируемую оптимизацию (см. монографию [103], в которой материал об оптимизации написан А.Н. Наконечным; более популярное изложение дано в [99]).

5. Аналитико-статистический метод. Предположим, что изучаемая модель надежности системы приводит к асимптотической формуле

$$P = a_0 \varepsilon^r + a_1 \varepsilon^{r+1} + \ldots$$

для некоторой характеристики *P*. Попытка считать коэффициенты $a_0, a_1, \ldots$ аналитическим путем наталкивается на большие сложности. Фактически эти коэффициенты суть интегралы по вероятностной мере большой кратности. Заметив, что эти интегралы значительно легче рассчитываются методом Монте-Карло, получаем удобный вычислительный алгоритм. В применении к расчету надежности такие алгоритмы были предложены в работах [66, 74] и названы аналитико-статистическим методом. Н.Ю. Кузнецову принадлежит идея построения несмещенных ускоренных оценок надежности систем. В его статье, опубликованной в данном журнале, представлен обзор наших совместных работ.

Параллельно этим исследованиям P. Glasserman разработал метод оценки производных функции по параметру в рамках весьма общей схемы процесса с дискретными событиями (Glasserman P. Gradient estimation via perturbation analysis. Boston: Kluwer, 1991).

6. Укрупнение состояний. Метод укрупнения состояний случайных процессов является одним из наиболее эффективных методов исследования стохастических систем. Признанным главой математической школы, развивающей данное направление, является один из моих главных учителей Владимир Семенович Королюк. Приведу две последние его монографии: Korolyuk V.S., Korolyuk V.V. Stochastic models of systems. Kluwer Acad. Publ., 1999; Korolyuk V.S., Limnios N. Stochastic systems in merging phase space. World Scientific Publications, 2005.

Одной из работ, дающих ключ к использованию метода укрупнения в задачах теории надежности, является монография Королюка В.С., Турбина А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. Киев: Наук. думка, 1982.

Я опубликовал только две работы данного направления: [55] и [69]. В первой из них рассмотрена следующая задача. Пусть (X_n) — цепь Маркова с конечным множеством состояний, из которых одно поглощающее. Матрица перехода имеет вид $\mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_1(\varepsilon)$, где $\mathbf{P}_1(\varepsilon) \to 0$ при $\varepsilon \to 0$. Обозначим τ время до поглощения, ν_i — число посещений состояния i до поглощения. Приведен алгоритм асимптотического анализа случайного вектора $(\tau; \nu_1, \nu_2, \ldots)$ при $\varepsilon \to 0$.

В статье [69] исследована модель возмущения характеристик полумарковского процесса. Пусть $\nu(t)$ — ступенчатый процесс с конечным или счетным множеством состояний, ν_0^t — его траектория на отрезке $[0,t]$. Если в момент t процесс $\nu(t)$ вошел в состояние i, то вероятность перехода в состояние j обозначим $p_{ij}(\nu_0^t)$, а распределение времени пребывания в состоянии i обозначим $F_i(x;\nu_0^t)$ со средним $\tau_i(\nu_0^t)$ и дисперсией $\sigma_i^2(\nu_0^t)$. Предложена метрика близости закона распределения $\nu(t)$ к закону распределения некоторого полумарковского процесса. В этой метрике можно измерять и близость соответствующих укрупненных процессов.

Результат в этом направлении получил также мой ученик В.А. Арентов.

7. Немонотонные отказы. А.Д. Соловьев и его многочисленные ученики в основном в 70-е годы XX ст. исследовали асимптотическое распределение момента первого отказа в различных схемах теории надежности. При этом наибольшие трудности вызывали оценки, связанные с немонотонными отказами, когда с начала периода занятости до момента отказа процесс $\nu(t)$ (число отказавших элементов) — не монотонный. Для оценок использовалось мажорирование времени до отказа системы с m каналами восстановления аналогичной величиной для одноканальной системы. В статье [141] я заметил, что такой подход приводит к завышенной оценке. Мной было введено понятие момента блокировки — первого с начала периода занятости момента времени, когда число отказавших элементов достигает уровня $m+1$, где m — число каналов системы. До момента блокировки процесс $\nu(t)$ рассматривается, как он есть, и лишь после блокировки применяется мажорирование.

В статье [141] рассматривается m-канальная система обслуживания $(\le\lambda)/G/m$, в которой мгновенная интенсивность входящего потока не превосходит λ независимо от предыстории. Пусть $\mu(t)$ — мгновенная интенсивность появления интервалов занятости, содержащих хотя бы один «отказ» (когда $\nu(t)=r$), до которого имела место немонотонность $\nu(t)$ в текущем периоде занятости.

Доказано, что

$$\mu(t)=O(\lambda^{r+1}\alpha_1^{m-1}\alpha_{r-m+1}),$$

где α_k — k-й момент распределения времени обслуживания.

РАБОТЫ ПЕРИОДА 1991–2010 ГОДОВ

1. Оценка числа «хороших» перестановок. Пусть $\alpha=(\alpha_0,\ldots\alpha_{n-1})$ — перестановка чисел $0,1,\ldots,n-1$. Назовем эту перестановку «хорошей», если все суммы $i+\alpha_i \pmod n$, $0\le i\le n-1$, различны.

Интерес к подсчету числа L_n хороших перестановок порядка n, по-видимому, возник в криптографии в середине XX ст. в связи с анализом стойкости роторных шифраторов типа немецкого шифратора ENIGMA. Подобные шифраторы состоят из нескольких роторных дисков со входом $0,1,\ldots,n-1$ и выходом $\alpha_0,\ldots\alpha_{n-1}$. От каждого входного i имеется электрический контакт к выходному α_i. Если $i-j=\alpha_i-\alpha_j \pmod n$, то по терминологии криптографов диск обладает параллельной перепайкой, а это создает преимущества при раскрытии шифра. Таким образом, важно знать число перестановок без параллельных перепаек, т.е. таких, для которых все $i-\alpha_i$ различны по модулю n. Легко увидеть, что это число такое же, как и L_n.

Британский ученый Colin Cooper, с которым я много общался в Лондоне, обратил мое внимание на то, что в комбинаторике существует понятие полного отображения (complete mapping), сводящееся к хорошим перестановкам в частном случае. Термин «хорошая» перестановка введен мной и моей ученицей из Лондона Душицей Новакович как самый краткий.

Подсчет числа L_n издавна считается трудной комбинаторной задачей. В.Я. Козлов сообщил мне, что выдающийся математик Александр Осипович Гельфонд некогда представил оценку этой величины, но потом с сожалением сказал, что обнаружил ошибку в своем доказательстве. Особенно трудно найти хорошую нижнюю оценку при больших n. (Речь идет лишь о нечетных n, поскольку для четных $L_n=0$.)

В статье [116], совместной с К. Купером, получена оценка

$$L_n\le n!\exp(-0.08854n),$$

которая выполняется при достаточно больших значениях n. Эта оценка была улучшена в моей работе [119], а именно доказано, что коэффициент при n в этом неравенстве может быть сколь угодно близким к $\ln 2/2\approx 0.35$.

В работе А.А. Левитской «Об одной комбинаторной задаче, связанной с классом перестановок над кольцом Z_n остатков по модулю n (для нечетных n)» (Проблемы управления и информатики, 1996. № 5. С. 99–109) найдены некоторые разбиения множества хороших перестановок на эквивалентные классы. Д. Новакович в диссертации (2005) численными методами досчитала L_n до значения $n = 19$.

Метод статистической оценки L_n предложен в работе [138].

2. Асимптотическая инвариантность вероятности потери требования в системе обслуживания с отказами. В работах [87, 113–115, 118, 120, 121, 126, 137, 145, 148, 153, 165, 168] рассмотрены различные аспекты асимптотической инвариантности характеристик систем массового обслуживания относительно вида распределения времени обслуживания.

Для определенности рассмотрим m-канальную систему $GI / G / m / 0$ с отказами. Пусть $A(x)$ — функция распределения времени между поступлением требований, $B(x)$ — функция распределения времени обслуживания, q — стационарная вероятность потери требования. Известно, что при простейшем входящем потоке по теореме Б.А. Севастьянова выполняется «точная» инвариантность q относительно вида распределения $B(x)$, а именно

$$q = ((\lambda\tau)^m / m!) / \sum_{k=0}^{m} (\lambda\tau)^k / k!,$$

где λ — параметр входящего потока, τ — среднее время обслуживания. При потоке, отличном от простейшего, вместо «точной» инвариантности естественно рассматривать асимптотическую инвариантность: если $A(x)$ — заданная функция распределения, а $B(x)$ зависит от среднего времени обслуживания, т.е. $B(x) = B_\tau(x)$, а следовательно $q = q_\tau$, то существует такая функция $f_A(\tau)$, что

$$q_\tau \sim f_A(\tau), \quad \tau \to 0.$$

Такое свойство выполняется для семейств $(B_\tau(x), \tau > 0)$, подчиненных тем или иным условиям.

Остановимся на статье [153]. В ней обоснованы различные типы асимптотической инвариантности, вначале обнаруженные Беном Аткинсоном путем вычислений. Теоретическое обоснование в основном сделано мной, важнейшие семейства распределений изучены К.В. Михалевичем.

Первый тип инвариантности возникает при «концентрированном» распределении времени обслуживания: допустим, что

$$A(x) \sim x^\alpha, \quad x \to 0; \qquad \int_0^\infty x^\sigma \, dB_\tau(x) < c\tau^\sigma, \quad \tau > 0,$$

при некотором $\sigma > \alpha$. Тогда асимптотическая инвариантность q_τ выполняется только при $\alpha = 1$, и в этом случае $q_\tau \sim \tau^m / m!, \tau \to 0$.

Второй тип инвариантности возникает при «размазанном» распределении $B_\tau(x)$. Пусть $A(x)$ — произвольная функция распределения положительной случайной величины со средним временем 1 и $B_\tau(x)$ — функция распределения со средним τ, для которой при некотором $\delta > 0$

$$\int_0^\delta (1 - B_\tau(x))dx = o(\tau), \; \tau \to 0, \qquad \int_0^\delta (1 - B_\tau(x))dA(x) = o(\tau), \; \tau \to 0.$$

В этом случае выполняется то же соотношение, что и для первого типа.

Наконец, третий тип инвариантности состоит в следующем. Пусть на вход m-канальной системы с отказами поступает поток пучков требований. Обозначим f_k вероятность наличия k требований в пучке,

$$L = \sum_{k=m+1}^{\infty} (k - m) f_k > 0, \quad N = \sum_{k=1}^{\infty} k f_k < \infty.$$

Пусть также $B_\tau(x)$ — произвольная функция распределения времени обслуживания со средним τ. При этих условиях $q_\tau \to L / N, \; \tau \to 0.$

3. Нестационарная система обслуживания с отказами. В работе [156] была исследована средняя вероятность потери требования в m-канальной системе обслуживания с отказами с переменной интенсивностью $\lambda(t,\omega)$ входящего потока, где ω — элемент вероятностного пространства, функцией распределения $B(x)$ времени обслуживания со средним τ и вторым моментом α_2.

Введем следующие обозначения. Пусть $f = f(t,\omega)$ — случайный процесс; тогда

$$[f]_T = E\left\{\frac{1}{T}\int_0^T f(t,\omega)dt\right\}, \quad [Vf]_T = E\left\{\frac{1}{T}(t.v.\, f(t,\omega),\ 0\le t\le T)\right\},$$

t.v. — полная вариация.

Обозначим также $\lambda_L(t,\omega)$ мгновенную интенсивность отказа. Пусть выполнены условия

$$\lim_{T\to\infty}[\lambda^{m+1}]_T = [\lambda^{m+1}], \quad [\lambda^{m+2}]_T < c, \quad [V\lambda^{m+1}]_T < c_1.$$

Тогда

$$[\lambda_L]_T \sim \frac{\tau^m}{m!}[\lambda^{m+1}]_T,$$

если

$$\tau\to 0,\ T > T(\tau)\to\infty\ .$$

4. Системы обслуживания с повторными вызовами. Для рассмотренного класса систем характерно то, что в случае занятости каналов требование направляется на так называемую орбиту и возвращается для новой попытки поступить в канал обслуживания через постоянное или случайное время γ. Наибольший вклад в теорию систем с повторными вызовами внесли Altman E., Artelejo J.R., Cohen J.W., Gomez-Corral A., Kelly F.P., Kosten L., Kulkarni V.G., Lakatos L., Templeton J.G.C., Yang T., Анисимов В.В., Афанасьева Л.Г., Боровков А.А., Бочаров П.П., Дудин А.Н., Клименок В.И., Коба Е.В., Лебедев Е.А., Назаров А.А., Печинкин А.В., Степанов С.Н., Фалин Г.И., Царенков Г.В. Почти во всех работах предполагается, что γ — экспоненциально распределенная случайная величина, это значительно облегчает анализ системы. Моя ученица Елена Викторовна Коба (ныне доктор физико-математических наук) провела цикл исследований по системам с повторными вызовами (с возвращением заявок) при неэкспоненциальном распределении $D(x)$ величины γ.

Важнейший вопрос — нахождение условия эргодичности многомерного марковского процесса, описывающего поведение системы с повторными вызовами. В совместной с Е.В. Кобой работе [157] доказана следующая теорема. Пусть имеется система $GI/G/1$ с повторными вызовами, $D(x)$ — нерешетчатое распределение с конечным средним. Тогда достаточным условием эргодичности является неравенство $\rho<1$, где ρ — коэффициент загрузки канала. Имеющиеся попытки доказать такое же свойство для случая $\gamma=\mathrm{const}$ представляются мне неубедительными.

Ласло Лакатош (Будапешт) ввел в рассмотрение и исследовал новую разновидность системы с повторными вызовами: в ней соблюдается дисциплина очередности поступления в канал входящих в систему требований. Условие эргодичности системы типа Лакатоша найдено Е.В. Кобой при весьма общих условиях. В статье [149] нами сделана попытка применить теорию систем с повторными вызовами к модели обслуживания потока самолетов, совершающих посадку.

В работе [166] дана классификация систем с повторными вызовами, исследованными в основном Е.В. Кобой (см. также работы [143, 163]).

5. Гипотеза Дэвида Кендалла. С середины XX ст. на Западе развивается важное направление — статистика формы. В рамках этого направления особый интерес представляет исследование вероятностных свойств разбиения плоскости (tesselation) случайно брошенными на нее прямыми. Наиболее популярной моделью является пуассоновский поток линий (line process), который можно построить следующим образом. Пусть $\{x_n\}$ — простейший поток на луче $\{x>0\}$, $\{\varphi_n\}$ — множество независимых случайных величин, равномерно расположенных в интервале $(0,\pi)$, $\{l_n\}$ — множество прямых, описываемых уравнениями

$$x\cos\varphi_n + y\sin\varphi_n - x_n = 0\,.$$

Тогда $\{l_n\}$ определяет разбиение плоскости на выпуклые многоугольники; охватывающий начало координат многоугольник называется ячейкой Крофтона (Crofton cell). Знаменитый английский математик Дэвид Кендалл в предисловии к книге

Stoyan D., Kendall W.S., Mecke J. Stochastic geometry and its applications (New York: J. Wiley&Sons, 1987) упомянул о гипотезе, выдвинутой им еще в период Второй мировой войны: если A — площадь ячейки Крофтона, то при условии, что $A \to \infty$, сама ячейка A приближается по форме к кругу. Точнее, если R и r — описанный и вписанный радиусы ячейки A, то при любом $\varepsilon > 0$

$$\mathbf{P}\left\{ \frac{r}{R} > 1-\varepsilon | A = a \right\} \to 1, \ a \to \infty.$$

Д. Кендалл высказал предположение, что решение этой задачи поможет решить и другую его задачу: исследовать «хвост» распределения величины A.

Эвристическое доказательство гипотезы Кендалла было получено австралийским математиком Роджером Майлсом (R.E. Miles) в 1995 г. Мне удалось дать строгое доказательство в статье [127]. Аналогичный результат для разбиений Вороного (Voronoï tesselations) получен в статье [132].

В статье [133] рассмотрена и другая задача Д. Кендалла. Пусть для определенности параметр потока $\{x_n\}$ равен двум. Тогда интенсивность $M(a)$ потока случайных многоугольников, площадь которых превосходит число a, удовлетворяет неравенству

$$\exp\{-2\sqrt{a/\pi} + c_0 a^{1/6}\} < M(a) < \exp\{-2\sqrt{a/\pi} + c_1 a^{1/6}\},$$

где $c_0 > 2{,}096$, $c_1 < 6{,}36$ при достаточно большом a.

Профессора David Kendall (Кембридж) и Robert Gilchrist (Лондон) поощряли мои исследования по стохастической геометрии.

БЛАГОДАРНОСТИ

Во всех странах, где мне довелось побывать, я встречал внимательное, дружественное отношение как профессоров и сотрудников университетов, приглашавших меня, так и всех тех, с кем я общался. Считаю своим приятным долгом выразить особую признательность Alessandro Birolini (Швейцария); Søren Asmussen (Швеция/Дания); David Kendall, Robert Gilchrist, J.Ben Atkinson, Colin Cooper, Elli Georgiadou (Великобритания); Gunter Hommel, Dieter Baum (Германия); Ilya Gertsbakh, Misha Lomonosov (Израиль); Eugeniusz Fidelis (Польша); Jewgeni H.Dshalalow (США).

За содействие моим научным контактам с иностранными учеными я искренне благодарен директору Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, академику НАНУ Ивану Васильевичу Сергиенко и ректору Киевского политехнического института, академику НАНУ Михаилу Захаровичу Згуровскому. Все упомянутые в этой статье мои близкие, учителя, руководители, соратники — это люди, которым я глубоко благодарен за их науку и добрые отношения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1958

1. К о в а л е н к о І. М. Визначення кореляційних функцій деяких процесів, пов'язаних з задачами обслуговування // Доп. АН УРСР. — 1958. — № 5. — С. 480–481.

1959

2. К о в а л е н к о И. Н. Об одном классе оптимальных решающих функций для биномиального семейства распределений // Теория вероятностей и ее применения. — 1959. — **4**, вып. 1. — С. 101–105.
3. К о в а л е н к о И. Н. Байесовские решающие функции для гипергеометрического множества распределений при выборе между двумя решениями // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. астрономія, математика та механіка. — 1959. — № 2, вип. 1. — С. 159–162.

1960

4. К о в а л е н к о И. Н. О предельном распределении величины первого перескока // Теория вероятностей и ее применения. — 1960. — **5**, вып. 4. — С. 469–472.
5. К о в а л е н к о И. Н. Исследование многолинейной системы обслуживания с очередью и ограниченным временем пребывания в системе // Укр. мат. журн. — 1960. — **12**, № 4. — С. 471– 476 («Из писем в редакцию»: УМЖ. — 1961. — **13**, № 2. — С. 239).
6. К о в а л е н к о И. Н. О восстановлении аддитивного типа распределения по последовательности серий независимых наблюдений // Тр. Всесоюз. совещания по теории вероятностей и мат. статистике. — Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1960. — С. 148–159.

1961

7. К о в а л е н к о И. Н. Некоторые задачи массового обслуживания с ограничениями // Теория вероятностей и ее применения. — 1961. — **6**, вып. 2. — С. 222–228.

1962

8. К о в а л е н к о И. Н. Об условии независимости стационарных распределений от вида закона распределения времени обслуживания // Пробл. передачи информ. — М.: Изд-во АН СССР, 1962. — Вып. 11. — С. 147–151.
9. K o v a l e n k o I. N. Sur la condition pour que, en régime stationnaire, la distribution soit indépendante des lois des durées de conversation // Ann. Telecommunications. — 1962. — **17**. — P. 190–191.
10. К о в а л е н к о И. Н. Об одном методе в теории массового обслуживания // Тр. Всесоюз. совещания по теории вероятностей и математической статистике. — Вильнюс: Гос. изд-во полит. и науч. лит. ЛитССР, 1962. — С. 357–358.
11. К о в а л е н к о И. Н. Основные направления исследований в теории массового обслуживания // Там же. — С. 341–355.

1963

12. Г н е д е н к о Б. В., К о в а л е н к о И. Н. Лекции по теории массового обслуживания. — Киев: КВИРТУ, 1963. — Вып. 1–3.

1964

13. К о в а л е н к о И. Н. О построении булевых функций большой сложности при помощи метода Монте-Карло // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1964. — № 4. — С. 77–80.
14. К о в а л е н к о И. Н. Некоторые вопросы теории надежности сложных систем // Кибернетику — на службу коммунизму. — М.: Энергия, 1964. — **2**. — С. 194–205.
15. К о в а л е н к о И. Н. Некоторые аналитические методы в теории массового обслуживания // Там же. — С. 325–338.
16. В а с и л ь е в П. И., К о в а л е н к о И. Н. Замечание о стационарных потоках однородных событий // Укр. мат. журн. — 1964. — **16**, № 3. — С. 374–375.
17. К о в а л е н к о И. Н. О некоторых классах сложных систем. I // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1964. — № 6. — С. 3–7.

1965

18. К о в а л е н к о И. Н. О некоторых классах сложных систем. II // Там же. — 1965. — № 1. — С. 14–20.
19. К о в а л е н к о И. Н. О некоторых классах сложных систем. III // Там же. — 1965. — № 3. — С. 3–11.
20. К о в а л е н к о И. Н. Теория массового обслуживания // Итоги науки. Теория вероятностей. Мат. статистика, 1963. — М.: Ин-т науч. информ. АН СССР, 1965. — С. 73–125.
21. К о в а л е н к о И. Н. Об одной предельной теореме для определителей в классе булевых функций // Докл. АН СССР. — 1965. — **161**, № 3. — С. 517–519.
22. К о в а л е н к о И. Н. О восстановлении характеристик системы по наблюдениям над выходящим потоком // Там же. — 1965. — **164**, № 5. — С. 979–981.
23. К о в а л е н к о И. Н. О классе предельных распределений для последовательности серий сумм независимых процессов восстановления // Лит. мат. сб. — 1965. — **5**, № 4. — С. 561–567.
24. К о в а л е н к о И. Н. О классе предельных распределений для редеющих потоков однородных событий // Там же. — С. 569–573.
25. К о в а л е н к о И. Н. Замечание о сложности представления событий в вероятностных детерминированных конечных автоматах // Кибернетика. — 1965. — № 2. — С. 35–36.
26. К о в а л е н к о И. Н. Об оценке надежности сложных систем // Вопр. радиоэлектроники. — 1965. — **12**, № 9. — С. 50–68.

1966

27. Г н е д е н к о Б. В., К о в а л е н к о И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1966. — 432 с.
28. К о в а л е н к о И. Н. О статистической характеризации симметричных устойчивых законов распределения // Докл. АН СССР. — 1966. — **170**, № 1. — С. 31–33.
29. К о в а л е н к о И. Н. Асимптотический метод оценки надежности сложных систем // О надежности сложных систем. — М.: Сов. радио, 1966. — С. 205–223.
30. К о в а л е н к о И. Н. Некоторые новые направления исследований в теории массового обслуживания // Дж. Риордан. Вероятностные системы обслуживания. — М.: Связь, 1966. — С. 3–20.
31. Г н е д е н к о Б. В., Б е л я е в Ю. К., К о в а л е н к о И. Н. Математические задачи теории массового обслуживания // Итоги науки. Теория вероятностей. Мат. статистика. Теорет. кибернетика, 1964. — М.: ВИНИТИ АН СССР, 1966. — С. 7–53.

1967

32. К о в а л е н к о И. Н. О предельном распределении числа решений случайной системы линейных уравнений в классе булевых функций // Теория вероятностей и ее применения. — 1967. — **12**, вып. 1. — С. 51–61.

33. К о в а л е н к о И. Н. Применения теории массового обслуживания к анализу и синтезу больших систем автоматического управления // Современные методы проектирования систем автоматического управления. — М.: Машиностроение, 1967. — С. 639–657.
34. Г н е д е н к о Б. В., К о в а л е н к о И. Н. О некоторых задачах теории массового обслуживания // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1967. — № 5. — С. 88–100.

1968

35. G n e d e n k o B. V., K o v a l e n k o I. N. Introduction to queuing theory. — Jerusalem: Isr. Program for Sci. Transl., 1968. — 281 p.
36. К о в а л е н к о И. Н. Об одной задаче, связанной с оптимальной обработкой информации системой массового обслуживания // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1968. — № 5. — С. 75–79.

1969

37. Б у с л е н к о Н. П., К о в а л е н к о И. Н. О математическом описании элементов сложных систем // Докл. АН СССР. — 1969. — **187**, № 10. — С. 1222–1224.
38. К о в а л е н к о И. Н., И в н и ц к и й В. А., С у х а н о в а Н. И. Некоторые практические методы формирования многомерных случайных чисел с равномерным распределением внутри многогранника // Сложные системы и моделирование: Тр. семинара. — Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1969. — Вып. 1. — С. 3–14.

1970

39. К о в а л е н к о И. Н., Ю р к е в и ч О. М. Новые результаты в теории массового обслуживания с ограничениями // Теория вероятностей и мат. статистика. — 1970. — Вып. 2. — С. 98–103.

1971

40. К о в а л е н к о И. Н. Теория массового обслуживания // Итоги науки. Теория вероятностей. Мат. статистика. Теорет. кибернетика, 1970. — М.: ВИНИТИ АН СССР, 1971. — С. 5–109.
41. К о в а л е н к о И. Н. О системе массового обслуживания со скоростью обслуживания, зависящей от числа требований в системе, и периодическим отключением каналов // Пробл. передачи информ. — 1971. — **7**, вып. 2. — С. 106–111.
42. К о в а л е н к о И. Н. К вычислению вероятности единственности решения системы случайных булевых уравнений // Кибернетика. — 1971. — № 3. — С. 12–15.
43. К о в а л е н к о И. Н. К теории случайных графов // Там же. — 1971. — № 4. — С. 1–4.
44. К о в а л е н к о И. Н., Ю р к е в и ч О. М. О некоторых вопросах оптимального обслуживания требований в системах с ограниченным временем ожидания // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1971. — № 1. — С. 26–35.
45. Б а р з и л о в и ч Е. Ю., К а ш т а н о в В. А., К о в а л е н к о И. Н. О минимаксных критериях в задачах надежности // Там же. — 1971. — № 3. — С. 87–98.
46. Г н е д е н к о Б. В., К о в а л е н к о И. Н. Применение теории массового обслуживания к задачам больших систем // Науч. и практ. пробл. больших систем. — М.: Наука, 1971. — С. 105–122.

1972

47. К о в а л е н к о И. Н. О распределении линейного ранга случайной матрицы // Теория вероятностей и ее применения. — 1972. — **17**, вып. 2. — С. 354–359.
48. К о в а л е н к о И. Н. Строение случайно ориентированного графа // Теория вероятностей и мат. статистика. — 1972. — Вып. 6. — С. 83–91.
49. К о в а л е н к о И. Н., Ш п а к В. Д. Вероятностные характеристики сложных систем с иерархическим управлением // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1972. — № 6. — С. 30–34.
50. К о в а л е н к о И. Н., Ю р к е в и ч О. М. Система массового обслуживания с одновременно поступающими нетерпеливыми клиентами // Там же. — № 1. — С. 52–56.

1973

51. Б у с л е н к о Н. П., К а л а ш н и к о в В. В., К о в а л е н к о И. Н. Лекции по теории сложных систем. — М.: Сов. радио, 1973. — 439 с.
52. К о в а л е н к о И. Н., Ф и л и п п о в а А. А. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1973. — 368 с.
53. К о в а л е н к о И. Н., М о с к а т о в Г. К., Б а р з и л о в и ч Е. Ю. Полумарковские модели в задачах проектирования систем управления летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1973. — 176 с.
54. К о в а л е н к о И. Н. Об отклонении надежности резервированной системы с общим распределением времени восстановления от надежности системы с экспоненциальным законом восстановления // Кибернетика. — 1973. — № 5. — С. 36–41.
55. К о в а л е н к о І. М. Алгоритм асимптотичного аналізу часу перебування ланцюга Маркова в множині станів // Доп. АН УРСР. Сер. А. — 1973. — № 6. — С. 497–500.
56. К о в а л е н к о И. Н. Об одной задаче оптимального управления процессом восстановления // Управляемые случайные процессы и системы. — Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1973. — С. 176–187.

1974

57. G n e d e n k o B. W., K o v a l e n k o I. N. Einfuhrung in die Bedienungstheorie. — Berlin: Akademie-Verlag, 1974. — 450 s.

58. К о в а л е н к о И. Н. К алгоритмизации решения задач теории массового обслуживания и теории надежности // Алгоритмические методы в теории надежности. — Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1974. — С. 3–13.
59. К о в а л е н к о И. Н., М у с а е в Э. М. О надежности сложных систем, находящихся под воздействием периодических возмущений // Кибернетика. — 1974. — № 3. — С. 89–93.
60. К о в а л е н к о И. Н., С т о й к о в а Л. С. О производительности системы и времени решения задачи при случайных отказах и периодическом запоминании результатов // Там же. — 1974. — № 5. — С. 73–75.

1975

61. К о в а л е н к о И. Н. Исследования по надежности сложных систем. — Киев: Наук. думка, 1975. — 210 с.
62. К о в а л е н к о И. Н. О теоремах инвариантности для случайных булевых матриц // Кибернетика. — 1975. — № 5. — С. 138–152.
63. К о в а л е н к о И. Н. Некоторые направления исследований в теории массового обслуживания // Математизация знаний и научно-технический прогресс. — Киев: Наук. думка, 1975. — С. 66–78.
64. К о в а л е н к о И. Н., Л е в и т с к а я А. А. Предельное поведение числа решений системы случайных линейных уравнений над конечным полем и конечным кольцом // Докл. АН СССР. — 1975. — **221**, № 4. — С. 778–781.
65. К о в а л е н к о И. Н., Л е в и т с к а я А. А. Предельное поведение числа решений системы случайных линейных уравнений над конечным полем и конечным кольцом // Теория вероятностей и мат. статистика. — 1975. — Вып. 13. — С. 70–83.

1976

66. К о в а л е н к о И. Н. Аналитико-статистический метод расчета характеристик высоконадежных систем // Кибернетика. — 1976. — № 6. — С. 82–92.
67. К о в а л е н к о І. М. Про ймовірність сумісності одного класу випадкових логічних рівнянь // Доп. НАН України. Сер А. — 1976. — № 8. — С. 681–685.
68. К о в а л е н к о И. Н., П а я н о в Ф. С. К оптимизации управления системами с переменным режимом // Кибернетика. — 1976. — № 2. — С. 120–123.
69. К о в а л е н к о И. Н. Точные оценки для характеристик укрупненного процесса. Класс случайных процессов, инвариантный относительно укрупнения состояний // Теория массового обслуживания: Тр. III Всесоюз. шк.-совещ. по теории массового обслуж. / Ред. Б.В. Гнеденко, Ю.И. Громак, Е.В. Чепурин. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. — С. 115–118.

1977

70. К о в а л е н к о И. Н. Предельные теоремы теории надежности // Кибернетика. — 1977. — № 6. — С. 106–116.
71. К о в а л е н к о И. Н., Л е о н е н к о Н. Н. К расчету надежности ветвящихся структур // Методы исследования операций и теории надежности в анализе систем. — Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1977. — С. 3–8.

1978

72. К о в а л е н к о И. Н., С а р м а н о в О. В. Краткий курс теории случайных процессов. — Киев: Вища шк., 1978. — 262 с.

1980

73. К о в а л е н к о И. Н. Анализ редких событий при оценке эффективности и надежности систем. — М.: Сов. радио, 1980. — 209 с.
74. К о в а л е н к о И. Н. К расчету характеристик высоконадежных систем аналитико-статистическим методом // Электрон. моделирование. — 1980. — **2**, № 4. — С. 5–8.
75. К о в а л е н к о И. Н. К асимптотическому укрупнению состояний случайных процессов // Кибернетика. — 1980. — № 6. — С. 76–84.
76. К о в а л е н к о И. Н., К у з н е ц о в Н. Ю. Построение вложенного процесса восстановления для существенно многомерных процессов теории массового обслуживания и его применение к получению предельных теорем. — Киев, 1980. — 60 с. — (Препр. / АН Украины. Ин-т кибернетики; № 80–12).
77. М и т р о п о л ь с к и й Ю. А., К о р о л ю к В. С., М и х а л е в и ч В. С., К о в а л е н к о И. Н. О работах А.В. Скорохода по теории случайных процессов // Укр. мат. журн. — 1980. — **32**, № 4. — С. 523–527.

1981

78. K o v a l e n k o I. N., K u z n e t s o v N. Yu. Renewal process and rare events limit theorems for essentially multidimensional queueing processes // Math. Operationsforsch. und Statist. — 1981. — **12**, N 2. — S. 211–224.
79. К о в а л е н к о И. Н. Об ограниченности среднего времени пребывания требования в системе массового обслуживания с ограниченной очередью // Пробл. устойчивости стохастич. моделей: Тр. семинара. — М.: ВНИИСИ, 1981. — С. 66–70.

80. Коваленко И.Н. Замечания о построении вложенного процесса восстановления для существенно многомерных процессов теории массового обслуживания // Теория массового обслуживания: Тр. семинара. — М.: ВНИИСИ, 1981. — С. 95–101.

1982

81. Коваленко И.Н. Расчет вероятностных характеристик систем. — Киев: Техніка, 1982. — 96 с.
82. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1973. — 256 с.
83. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. — М.: Высш. шк., 1982. — 255 с.

1983

84. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Шуренков В.М. Случайные процессы. Справочник. — Киев: Наук. думка, 1983. — 366 с.
85. Барзилович Е.Ю., Беляев Ю.К., Каштанов В.А., Коваленко И.Н., Соловьев А.Д., Ушаков И.А. Вопросы математической теории надежности. — М.: Радио и связь, 1983. — 376 с.

1984

86. Kowalenko I.N. Bedienungssysteme mit Zeitbeschränkungen // Handbuch der Bedienungstheorie. Formeln und andere Ergebnisse / Eds. B.W. Gnedenko, D. König. — Berlin: Akad.-Verlag, 1984. — S. 256–273.
87. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Асимптотическая нечувствительность систем массового обслуживания // П. Франкен, Д. Кениг, У. Арндт, Ф. Шмидт. Очереди и точечные процессы. — Киев: Наук. думка, 1984. — С. 250–270.

1986

88. Коваленко И.Н., Левитская А.А., Савчук М.Н. Избранные задачи вероятностной комбинаторики. — Киев: Наук. думка, 1986. — 223 с.
89. Коваленко И.Н. К расчету поправок к характеристикам СМО // Проблемы устойчивости стохастических моделей: Тр. семинара. — М.: ВНИИСИ, 1986. — С. 45–48.
90. Коваленко И.Н. Об одной задаче А.Д. Соловьева из теории надежности восстанавливаемых систем // Кибернетика. — 1986. — № 4. — С. 111–112.
91. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Принцип монотонных отказов и его применение к расчету характеристик надежности структурно сложных систем // Стохастические модели систем. — Киев: Воен. Акад. ПВО сухопут. войск, 1986. — С. 25–45.
92. Коваленко И.Н., Стойкова Л.С. О некоторых экстремальных задачах в теории надежности // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1986. — № 6. — С. 19–23.

1987

93. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1987. — 336 с.
94. Коваленко И.Н., Кривуца В.Г., Кузнецов Н.Ю. Опыт практического применения методов статистического моделирования в теории надежности // Кибернетика. — 1987. — № 5. — С. 111–117.
95. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Кривуца В.Г. Метод статистического моделирования (метод Монте-Карло) // Надежность и эффективность в технике. — М.: Машиностроение, 1987. — 2. — С. 208–250.

1988

96. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Методы расчета высоконадежных систем. — М.: Радио и связь, 1988. — 176 с.
97. Коваленко И.Н. Об алгоритме субэкспоненциальной сложности декодирования сильно искаженных линейных кодов // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1988. — № 10. — С. 16–17.
98. Коваленко І.М., Горбулін В.П. Методологічні проблеми надійності та безпеки сучасних технічних систем // Вісн. Акад. наук УРСР. — 1988. — № 11. — С. 19–24.
99. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Наконечный А.Н. Оптимизация характеристик надежности систем на основе использования количественных оценок непрерывности и методов ускоренного моделирования // Проблемы устойчивости стохастических моделей: Тр. семинара. — М.: ВНИИСИ, 1988. — С. 79–84.

1989

100. Коваленко И.Н. Вероятностный расчет и оптимизация. — Киев: Наук. думка, 1989. — 192 с.
101. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Introduction to queueing theory. — Boston: Birkhauser, 1989. — 314 p.
102. Kowalenko I.N., Kuzniecow N.J., Szurienkow W.M. Procesy stochastyczne. Poradnik. — Warszawa: Panstw. wydaw. nauk., 1989. — 371 p.
103. Коваленко И.Н., Наконечный А.Н. Приближенный расчет и оптимизация надежности. — Киев: Наук. думка, 1989. — 183 с.

104. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю. Методы ускоренного моделирования характеристик высоконадежных систем // Статистика и управление случайными процессами. — М.: Наука, 1989. — С. 77–86.

1990

105. Коваленко И.Н., Гнеденко Б.В. Теория вероятностей. — Киев: Вища шк., 1990. — 328 с.

1992

106. Kovalenko I.N., Nakonechny A.N. On approach to the tabulation of the distribution functions of additive functionals of Wiener process // Доп. НАН України. Сер. А. — 1992. — № 6. — С. 28–31.

1993

107. Коваленко И.Н., Левитская А.А. Вероятностные свойства систем случайных линейных уравнений над конечными алгебраическими структурами // Кибернетика и системный анализ. — 1993. — № 3. — С. 100–105.
108. Kovalenko I.N., Levitskaya A.A. Stochastic properties of systems of random linear equations over finite algebraic structures // Вероятностные методы дискретной математики / Ред. В.Ф. Колчин, В.Я. Козлов, Ю.Л. Павлов, Ю.В. Прохоров. — М.: ТВП, 1993. — С. 64–70.
109. Коваленко И.Н., Наконечный А.Н. Аппроксимация функций распределения аддитивного функционала винеровского процесса отрезком ряда Чебышева // Кибернетика и системный анализ. — 1993. — № 4. — С. 169–173.
110. Birolini A., Kochubinsky A.I., Kovalenko I.N. Some bounds and numerical results on renewal and alternating renewal processes // Доп. НАН України. Сер. А. — 1993. — № 10. — С. 25–31.
111. Коваленко И.Н., Левитская А.А. Теория инвариантности для нелинейных систем уравнений над полем ***GF***(2) // Симпозиум «Питання оптимізації обчислень». — Київ, 1993. — С. 78–90.

1994

112. Kovalenko I.N. Rare events in queueing systems — A survey // Queueing Systems. — 1994. — **16**, N 1. — P. 1–49.
113. Kovalenko I.N. A nonregenerative model of a redundant repairable system: bounds for the unavailability and asymptotic insensitivity to lifetime distribution // J. Appl. Math. Stochast. Anal. — 1994. — **9**, N 1. — P. 1–49.
114. Kovalenko I.N., Atkinson J.B. On the calculation of steady-state loss probabilities in the *GI/G/2/0* queue // Ibid. — 1994. — **9**, N 3. — P. 397–410.

1995

115. Kovalenko I.N. Approximation of queues via small parameter method // Advances in Queueing / Ed. J.H. Dshalalow. — Boca Raton: CRC Press, 1995. — P. 481–506.
116. Купер К., Коваленко I.М. Верхня межа для числа повних відображень // Теорія ймовірностей та мат. статистика. — 1995. — Вип. 53. — С. 69–75.

1996

117. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Shurenkov V.M. Models of random processes: a handbook for mathematicians and engineers. — New York: CRC Press, 1996. — 446 p.
118. Kovalenko I.N. A non-regenerative model of a redundant repairable system: bounds for the unavailability and asymptotical insensitivity to the lifetime distribution // J. Appl. Math. Stochast. Anal. — 1996. — **9**, N 2. — P. 97–105.
119. Коваленко И.Н. Об одной верхней оценке числа полных отображений // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 1. — С. 81–85.
120. Kovalenko I.N. Reliability analysis via corrections // Reliability and Maintenance of Complex Systems: Proc. of the NATO ASI on Current Issues and Challenges in the Reliability and Maintenance of Complex Systems: NATO ASI Ser., Ser. F: Comput. Syst. Sci. — Berlin: Springer, 1996. — **154**. — P. 97–106.
121. Коваленко И.Н. О границах для точечного коэффициента готовности восстанавливаемого элемента // Фудамент. и прикл. математика. — 1996. — **2**, № 4. — С. 1101–1105.
122. Коваленко И.Н., Наконечный А.Н., Романов А.Б. Метод чебышевских приближений функций распределения неотрицательных случайных величин // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 2. — С. 73–81.
123. Kovalenko I.N. In memoriam: Boris Vladimirovich Gnedenko (January 1, 1912 — December 27, 1995) // J. Appl. Math. Stochast. Anal. — 1996. — **9**, N 1. — P. 95–96.
124. Коваленко И.Н., Савчук М.Н. Некоторые статистические алгоритмы декодирования сильно искаженных линейных кодов // Материалы междунар. науч.-практ. конф. «Безопасность информации в компьютерных системах и связи». — Киев, 1996. — С. 39.

1997

125. Kovalenko I.N., Kuznetsov N.Yu., Pegg Ph.A. Mathematical theory of reliability of time dependent systems with practical applications. — Chichester: Wiley, 1997. — 303 p.

126. K o v a l e n k o I . N . Ergodic and light-traffic properties of a complex repairable system // Math. Methods Oper. Res. — 1997. — **45**, N 3. — P. 387–409.
127. К о в а л е н к о И . Н . Доказательство гипотезы Дэвида Кендалла о форме случайных многоугольников большой площади // Кибернетика и системный анализ. — 1997. — № 4. — С. 3–10.
128. К о в а л е н к о И . Н . Обзор работ академика НАН Украины Б.В. Гнеденко по математической статистике, теории обслуживания и теории надежности // Теорія ймовірностей та мат. статистика. — 1997. — № 56. — С. 10–19.

1998

129. K o v a l e n k o I . N . On certain random polygons of large areas // J. Appl. Math. Stochast. Anal. — 1998. — **11**, N 3. — P. 369–376.
130. К о в а л е н к о І . М . Про лему Буртина з теорії випадкових відображень та про ймовірність неповторення ключа // У світі математики. — 1998. — **4**, № 3. — С. 13–16.
131. К о в а л е н к о И . Н . , Б и р о л и н и А . , К у з н е ц о в Н . Ю . , Ш е н б у х е р М . К усечению фазового пространства случайного процесса при анализе надежности систем // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 4. — С. 134–144.
132. K o v a l e n k o I . N . An extension of a conjecture of D.G. Kendall concerning shapes of large random polygons to Poisson Voronoi cells // Voronoї's Impact of Modern Science. Eds. P. Engel and H. Syta. Book I. — Kyiv: Inst. of Mathematics, 1998. — P. 266–274.

1999

133. K o v a l e n k o I . N . A simplified proof of a conjecture of D.G. Kendall concerning shapes of random polygons // J. Appl. Math. Stochast. Anal. — 1999. — **12**, N 4. — P. 301–310.
134. К о в а л е н к о И . Н . , К у з н е ц о в Н . Ю . Исследование отклонения нестационарного коэффициента готовности восстанавливаемой системы от его стационарного значения // Кибернетика и системный анализ. — 1999. — № 2. — С. 79–92.
135. K o v a l e n k o I . N . , S a v c h u k M . N . Some methods of decoding corrupted linear codes // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 1999. — **1**, N 2. — C. 62–68.
136. K o v a l e n k o I . N . , S a v c h u k M . N . On a statistical algorithm to decode heavily corrupted linear codes // Applied Probability and Stochastic Processes. — Berkeley: Kluwer Acad. Publ., 1999. — P. 73–82.
137. A t k i n s o n J . B . , K o v a l e n k o I . N . On the practical insensitivity of the availability of some redundant repairable systems to the lifetime distribution in light traffic // Probabilistic Analysis of Rare Events: Theory and Problems of Safety, Insurance and Ruin. — Riga: Riga Aviation Univ., 1999. — P. 83–91.
138. C o o p e r C . , G i l c h r i s t R . , K o v a l e n k o I . N . , N o v a k o v i c D . Deriving of the number of "good" permutations with applications to cryptography // Кибернетика и системный анализ. — 1999. — № 5. — С. 10–16.
139. K o v a l e n k o I . N . Some limit theorems concerning random polygons of large areas // The Third Ukr.-Scand. Conf. in Probability Theory and Mathematical Statistics. — Kyiv, 1999. — P. 70.
140. K o v a l e n k o I . N . , S a v c h u k M . N . About some methods of decoding corrupted linear codes // Ibid. — P. 71.

2000

141. К о в а л е н к о И . Н . Оценка интенсивности потока немонотонных отказов в системе обслуживания $(\leq\lambda)/G/m$ // Укр. мат. журн. — 2000. — **52**, № 9. — С. 1219–1225.
142. Г и л к р и с т Р . , К о в а л е н к о И . Н . Об оценке вероятности отсутствия коллизий некоторых случайных отображений // Кибернетика и системный анализ. — 2000. — № 1. — С. 132–137.
143. К о б а Е . В . , К о в а л е н к о И . Н . О двусторонней оценке распределения числа циклов на орбите для одной системы обслуживания с повторением заявок // Доп. НАН України. Сер. А. — 2000. — № 9. — С. 109–112.
144. K o v a l e n k o I . N . Light traffic analysis of complex system reliability: non-regenerative model // Deuxième Conf. Intern. sur les Méthodes Mathématiques en Fiabilité. Méthodologie, Pratique et Inférence. — Bordeaux, 2000. — **2**. — P. 634–637.
145. A t k i n s o n J . B . , K o v a l e n k o I . N . A numerical investigation of the insensitivity of the unavailability of some redundant, repairable systems to the form of the lifetime distribution // Ibid. — Bordeaux, 2000. — **1.** — P. 119–122.
146. К о в а л е н к о І . М . , К о р о л ю к В . С . , П о р т е н к о М . І . , С а м о й л е н к о А . М . , С и т а Г . М . , Я д р е н к о М . Й . Анатолій Володимирович Скороход (до 70-річчя від дня народження) // Укр. мат. журн. — 2000. — **52**, № 9. — С. 1155–1157.

2002

147. К о в а л е н к о И . Н . Вероятность потери в системе обслуживания *M/G/m* с *T*-повторением вызовов в режиме малой нагрузки // Доп. НАН України. Сер. А. — 2002. — № 5. — С. 77–80.
148. К о в а л е н к о И . Н . , А т к и н с о н Д ж . Б . Условия асимптотической нечувствительности вероятности потери в системе обслуживания *GI/G/m/*0 // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 6. — С. 64–73.
149. К о в а л е н к о И . Н . , К о б а Е . В . Три системы обслуживания с повторными вызовами, отражающие некоторые особенности процесса посадки воздушных судов // Проблемы управления и информатики. — 2002. — № 2. — С. 78–82.

150. Kovalenko I.N. A loss probability in an *M/G/M* retrial queueing system with *T*-returns of calls in light traffic // Intern. Gnedenko Conf. — Kyiv, 2002. — P. 52.
151. Baum D., Kovalenko I.N. On graph models for communicating mobiles in access areas // Ibid. — P. 38.

2003

152. Баум Д., Коваленко И.Н. Графовые модели коммуникации мобильных устройств в зонах доступа // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 5. — С. 107–121.
153. Kovalenko I.N., Atkinson J.B., Mykhalevych K.V. Three cases of light traffic insensitivity of the loss probability in a *GI/G/m/*0 loss system to the shape of the service time distribution // Queueing Systems. — 2003. — **45**, N 3. — P. 245–271.
154. Коваленко И.Н., Кочубинский А.И. Асимметричные криптографические алгоритмы // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 4. — С. 95–102.

2004

155. Баум Д., Коваленко І.М. Оцінка ймовірності втрати у системі обслуговування типу *MAP/G/m/*0 за умови малого навантаження // Теорія ймовірностей та мат. статистика. — 2004. — Вип. 71. — С. 15–21.
156. Baum D., Kovalenko I.N. Averaging properties of a *Cox/G/m/0* loss system // Random Oper. and Stoch. Equ. — 2004. — **12**, N 3. — С. 225–234.
157. Коба О.В., Коваленко І.М. Умова ергодичності для системи *M/G/1* з повторенням викликів при негратчастому розподілі циклу на орбіті // Доп. НАН України. Сер. А. — 2004. — № 8. — С. 70–77.

2005

158. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: КомКнига, 2005. — 397 с.

2006

159. Аткинсон Дж.Б., Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Михалевич К.В. Эвристические методы исследования системы обслуживания, описывающей организацию экстренной медицинской помощи вдоль автострады // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 3. — С. 84–99.
160. Коваленко И.Н. Пятьдесят лет спустя // Борис Владимирович Гнеденко в воспоминаниях учеников и соратников / Под ред. Д.Б. Гнеденко. — М.: КомКнига, 2006. — С. 59–67.
161. Королюк В.С., Коваленко И.Н., Ядренко М.И., Гнеденко Д.Б. Краткий очерк жизни и творческого пути Б.В. Гнеденко // Там же. — 2006. — С. 9–17.

2007

162. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: ЛКИ, 2007. — 397 с.
163. Коба Е.В., Коваленко И.Н. Об условии эргодичности системы с диспетчеризацией и обслуживанием объектов сложной структуры // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 5. — С. 8–12.
164. Коваленко И.Н., Буточнов А.Н. Оценка надежности высоконадежных систем с учетом ЗИП // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2007. — **9**, № 3. — С. 117–128.

2008

165. Kovalenko I.N. Light-traffic analysis of some queueing models with losses // Simulation and Optimization Methods in Risk and Reliability Theory / Eds. P.S. Knopov and P.M. Pardalos. — New York: Nova Sci. Publ., 2008. — 26 p.

2010

166. Коваленко И.Н., Коба Е.В. К классификации систем массового обслуживания с повторением вызовов // Кибернетика и системный анализ. — 2010. — № 3. — С. 84–91.
167. Коваленко И.Н. Обзор моих научных работ. Учителя и соратники // Там же. — 2010. — № 3. — С. 3–27.
168. Atkinson J.B., Kovalenko I.N. Some light-traffic and heavy-traffic results for the $GI\,/\,G\,/\,n\,/\,0$ queue using the *GM Heuristic* // Ibid. — 2010. — № 3. — С. 92–100.
169. Коваленко И.Н. Исследование систем высокой надежности в вероятностной школе Б.В. Гнеденко // Автоматика и телемеханика. — 2010. — № 7.

Поступила 19.08.2009