



ИНТЕГРИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ СОСТОЯНИЕМ ПРОДОВОЛЬСТВЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ В УКРАИНЕ. II. МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА С УЧЕТОМ РИСКА¹

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является продолжением исследований, проведенных авторами в области интегрированного моделирования для управления состоянием продовольственной безопасности в Украине [1]. Здесь приведена разработанная агрегированная математическая модель сельскохозяйственного производства в масштабах страны, с помощью которой можно проанализировать различные сценарии производства продукции растениеводства и животноводства с точки зрения обеспечения продовольственной безопасности Украины. На основании данных об общей потребности в продуктах питания модель определяет оптимальные соотношения растениеводческой и животноводческой отраслей при риске реализации неблагоприятных погодных и рыночных условий.

Кроме того, описана разработанная математическая модель функционирования агрохолдингов с учетом погодных и экономических рисков, а также таких факторов, как страхование посевов, условия кредитования, неопределенность цен на произведенную сельскохозяйственную продукцию. Данная модель сформулирована в виде задачи минимизации риска при нижнем ограничении на среднюю прибыль и ее можно использовать в качестве инструментария для изучения влияния различных управляющих воздействий (условия страхования и кредитования) на эффективность сельскохозяйственного производства.

Рассмотренные модели основаны на методологии моделирования и оценки риска, изложенной в работах [2–8].

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРОДОВОЛЬСТВЕННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Необходимым условием продовольственной безопасности является обеспечение населения продуктами питания в объемах и ассортименте, которые должны соответствовать законодательно принятым нормам потребления.

Потребности населения Украины в килокалориях, белках и жирах определяют необходимые объемы производства продукции растениеводства и животноводства

¹ Начало см. в № 1, 2013.

(в пересчете на эти показатели), которые должны ежегодно поступать на потребительский рынок.

Отметим, что объемы производства продукции животноводческой и растениеводческой отраслей взаимозависимы. Решения о структуре сельскохозяйственного производства принимаются в условиях неопределенности и риска, поскольку в аграрном секторе результаты год от года колеблются в зависимости от погодных условий. Для обеспечения надежного снабжения продуктами питания эти решения должны основываться на учете различных сценариев погодных условий и рыночной конъюнктуры. Под сценарием понимается набор значений параметров (урожайность, цена, рентабельность производства), входящих в модель. Естественным источником информации для случайных сценариев являются статистические данные за прошедшие годы и экспертные оценки.

Предлагаемая статическая агрегированная модель, позволяющая анализировать сценарии возможных результатов сельскохозяйственного производства в масштабах страны, основана на подходе, рассмотренном в [2–11], который заключается в следующем. Объемы производства продукции растениеводства и животноводства, рентабельность аграрного сектора страны, а также объемы импорта, экспорта и поступления этой продукции из государственного резерва или его пополнения зависят от выбранного сценария.

Продукция растениеводства используется для продовольственного потребления, откорма скота и птицы, экспорта, семенного материала, пополнения государственного резерва. В модели учитываются также возможности потерь определенной части урожая.

Потребность в кормах определяется рациональными нормативами затрат кормовых единиц и протеина для одного животного или птицы. В сценариях, соответствующих неблагоприятным погодным условиям, возможна нехватка кормов и соответственно уменьшение поголовья скота и птицы.

Поставка продукции растениеводства и животноводства на потребительский рынок происходит за счет отечественного производства, импорта и запасов государственного резерва. В модели вводится ограничение, которое гарантирует, что сокращение запасов государственного резерва в сценариях с неблагоприятными погодными условиями будет компенсироваться их увеличением в сценариях с благоприятными погодными условиями.

Предполагается, что в некоторых сценариях, соответствующих неблагоприятным погодным условиям, объемы производства будут недостаточными для поддержания надлежащего уровня потребления продуктов питания. В таких случаях их дефицит компенсируется за счет импорта и запасов. При этом не исключен риск того, что потребность в импорте сельскохозяйственной продукции может быть такой большой, что его превышение экспорта не покроется имеющимися валютными резервами. Существует также риск того, что потребности в запасах из государственного резерва могут превышать имеющиеся. В модели эти риски контролируются путем введения ограничения на вероятности возникновения таких ситуаций.

Особое внимание в модели уделено обеспечению надлежащего уровня рентабельности сельскохозяйственного производства, которая зависит от случайных проявлений погоды. Надежность обеспечения такого уровня определяется в виде вероятности того, что рентабельность аграрного сектора страны будет не ниже заданного уровня безопасности.

Модель сформулирована в виде задачи стохастического программирования, в которой максимизируется надежность поддержки желаемого уровня рентабельности при ограничениях на заданный уровень потребления продуктов питания,

посевные площади, обеспеченность кормами, колебания численности поголовья, на риск нехватки запасов государственного резерва и наличных валютных средств для покрытия расходов на импорт сельскохозяйственной продукции.

Для формализации описания модели растениеводческой отрасли введем следующие обозначения: I_1 — множество сельскохозяйственных культур; x_i — размер посевных площадей под культуру $i \in I_1$; S — общая посевная площадь страны; lx_i, ux_i — соответственно нижнее и верхнее ограничение на размеры посевных площадей x_i .

Используя эти обозначения, введем следующие ограничения на использование посевных площадей:

- сумма посевных площадей, отведенных под все сельскохозяйственные культуры, не может превышать общую посевную площадь

$$\sum_{i \in I_1} x_i \leq S; \quad (1)$$

- размеры посевных площадей, отведенных под культуру i , должны быть не меньше нижней границы lx_i и не больше верхней границы ux_i :

$$lx_i \leq x_i \leq ux_i, \quad i \in I_1. \quad (2)$$

Параметры, характеризующие культуру i (урожайность, цена, рентабельность производства), — случайные величины, которые моделируются с помощью набора сценариев. В общих моделях безопасности важными характеристиками являются потребление воды, энергии и использование удобрений.

Введем следующие обозначения: $\{1, 2, \dots, J\}$ — множество случайных сценариев; j — индекс случайного сценария; u_{ji} — урожайность культуры i ($i \in I_1$) по сценарию j ; $u_{ji}x_i$ — валовой сбор урожая культуры i ($i \in I_1$) по сценарию j ; y_{ji}^s — часть урожая культуры i ($i \in I_1$), которая по сценарию j используется для продовольственного потребления, если культура i ($i \in I_1$) (зеленая масса кукурузы, люцерны и т.п.) не используется, то вводятся ограничения

$$y_{ji}^s = 0, \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad (3)$$

y_{ji}^{korm} — часть урожая культуры i ($i \in I_1$), которая по сценарию j используется для откорма скота и птицы, если культура i ($i \in I_1$) не используется, то аналогично (3) вводятся ограничения

$$y_{ji}^{\text{korm}} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad (4)$$

y_{ji}^{exp} — часть урожая культуры i ($i \in I_1$), которая по сценарию j экспортируется; $\lambda_i x_i$ — часть урожая культуры i ($i \in I_1$), которая используется как посевной материал (λ_i — норма посева культуры i ($i \in I_1$)); $\theta_i u_{ji} x_i$ — потери урожая культуры i ($i \in I_1$) по сценарию j (θ_i — коэффициент потерь урожая культуры i ($i \in I_1$)).

Запишем следующее ограничение на распределение урожая:

$$u_{ji}x_i = y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{korm}} + y_{ji}^{\text{exp}} + \lambda_i x_i + \theta_i u_{ji} x_i, \quad j = 1, 2, \dots, J. \quad (5)$$

Структура посевных площадей в значительной степени зависит от поголовья скота и птицы, а также их потребностей в кормах. Последняя определяется двумя способами [12]:

- по нормативам затрат кормовых единиц на производство единицы продукции, которые дифференцированы в зависимости от продуктивности скота или птицы;

- на основании информации о структуре стада и нормативах годовой потребности кормов для одного животного.

В предложенной модели используется второй способ.

Под структурой стада подразумевают соотношение в нем отдельных возрастных и половых групп скота определенного вида животных. От установленной структуры стада зависят темпы воспроизводства поголовья, а также объемы продукции.

В животноводстве в зависимости от специализации различают поголовье крупного рогатого скота для мясного, молочного и комбинированного направлений производства продуктов питания. Структуру стада свиней также определяет направление свиноводства.

Используя информацию о структуре стада и нормах кормления каждой возрастной и половой группы скота [13], можно найти средневзвешенную потребность одного животного в кормовых единицах и протеине. Поскольку часть кормов животного происхождения в рационе животных и птицы незначительна, при моделировании не будем принимать ее во внимание.

Численность стада зависит от кормовой базы, объемы которой колеблются при различных сценариях погодных условий: в неурожайные годы поголовье скота уменьшается, а при благоприятных погодных условиях — увеличивается.

Рассмотрим модель животноводческой отрасли и введем следующие обозначения: K — множество видов сельскохозяйственных животных и птицы с учетом направления производства продуктов питания и производительности; k — индекс животных или птицы, $k \in K$; z_{jk} — среднегодовая численность поголовья вида k по сценарию j ; z_k — планируемая среднегодовая численность животных или птицы вида k ; a_k^{ko} — удельная годовая средневзвешенная потребность в кормовых единицах для животных или птицы вида k ; a_k^{prot} — удельная годовая средневзвешенная потребность в протеине животных или птицы вида k ; I_2 — множество продукции животноводства; b_i^{ko} — количество кормовых единиц в единице культуры i ($i \in I_1$); b_i^{prot} — количество протеина в единице культуры i ($i \in I_1$); ρ_{ik} — расходы кормовых единиц на производство единицы продукции i ($i \in I_2$) при откорме животных или птицы вида k ; v_{ji} — объем продукции животноводства i ($i \in I_2$) по сценарию j ; v_{ji}^s — часть произведенной продукции животноводства i ($i \in I_2$), которая по сценарию j используется для продовольственного потребления; v_{ji}^{exp} — часть произведенной продукции животноводства i ($i \in I_2$), которая по сценарию j экспортируется.

Запишем балансовые ограничения на годовые объемы кормовых единиц

$$\sum_{i \in I_1} b_i^{\text{ko}} y_{ji}^{\text{korm}} = \sum_{k \in K} a_k^{\text{ko}} z_{jk}, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad (6)$$

и усвоенного протеина

$$\sum_{i \in I_1} b_i^{\text{prot}} y_{ji}^{\text{korm}} = \sum_{k \in K} a_k^{\text{prot}} z_{jk}, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (7)$$

Введем ограничения на изменение поголовья скота при различных сценариях

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J z_{jk} \geq z_k. \quad (8)$$

Это ограничение гарантирует, что уменьшение поголовья в сценариях, соответствующих неблагоприятным погодным условиям, будет компенсироваться его увеличением в сценариях, соответствующих благоприятным погодным условиям.

Годовые объемы производства продукции животноводства по сценарию j вычисляются следующим образом:

$$v_{ji} = \sum_{k \in K} (a_k^{\text{ko}} / \rho_{ik}) z_{jk}, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_2. \quad (9)$$

Запишем ограничение на распределение продукции животноводства

$$v_{ji} = v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{exp}}, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_2. \quad (10)$$

Для моделирования физической обеспеченности населения в килокалориях, белках и жирах введем следующие обозначения: D_{ccal} — минимальные годовые потребности населения в килокалориях; D_{prot} — минимальные годовые потребности населения в белках; D_{fat} — минимальные годовые потребности населения в жирах; d_i^{ccal} — количество килокалорий в единице продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$); d_i^{prot} — количество белков в единице продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$); d_i^{fat} — количество жиров в единице продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$); y_{ji}^{imp} — объем импорта продукции растениеводства i ($i \in I_1$) по сценарию j ; v_{ji}^{imp} — объем импорта продукции животноводства i ($i \in I_2$) по сценарию j ; π_{prot} — коэффициент соотношения между потреблением белков растительного и животного происхождения; π_{fat} — коэффициент соотношения между потреблением жиров растительного и животного происхождения; η_{ji}^1 — годовые объемы продукции растениеводства i ($i \in I_1$), поступающие на потребительский рынок из госрезерва (если $\eta_{ji}^1 > 0$) или в госрезерв (если $\eta_{ji}^1 < 0$) по сценарию j ; η_{ji}^2 — годовые объемы продукции животноводства i ($i \in I_2$), поступающие на потребительский рынок из госрезерва (если $\eta_{ji}^2 > 0$) или в госрезерв (если $\eta_{ji}^2 < 0$) по сценарию j ; Φ_i^1 — запасы продукции растениеводства i ($i \in I_1$), находящиеся в госрезерве по состоянию на начало года; Φ_i^2 — запасы продукции животноводства i ($i \in I_2$), находящиеся в госрезерве по состоянию на начало года.

Минимальная потребность населения в продуктах питания считается физически обеспеченной, если выполняются ограничения на следующие показатели:

- ежегодная потребность в килокалориях

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{ccal}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{ccal}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{ccal}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (11)$$

- ежегодная потребность в белках

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{prot}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{prot}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{prot}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (12)$$

- ежегодная потребность в жирах

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{fat}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{fat}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{fat}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (13)$$

- рациональное соотношение между потреблением белков растительного и животного происхождения

$$\pi_{\text{prot}} \sum_{i \in I_1} d_i^{\text{prot}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) = \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{prot}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2), \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (14)$$

- рациональное соотношение между потреблением жиров растительного и животного происхождения

$$\pi_{\text{fat}} \sum_{i \in I_1} d_i^{\text{fat}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) = \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{fat}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2), \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (15)$$

Введем ограничения на колебания запасов резервного фонда. В идеале необходимо, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\eta_{ji}^1 \leq \Phi_i^1, \quad i \in I_1; \quad \eta_{ji}^2 \leq \Phi_i^2, \quad i \in I_2; \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (16)$$

Существует риск того, что для некоторых сценариев, соответствующих неблагоприятным погодным условиям, потребности в запасах из госрезерва могут превышать их настоящий уровень. Оценить последствия таких ситуаций обычно очень трудно. Поэтому в теории банкротства финансовых структур и страховых компаний, безопасности атомных станций, а также в теории надежности обычно применяются измеряемые показатели, связанные с оценкой так называемых ограничений безопасности, в которых в качестве меры риска используется вероятность наступления неблагоприятных ситуаций (событий).

Пусть η_i^1 и η_i^2 — случайные величины, которые могут принимать значения $\eta_{1i}^1, \eta_{2i}^1, \dots, \eta_{ji}^1, i \in I_1$, и $\eta_{1i}^2, \eta_{2i}^2, \dots, \eta_{ji}^2, i \in I_2$, соответственно. Тогда для фиксированного $i \in I_1$ вероятность того, что случайная величина η_i^1 будет превышать имеющийся уровень запасов Φ_i^1 , вычисляется по формуле

$$\Pr \{ \eta_i^1 > \Phi_i^1 \} = n_{\Phi_i^1} / J, \quad (17)$$

где $n_{\Phi_i^1}$ — количество сценариев j , для которых $\eta_{ji}^1 > \Phi_i^1$.

Аналогично вычисляется вероятность $\Pr \{ \eta_i^2 > \Phi_i^2 \}$ для фиксированного $i \in I_2$. Пусть α_1 и α_2 — верхние допустимые границы для этих вероятностей. Например, допустимые границы катастрофических событий в атомной энергетике определяются как события, которые могут произойти раз в 10 млн. лет, т.е. $\alpha_1, \alpha_2 = 10^{-7}$. В теории страхования вероятность банкротства страховых компаний может иметь значения $\alpha_1, \alpha_2 = 1/800$.

Запишем следующие ограничения на риск того, что для некоторых сценариев, которые соответствуют неблагоприятным погодным условиям, потребности в запасах из госрезерва будут превышать текущий уровень запасов:

$$\Pr \{ \eta_i^1 > \Phi_i^1 \} \leq \alpha_1, \quad i \in I_1, \quad \Pr \{ \eta_i^2 > \Phi_i^2 \} \leq \alpha_2, \quad i \in I_2. \quad (18)$$

Ограничения (18) имеют сложный невыпуклый разрывный характер. Поэтому их часто исследуют в сочетании с так называемыми мерами риска CVaR (условное значение риска) [2–5, 14, 15], которые позволяют широко применять методы линейного программирования [6].

В агрегированной математической модели сельскохозяйственного производства предполагается, что дефицит продуктов питания на потребительском рынке можно компенсировать не только за счет государственного резерва, но и за счет импорта. Последний должен обеспечиваться валютными поступлениями от экспорта недефицитной продукции аграрного сектора, а в случае ее нехватки — за счет валютных резервов. Существует риск того, что в сценариях, соответствующих неблагоприятным погодным или глобальным экономическим условиям, уровень экспорта продовольственных продуктов упадет до минимума, а цены на

импортные продукты питания резко возрастут. При таком развитии событий валютных резервов не хватит для обеспечения импорта продовольственных товаров. Для оценки такого риска используем вероятность наступления таких ситуаций.

Введем следующие обозначения: c_{ji}^{exp} — экспортная цена продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) по сценарию j ; c_{ji}^{imp} — цена импортной продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) по сценарию j ; $\xi_j = \sum_{i \in I_1} c_{ji}^{\text{imp}} y_{ji}^{\text{imp}} + \sum_{i \in I_2} c_{ji}^{\text{imp}} v_{ji}^{\text{imp}} - \sum_{i \in I_1} c_{ji}^{\text{exp}} y_{ji}^{\text{exp}} - \sum_{i \in I_2} c_{ji}^{\text{exp}} v_{ji}^{\text{exp}}$ — превышение импорта над экспортом по сценарию j ; G — максимальный уровень валютных резервов, который можно использовать для импорта продуктов питания; ξ — случайная величина, которая может принимать значения ξ_1, \dots, ξ_J .

Вероятность того, что преобладание импорта над экспортом будет превышать максимально возможный уровень валютных резервов, вычисляется следующим образом:

$$\Pr \{ \xi > G \} = n_G / J, \quad (19)$$

где n_G — количество сценариев j , для которых $\xi_j > G$. Пусть β — верхняя граница для этой вероятности.

Запишем ограничения на риск того, что валютных резервов НБУ не хватит для финансирования импорта дефицитных продуктов питания

$$\Pr \{ \xi > G \} \leq \beta. \quad (20)$$

При вычислении прибыли от реализации продукции растениеводства будем учитывать только продукцию, поступающую на внутренний потребительский рынок и на экспорт. Часть продукции, которая идет на откорм животных и птицы, учитывается при вычислении прибыли от реализации продукции животноводства.

Введем следующие обозначения: c_{ji} — цена реализации продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) на внутреннем потребительском рынке по сценарию j ; \tilde{c}_{ji} — себестоимость единицы продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) по сценарию j ; prof_{ji}^s — прибыль от реализации единицы продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) на внутреннем рынке страны по сценарию j ; $\text{prof}_{ji}^{\text{exp}}$ — прибыль от экспорта единицы продукции i ($i \in I_1 \cup I_2$) по сценарию j ; r_j — рентабельность сельскохозяйственного производства по сценарию j :

$$r_j = \frac{\sum_{i \in I_1} (\text{prof}_{ji}^s y_{ji}^s + \text{prof}_{ji}^{\text{exp}} y_{ji}^{\text{exp}}) + \sum_{i \in I_2} (\text{prof}_{ji}^s v_{ji}^s + \text{prof}_{ji}^{\text{exp}} v_{ji}^{\text{exp}})}{\sum_{i \in I_1} (\tilde{c}_{ji}^s y_{ji}^s + \tilde{c}_{ji}^{\text{exp}} y_{ji}^{\text{exp}}) + \sum_{i \in I_2} (\tilde{c}_{ji}^s v_{ji}^s + \tilde{c}_{ji}^{\text{exp}} v_{ji}^{\text{exp}})}; \quad (21)$$

R — допустимая рентабельность сельскохозяйственного производства; ς — случайная величина, которая может принимать значения r_1, r_2, \dots, r_J .

Вероятность того, что рентабельность сельскохозяйственного производства будет ниже R , вычисляется по формуле

$$\Pr \{ \varsigma < R \} = n_R / J, \quad (22)$$

где n_R — количество сценариев j , для которых $r_j < R$.

Сформулируем модель в виде задачи стохастического программирования. Найти оптимальные структуру посевных площадей ($x_i, i \in I_1$) и структуру стада животных и птицы ($z_k, k \in K$), при которых минимизируется риск того, что рен-

табельность сельскохозяйственного производства будет ниже минимально допустимой рентабельности R :

$$\Pr \{ \zeta < R \} \rightarrow \min \quad (23)$$

при ограничениях на следующие показатели:

- сумма посевных площадей

$$\sum_{i \in I_1} x_i \leq S; \quad (24)$$

- распределение урожая

$$u_{ji}x_i = y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{korm}} + y_{ji}^{\text{exp}} + \lambda_i x_i + \theta_i u_{ji} x_i, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_1; \quad (25)$$

- годовой объем кормовых единиц

$$\sum_{i \in I_1} b_i^{\text{ko}} y_{ji}^{\text{korm}} = \sum_{k \in K} a_k^{\text{ko}} z_{jk}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (26)$$

- годовой объем протеина

$$\sum_{i \in I_1} b_i^{\text{prot}} y_{ji}^{\text{korm}} = \sum_{k \in K} a_k^{\text{prot}} z_{jk}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (27)$$

- колебания численности поголовья животных и птицы при различных сценариях

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J z_{jk} \geq z_k; \quad (28)$$

- годовые объемы производства продукции животноводства

$$v_{ji} = \sum_{k \in K} \frac{a_k^{\text{ko}}}{\rho_{ik}} z_{jk}, \quad i \in I_2, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (29)$$

- распределение продукции животноводства

$$v_{ji} = v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{exp}}, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_2; \quad (30)$$

- ежегодная потребность в килокалориях

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{ccal}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{ccal}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{ccal}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (31)$$

- ежегодная потребность в белках

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{prot}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{prot}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{prot}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (32)$$

- ежегодная потребность в жирах

$$\sum_{i \in I_1} d_i^{\text{fat}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) + \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{fat}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2) \geq D_{\text{fat}}, \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (33)$$

- рациональное соотношение между потреблением белков растительного и животного происхождения

$$\pi_{\text{prot}} \sum_{i \in I_1} d_i^{\text{prot}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) = \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{prot}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2), \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (34)$$

- рациональное соотношение между потреблением жиров растительного и животного происхождения

$$\pi_{\text{fat}} \sum_{i \in I_1} d_i^{\text{fat}} (y_{ji}^s + y_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^1) = \sum_{i \in I_2} d_i^{\text{fat}} (v_{ji}^s + v_{ji}^{\text{imp}} + \eta_{ji}^2), \quad j=1, 2, \dots, J; \quad (35)$$

- риск того, что потребности в запасах из госрезерва будут превышать текущий уровень запасов

$$\Pr \{\eta_i^1 > \Phi_i^1\} \leq \alpha_1, \quad i \in I_1; \quad \Pr \{\eta_i^2 > \Phi_i^2\} \leq \alpha_2, \quad i \in I_2; \quad (36)$$

- риск того, что валютных резервов не хватит для финансирования импорта дефицитных продуктов питания

$$\Pr \{\xi > G\} \leq \beta; \quad (37)$$

- переменные задачи

$$lx_i \leq x_i \leq ux_i, \quad i \in I_1; \quad (38)$$

$$y_{ji}^s \geq 0, \quad y_{ji}^{\text{exp}} \geq 0, \quad y_{ji}^{\text{imp}} \geq 0, \quad y_{ji}^{\text{korm}} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_1; \quad (39)$$

$$z_{jk} \geq 0, \quad z_k \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad k=1, 2, \dots, K; \quad (40)$$

$$v_{ji}^s \geq 0, \quad v_{ji}^{\text{exp}} \geq 0, \quad v_{ji}^{\text{imp}} \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad i \in I_2. \quad (41)$$

Аналогично (3), (4) предполагается, что если культура i ($i \in I_1$) не используется для продовольственного потребления, то

$$y_{ji}^s = 0, \quad j=1, 2, \dots, J, \quad (42)$$

если культура i ($i \in I_1$) не используется для откорма животных и птицы, то

$$y_{ji}^{\text{korm}} = 0, \quad j=1, 2, \dots, J. \quad (43)$$

Сложность прямолинейного использования модели (23)–(43) связана с наличием вероятностных функций цели (23) и ограничений (36), (37). Эти функции имеют невыпуклый часто разрывный характер. Важным новым подходом при моделировании процессов принятия решений в условиях риска является использование CVaR. В настоящее время этот подход реализован в программном продукте «Portfolio Safeguard (PSG)» [16]. С помощью PSG можно решать задачи типа (23)–(43), в которых вероятность входит не только в функцию цели, но и в ограничения.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА НА УРОВНЕ АГРОПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ РИСКА И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассмотрим математическую модель функционирования агрохолдингов с учетом погодных и экономических рисков [17]. При моделировании учитывались такие факторы, как страхование посевов, условия кредитования, неопределенность цен на произведенную сельскохозяйственную продукцию.

Современные агрохолдинги в Украине — это многопрофильные хозяйственные образования, сформированные по принципу агро-индустриальной вертикальной интеграции. Агрохолдинги занимаются, как правило, сельскохозяйственным производством, переработкой сельскохозяйственного сырья, производством конечных продуктов питания и их сбытом через собственную торговую сеть.

Рассмотрим примеры возможных технологических цепочек, представляющих схемы функционирования большинства агрохолдингов.

1. Производство продукции растениеводства → реализация на рынке выращенного сельскохозяйственного сырья.

2. Производство зерна → муки и сопутствующих продуктов мукомольного процесса → реализация на рынке продукции первичной переработки.

3. Производство зерна → комбикормов → продукции животноводства и/или птицеводства → реализация на рынке продукции животноводства и/или птицеводства.

Технологические цепочки 1–3 представляют упрощенные схемы функционирования агрохолдинга. Более сложная и приближенная к реальной схема функционирования агрохолдинга показана на рис. 1. Она включает простые технологические цепочки 1–3, а также производство сельскохозяйственного сырья и его переработку: производство комбикормов и муки (первый уровень), производство продукции животноводства, птицеводства, хлебобулочных изделий (второй уровень), переработку продукции животноводства и птицеводства (третий уровень). Отметим, что часть продукции предыдущего уровня может непосредственно реализоваться на рынке, минуя переработку.

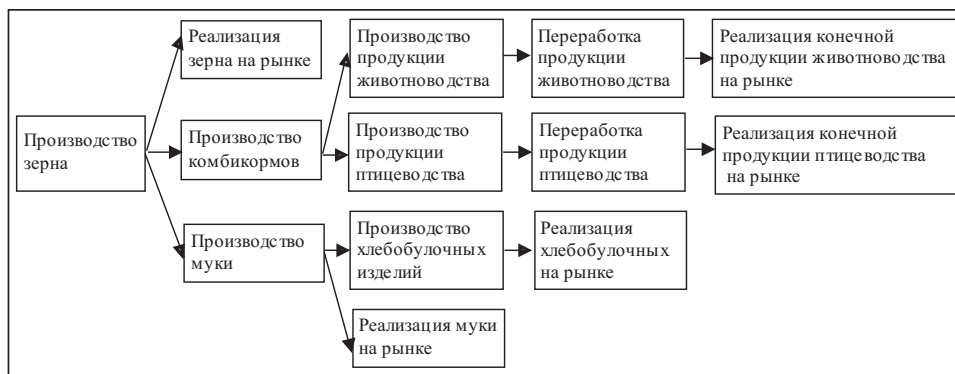


Рис. 1. Блок-схема возможных технологических цепочек

Чтобы не усложнять модель функционирования агрохолдинга введением множества индексов, рассмотрим только один вид переработки первого уровня. Упрощенная модель позволит исследовать основные особенности функционирования агрохолдинга и определить влияние неконтролируемых (погода, рынок) и контролируемых (инвестиции, субсидии, кредиты, налоги) факторов на его результаты. В дальнейшем планируем разработать модель, которая позволит интегрировать локальные особенности взаимодействия в цепочке продовольствие–энергетика–водоснабжение.

Модель функционирования агрохолдинга состоит из начального (производство сельскохозяйственных культур), промежуточного (переработка сельскохозяйственного сырья) и конечного звеньев (реализация сырья и готовой продукции на рынке). Каждое звено характеризуется затратами и результатом, которые зависят от варианта принимаемых управленческих решений и параметров инструментов государственного регулирования аграрного сектора.

Под вариантами принимаемых управленческих решений при производстве сельскохозяйственных культур понимается выбор следующих параметров:

- 1) структура посевных площадей;
- 2) сорт посевной культуры;
- 3) технологии, используемые при выращивании культур;
- 4) размеры и условия кредитования;
- 5) варианты страхования посевов.

Управленческие решения п. 1 определяются специализацией агрохолдинга, необходимостью соблюдения севооборота и размером общей площади хозяйства. Предполагается, что на вход модели поступают: перечень сельскохозяйственных культур, которые могут быть высеяны; ограничения на минимальные и максимальные размеры посевных площадей под каждую культуру и на суммарный размер засеянных площадей под все культуры. Ограничения на минимальные размеры посевных площадей определяются необходимостью обеспечения сырьем перерабатывающих мощностей

агрохолдинга. Ограничения на минимальные размеры посевных площадей под культуры, которые агрохолдинг не перерабатывает, могут быть нулевыми.

В модели используются следующие обозначения: i — индекс сельскохозяйственной культуры; $\{1, 2, \dots, I\}$ — набор индексов сельскохозяйственных культур, которые могут быть высеяны; $I_1 \subset \{1, 2, \dots, I\}$ — набор индексов сельскохозяйственных культур, которые являются сырьем для перерабатывающих мощностей агрохолдинга; l_i — минимальный размер посевных площадей под культуру $i \in \{1, 2, \dots, I\}$; l_i^0 — минимальный размер посевных площадей под культуру i ($i \in I_1$), необходимый для обеспечения сырьем перерабатывающих мощностей агрохолдинга; u_i — максимальный размер посевных площадей под культуру $i \in \{1, 2, \dots, I\}$; P — верхнее ограничение на суммарный размер посевных площадей под все культуры.

Управленческие решения пп. 2, 3 в значительной степени определяют урожайность культур и затраты на их возделывание. Как правило, для каждого сорта культуры разработаны технологические карты, регламентирующие последовательность, сроки проведения и параметры технологических операций, выполнение которых обеспечивает получение плановой урожайности при благоприятных погодных условиях. В силу ряда причин (финансовых, технических, погодных) некоторые технологические операции, предусмотренные в технологической карте, часто не осуществляются (или проводятся с отклонениями). При этом данные об урожайности и затратах на возделывание культур не совпадают с плановыми. Таким образом, на практике реализуется один вариант технологии возделывания выбранного сорта из множества вариантов, которые отличаются от базовой технологии, описанной в технологической карте, отсутствием нескольких операций или изменением их параметров.

Строгое соблюдение технологических требований при возделывании культуры предполагает наличие достаточного количества сельскохозяйственной техники и финансовых ресурсов для закупки посевного и горюче-смазочных материалов, удобрений и средств защиты растений. В случае нехватки или отсутствия собственной сельскохозяйственной техники требуются дополнительные финансовые ресурсы для ее аренды. Рассмотрим источники пополнения финансовых ресурсов.

Вследствие финансового кризиса и инфляции произошло резкое сокращение собственных оборотных средств, необходимых для финансирования сельскохозяйственных работ. Поэтому украинские сельскохозяйственные предприятия испытывают острую потребность в кредитах — одного из основных источников пополнения оборотного и основного капиталов. В условиях ограниченности бюджетных средств, инвестиционной непривлекательности аграрного производства для инвесторов кредиты коммерческих банков являются единственным источником обеспечения потребностей сельхозпредприятий в денежных ресурсах. В настоящее время в Украине действует государственная программа льготного кредитования АПК, предусматривающая компенсацию из бюджета коммерческим банкам разницы, которую они недополучают вследствие кредитования предприятий АПК по льготным (нерыночным) процентным ставкам. Величина компенсации рыночной процентной ставки оказывает существенное влияние на величину затрат и является одним из параметров инструментов государственного регулирования АПК, который может изменяться при вариантных просчетах.

Множество доступных видов кредитов определяет выбор управленческих решений, перечисленных в п. 4. Они классифицируются по срокам использования, размерам кредита, видам процентной ставки, способам оплаты процентов и

графикам погашения кредита. В условиях изменчивости конъюнктуры на рынке сельскохозяйственной продукции вид кредита существенно влияет на рентабельность работы агропредприятия. Если берется краткосрочный кредит «от посева до жатвы», то для его погашения предприятие вынуждено продавать собранный урожай по заниженным ценам, которые, как правило, устанавливаются на рынке в сезон жатвы. Если кредит взят на более длительный срок, то можно дожидаться благоприятной рыночной конъюнктуры и выгодно продать урожай, но при этом увеличиваются затраты на выплату процентов.

В данной модели описанная ситуация формализуется следующим образом: k — индекс, характеризующий вид банковского кредита; $\{1, \dots, K\}$ — набор видов банковских кредитов, которые могут предоставляться агрохолдингу; e_k — стоимость кредита k с учетом частичной компенсации рыночной процентной ставки; β — индекс технологии, под которой понимается вид и сорт культуры, а также способ ее возделывания с фиксированными изменениями относительно технологической карты (например, две одинаковые технологии возделывания одного и того же сорта озимой пшеницы, которые отличаются только сроками проведения ее подкормки, в модели считаются разными технологиями, выбор технологии ограничивается финансовыми возможностями агрохолдинга); $B_i(k)$ — множество альтернативных технологий возделывания культуры i , которые агрохолдинг может профинансировать при условии привлечения кредита вида k .

Введем в рассмотрение K дискретных переменных ξ_1, \dots, ξ_K , где

$$\xi_k = \begin{cases} 1, & \text{если агрохолдинг берет кредит } k, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Поскольку посеvy подвержены риску воздействия неблагоприятных погодных условий, управленческие решения п. 5 также оказывают большое влияние на финансовые результаты хозяйственной деятельности агрохолдинга. В Украине практикуются два типа страхования сельскохозяйственных культур: комплексное (мультирисковое) и страхование по индексу урожайности. Комплексное предусматривает страхование сельскохозяйственной продукции от 18 рисков и поэтому является дорогим. Страхование по индексу урожайности предусматривает выплату компенсации в том случае, когда уровень средней по региону урожайности в текущем году становится ниже среднего многолетнего уровня на обусловленную величину. Владельцы страховых полисов получают страховую компенсацию в размере, эквивалентном снижению среднего уровня урожайности.

Существует также программа субсидированного страхования, предусматривающая возмещение из бюджета определенной части страховых платежей, которые выплачивают сельскохозяйственные товаропроизводители по комплексному или индексному страхованию урожая. В настоящее время государство субсидирует страхование по индексу урожайности, мультирисковому страхованию в зимний и в весенне-летний периоды. Эти виды страхования имеют свою специфику определения страховой суммы.

Основные параметры видов страхования — страховые суммы и ставки премии, варьируются в зависимости от вида культур и региона. В 2008 г. дороже всего страхование обошлось производителям риса, кукурузы, сахарной свеклы и подсолнечника, а дешевле всего страховались посеvy проса, пшеницы и ржи. Самые низкие суммы премии на единицу площади были зафиксированы в АР Крым и Волынской области, а самые высокие — уплачены страхователями в Закарпатской, Черниговской и Полтавской областях.

Возникновение страховых событий, после которых застрахованному возмещаются убытки, как и урожайность культур, и рыночные цены на сельскохозяй-

ственную продукцию являются случайными. Для моделирования частоты повторяемости случайных событий в модели рассмотрен набор сценариев. Здесь, как и ранее, под сценарием понимается набор значений параметров, входящих в модель: урожайность сельскохозяйственных культур, неблагоприятные погодные условия, цены на сельскохозяйственную продукцию.

Введем следующие обозначения: $\{1, 2, \dots, J\}$ — множество случайных сценариев; j — индекс случайного сценария; a_{ji} — урожайность культуры i в сценарии j ; $\{1, 2, \dots, S\}$ — множество видов страхования; s — индекс вида страхования; H_{jis} — величина возмещаемого ущерба в сценарии j в расчете на единицу площади, засеянной культурой i , при страховании вида s ; h_{is} — страховые платежи при страховании вида s единицы площади, засеянной культурой i , за вычетом части, возмещаемой государством.

Рыночные цены на сельхозпродукцию являются случайными и меняются в течение времени. Варианты управленческих решений, принимаемых при реализации выращенного урожая, связаны с выбором момента времени, когда уровень рыночных цен на сельскохозяйственную продукцию наиболее благоприятный. Как правило, реализация сельхозпродукции сразу после уборки урожая происходит по более низким ценам, но и затраты на хранение урожая также минимальны.

Введем следующие обозначения: $\{1, 2, \dots, T\}$ — множество индексов, определяющих альтернативные моменты времени реализации сельхозпродукции на рынке; t — индекс момента времени реализации сельхозпродукции на рынке, $t \in \{1, 2, \dots, T\} \cup \{0\}$, причем $t=0$ означает, что продукция идет на переработку с помощью собственных мощностей агрохолдинга; c_{jit} — цена на культуру i в момент времени t при реализации сценария j ; $x_{i\beta st}$ — площадь, отведенная под культуру i , выращиваемую по технологии β , застрахованную s -м видом страхования, реализуемую в момент времени t , если $t > 0$, или перерабатываемую с помощью собственных мощностей агрохолдинга, если $t = 0$; $g_{i\beta}$ — затраты на выращивание культуры i на единицу площади по технологии β ; f_{it} — затраты на хранение единицы урожая культуры i до момента времени t , т.е. до момента ее реализации (предполагается, что $f_{i0} = 0, i = 1, 2, \dots, I$); d_i — транспортные расходы на единицу урожая культуры $i, i = 1, 2, \dots, I$.

Суммарные затраты на возделывание сельскохозяйственных культур, включающие затраты на выращивание, платежи по процентам за привлеченный кредит и страхование определяются по формуле

$$\sum_{k=1}^K \left[e_k \xi_k + \sum_{i=1}^I \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T x_{i\beta st} (g_{i\beta} + h_{is}) \right]. \quad (44)$$

Результат хозяйственной деятельности (сбор урожая всех засеянных культур) зависит от случайного сценария. Валовой сбор урожая культуры i при реализации сценария j определяется по формуле

$$\sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T a_{ji} x_{i\beta st}. \quad (45)$$

Одна часть собранного урожая

$$\sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S a_{ji} x_{i\beta s0} \quad (46)$$

идет на переработку с помощью собственных мощностей агрохолдинга, а другая

$$\sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T a_{ji} x_{i\beta st} \quad (47)$$

реализуется на рынке.

Суммарные затраты на сбыт урожая на рынке (его транспортировку и хранение) по сценарию j определяются по формуле

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (f_{it} + d_i) a_{ji} x_{i\beta st}. \quad (48)$$

Выручка от продажи урожая при сценарии j определяется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T c_{jit} a_{ji} x_{i\beta st}. \quad (49)$$

В случае, если сценарий j характеризуется неблагоприятными погодными условиями, агрохолдинг получает возмещение от потери застрахованного урожая в размере

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T H_{jis} x_{i\beta st}. \quad (50)$$

На переменные, используемые в модели, налагаются следующие ограничения:

- размеры посевных площадей моделируются непрерывными неотрицательными переменными

$$x_{i\beta st} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad \beta \in B_i(k), \quad k = 1, \dots, K, \quad s = 1, \dots, S, \quad t = 0, 1, \dots, T; \quad (51)$$

- переменные, ассоциированные с видами кредитов, являются дискретными

$$\xi_k \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, K; \quad (52)$$

- минимальный и максимальный размер посевных площадей, отводимых под культуры

$$l_i \leq \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T x_{i\beta st} \leq u_i, \quad i = 1, 2, \dots, I; \quad (53)$$

- минимальный размер посевных площадей, обеспечивающих сырьем перерабатывающие мощности агрохолдинга

$$\sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S x_{i\beta s0} \geq l_i^0, \quad i \in I_1; \quad (54)$$

- суммарный размер засеянных площадей

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T x_{i\beta st} \leq P. \quad (55)$$

Для простоты изложения все культуры $i \in I_1$, поступающие для переработки на собственных мощностях агрохолдинга, объединяются в одну категорию — сырье. В данной версии модели учитывается только основная продукция переработки (побочной продукцией будем пренебрегать). Затраты на реализацию продукции переработки в данной версии модели не учитываются.

Введем следующие обозначения: γ — расход сырья на единицу основной продукции переработки; G — затраты на переработку единицы сырья; c_j^{per} — рыночная цена на основную продукцию переработки при случайном сценарии j .

Затраты на переработку сырья при случайном сценарии j равны

$$G \sum_{i \in I_1} \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S a_{ji} x_{i\beta s 0}. \quad (56)$$

Выручка от реализации основной продукции переработки при случайном сценарии j определяется по формуле

$$\frac{c_j^{\text{per}}}{\gamma} \sum_{i \in I_1} \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S a_{ji} x_{i\beta s 0}. \quad (57)$$

Пусть x — вектор, компонентами которого являются $x_{i\beta st}$, $i=1, 2, \dots, I$; $\beta \in B_i(k)$; $k=1, \dots, K$; $s=1, \dots, S$; $t=0, 1, \dots, T$ и $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_K)$. В соответствии с (44), (48) и (56) суммарные затраты агрохолдинга на производство, переработку и реализацию сельскохозяйственной продукции при сценарии j определяются по формуле

$$Z_j(x, \xi) = \sum_{k=1}^K \left[e_k \xi_k + \sum_{i=1}^I \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T x_{i\beta st} (g_{i\beta} + h_{is}) \right] + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T (f_{it} + d_i) a_{ji} x_{i\beta st} + G \sum_{i \in I_1} \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S a_{ji} x_{i\beta s 0}. \quad (58)$$

Согласно (49), (50) и (57) суммарные поступления денежных средств от продажи урожая, продукции переработки и страхового возмещения при случайном сценарии j будут

$$V_j(x, \xi) = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T c_{jit} x_{i\beta st} + \frac{c_j^{\text{per}}}{\gamma} \sum_{i \in I_1} \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S a_{ji} x_{i\beta s 0} + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{\beta \in B_i(k)} \sum_{s=1}^S \sum_{t=0}^T H_{jis} a_{ji} x_{i\beta st}. \quad (59)$$

Прибыль до налогообложения при случайном сценарии j определяется по формуле

$$R_j(x, \xi) = V_j(x, j) - Z_j(x, \xi). \quad (60)$$

Если $R_j(x, \xi) \geq 0$, то при случайном сценарии j агрохолдинг получит прибыль, если $R_j(x, \xi) < 0$, то понесет финансовые потери.

В общем случае вектор случайных параметров может иметь большое количество возможных значений (сценариев), которые нельзя задать в явном виде простыми перечислениями. Например, если имеется только 10 параметров, каждый из которых может принимать 10 независимых значений, то общее количество сценариев выражается астрономическим числом 10^{10} . Методы стохастической оптимизации позволяют решать такие задачи без явного перечисления сценариев, т.е. они позволяют преодолеть так называемое проклятие размерности, введенное Белманом в связи с решением уравнений динамического программирования. Поэтому сформулируем основную модель, используя символы математических ожиданий в отличие от выборочных средних, которые в основном

применялись ранее. Задача стохастической оптимизации формулируется как минимизация риска потерь

$$E \max \{0, R_j(x, \xi) - \bar{R}(x, \xi)\} \quad (61)$$

при ограничениях (51)–(55) и на среднюю прибыль

$$\bar{R}(x, \xi) = ER_j(x, \xi) \geq U. \quad (62)$$

Эта модель также часто формулируется как минимизация функции риска

$$E \max R_j(x, \xi) + \varepsilon E \max \{0, R_j(x, \xi) - \bar{R}(x, \xi)\} \quad (63)$$

при ограничениях (51)–(55), где $\varepsilon > 0$ является фактором риска между средними потерями и величиной ожидаемых отклонений.

Описанные модели используют средние значения потерь и их ожидаемые отклонения в худшую сторону, что предполагает неявно закон распределения значений $R_j(x, \xi)$, близкий к нормальному закону. При наличии экстремальных событий вместо средних значений целесообразно использовать медиану и другие квантили распределения $R_j(x, \xi)$. В этом случае модель можно сформулировать как минимизацию по переменным $r \geq 0$, x , ξ меры риска CVaR [2, 5, 6]:

$$r + \varepsilon E \max \{0, R_j(x, \xi) - r\}. \quad (64)$$

Можно показать, что при ограничениях (51)–(55) и дополнительных ограничениях $r \geq 0$ и $\varepsilon > 1$ в оптимальном решении (r^*, x^*, ξ^*) первая компонента r^* — квантиль распределения $R_j(x, \xi)$. При этом она определяется выбором параметра риска $\varepsilon > 1$. Например, при $\varepsilon = 2$ решение r^* является медианой $R_j(x, \xi)$. Иначе говоря, минимизация функции (64) аналогична минимизации функции (63), где вместо средних величин $R_j(x, \xi)$ используются квантили этих величин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны две математические модели сельскохозяйственного производства в условиях неопределенности и риска, основанные на учете различных сценариев погодных условий и рыночной конъюнктуры.

Первая модель предназначена для анализа и оптимизации структуры сельскохозяйственного производства в масштабах страны и пропорций между экспортом, импортом и внутренним потреблением продуктов питания с точки зрения обеспечения продовольственной безопасности Украины. Эту модель можно рассматривать как инструментарий для генерирования ориентиров для формирования аграрной политики в стране, направленной на обеспечение физической доступности продуктов питания.

В общем виде вторая математическая модель предназначена для анализа и оптимизации производства, переработки и сбыта сельскохозяйственной продукции отдельным агропредприятием. Ее упрощенный вариант без учета переработки и сбыта продукции можно использовать для моделирования сельскохозяйственного производства в условиях мелких и средних хозяйств. В модели учтено влияние кредитования и страхования на конечные результаты хозяйствования агропредприятия. Данную модель можно использовать не только для оптимизации производственной деятельности отдельного хозяйства, но и как инструментарий для анализа и выработки оптимальных решений, касающихся государственной финансовой поддержки сельскохозяйственных товаропроизводителей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Інтегроване моделювання для управління станом продовольственої безпеки в Україні. І. Модель для управління економічною доступністю продуктів харчування / А.Н. Голодников, Ю.М. Ермольєв, Т.Ю. Ермольєва і др. // *Кибернетика и системный анализ*. — 2013. — № 1 — С. 30–42.
2. Integrated modeling approach to the analysis of food security and sustainable rural developments: Ukrainian case study / O. Borodina, E. Borodina, T. Ermolieva, Y. Ermoliev et al. / IIASA Interim Rep. IR-10-017. — Laxenburg, Austria, 2010. — 16 p.
3. Курызуик С., Ермольєва Т., Ермольєв Ю. Planning sustainable agroproduction for food security under risks // *Economics of Agriculture*. — 2011. — 9. — P. 145–151.
4. Frayer O. Agricultural production intensification in Ukraine: Decision support of agricultural policies based on the assessment of ecological and social impacts in rural areas / IIASA Interim Rep. IR-11-033. — Laxenburg, Austria, 2011. — 27 p.
5. Ermolieva T., Makowski M., Fischer G., Ermoliev Y. Economic evaluation of dams for flood protection: An integrated safety approach / D. de Wrachien, S. Mambretti (eds) // *Dam-break Problems, Solutions and Case Studies*. — Southampton: WIT press, 2009. — P. 241–272.
6. Rockafellar T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk // *J. Risk*. — 2000. — 2, N 3. — P. 21–41.
7. Optimal crop planting schedules and financial hedging strategies under ENSO-based climate forecasts / F. Ait-Sahlia, C-J. Wang, V. Cabrera et al. // *Ann. Oper. Res.* — 2011. — 190. — P. 201–220.
8. Optimizing crop insurance under climate variability / J. Liu, C. Men, V.E. Cabrera et al. // *J. Appl. Meteorol. and Climat.* — 2008. — 47, N 10. — P. 2572–2580.
9. Borodina O. Food security and socioeconomic aspects of sustainable rural development in Ukraine / IIASA Interim Rep. IR-09-053. — Laxenburg, Austria, 2009. — 28 p.
10. Курызуик С. Model-based risk-adjusted planning for sustainable agriculture under agricultural trade liberalization: Ukrainian case study / IIASA Interim Rep. IR-10-016. — Laxenburg, Austria, 2010. — 28 p.
11. Пепеляев В.А., Голодникова Н.А. Оптимизация структуры сельскохозяйственного производства для обеспечения продовольственной безопасности Украины // *Компьютерная математика*. — Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, 2011. — № 1. — С. 46–55.
12. Нелеп В.М. Планування на аграрному підприємстві. — К.: КНЕУ, 2004. — 495 с.
13. <http://agroua.net/economics/normcost/>.
14. Ermoliev Y., von Winterfeldt D. Risk, security and robust solutions / IIASA Interim Rep. IR-10-013 — Laxenburg, Austria, 2010. — 41 p.
15. Кирилюк В.С. Полиэдральные когерентные меры риска и оптимизация инвестиционного портфеля // *Кибернетика и системный анализ*. — 2008. — № 2. — С. 120–133.
16. <http://www.aorda.com/aod/psg.action>.
17. Голодников О.М. Моделювання сільськогосподарського виробництва з урахуванням ризиків // *Методи комплексної оцінки та прогнозування стану соціально-економічної сфери України*. — Київ: Ін-т кибернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2009. — С. 83–92.

Поступила 07.12.2011