УДК 517.9

Э.Р. СМОЛЬЯКОВ

ПОИСК НЕИЗВЕСТНЫХ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ[1]

Ключевые слова: *новые дифференциальные уравнения динамики, экстремальная теория размерностей.*

На основе экстремальной теории размерностей [1] появились ранее недоступные возможности вывода математическим путем точных уравнений движения любых процессов и открытия неизвестных до сих пор законов природы, обусловливающих эти процессы. Получаемые уравнения и законы движения не требуют предварительного знания каких-либо законов физики и экспериментальной проверки. Математические результаты строго соответствуют законам природы как уже известным, так и еще не открытым, поскольку при их поиске не используется никаких эмпирических данных, а принимается во внимание только непререкаемый факт существования в мире размерных постоянных и переменных величин, а также понятия экстремума.

Открытый Лагранжем в конце XVIII в. «принцип экстремальности» лежит, видимо, в основе любых процессов в материальном мире. По сути, все полученные до сих пор и экспериментально подтвержденные законы движения и процессы удовлетворяют этому принципу. Если какие-либо из используемых на практике уравнений ему не удовлетворяют, значит, они являются лишь некоторой аппроксимацией еще не найденных точных уравнений движения, следующих из принципа экстремальности. Одним из множества подтверждений этому могут служить полученные в [2] на его основе и доказанные позднее с помощью экстремальной теории размерностей общие уравнения электромагнитного поля, содержащие в качестве специального частного случая интуитивно найденные во второй половине XIX в. и ставшие классическими феноменологические (основанные на доступных экспериментальных фактах) уравнения электродинамики Максвелла–Лоренца.

В работе [1] показано, что если классический анализ размерностей [3–5] дополнить принципом экстремальности — понятием особых экстремалей [6, с. 295–320; 7, с. 200–245] (что казалось невозможным, так как данный анализ основан на линейной алгебре), то это позволяет неограниченно расширить возможности такого анализа, предсказать новые фундаментальные физические постоянные, уточнить значения уже известных констант, выделить из множества физических констант те, которые являются основой строения вселенной, найти новые принципы движения в пространстве и новые закономерности в природе, открывающие необозримые возможности для научно-технического прогресса. Следует отметить, что любые уравнения, формулы и законы природы выводятся в этой теории, по существу, из абсолютного нуля, так как в теории размерностей все задачи — линейные, типа $y=\sum_{k=1}^{n} a_k x_k$, а следовательно, требование обращения в нуль производных $dy/dx_k=0$ означает, что $a_k=0$. Исходя из этого парадоксального требования (т.е. фактически из нуля), возможно, найдено было бы все, что существует в мире (законы, уравнения и т.д.), причем это могли бы теоретически обосновать еще в XVII в. Лейбниц, братья Бернулли и Ньютон.

[1] Работа выполнена по программе «Фундаментальные основы информационных технологий и систем» РАН, проект № 1–3, и при поддержке РФФИ, проект 09-01-00655-а.

Предлагаемое введение в экстремальную теорию размерностей предоставляет эффективный инструмент для формализованного вывода дифференциальных уравнений (как в обыкновенных, так и в частных производных) любых процессов, в отношении которых известно только, что они зависят от некоторого набора переменных и параметров. Эта теория дает возможность если и не всегда полностью выводить уравнения сложных процессов, то, во всяком случае, определять функциональный вид весьма сложных многочленных дифференциальных уравнений, не требуя при этом от человека предварительных знаний о природе определяющих их физических законов, поскольку эти законы обнаруживаются в форме побочного результата при сугубо математическом выводе уравнений.

В [8] описана некая универсальная система ранее неизвестных нелинейных дифференциальных уравнений свободного движения, каждое из которых определяет ту или иную высшую производную, соответствующее управление которой при любой скорости и ускорении тела позволяет обеспечить движение по семейству найденных траекторий с автоматической компенсацией перегрузок на движущемся объекте. В данной работе показано, что эти уравнения обладают множеством других интересных особенностей, в частности, они останавливают «внутреннее» время на движущемся объекте, позволяют обеспечить дискретные переходы в пространстве, а в случае их применения к электромагнитным полям — реализовать переходы материальных тел даже в прошлое и будущее и «мгновенные» переходы из нашей «электрической» вселенной в двойственную ей «магнитную» вселенную, выполняемые за счет больших энергий, в частности электромагнитных полей большой напряженности [9–15].

Если не иметь представления о законах Кеплера и Ньютона, а знать только то, что в трехмерном пространстве существует некая гравитационная постоянная, то этого достаточно, чтобы элементарно найти эти законы и вывести известные уравнения движения в гравитационном поле [16, с. 470–525], а также найти еще один, до сих пор неизвестный закон движения в гравитационных полях, обеспечивающий вход в двойственное пространство без расхода энергии.

На примере полета самолета в атмосфере демонстрируется возможность определения функционального вида правых частей, по существу, любых сколь угодно сложных многочленных дифференциальных уравнений (включая уравнения в частных производных), причем в общем случае вид правых частей определяется числом и функциональным видом предварительно найденных особых экстремалей.

В частности, получено несколько типов уравнений и их решений, определяющих движение, вероятно, в разреженных распределенных гравитационных полях, в которых влияние постоянной Планка и ее возможных аналогов для макромира [1, 8, 12] проявляется в не меньшей степени, чем влияние гравитации.

ЭКСТРЕМАЛИ И ИХ ОГИБАЮЩИЕ В ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Введенное в работах [1, 8] в классический анализ размерностей понятие особых экстремалей позволило находить новые фундаментальные физические постоянные и получать весьма просто, не пользуясь никакими знаниями о физических законах, как уже известные, так и новые дифференциальные уравнения движения, указывающие на существование еще не познанных особенностей нашего мира.

Покажем, что предлагаемая теория позволяет находить не абстрактные, а отвечающие реальности процессы и соответствующие им фундаментальные физические постоянные. Нереалистические процессы и параметры обнаруживаются как результат того, что параметрическое семейство экстремалей не имеет огибающей [8].

Обратимся сначала к относительно простым, но наглядным примерам вывода уравнений движения и поиска природных закономерностей, опираясь только на экстремальную теорию размерностей [1, 8]. В качестве первого примера рассмотрим задачу движения в центральном гравитационном поле. Покажем, что как уравнения движения, так и законы Кеплера и Ньютона, исторически установленные в результате наблюдений и феноменологического вывода уравнений движения на основе законов Ньютона, можно получить, не имея знаний о законах природы, а лишь рассматривая в рамках экстремальной теории размерностей следующую простую (одномерную) задачу.

Пример 1. Пусть требуется найти законы движения относительно некоторой массы M_0 в центральном гравитационном поле, вывести уравнения движения и получить их решения. Экстремальная теория размерностей позволяет это сделать даже без знания о силах, действующих в гравитационном поле, законах Ньютона и Кеплера, но имея представление об элементах математического анализа (полное решение этой задачи на основе указанных законов природы можно найти, например, в [16, с. 470–525]).

Если попытаться изучить движение относительно массы M_0, опираясь только на экстремальную теорию размерностей [1, 8], то для решения этой задачи окажется достаточным знания того, что в пространстве существует некая гравитационная постоянная G, имеющая, например, в гауссовой системе единиц [СГС] (сантиметр $[L]$, грамм $[M]$, секунда $[T]$) размерность $[L^3 M^{-1} T^{2}]$.

Решение для модуля радиус-вектора $|\vec{r}(t)| = r(t)$ центра масс этой массы будем искать в виде произведения (разложения) [1, 8]

$$r(t) = CG^k M_0^m \dot{r}^n \ddot{r}^p, \tag{1}$$

где C — неизвестный безразмерный параметр, $\dot{r}$ — величина скорости, $\ddot{r}$ — величина ускорения.

Запишем уравнение (1) в основных размерностях [СГС]:

$$[L] = \left[\frac{L^3}{MT^2}\right]^k [M]^m \left[\frac{L}{T}\right]^n \left[\frac{L}{T^2}\right]^p.$$

Уравнивая степени размерностей с обеих сторон этого равенства для каждой из трех размерностей $[L], [M], [T]$, получаем систему трех линейных уравнений, которой удовлетворяют четыре неизвестных (показателя степени) — k, m, n, p:

$$1 = 3k + n + p,\ \ 0 = -k + m,\ \ 0 = 2k + n + 2p.$$

Выражая из этой системы любые три степени через остальные, получаем, например, $k = m$, $n = 2 - 4m$, $p = m - 1$. В результате разложение (1) принимает вид

$$r(t) = CG^m M_0^m \dot{r}^{2-4m} \ddot{r}^{m-1}. \tag{2}$$

Логарифмируя (2) и приравнивая нулю производную от $\lg r$ по m (т.е. определяя особую экстремаль [1, 8]), получаем уравнение, которое определяет семейство особых экстремалей,

$$\dot{r}^4 = (GM_0)\,\ddot{r}, \tag{3}$$

где $GM_0 < 0$, $0 \le r < \infty$, и представляет собой неизвестное до сих пор уравнение в гравитационном поле. С учетом (3) разложение (2) сводится к уравнению

$$r\ddot{r} = C\dot{r}. \tag{4}$$

Решение уравнения экстремалей (3) задается функцией

$$r = \frac{|GM_0|}{2}\left\{\left[\left(\frac{2r_0}{|GM_0|} - 2C_1\right)^{3/2} \pm \frac{3}{GM_0}(t - t_0)\right]^{2/3} - 2C_1\right\}. \tag{5}$$

Подстановка решения (5) в уравнение (4) дает

$$C(t) = -\left\{\frac{1}{2} + C_1\left[\left(\frac{2r_0}{|GM_0|} - 2C_1\right)^{3/2} \pm \frac{3}{GM_0}(t - t_0)\right]^{-2/3}\right\}. \tag{6}$$

Если в (4) использовать $C(t)$ из (6), то семейство экстремалей (5) в некотором смысле оказывается одновременно и собственной огибающей, а в случае $C_1 = 0$ и $C = \text{const} = -1/2$ семейство экстремалей (3) имеет «классическую» огибающую

$$r = \frac{|GM_0|}{2}\left[\left(\frac{2}{|GM_0|}\, r_0\right)^{3/2} \pm \frac{3}{GM_0}(t - t_0)\right]^{2/3}, \tag{7}$$

совпадающую по виду с известным решением (5.76) из [16] для семейства параболических орбит в центральном гравитационном поле, откуда в предельном случае (при $r_0 \to 0$) следует Третий закон Кеплера: $\left(\frac{2r}{GM_0}\right)^3 / \left(\frac{3t}{GM_0}\right)^2 =$ $= \text{const}$. Заметим, что зависящая от параметра C_1 функция (5) определяет при $C_1 \le 0$, где $C_1 = \frac{r_0}{|GM_0|} - \frac{1}{2\dot{r}_0^2}$, неизвестное до сих пор весьма обширное параметрическое семейство параболических орбит в трехмерном пространстве, а при $C_1 > 0$ в семействе решений (5) выделяются «странные» параболические орбиты, «ветви» которых, удаленные от перицентра, реализуются в нашем пространстве, а участки этих орбит в окрестности перицентра — в двойственном пространстве X^*, введенном в рассмотрение и изученном в [11–14], без которого мир не может существовать. Отсюда следует, что войти в двойственное пространство можно без расхода энергии по указанным странным параболам.

Отметим также, что если вместо разложения (1) воспользоваться разложением, в котором ищется не r, а время t как функция от $(G, M_0, r, \dot{r}, \ddot{r})$, то в результате процедур, аналогичных проведенным выше, вместо экстремали (3) определяется пара экстремалей $r\dot{r}^2 = GM_0$, $r\ddot{r} = \dot{r}^2$, причем подстановка r из второй экстремали в первую приводит к уравнению (3), а подстановка $\dot{r}^2$ — к классическому уравнению $r^2\ddot{r} = GM_0$ [16, с. 509]. Подобное разложение позволяет одновременно получить как классическое, так и до сих пор неизвестное уравнение (3), из которого следует, что помимо законов Кеплера и Ньютона в гравитационном поле действует еще закон, утверждающий, что «инерциальное ускорение тела в центральном гравитационном поле пропорционально четвертой степени от его скорости и обратно пропорционально массе центра гравитации».

Покажем теперь, что теория [1, 8] позволяет получать представление о виде правых частей дифференциальных уравнений, моделирующих любые сколь угодно сложные процессы, даже когда их правые части включают большое число аддитивных членов. Продемонстрируем это на примере.

Пример 2. Пусть требуется определить функциональный вид правой части дифференциального уравнения, описывающего горизонтальный полет самолета с работающим двигателем, если имеется лишь предположение, что дифференциальное уравнение зависит от величины скорости полета v, плотности атмосферы ρ, силы тяги двигателя F, массы самолета m и площади его крыла S. С помощью экстремальной теории размерностей [1, 8] определим возможный вид правой части дифференциального уравнения

$$m\frac{dv}{dt} = f(v, S, m, \rho, F), \tag{8}$$

описывающего подобный полет.

Будем искать функцию f из (8) в виде разложения

$$m\dot{v} \overset{\Delta}{=} f = Cv^k S^l m^n \rho^p F^q, \tag{9}$$

где C — безразмерный параметр.

В размерностях [СГС] равенство (9) принимает вид

$$\left[\frac{ML}{T^2}\right] = \left[\frac{L}{T}\right]^k [L^2]^l [M]^n \left[\frac{M}{L^3}\right]^p \left[\frac{ML}{T^2}\right]^q,$$

откуда, приравнивая размерности обеих сторон, получаем

$$1 = n + p + q,\ 1 = k + 2l - 3p + q,\ 2 = k + 2q.$$

Решая эту систему относительно любых трех неизвестных, находим

$$k = 2 - 2q,\ l = \frac{1}{2}(q + 3p - 1),\ n = 1 - p - q. \tag{10}$$

С учетом (10) разложение (9) принимает вид

$$m\dot{v} \overset{\Delta}{=} f = Cv^{2-2q} S^{1/2(q+3p-1)} m^{1-p-q} \rho^p F^q. \tag{11}$$

Логарифмируя выражение (11) и приравнивая нулю частные производные от $\lg f$ по p и q (т.е. определяя особые экстремали), получаем следующие экстремальные соотношения:

$$\rho = \frac{m}{S^{3/2}},\ F = \frac{mv^2}{\sqrt{S}}. \tag{12}$$

Подставляя экстремали (12) в (11), находим

$$f = C\frac{mv^2}{\sqrt{S}}. \tag{13}$$

С учетом экстремалей (12) общее выражение f для огибающей семейства экстремалей допускает всего два представления:

$$f_1 = C_1 F,\ f_2 = C_2 S\rho v^2. \tag{14}$$

Следовательно, дифференциальное уравнение (8) должно иметь такой вид (с точностью до безразмерных постоянных):

$$m\dot{v} = C_1 F + C_2 S\rho v^2. \tag{15}$$

Известно, что уравнение (15) горизонтального полета самолета в действительности имеет вид

$$m\dot{v} = F\cos\alpha - \frac{c_x(\alpha)}{2} S\rho v^2, \tag{16}$$

где α — угол (атаки) между вектором скорости и вектором силы тяги двигателя, $c_x(\alpha)$ — коэффициент лобового сопротивления, определяемый полярой самолета, конкретной для каждого самолета.

В рассмотренном примере константы C_1 и C_2 не могут быть найдены теоретически ни на основе разложения (9), ни какими-либо иными теоретическими методами, поскольку они зависят от формы самолета и конкретного угла установки двигателя в его корпусе (явно не учитываемых в поставленной задаче (8)), влияющих на величину агрегированных эмпирических коэффициентов $\cos\alpha = C_1$ и $-c_x(\alpha)/2 = C_2$. Причем эти коэффициенты неодинаковы даже у самолетов одного и того же типа, сходящих с одного и того же конвейера, вследствие чего необходимы летные испытания каждого самолета.

Таким образом, экстремальная теория размерностей позволяет находить вид дифференциальных уравнений, моделирующих сложные динамические процессы, причем с той точностью, с какой можно предугадать параметры и переменные, от которых этот процесс зависит (в последнем примере роль угаданных параметров выполняют те, которые являются аргументами функции f в правой части уравнения (8)). Таким образом, в общем случае подобным образом можно находить вид и гораздо более сложных дифференциальных уравнений. Следовательно, экстремальную теорию размерностей можно использовать не только для поиска новых фундаментальных физических постоянных и параметров подобия (как это продемонстрировано в [1, 8]), но и для вывода уравнений, математически моделирующих сложные динамические процессы, а также для оценки степени достоверности уравнений, описывающих уже известные процессы.

ОСОБЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ СВОБОДНОГО ДВИЖЕНИЯ

В работе [8] найдены неизвестные до сих пор общие уравнения свободного движения, обладающие многими интересными особенностями. Эти уравнения, полученные на основе разложения функции $x(t)$,

$$x(t) = C\ddot{x}^k \dot{x}^l x^{(3)p} x^{(4)q} x^{(5)r} x^{(6)s} x^{(7)u} x^{(8)v} \ldots, \tag{17}$$

имеют вид

$$\ddot{x}^{k+1} = \dot{x}^k x^{(k+2)}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots \tag{18}$$

Первое уравнение системы уравнений (18) имеет общее решение

$$x = e^{C_1 t}\left(C_2 \int_{t_0}^{t} e^{-C_1 s} ds + C_3 \right) = e^{C_1 t}\left(\frac{C_2}{C_1} e^{-C_1 t_0} + C_3 \right) - \frac{C_2}{C_1} = K_1 e^{C_1 t} + K_2, \tag{19}$$

причем все уравнения (18) описывают свободное движение тела, что следует из самого их вида, включающего только инерциальные переменные $x^{(k)}$. Отметим, что решение (19) удовлетворяет также всем остальным уравнениям бесконечной системы (18).

Из вида уравнений (18) следует, что при любых скоростях $\dot{x}$ выполнение этих уравнений в любой момент t обеспечивается за счет компенсации инерциального ускорения $\ddot{x}$ теми или иными высшими производными по закону $x^{(k+2)}(t) = \ddot{x}^{k+1} / \dot{x}^k$, обеспечивающему не только компенсацию ускорения $\ddot{x}$ при любой скорости движения $\dot{x}$, но одновременно и движение по траекториям семейства (19). Более того, эти уравнения обладают многими другими интересными свойствами, причем они имеют еще и решения, не выраженные в известных элементарных функциях.

Найденные в [8] уравнения огибающей параметрического семейства (17) вида

$$\dot{x}^{k+1} = x^k x^{(k+1)}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots, \tag{20}$$

и получаемые после подстановки экстремалей (18) в семейство (17), имеют решение

$$x = K_1 e^{C_1 t}, \tag{21}$$

задающее двухпараметрическое подсемейство трехпараметрического семейства (19).

Уравнения особых экстремалей (18) и уравнения (20) огибающей параметрического семейства (17), как следует из изложенного, привели к интересному результату: объект (или процесс), удовлетворяющий им, может находиться в специфическом свободном движении в условиях изменяющихся его скоростей и ускорений, не испытывая при этом никаких инерциальных перегрузок, поскольку инерциальные ускорения при любых скоростях компенсируются теми или иными высшими производными.

Кроме того, оказывается, что при любых скоростях движения объекта по экспоненциальной огибающей (это не имеет никакого отношения к проблемам, связанным с релятивистскими скоростями) время в самом объекте, т.е. его «собственное» время, не изменяется, как бы долго оно не протекало в окружающем его пространстве; при этом сам объект остается неизменяемым в процессе его нахождения на любой из кривых $x = K_1 e^{C_1 t}$.

В самом деле, если вместо параметрического разложения (17) рассмотреть разложение не x, а $t = t\,(x, \dot{x}, \ddot{x}, x^{(3)}, \ldots)$, то снова получаем уравнения (18) и огибающую этого параметрического семейства, имеющую вид (с учетом уравнений (18))

$$t = Cx / \dot{x} = C\dot{x} / \ddot{x} = \ldots \qquad (22)$$

Подставляя любое из выражений t из (22) в (21) и дифференцируя полученное выражение, находим

$$\dot{x} = \frac{d}{dt}(K_1 e^{CC_1 x/\dot{x}}) = CC_1 K_1 e^{CC_1 x/\dot{x}} \left(\frac{\dot{x}^2 - x\ddot{x}}{\dot{x}^2} \right) = 0, \qquad (22а)$$

т.е. объект x, независимо от своей природы и размерности, не влияющих на вид уравнений (18) и (20), во время движения по экспоненциальной огибающей не изменяется; подставляя в (22) экспоненту (21), получаем

$$t = C\,\frac{x}{\dot{x}} = C\,\frac{K_1 e^{C_1 t}}{K_1 C_1 e^{C_1 t}} = \frac{C}{C_1} = \text{const}, \qquad (22б)$$

т.е. время в системе координат, связанной с «движущимся» объектом, не изменяется, независимо от скорости движения.

Указанные свойства особых экстремалей и их огибающих, вероятно, удастся использовать в будущем при создании динамических систем, не подверженных воздействию времени и инерциальных перегрузок. К данным свойствам уравнений огибающей (20) следует добавить еще органически присущую им возможность разрыва фазовых координат $(x, \dot{x})$, что позволяет реализовывать дискретные переходы в пространстве (в случае удовлетворения ограничений на энергию в точках разрыва [11–15]) и переходы в прошлое и будущее (вследствие индифферентности уравнений (18) и (20) относительно знака t).

На рис. 1 в пространстве (x, t) схематически изображены два типа возможных переходов в будущее из A в E (по кривым $ABCDE$ и ABE) из начального состояния (x_0, v_0) в момент $-t_0$, где $x_0 = x(-t_0)$ (точка A), в исходное состояние (x_0, v_0) (точка E) в момент t_0. В любом из этих переходов возврат в исходное состояние (x_0, v_0) (т.е. в точку E) по траекториям уравнений (20) возможен только при двукратном разрыве одной из фазовых координат $(x(t), v(t))$, где $v(t) = \dot{x}$, при $t = 0$ и $t = t_0$, поскольку непрерывные траектории между верхней и нижней полуплоскостями на рис. 1 невозможны, что следует из уравнений (20) и хорошо согласуется с результатами работ [11–15], найденными радикально иными методами.

Первый путь — движение по траектории $ABCDE$ с двукратным разрывом положения $x(t)$ в моменты $t = 0$ и $t = t_0$ с реализацией в эти моменты энергозатрат на переход (в двойственное пространство), рассчитанных в [11, 12, 14]. Второй путь — движение с импульсным изменением скорости: в момент $t = 0$ вектор скорости $v(-0)$ импульсно заменяется вектором $v\,(+0)$ (на рис. 1), а в момент t_0 вектор скорости $v\,(t_0 - 0)$ заменяется исходным v_0 (разумеется, тоже с огромными энергозатратами). В обоих случаях перемещение из A в E для внешнего наблюдателя длится $2t_0$ (например, $2t_0 = 100$ лет), а для участника движения, согласно (22б), время остановилось. Причем участник уверен, что он перенесся на 100 лет в будущее мгновенно (по существу, оказавшись «замороженным» во времени).

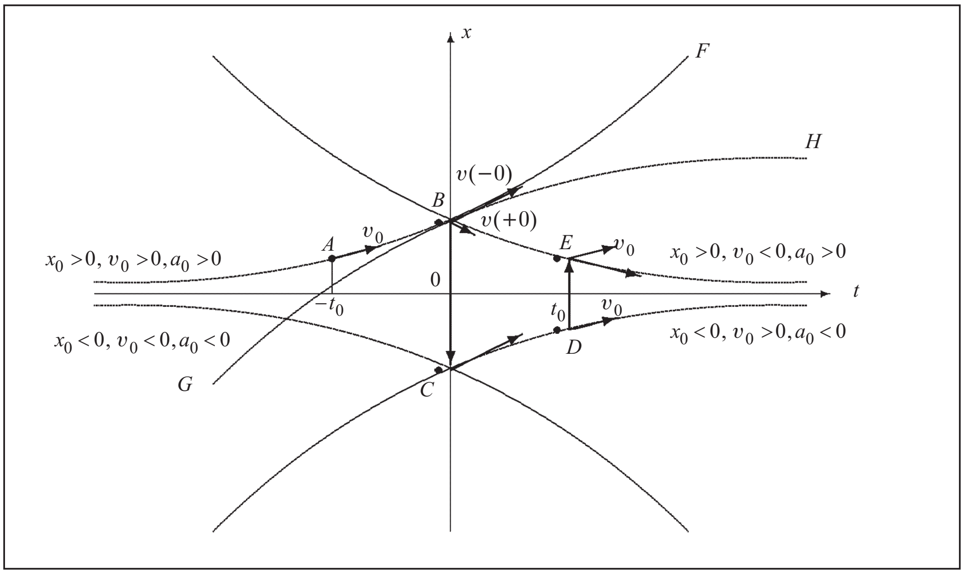

Рис. 1

В общем случае непрерывная компенсация инерциального ускорения на экспоненциальных траекториях движения возможна только при движении объекта, т.е. при $|v(t)| \neq 0$. Причем безынерционная траектория, состоящая из участков экспонент между моментами t_i, может быть реализована за счет скачкообразного изменения (не требующего расхода энергии) значения ускорения $\ddot{x}(t_i - 0)$ в момент t_i на значение $\ddot{x}(t_i + 0)$ и скачкообразного изменения $x^{(3)}(t_i - 0)$ на $x^{(3)}(t_i + 0)$, не нарушая выполнения уравнений (18) и (20) между точками t_i и непрерывности как траектории, так и скорости движения на всем интервале (t_0, T). Эта возможность демонстрируется на рис. 1 как переход в точке B с исходной экспоненциальной траектории ABF семейства (21) на участок BH другой возможной экспоненциальной кривой GBH семейства (19) за счет указанного дискретного изменения ускорения в момент $t = 0$.

Если учесть, что создание любого необходимого ускорения (и скорости его изменения) в любой момент не представляет принципиальных трудностей и не требует затрат энергии, то и реализация безынерционной траектории, составленной из отрезков экспонент, во многих случаях может обойтись без разрывов траектории $x(t)$ и скорости $\dot{x}$. Причем если в любой конкретной задаче рассчитана требуемая (в частности, оптимальная) траектория движения объекта $x(g(t), t)$, где $g(t)$ — расчетное ускорение на траектории, то всегда имеется возможность аппроксимировать эту траекторию (с любой желаемой точностью) траекторией $x(t)$, составленной из множества участков экспонент (19), при движении по которой объект не испытывает никаких перегрузок.

Заметим, однако, что экспоненциальные траектории (19) и (21) не относительны, а абсолютны. Это означает, что они должны формироваться относительно неподвижного пространства (эфира), т.е. для реализации, например, траекторий (21) необходимо знать абсолютную скорость и ускорение движущегося объекта не относительно каких бы то ни было внешних объектов, а относительно неподвижного пространства. Если абсолютная начальная скорость $\dot{x}(-t_0) = v_0$ и ускорение $\ddot{x}(-t_0) = a_0$ заданы, то как система координат (x, t) на рис. 1, так и начальный участок AB экспоненциальной траектории (21) в данной системе координат автоматически определяются по этим двум начальным данным на основании формул

$$x(-t_0) = x_0 = \frac{v_0^2}{a_0}, \quad x(0) = K_1 = x_0 e^{(v_0/x_0)t_0}.$$

Отметим также, что движение с компенсацией инерциального ускорения реализуется только на экспоненциальных кривых семейства (19) и (21) и управление второй производной $\ddot{x}$ по закону $g(t) = K_1 C_1^2 e^{C_1 t}$ обеспечивает реально достижимое движение по указанным кривым, если известны, например, начальная скорость и ускорение относительно неподвижного пространства (эфира). К сожалению, в настоящее время пока не созданы средства для реализации подобных измерений.

НЕКОТОРЫЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ПОИСКА НОВЫХ РЕШЕНИЙ

Чтобы продемонстрировать возможности выявления условий существования или отсутствия огибающей параметрических семейств экстремалей, рассмотрим некоторые частные случаи разложения

$$x(t) = Ch^k G^p \dot{x}^q \ddot{x}^r (x^{(3)})^s, \tag{23}$$

где C — неизвестная безразмерная постоянная, h — экстремальная базовая постоянная из [1, 8] (аналог постоянной Планка), G — гравитационная постоянная.

Запишем это уравнение в основных размерностях гауссовой системы единиц [СГС]:

$$[L] = \left[\frac{ML^2}{T}\right]^k \left[\frac{L^3}{MT^2}\right]^p \left[\frac{L}{T}\right]^q \left[\frac{L}{T^2}\right]^r \left[\frac{L}{T^3}\right]^s.$$

Приравнивая размерности с обеих сторон, получаем систему трех линейных уравнений относительно пяти неизвестных показателей степеней, из которой выражаем любые два показателя степени через остальные:

$$k = p = 1/2 + (1/2)r + s, \quad q = -3/2 - (7/2)r - 6s. \tag{24}$$

Подставляя показатели степени k и q в (23), имеем разложение

$$x(t) = Ch^{1/2+(1/2)r+s} \cdot G^{1/2+(1/2)r+s} \cdot \dot{x}^{-3/2-(7/2)r-6s} \cdot \ddot{x}^r \cdot (x^{(3)})^s. \tag{25}$$

Вычисляя экстремали и подставляя их в (25), получаем следующие уравнения для огибающей:

$$Gh = \frac{\dot{x}^7}{\ddot{x}^2} = \frac{x^2 \dot{x}^3}{C^2} = \frac{\dot{x}^6}{x^{(3)}}. \tag{26}$$

Три уравнения (26) не имеют решения $x(t)$ ни при каком значении C. Следовательно, огибающей в этом случае не существует, что указывает на недопустимость принятого представления переменной $x(t)$. Однако если в (24) положить $s = 0$, т.е. исключить из рассмотрения третью производную, то оказывается, что огибающая существует при $C^2 = 4/9$, удовлетворяет первым двум уравнениям (26) и задается параметрическим семейством $x(t) = \left(\frac{5}{3}\left(\frac{4}{9}Gh\right)^{1/3} t + C_1 \right)^{(3/5)}$,

определяющим некоторый класс возможных траекторий, зависящих от фундаментальных физических постоянных G и h. Подобные траектории движения до сих пор не были известны, и они описывают, вероятно, движение в некоторых распределенных гравитационных полях, в которых большое влияние на движение оказывает не только гравитационная постоянная, но и постоянная Планка (если движение происходит в микромире) или аналог постоянной Планка [1, 8] (в случае движения в макромире).

Если в разложении (25) исключить первую производную, т.е. положить в (23) и (24) $q = 0$, то в этой задаче тоже существует огибающая, удовлетворяющая (с безразмерной постоянной $C = 49/6$) уравнениям

$$(Gh)^2 = \left(\frac{\ddot{x}^{12}}{(x^{(3)})^7} \right)^2 = \frac{x^7 \ddot{x}^3}{C^7}.$$

Огибающая существует, если в разложении (25) устранить вторую производную. Однако в общем случае заранее предвидеть, существует ли огибающая параметрического семейства экстремалей в произвольно поставленной задаче (т.е. существует ли реальное физические решение задачи), едва ли возможно.

При современном состоянии науки и техники определение любых координат относительно неподвижного пространства — задача невыполнимая. Однако когда речь идет не о движении тела в абсолютном неподвижном пространстве, а лишь о тех или иных процессах, протекающих по закону экспоненты (21), то для реализации многих процессов, удовлетворяющих уравнениям (20), не требуется привязки к неподвижному пространству (x, t). Рассмотрим, например, разложение вида (17), в котором вместо переменной $x(t)$ используем напряженность электрического или магнитного поля (с учетом того факта, что в гауссовой системе единиц электрическое и магнитное поля имеют одинаковую размерность), которую обозначим $H(t)$:

$$H(t) = C\dot{H}^p \ddot{H}^q H^{(3)r} \ldots \qquad (27)$$

Запишем это уравнение в основных размерностях системы [СГС]:

$$\left[\frac{M^{1/2}}{L^{1/2}T}\right] = \left[\frac{M^{1/2}}{L^{1/2}T^2}\right]^p \left[\frac{M^{1/2}}{L^{1/2}T^3}\right]^q \left[\frac{M^{1/2}}{L^{1/2}T^4}\right]^r \ldots$$

Приравнивая размерности с обеих сторон, имеем следующую систему двух линейных уравнений с бесконечным множеством неизвестных (степеней):

$$1 = p + q + r + \ldots; \; 1 = 2p + 3q + 4r + \ldots,$$

Отсюда получаем

$$p = 2 + r + \ldots; \; q = -1 - 2r - \ldots$$

Это приводит к разложению

$$H = C\dot{H}^{(2+r+\ldots)} \ddot{H}^{(-1-2r-\ldots)} H^{(3)r} \ldots \qquad (28)$$

и к множеству особых экстремалей

$$\ddot{H}^2 = \dot{H}H^{(3)}, \; \ddot{H}^3 = \dot{H}^2 H^{(4)}, \ldots \qquad (29)$$

Подставляя (29) в (28), получаем

$$H = C\dot{H}^2 / \ddot{H}, \qquad (30)$$

причем совместное решение уравнений (29) и (30) дает $C = 1$ и систему бесконечного числа уравнений

$$\dot{H}^{k+1} = H^k H^{(k+1)}, \; k = 1, 2, 3, \ldots, \qquad (31)$$

задающих уравнения огибающей и имеющих экспоненциальное решение

$$H = K_1 e^{C_1 t}. \qquad (32)$$

Отсюда можно сделать вывод, что электропроводящее тело, помещенное в электромагнитное поле H, которое изменяется по закону, удовлетворяющему уравнениям (31), по существу, оказывается в среде, в которой время останавливается. При этом, как только напряженность вокруг тела достигает критической величины $H^* = c\sqrt{8\pi\rho_m \sqrt{2}}$ (где c — скорость света в вакууме, ρ_m — средняя плотность тела), определяемой формулой (23) из [14, с. 110], происходит еще и переход этого тела из нашей «электрической» вселенной X в двойственную ей «магнитную» вселенную X^* [11–15]. Поскольку величина критического поля пропорциональна корню квадратному из плотности тела, энергетически наиболее целесообразно создавать магнитное поле снаружи объектов малой плотности, например вокруг тонкостенной металлической капсулы массой m и достаточно большого объема V, так что ее средняя плотность $\rho_m = m/V$ оказывается приемлемо малой.

Движение в пространстве X^* возможно по «каналам» (интегралам в X^* [13]) при поддержании $H > H^*$. Как только напряженность магнитного поля снижается до $H < H^*$, происходит обратный переход из X^* в X.

Рассмотренные примеры демонстрируют, что при параметрическом представлении любого исследуемого динамического процесса целесообразно использовать как можно больше параметров и переменных, чтобы не пропустить самое существенное, что определяет изучаемый процесс, несмотря на то, что платой за лишнее количество переменных будет множество экстремалей, которые к изучаемому процессу могут не иметь никакого отношения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смольяков Э.Р. Особые экстремали в анализе размерностей // Докл. РАН. — 2008. — **421**, № 5. — С. 602–606.
2. Смольяков Э.Р. Вариационные уравнения электродинамики // Дифференц. уравнения. — 2007. — **43**, № 4. — С. 475–480.
3. Buckingham E. // Phys. Rev. — 1914. — **4**. — P. 345.
4. Бриджмен П.В. Анализ размерностей. — Л.–М.: ГТТИ, 1934.
5. Сена Л.А. Единицы физических величин и их размерности. — М.: Наука, 1977. — 336 с.
6. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. — М.: Мир, 1972. — 544 с.
7. Смольяков Э.Р. Теория конфликтных равновесий. — М.: Едиториал УРСС, 2005. — 304 с.
8. Смольяков Э.Р. Использование особых экстремалей для получения новых уравнений движения и неизвестных констант // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 4. — С. 115–124.
9. Геловани В.А., Смольяков Э.Р. Гипотеза о влиянии высших производных на движение центра масс // Докл. РАН. — 2000. — **375**, № 2. — С. 159–162.
10. Смольяков Э.Р. Нелинейные законы движения и обоснование движения инерцоидов // Там же. — 2003. — **393**, № 6. — С. 770–775.
11. Смольяков Э.Р. Теоретическое обоснование межзвездных полетов. — М.: КомКнига, 2005. — 88 с.
12. Смольяков Э.Р. Динамика и энергетика переходов между двойственными пространствами // Докл. РАН. — 2006. — **406**, № 6. — С. 734–737.
13. Смольяков Э.Р. Интегралы движения в двойственном пространстве // Там же. — 2007. — **414**, № 4. — С. 459–463.
14. Смольяков Э.Р. Теория движения электрически заряженных массивных тел в пространстве Минковского и двойственном к нему // Динамика неоднородных систем: Тр. Ин-та систем. анализа РАН. — 2007. — **29**, вып. 11. — С. 85–117.
15. Смольяков Э.Р. Принцип экстремальности в теории размерностей и новые фундаментальные физические постоянные // Там же. — 2008. — **33**, вып. 12. — С. 7–95.
16. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. — М.: Наука, 1968. — 800 с.

Поступила 01.06.2009