

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОТИПНЫХ СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ CN-СЕТИ В ПРОЦЕССЕ КОМПОНЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ С ПАРАЛЛЕЛИЗМОМ

Ключевые слова: компонентная сеть Петри, составные компоненты, матрица инцидентности, TSS-алгоритм, инварианты, верификация модели.

ВВЕДЕНИЕ

Общим фундаментом многих моделей реактивных распределенных систем является теория сетей Петри (СП). Использование модели Петри [1, 2] позволяет проводить моделирование системы с доскональной детализацией, что обеспечивает высокую степень адекватности процесса моделирования и математической постановки задачи. Но такие модели реальных объектов имеют большие размерности, и их анализ требует огромных вычислительных затрат. Поэтому в настоящее время важной научной задачей является разработка эффективных методов, позволяющих исследовать свойства сетей Петри больших размерностей. Основные методы, позволяющие уменьшить размерность сети, сводятся к эквивалентным преобразованиям, в частности к введению отношений вимуляционной, бисимуляционной эквивалентностей, а также эквивалентности по прореживанию (*stuttering equivalence*) [3–8], использованию методов редукции [9]. Отсюда неизбежно вытекает необходимость решения возникающей при этом проблемы, связанной с возможностью получения неточной модели: когда некоторое условие, выполнимое на модели, уже не выполняется на реальной системе. В работах [10, 11] рассматриваются композиционные методы, основанные на композиции сети из функциональных подсетей. Анализ свойств сети базируется на выделении функциональных подсетей. Применение композиционных методов существенно ускоряет вычисление в процессе решения фундаментального уравнения сети Петри [12], однако при этом возникает необходимость построения специальных эффективных алгоритмов декомпозиции сети при сколь угодно большом размере неразложимой сети. Найти размерность модели путем ее анализа, не утратив адекватности полученной модели исследуемой системе, и получить значительный выигрыш во времени на верификацию модели позволяет применение в качестве модели системы компонентной сети Петри (CN-сети) [13] и проведение компонентного анализа [14]. Компонентный анализ модели основан на двухаспектном подходе к функционированию составных компонент CN-сети [15] и на матричных методах, использующих фундаментальное уравнение сети и сетевые T - и S -инварианты [16, 17].

Цель настоящей статьи состоит в реализации компонентного моделирования и компонентного анализа на реальной системе — схеме движения железнодорожного транспорта для железнодорожного узла, получении работающей модели для автоматической проверки свойств исследуемой системы, установлении связей между однотипными компонентами, позволяющих сократить время верификации модели исследуемой системы.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Железнодорожный узел (ЖУ), являясь одним из основных элементов транспортного узла, представляет собой группу специализированных станций (сортировочных, грузовых, пассажирских и других), расположенных в пунктах слияния трех и более железнодорожных направлений, связанных соединительными линиями, и имеющих взаимные железнодорожнотранспортные потоки. Примером является комплекс взаимоувязанных пассажирских, грузовых и технических станций, обслуживающих крупный промышленный центр независимо от числа примыкающих линий.

В настоящей статье абстрактная модель схемы железнодорожного узла, обеспечивающего взаимодействие и согласованную работу специализированных станций (включая сквозные и тупиковые станции) посредством компонентного моделирования, представляется *CN*-сетью. В базовой подробной модели Петри исследуемой схемы выделяются и оформляются в виде блоков составных компонент группы одинаковых или однотипных процессов базовой модели. Формальный анализ свойств модели проводится алгебраическим методом анализа *T*- и *S*-инвариантов сети Петри согласно этапам компонентного анализа [14, 15], включающего анализ *CN*-сети при условии мгновенного срабатывания (выполнения) составных компонент, и анализа одного из представителей каждой группы одинаковых или однотипных компонент модели. Модель схемы организации движения железнодорожного транспорта ЖУ отвечает основным принципам построения технологического процесса работы железнодорожных станций (непрерывность обработки поездов и вагонов, сокращение времени их простоя, максимальная параллельность обработки составов). Модель позволяет реализовать бесконфликтное эффективное экономически обусловленное взаимодействие железнодорожного транспорта и управляющих элементов, учитывающее пропускную способность и обеспечивающее оптимальную работу железнодорожного узла, и рассмотреть стратегию развития транспортного комплекса ЖУ, соответствующую современным требованиям, предъявляемым к транспортному комплексу.

Представим формальное описание сеть Петри основополагающего элемента сложной системы ЖУ без учета второстепенной информации. На рис. 1 показана сеть Петри, моделирующая прибытие поезда на путь W_i для станции с возможным прибытием и отправлением поездов как с севера (N), так и с юга (S) (место V_i , содержащее одну фишку и являющееся семафором, исключает возможность прибытия поездов на один и тот же путь с конкурирующих направлений).

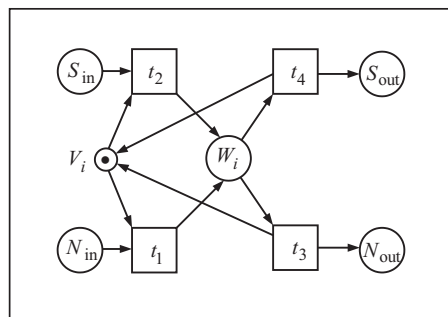


Рис. 1. СП, моделирующая движение транспорта по ж/д пути для сквозной станции

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОЗИЦИИ КОМПОНЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И КОМПОНЕНТНОГО АНАЛИЗА

Сеть Петри — двудольный ориентированный граф, описываемый упорядоченной тройкой $N = (P, T, F)$, где $P = \{p\}$ — конечное множество вершин-мест; $T = \{t\}$ — конечное множество вершин-переходов; $F = P \times T \cup T \times P$ — отношение, задающее множество дуг, которые соединяют места и переходы.

Компонентная сеть Петри (*CN*-сеть) — ориентированный граф, описываемый упорядоченной пятеркой $CN = (P, T, F, W, M_0)$, где P — конечное множество мест, состоящее из подмножеств P_1 и P_2 (P_1 — конечное множество компо-

нент-мест, P_2 — конечное множество мест, оставшихся после выделения компонент-мест); T — конечное множество переходов, состоящее из подмножеств T_1 и T_2 (соответственно множество компонент-переходов и множество переходов, оставшихся после выделения компонент-переходов); $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ — отношение инцидентности между местами и переходами; $W: F \rightarrow N \setminus \{0\}$ — функция кратности дуг; M_0 — начальная разметка сети.

Компонента-место Cp моделирует некоторый однотипный процесс детальной модели исследуемой системы, начинающийся и заканчивающийся местом (местами). Компонента-место — тройка $Cp = (N, X, Y)$, где N — сеть Петри; $X \subseteq P$, $Y \subseteq P$ — соответственно множества ее начальных и заключительных мест, не имеющих соответственно входящих и исходящих дуг; $X \cap Y = \emptyset$. Компонента Cp как структурный элемент CN -сети представляет место, имеющее входящие и исходящие дуги, и как в обычной сети Петри является условием, определяющим возможность наступления события — срабатывания перехода в CN -сети.

Компонента-переход Ct — участок сети детальной модели, моделирующий некоторый однотипный процесс, начинающийся и заканчивающийся переходом (переходами). Компонента-переход — тройка $Ct = (N, U, V)$, где N — сеть Петри; $U \subseteq T$, $V \subseteq T$ — соответственно множества ее начальных и заключительных переходов, которые не имеют соответственно входящих и исходящих дуг; $U \cap V = \emptyset$. Компонента Ct как элемент CN -сети имеет входящие и исходящие дуги, является событием и представляется переходом CN -сети.

Составные компоненты будем называть одинаковыми, если они моделируют одинаковые процессы (модели этих компонент полностью совпадают). Составные компоненты назовем однотипными или относящимися к одному типу, если они моделируют однотипные процессы, т.е. отличаются только количеством одинаковых параллельных процессов.

Компонентная сеть, как и регулярная сеть, функционирует, переходя от одной разметки к другой. Наличие в CN -сети составных компонент позволяет рассматривать их функционирование в двух аспектах. С одной стороны, составные компоненты как элементы CN -сети свои функции выполняют мгновенно: компонента-место Cp — мгновенное использование условия для реализации события, компонента-переход Ct — мгновенная реализация события, приводящая к изменению разметки мест всех типов. С другой стороны, мгновенное срабатывание составной компоненты CN -сети для самой составной компоненты обуславливает пребывание ее некоторое время в активном состоянии, что для составной компоненты характеризуется выполнением ее полного жизненного цикла. Такой подход к функционированию сети позволяет устанавливать структурные свойства модели согласно следующим правилам [13]:

— если исследуемое структурное свойство не выполняется на CN -сети, то оно не выполняется и для детальной (базовой) модели исходной системы (правило 1);

— если исследуемое структурное свойство выполняется на CN -сети, то оно выполняется для детальной модели системы при его выполнении хотя бы на одной группе одинаковых составных компонент CN -сети (правило 2).

Кроме того, такой подход реализуется благодаря следующим теоремам [14].

Теорема 1. Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-переходы и они живы, то детальная модель исследуемой системы обладает структурным свойством, если этим структурным свойством обладает CN -сеть.

Теорема 2. Если компонентная сеть Петри имеет только компоненты-места и соответствующие этим компонентам-местам системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений (СЛНДУ) совместны, то детальная модель исследуемой системы обладает структурным свойством, если этим структурным свойством обладает CN -сеть.

Теорема 3. Если в компонентной сети Петри компоненты-переходы являются живыми, а соответствующие компонентам-местам СЛНДУ совместны, то детальная модель исследуемой системы обладает структурным свойством, если этим структурным свойством обладает *CN*-сеть.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ *CN*-СЕТЬЮ

На рис. 2 показана схема организации движения железнодорожного транспорта для ЖУ взаимозавязанных специализированных станций, где *Sta 1*, *Sta 3*, *Sta 5*, *Sta 6* — станции сквозные, принимающие и отправляющие поезда с севера и с юга; *Sta 2*, *Sta 4* — тупиковые станции, принимающие и отправляющие поезда с одного направления. Следует отметить, что станции *Sta 1* и *Sta 5* (*Sta 3* и *Sta 6*) имеют четыре (семь) внутренних путей, а станции *Sta 2* и *Sta 4* — соответственно пять и три внутренних путей. Модель схемы движе-

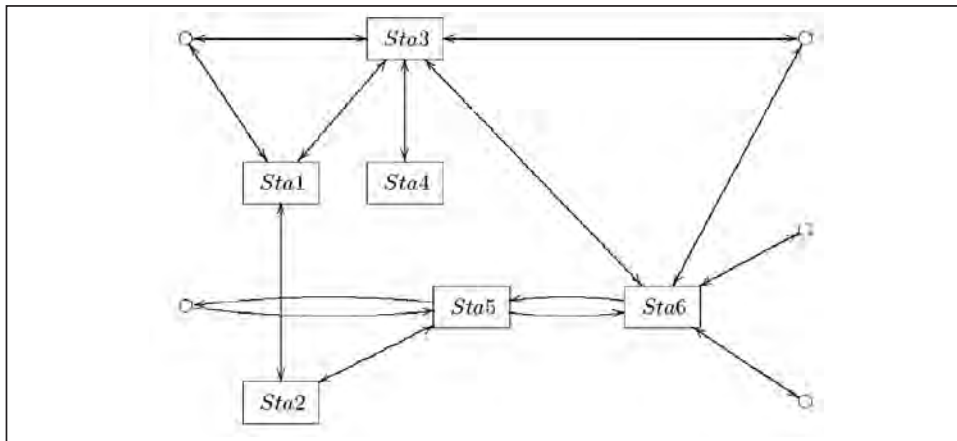


Рис. 2. Схема движения ж/д транспорта для ЖУ

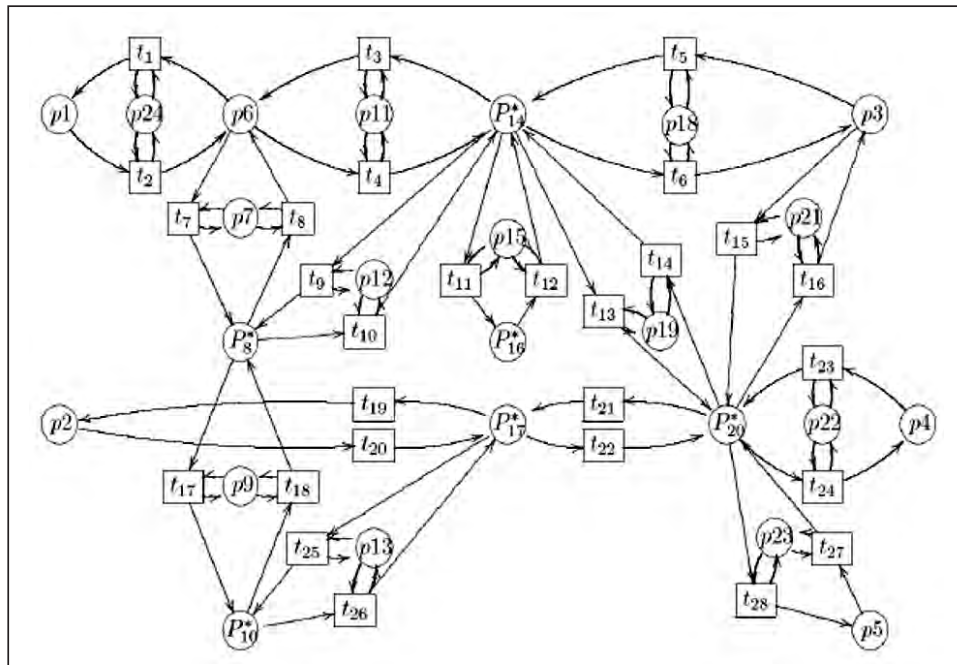


Рис. 3. *CN*-сеть, моделирующая схему движения ж/д транспорта для ЖУ (см. рис. 2), где P_8^* , P_{10}^* , P_{14}^* , P_{16}^* , P_{17}^* , P_{20}^* — компоненты-места

ния железнодорожного транспорта для ЖУ в виде CN-сети показана на рис. 3. Данная CN-сеть содержит компоненты-места P_8^* , P_{10}^* , P_{14}^* , P_{16}^* , P_{17}^* , P_{20}^* , моделирующие движения железнодорожного транспорта соответственно для станций *Sta 1*, *Sta 2*, *Sta 3*, *Sta 4*, *Sta 5* и *Sta 6*. Одинаковыми являются компоненты-места

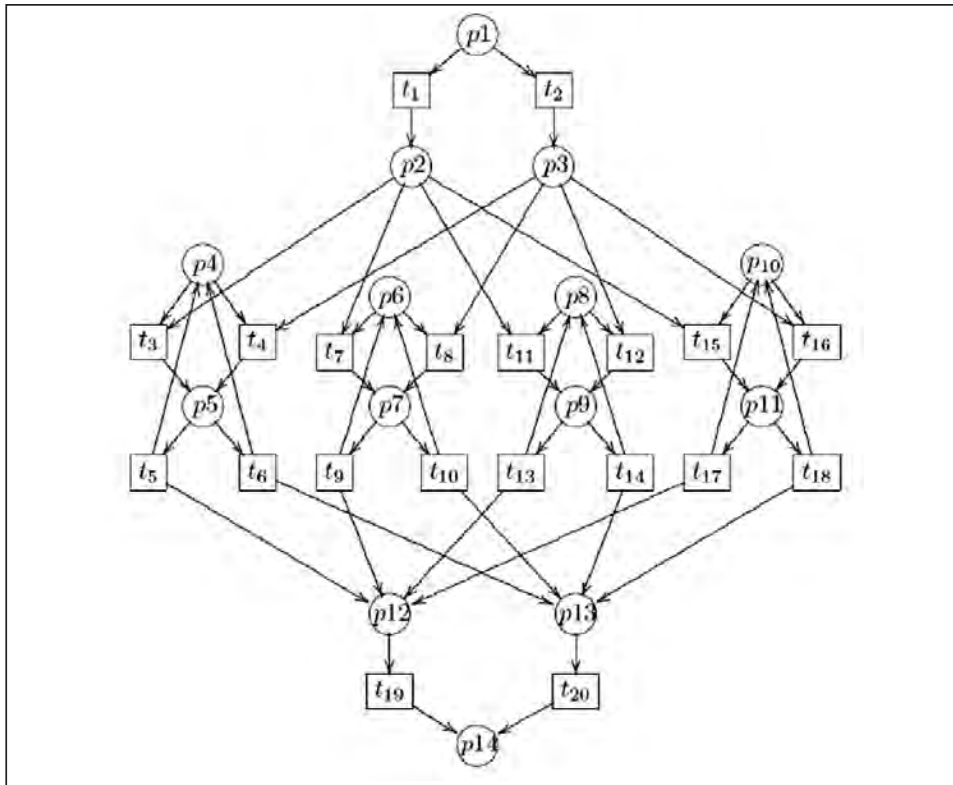


Рис. 4. Компонента-место P_8^* (P_{17}^*) в CN-сети (см. рис. 3), моделирующая сквозные станции *Sta 1* и *Sta 5* с четырьмя внутренними путями

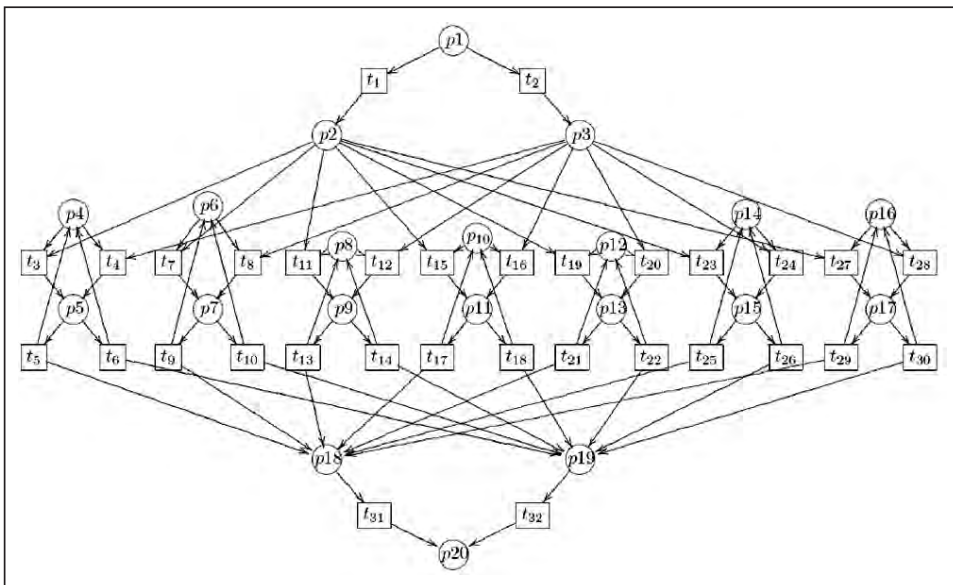


Рис. 5. Компонента-место P_{14}^* (P_{20}^*) в CN-сети (см. рис. 3), моделирующая сквозные станции *Sta 3* и *Sta 6* с семью внутренними путями

P_8^* и P_{17}^* (рис. 4) и компоненты P_{14}^* и P_{20}^* (рис. 5), а компоненты, например, P_8^* и P_{14}^* являются однотипными. Однотипные компоненты-места P_{10}^* и P_{16}^* показаны на рис. 6. Эти компоненты содержат компоненту-переход T_* (рис. 6, в).

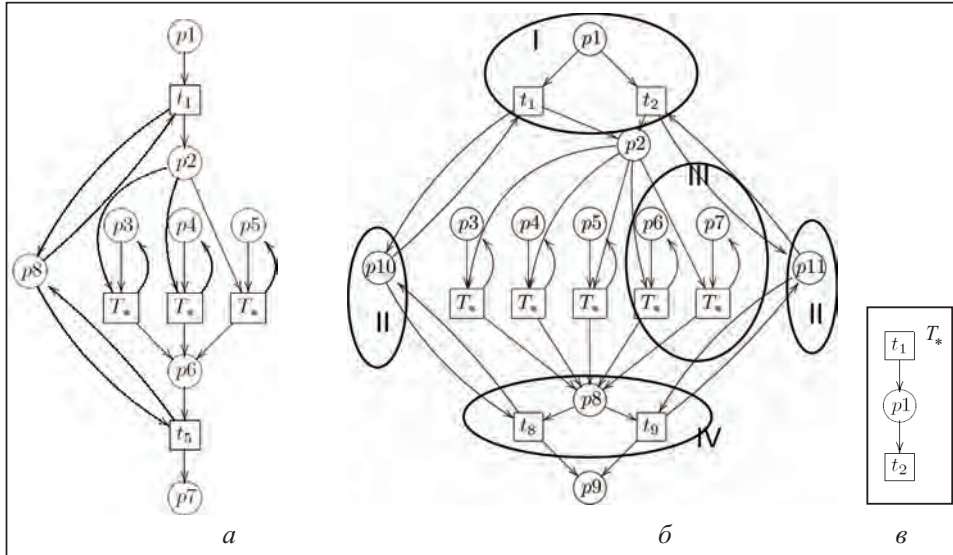


Рис. 6. Однотипные компоненты-места: P_{16}^* , моделирующая станцию *Sta 4* с входной и выходной колеями и тремя внутренними путями (а); P_{10}^* , моделирующая станцию *Sta 2* с двумя входными и выходными колеями и пятью внутренними путями на этапах срабатывания I–IV компоненты (б); компонента-переход T_* в компонентах-местах P_{10}^* и P_{16}^* (в)

АНАЛИЗ CN-СЕТИ

Для применения основного алгебраического метода анализа инвариантов к исследованию поведенческих свойств полученной CN-сети строится ее фундаментальное уравнение

$$A \cdot x = d, \quad (1)$$

где $d = M_k - M_0$ (M_0, M_k — соответственно начальная и конечная разметки CN-сети); x — вектор счета срабатывания переходов; A — матрица инцидентности CN-сети.

С помощью TSS-алгоритма [18] находятся ее T - и S -инварианты как решения соответствующих систем линейных однородных диофантовых уравнений (СЛОДУ) $A \cdot x = 0$ и $A^T \cdot y = 0$, когда в (1) $M_0 = M_k$. По полученным T - и S -инвариантам устанавливается, что CN-сеть имеет следующие свойства: 1) ограниченность (все места CN-сети покрываются положительными S -инвариантами); 2) повторяемость (все переходы исследуемой CN-сети покрываются ненулевыми координатами из множества T -инвариантов); 3) непротиворечивость (любая разметка M является достижимой из самой себя). Для подтверждения того факта, что этими свойствами обладает и базовая модель схемы движения железнодорожного транспорта для ЖУ согласно правилам 1, 2 и теоремам 1–3, необходимо исследовать составные компоненты $P_8^*, P_{10}^*, P_{14}^*, P_{16}^*$ и T_* . Для этого достаточно проверить лишь однотипные компоненты с наименьшим числом одинаковых параллельных процессов, т.е. компоненты P_8^*, P_{16}^* и T_* .

Лемма. Если C^l_p и C^{ll}_p (C^l_t и C^{ll}_t) — две однотипные компоненты, при этом C^l_p (C^l_t) — компонента с меньшим числом одинаковых параллельных процессов, тогда по матрице инцидентности A^l компоненты C^l_p (C^l_t) можно построить матрицу инцидентности A^{ll} компоненты C^{ll}_p (C^{ll}_t).

Доказательство (процесс построения матрицы инцидентности для однотипной компоненты). Построим матрицу A^l , предварительно пронумеровав в компоненте C^l_p (C^l_t) параллельные процессы, используя для этого соседние номера. Это даст возможность в записи A^l выявить блоки, отражающие функционирование соответствующих параллельных процессов.

Пусть C^{ll}_p (C^{ll}_t) отличается от C^l_p (C^l_t) числом k одинаковых параллельных процессов. Каждому параллельному процессу соответствует последовательность срабатываний переходов. Следовательно, размерность матрицы A^{ll} по сравнению с размерностью матрицы A^l увеличится. А именно: а) количество строк увеличится на αk , где α — число активных мест, с которыми взаимодействуют переходы в рассматриваемом параллельном процессе, или (что то же самое) число строк матрицы A^l , в которых отражается работа этого параллельного процесса; б) количество столбцов увеличится на βk , где β — число переходов в рассматриваемом параллельном процессе или (что то же самое) число столбцов матрицы A^l , отражающих работу этого параллельного процесса.

Наполнение матрицы A^{ll} числовыми элементами аналогично наполнению ими матрицы A^l , при этом учитывается увеличение соответствующего блока (блоков, если добавления осуществлялись в нескольких параллельных процессах), отвечающего за рассматриваемые одинаковые параллельные процессы. Остальные позиции матрицы A^{ll} заполняются нулями. ■

Согласно лемме по матрице инцидентности размера 8×5 (рис. 7, а) для компоненты P_{16}^* (см. рис. 6, а), моделирующей станцию *Sta 4* с одной входной колеей и тремя внутренними путями, построим матрицу инцидентности для однотипной ей компоненты P_{10}^* (см. рис. 6, б), моделирующей станцию *Sta 2* с двумя входными колеей и пятью внутренними путями. В компоненте P_{10}^* по сравнению с компонентой P_{16}^* на этапах срабатывания I–IV добавляются параллельные процессы. На каждом таком этапе в результате добавленных параллельных процессов размер матрицы A^l увеличивается соответственно на 0×1 , 1×0 , 2×2 и 0×1 . Следовательно, размер искомой матрицы A^{ll} компоненты P_{10}^* составляет 11×9 . В матрице A^{ll} , показанной на рис. 7, б, выделены области блоков одинаковых параллельных процессов (аналогично областям блоков матрицы A^l).

Теорема 4. Если C^l_p и C^{ll}_p — две однотипные компоненты-места, при этом C^l_p — компонента с меньшим числом одинаковых параллельных процессов, то исходя из совместности системы линейных неоднородных диофантовых уравнений (СЛНДУ) соответствующей компоненте C^l_p следует совместность СЛНДУ соответствующей компоненте C^{ll}_p .

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
p_1	-1	0	0	0	0
p_2	1	-1	-1	-1	0
p_3	0	0	0	0	0
p_4	0	0	0	0	0
p_5	0	0	0	0	0
p_6	0	1	1	1	-1
p_7	0	0	0	0	1
p_8	0	0	0	0	0

a

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9
p_1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
p_2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	0	0
p_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_8	0	0	1	1	1	1	1	-1	-1
p_9	0	0	0	0	0	0	0	1	1
p_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
p_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0

б

Рис. 7. Матрицы инцидентности однотипных компонент-мест P_{16}^* (а) и P_{10}^* (б)

Доказательство. Предположим противное. Пусть СЛНДУ, отвечающая компоненте $C''p$, несовместна. Тогда такая СЛНДУ содержит хотя бы одно уравнение, не имеющее решения. Коэффициенты этого уравнения составляют строку матрицы инцидентности A'' , отражающую взаимосвязь некоторого места компоненты со всеми переходами этой компоненты. Ввиду несовместности рассматриваемой СЛНДУ для такого места не соблюдается баланса срабатывания отвечающих ему переходов (не существует непрерывного пути от начала до конца сети компоненты, который бы использовал это место в качестве условия для срабатывания хотя бы одного из своих переходов). В силу леммы в матрице инцидентности A' отражаются взаимосвязи аналогичного места с переходами в компоненте $C'p$, что обеспечивает в СЛНДУ компоненты $C'p$ наличие соответствующего уравнения, не имеющего решения. Следовательно, СЛНДУ компоненты $C'p$ несовместна. Получено противоречие.

Теорема 5. Если $C't$ и $C''t$ — две однотипные компоненты-переходы, при этом $C't$ — компонента с меньшим числом одинаковых параллельных процессов, то по T -инвариантам компоненты $C't$ можно построить T -инварианты компоненты $C''t$.

Доказательство (процесс построения множества T -инвариантов для однотипной компоненты). Пусть $C''t$ отличается от $C't$ числом k одинаковых параллельных процессов; T -инварианты компонент $C't$ и $C''t$ являются соответственно решениями СЛОДУ: $A' \cdot x = 0$ и $A'' \cdot x = 0$, где A' , A'' — матрицы инцидентности компонент $C't$ и $C''t$, построенные согласно лемме. Тогда число и размерность векторов T -инвариантов $C''t$ относительно числа и размерности векторов T -инвариантов $C't$ увеличится на βk . Соблюдение аналогии блочности в записи T -инвариантов компоненты $C't$ позволяет записать внешний вид векторов T -инвариантов компоненты $C''t$. ■

Прямым следствием теорем 1–5 является следующее утверждение.

Теорема 6. Детальная модель исследуемой системы обладает структурным свойством, если этим свойством обладает соответствующая CN -сеть при условии выполнения следующих свойств структурных элементов CN -сети:

- а) в каждой группе однотипных компонент-переходов компонента-переход с наименьшим числом одинаковых параллельных процессов является живой;
- б) в каждой группе однотипных компонент-мест компоненте-месту с наименьшим числом одинаковых параллельных процессов соответствует совместная СЛНДУ.

Исследование компонент P_8^* и P_{16}^* проводится согласно процессу верификации, предложенному в [19], где совместность соответствующих СЛНДУ доказывается с помощью критериев установления совместности СЛНДУ из [20] согласно формулам

$$S = \left\{ \begin{array}{l} -x_1 - x_2 = -1, \\ x_1 - x_3 - x_7 - x_{11} - x_{15} = 0, \\ x_2 - x_4 - x_8 - x_{12} + x_{16} = 0, \\ -x_3 - x_4 + x_5 + x_6 = 0, \\ x_3 + x_4 - x_5 - x_6 = 0, \\ -x_7 - x_8 + x_9 + x_{10} = 0, \\ x_7 + x_8 - x_9 - x_{10} = 0, \\ -x_{11} - x_{12} + x_{13} + x_{14} = 0, \\ x_{11} + x_{12} - x_{13} - x_{14} = 0, \\ -x_{15} - x_{16} + x_{17} + x_{18} = 0, \\ x_{15} + x_{16} - x_{17} - x_{18} = 0, \\ x_5 + x_9 + x_{13} + x_{17} - x_{19} = 0, \\ x_6 + x_{10} + x_{14} + x_{18} - x_{20} = 0, \\ x_{19} + x_{20} = 0; \end{array} \right. \quad S = \left\{ \begin{array}{l} -x_1 = -1, \\ x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_5 = 1. \end{array} \right.$$

Для составной компоненты T_* финальная и начальная разметки одинаковы и соответствующая СЛНДУ $A \cdot x = 0$ имеет простой вид, совместна, ее решение представляет T -инвариант составной компоненты T_* .

Проведенный анализ CN -сети и ее структурных элементов схемы движения железнодорожного транспорта для ЖУ согласно теоремам 4–6 позволяет установить свойства ограниченности, повторяемости, непротиворечивости, а также отсутствие дедлоков для детальной (базовой) модели схемы движения железнодорожного транспорта ЖУ. В результате физической интерпретации установленных свойств обеспечивается рациональное движение поездов между станциями, вариативная свобода перемещения поездов между станциями и рациональное, вариативное, бесконечное использование ресурсов станций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемое исследование однотипных структурных элементов CN -сети позволяет при проведении компонентного анализа модели исследуемой системы не проверять все составные компоненты CN -сети, а рассматривать только отдельные представители групп однотипных компонент, исследуя элементы с наименьшей размерностью — с меньшим числом одинаковых параллельных процессов, что в значительной степени ускоряет верификацию модели системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 263 с.
2. Котов В.Е. Сети Петри. — М.: Наука, 1984. — 160 с.
3. Milner R. An algebraic definition of simulation between programs: Tech. rep. (Report No. CS205). — Stanford, CA, USA, 1971.
4. Milner R. A calculus of communicating systems // Lecture Notes in Computer Science. — 1980. — 92. — 171 p.

5. Park D. Concurrency and automata on infinite sequences // Lecture Notes in Computer Science. — 1981. — **104**. — P. 168–183.
6. Groote J.F., Vaandrager F.W. An efficient algorithm for branching bisimulation and stuttering equivalence // Automata, Languages and Programming, 1990. — P. 626–638.
7. Henzinger M.R., Henzinger T.A., Kopke P.W. Computing simulations on finite and infinite graphs // 37th IEEE Symp. on Foundations of Comp. Sci. // IEEE Computer Society Press, 1996. — P. 453–462.
8. Ranzato F., Garraro F. Computing stuttering simulations // CONCUR 2009: Proceedings of the 20th International Conference on Concurrency Theory. — Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. — P. 542–556.
9. Кларк Э.М., Грамберг О., Пелед Д. Верификация моделей программ: Model Checking: Пер. с англ. / Под ред. Р. Смолянского. — М.: МЦНМО, 2002. — 416 с.
10. Зайцев Д.А. Декомпозиция сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 5. — С. 131–140.
11. Зайцев Д.А. Композиционный анализ сетей Петри // Там же. — 2006. — № 1. — С. 143–154.
12. Зайцев Д.А. Решение фундаментального уравнения сетей Петри в процессе композиции функциональных подсетей // Искусствен. интеллект. — 2005. — № 1. — С. 59–68.
13. Лук'янова О.О. Про компонентне моделювання систем з паралелізмом // Наукові записки НАУКМА. Комп'ютерні науки. — 2012. — **138**. — С. 21–28.
14. Лукьянова Е.А. О компонентном анализе параллельных распределенных систем // ТВИМ. — 2011. — № 2. — С. 71–81.
15. Лукьянова Е.А. О структурных элементах компонентной сети Петри // Проблемы програмування. — 2012. — № 2–3. — С. 25–32.
16. Murata T. Petri nets: properties, analysis and applications // Proceedings of the IEEE. — 1989. — **77**, N 4. — P. 541–580.
17. Крывый С.Л. О некоторых методах решения и критериях совместности линейных диофантовых уравнений в области натуральных чисел // Кибернетика и системный анализ. — 1999. — № 4. — С. 12–36.
18. Крывый С.Л. Алгоритмы решения систем линейных диофантовых уравнений в целочисленных областях // Там же. — 2006. — № 2. — С. 3–17.
19. Лукьянова Е.А., Дереза А.В. Об одном процессе верификации алгоритмических схем // Intelligent Informations Processing, ИР-8. — М.: МАКС Пресс, 2010. — С. 299–302.
20. Крывый С.Л. Критерий совместности систем линейных диофантовых уравнений над множеством натуральных чисел // Докл. НАНУ. — 1999. — № 5. — С. 107–112.

Поступила 04.04.2011