УДК 519.71:330.46

В.И. ИВАНЕНКО, А.В. КУЦ, И.А. ПАСИЧНИЧЕНКО

К ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ЛОТЕРЕЙНОЙ МОДЕЛИ НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Аннотация. Рассмотрена задача параметрического описания ситуации принятия решений непараметрического типа, в которой нельзя вскрыть объективный параметр, определяющий последствия решений. Для случая полной неопределенности описаны классы матричных схем, содержащие те и только те схемы, которые можно использовать для моделирования определенной непараметрической ситуации, доказана формула для мощности класса. Установлено, в каких случаях есть основания для выбора матричной схемы с наименьшей в своем классе мощностью множества значений параметра.

Ключевые слова: полная неопределенность, принятие решений, лотерейная схема, матричная схема, параметризация.

Системой решений (аналогично термину «система управления» в теории управления) будем называть структуру, возникающую всегда, когда тот, кто принимает решение (ТПР), оказывается в ситуации, требующей принятия решения (СПР)[1], т.е. выбора единственного решения из множества U. Любое решение $u \in U$ в системе решений влечет некоторое неопределенное единственное последствие c из множества возможных $C_u \subseteq C$.

Выделяют два типа СПР: параметрические и непараметрические. В случае параметрической ситуации можно определить «объективный» параметр $\theta \in \Theta$, совместно с решением обусловливающий последствие; в случае непараметрической ситуации этого сделать невозможно. В качестве примера параметрической СПР можно привести некооперативную игру, а непараметрической СПР — выбор между лотереями.

Два типа СПР соответствуют двум типам моделей этих ситуаций: матричной и лотерейной. Лотерейная модель имеет вид $S_l = (Z_l, I_l)$, где Z_l — лотерейная схема СПР. Под лотерейной схемой понимаем тройку $Z_l = (U, C, \psi(\cdot))$, где $\psi : U \to 2^C \setminus \{\varnothing\}$, $\psi(u) = C_u$, — структура причинно-следственных связей в СПР в виде многозначного отображения, I_l — информация о причинно-следственном механизме генерации последствий согласно лотерейной модели.

Матричная модель имеет вид $S_m = (Z_m, I_m)$, где Z_m — матричная схема СПР. Под матричной схемой понимаем четверку $Z_m = (\Theta, U, C, g(\cdot,\cdot))$, где $g : \Theta \times U \to C$ — структура причинно-следственных связей в СПР в форме однозначного отображения, I_m — информация о причинно-следственном механизме генерации последствий согласно матричной модели.

Для анализа непараметрической ситуации естественно использовать лотерейную модель, а для анализа параметрической — матричную. Проблема построения матричной модели, эквивалентной лотерейной модели непараметрической ситуации, и лотерейной модели, эквивалентной матричной модели параметрической ситуации, описана в [1, 3]. Между тем, хотя на практике непараметрические ситуации встречаются чаще, после публикации L. Savage [4] в теоретических исследованиях преимущественно рассматривается матричная модель (например, [5–8]), особенно в связи с субъективной ожидаемой полезностью. Кроме того, если до принятия решения проведен эксперимент, в результате которого появляется дополнительная информация о ситуации, формулы для пересчета информации I_l в лотерейной модели оказываются намного сложнее, чем соответствующие формулы в матричной модели [1].

Таким образом, очевидна необходимость детального изучения вопроса о построении матричной модели непараметрической ситуации, что требует построения

[1] В статье использована терминология, принятая в [1, 2].

искусственного множества состояний природы Θ. В связи с этим в [5] отмечается, что в конкретных ситуациях часто дается естественный перечень возможных состояний природы, однако непараметрическая ситуация характеризуется тем, что в ней этого не происходит. Поэтому искусственное введение этих состояний становится в некоторой мере произвольным. В частности, это проявляется в том, что лотерейной модели соответствует сразу несколько матричных. Можно переходить от одной матричной модели к другой, но при этом знать, в каком случае происходит потеря и искажение актуальной информации. В связи с этим возникает широкий круг вопросов, остановимся на двух из них: какие матричные модели можно использовать для моделирования определенной непараметрической ситуации и в каких случаях есть основания для предпочтения одной матричной модели другой.

Далее приведены ответы на эти вопросы для случая так называемой полной неопределенности (strict uncertainty), когда модель ситуации сводится к ее схеме, т.е. когда $S=(Z,\varnothing)$. Для ответа на первый вопрос обобщены результаты [1, 3] и предложена формула для мощности соответствующего множества матричных схем, а на второй — указаны возможности уменьшения мощности множества значений искусственного параметра θ. Последнее усложняется для непараметрических СПР, в которых имеется информация [9, ch. 2].

Перейдем к рассмотрению первого вопроса. Ограничимся схемами с конечными множествами U и C. Исследуем матричные схемы с «неизбыточным» множеством Θ, т.е. такие (Θ, U, C, g), для которых справедливо условие: если $g(\theta, u)=g(\theta', u)$ для всех $u\in U$, то $\theta=\theta'$. Тогда Θ тоже конечно. Обозначим $\mathbb{Z}_l$ и $\mathbb{Z}_m$ лотерейные и матричные схемы соответственно. Матричные схемы $(\Theta_1, U_1, C_1, g_1)$ и $(\Theta_2, U_2, C_2, g_2)$ назовем изоморфными, если существуют такие взаимно однозначные отображения $f_\theta:\Theta_1\to\Theta_2$, $f_u:U_1\to U_2$ и $f_c:C_1\to C_2$, что $g_2(f_\theta(\theta), f_u(u))=f_c(g_1(\theta, u))$ для любых $\theta\in\Theta_1$ и $u\in U_1$. Далее будем различать матричные схемы лишь с точностью до изоморфизма.

Пусть имеется непараметрическая ситуация, описанная в терминах лотерейной схемы (U, C, ψ). Построив (искусственное) множество $\hat{\Theta}$ и функцию $\hat{g}$:

$$\hat{\Theta}=\{\hat{\theta}\in(U\to C):\hat{\theta}(u)\in\psi(u),\ u\in U\},\tag{1}$$

$$\hat{g}(\hat{\theta}, u)=\hat{\theta}(u),\tag{2}$$

получим матричную схему $\hat{Z}_m=(\hat{\Theta}, U, C, \hat{g})$, описывающую ту же СПР, что и (U, C, ψ). Тогда между элементами множества $\hat{\Theta}$ и прямого произведения $\prod\limits_{u\in U}\psi(u)$ существует взаимно однозначное соответствие, поэтому $|\hat{\Theta}|=\prod\limits_{u\in U}|\psi(u)|$, где $|X|$ — мощность множества X. Выражения (1) и (2) определяют процедуру параметризации, с которой естественным образом связанно отображение $\tau:\mathbb{Z}_l\to\mathbb{Z}_m$. И наоборот, по полученной матричной схеме $\hat{Z}_m$ всегда можно восстановить начальную лотерейную, положив

$$\psi(u)=\{\hat{g}(\hat{\theta}, u),\ \hat{\theta}\in\hat{\Theta}\}\tag{3}$$

для всех $u\in U$.

Данная процедура называется сжатием. С ней связанно отображение $\hat{\chi}:\hat{\mathbb{Z}}_m\to\mathbb{Z}_l$, где $\hat{\mathbb{Z}}_m=\{\tau(Z_l):Z_l\in\mathbb{Z}_l\}$. Отображения τ и $\hat{\chi}$ взаимно однозначные. Более того, несложно показать, что $\hat{\chi}\tau=e_{\mathbb{Z}_l}$, $\tau\hat{\chi}=e_{\hat{\mathbb{Z}}_m}$, где $e_X:X\to X$ — тождественное преобразование [9, p. 20].

Отображение $\hat{\chi}$ определено на множестве матричных схем $\hat{\mathbb{Z}}_m\subseteq\mathbb{Z}_m$, полученных путем параметризации всех лотерейных схем $\mathbb{Z}_l$. Распространим $\hat{\chi}$ на все $\mathbb{Z}_m$, положив аналогично (3)

$$\psi(u)=\{g(\theta, u),\theta\in\Theta\}\tag{4}$$

для всех $(\Theta, U, C, g) \in \mathbb{Z}_m$ и $u \in U$, и получим таким образом отображение $\chi : \mathbb{Z}_m \to \mathbb{Z}_l$. Отображение χ интерпретируем следующим образом: $Z_m \in \mathbb{Z}_m$ и $\chi(Z_m) \in \mathbb{Z}_l$ можно использовать при моделировании одной и той же непараметрической ситуации. Данное отображение, являясь распространением $\hat{\chi}$, есть сюръекция, но не взаимно однозначное отображение. Зафиксируем произвольную лотерейную схему $Z_l = (U, C, \psi)$. Для матричной схемы $\hat{Z}_m = (\hat{\Theta}, U, C, \hat{g})$ такой, что $\hat{Z}_m = \tau(Z_l)$ (при этом, конечно, $\chi(\hat{Z}_m) = Z_l$), имеем $|\hat{\Theta}| = \prod_{u \in U} |\psi(u)|$. Однако всегда, за небольшим исключением, существуют схемы Z_m, содержащие множество Θ значений параметра меньшей мощности, чем $|\hat{\Theta}|$, но тем не менее сжимающиеся в ту же лотерейную схему, т.е. $\chi(Z_m) = Z_l$. Под возможностью уменьшения мощности множества Θ значений икусственного параметра понимаем выбор Z_m, а не $\hat{Z}_m$ при моделировании непараметрической ситуации, которой соответствует лотерейная модель $Z_l = \chi(\hat{Z}_m) = \chi(Z_m)$. Следовательно, хотя $\chi\tau = e_{\mathbb{Z}_l}$, но $\tau\chi \neq e_{\mathbb{Z}_m}$, что видно также из следующего примера.

Пример. Имеется лотерейная схема $Z_l^* = (U, C, \psi)$, где $U = \{u_1, u_2\}$, $C = \{c_1, c_2, c_3\}$, $\psi(u_1) = \{c_2, c_3\}$ и $\psi(u_2) = \{c_1, c_3\}$. Рассмотрим следующие матричные схемы: $\hat{Z} = (\hat{\Theta}, U, C, \hat{g})$, где $\hat{\Theta} = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4\}$ и $\hat{g}$ задано табл. 1, а также $Z = (\Theta, U, C, g)$, где $\Theta = \{\theta_1, \theta_2\}$ и g задано табл. 2.

Таблица 1. Отображение $\hat{g}$ в матричной схеме $\hat{Z}$

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
u_1	c_3	c_3	c_2	c_2
u_2	c_3	c_1	c_3	c_1

Таблица 2. Отображение g в матричной схеме Z

	θ_1	θ_2
u_1	c_3	c_2
u_2	c_3	c_1

Очевидно, что $\chi(\hat{Z}) = \chi(Z) = Z_l^*$, однако $\tau(Z_l^*) = \hat{Z}$. Следовательно, $\tau[\chi(Z)] = \hat{Z} \neq Z$. Заметим, что схема $\hat{Z}$ имеет наибольшую мощность множества значений параметра среди всех матричных схем, сжимающихся в Z_l^*. В других схемах этого класса (как, например, в рассмотренной Z) некоторые последствия при некоторых решениях являются «несовместными».

Формализуем теперь понятие класса матричных схем. Введем на $\mathbb{Z}_m$ бинарное отношение $\sim$ следующим образом: для любых $Z_1, Z_2 \in \mathbb{Z}_m$ имеем $Z_1 \sim Z_2$ тогда и только тогда, когда $\chi(Z_1) = \chi(Z_2)$. Очевидно, бинарное отношение $\sim$ есть отношение эквивалентности. Между элементами фактормножества $\mathbb{Z}_m / \sim$ и элементами множества лотерейных схем $\mathbb{Z}_l$ существует взаимно однозначное соответствие, а именно каждому классу эквивалентности по отношению $\sim$ соответствует лотерейная схема, в которую сжимаются все элементы этого класса. Классы эквивалентности $H \in \mathbb{Z}_m / \sim$ обозначим $H(Z_l)$, где Z_l — соответствующая лотерейная схема. Интерпретируем эту связь следующим образом: элементы $H(Z_l)$, и только их среди матричных схем, можно использовать при моделировании непараметрической ситуации, непосредственно соответствующей лотерейной схеме Z_l.

Естественно возникает вопрос о мощности произвольного класса $H(Z_l)$. Очевидно, ответ зависит лишь от характеристик схемы $Z_l = (U, C, \psi)$, а именно от количества решений $|U|$ и количества последствий при каждом решении $|\psi(u)|$, $u \in U$. Таким образом, приходим к следующей комбинаторной задаче: определить, сколько существует таких различных подмножеств $X \subseteq X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_m$, где X_1, $X_2, \ldots, X_m$ — конечные множества, что $\{x_j : (x_1, \ldots, x_j, \ldots, x_m) \in X\} = X_j$ для любого $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Для решения используем принцип включений–исключений.

Теорема 1. Для лотерейной схемы $Z_l = (\{1, 2, \ldots, m\}, C, \psi)$ при $|\psi(j)| = n_j$, $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$, мощность $h(n_1, \ldots, n_m)$ соответствующего класса $H(Z_l)$ матричных схем можно определить по формуле

$$h(n_1, \ldots, n_m) = \sum \left[2^{\prod_{j=1}^{m}(n_j - i_j)} \prod_{j=1}^{m} (-1)^{i_j} \binom{n_j}{i_j} \right], \tag{5}$$

где сумма берется по всем индексам $(i_1, \ldots, i_m) \in \prod_{j=1}^{m} \{0, 1, \ldots, n_j\}$.

Симметричность формулы (5) относительно $n_1, \ldots, n_m$ отражает тот факт, что количество матричных схем, которые сжимаются в некоторую лотерейную, не зависит от нумерации решений в этой лотерейной схеме. Прежде чем перейти к доказательству, отметим, что в случае, например, $m = 2$, формула (5) имеет вид

$$h(n_1, n_2) = \sum_{i_1=0}^{n_1} \sum_{i_2=0}^{n_2} (-1)^{i_1 + i_2} \binom{n_1}{i_1} \binom{n_2}{i_2} 2^{(n_1 - i_1)(n_2 - i_2)}. \tag{6}$$

Доказательство. Пусть A — множество всех подмножеств множества $\{\theta \in (\{1, 2, \ldots, m\} \to C) : \theta(j) \in \psi(j) \text{ для любого } j\}$, здесь и далее $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$. Элемент $\Theta \in A$ будем называть системой функций. Обозначим B множество таких систем функций $\Theta \in A$, для которых выполнено следующее условие, соответствующее (4): $\{\theta(j) : \theta \in \Theta\} = \psi(j)$ для любого j.

Система функций $\Theta \in B$ однозначно определяет матричную схему из класса $H(Z_l)$ и наоборот, поэтому задача сводится к нахождению мощности множества B. Пронумеруем отдельно последствия внутри каждого $\psi(j)$ так, что теперь $\psi(j) = \{1, 2, \ldots, n_j\}$. Для любого $k_j \in \{1, 2, \ldots, n_j\}$ обозначим C_{jk_j} множество таких систем $\Theta \in A$, что $k_j \notin \{\theta(j) : \theta \in \Theta\}$. Тогда множество $C = \bigcup_{j, k_j} C_{jk_j}$ включает все системы функций, для которых хотя бы одно последствие k_j оказывается непокрытым значениями функций из системы. Ясно, что $A = B \cup C$, $B \cap C = \varnothing$, откуда

$$|B| = |A| - |C|. \tag{7}$$

Множество $\{\theta \in (\{1, 2, \ldots, m\} \to C) : \theta(j) \in \psi(j) \text{ для любого } j\}$ имеет всего $\prod_j n_j$ элементов, что дает $|A| = 2^{\prod_j n_j}$. Чтобы найти $\left| \bigcup_{j, k_j} C_{jk_j} \right|$, воспользуемся формулой включений–исключений, согласно которой для конечных множеств $D_1, D_2, \ldots, D_w$ справедливо

$$\left| \bigcup_{v_1=1}^{w} D_{v_1} \right| = \sum_{v_1} |D_{v_1}| - \sum_{v_1 < v_2} |D_{v_1} \cap D_{v_2}| +$$

$$+ \sum_{v_1 < v_2 < v_3} |D_{v_1} \cap D_{v_2} \cap D_{v_3}| - \ldots + (-1)^{w-1} |D_1 \cap D_2 \cap \ldots \cap D_w|.$$

Общий член выражения в правой части есть сумма мощностей всевозможных пересечений некоторого числа (скажем, $i \geq 1$) множеств, в данном случае C_{jk_j}. Эту сумму можно разбить на слагаемые, в которых каждая переменная k_j принимает фиксированное число i_j значений, при этом $\sum_j i_j = i$. Типичное пересечение, чья мощность входит в такое слагаемое, состоит из всех систем

$\Theta \in A$ функций $\theta(j)$, среди значений которых в точках j нет определенных i_j последствий из $\psi(j)$. Количество таких функций, очевидно, $\prod_j (n_j - i_j)$, а систем функций — будет $2^{\prod_j (n_j - i_j)}$. Количество пересечений в одном слагаемом равно количеству способов, которыми можно выбрать независимо i_1 последствий из n_1, …, i_m последствий из n_m, т.е. $\prod_j \binom{n_j}{i_j}$, они имеют одинаковую указанную выше мощность. Таким образом, общий член в формуле включений–исключений после описанного дальнейшего разбиения и затем группирования будет иметь вид $(-1)^{i-1} 2^{\prod_j (n_j - i_j)} \prod_j \binom{n_j}{i_j}$, где $i_j \in \{0, 1, \ldots, n_j\}$, $\sum_j i_j = i$, $i \in \left\{1, 2, \ldots, \sum_j n_j\right\}$, что можно переписать без i:

$$-|C| = \sum \left[2^{\prod_{j=1}^{m} (n_j - i_j)} \prod_{j=1}^{m} (-1)^{i_j} \binom{n_j}{i_j} \right], \tag{8}$$

где сумма берется по индексам $(i_1, \ldots, i_m) \in \prod_{j=1}^{m} \{0, 1, \ldots, n_j\}$, не равным одновременно нулю.

Подставляя, наконец, (8) в (7), делаем вывод, что выражение для $|A|$ также можно записать в виде члена суммы (8) при $i_1 = i_2 = \ldots = i_m = 0$. Тем самым формула (5) доказана.

Из условия (4) вытекают очевидные соотношения относительно мощностей множеств значений параметров в матричных схемах из одного класса. В обозначениях теоремы 1 имеем

$$\min \{|\Theta| : (\Theta, U, C, g) \in H(Z_l)\} = \max \{n_j : j \in \{1, 2, \ldots, m\}\}, \tag{9}$$

$$\max \{|\Theta| : (\Theta, U, C, g) \in H(Z_l)\} = \prod_{j=1}^{m} n_j. \tag{10}$$

Из формулы (6) следует, что даже в случае непараметрической ситуации с двумя решениями количество матричных схем, с помощью которых ее можно представить, быстро растет с увеличением n_1 и n_2.

Подводя итог, заметим, что матричные схемы из класса $H(Z_l)$, и только их, можно использовать для моделирования непараметрической ситуации, которой непосредственно соответствует лотерейная схема Z_l. Мощность класса вычисляется по формуле (5).

Рассмотрим случаи, когда есть основание для предпочтения одной матричной схемы другой. Из соотношений (9) и (10) видно, что если $n_j = c$ для любого $j \in \{1, 2, \ldots, m\}$, то максимальная $|\Theta|$ в классе растет экспоненциально с увеличением m, тогда как минимальная $|\Theta|$ остается равной c. Если на множестве решений матричной схемы задан некоторый действительный критерий, то может случиться (в зависимости от самого критерия), что он породит одинаковое упорядочение множества решений во всех схемах из одного класса. При этом существует предпосылка к выбору матричной схемы с наименьшей в данном классе мощностью множества Θ, ведь в этом случае никакие актуальные данные не будут потеряны по сравнению с выбором других матричных схем из этого класса.

Пусть $L: C \to R$ — функция полезности, согласованная с предпочтением последствий из C и присваивающая им числовые значения некоторым подходящим способом. Рассмотрим для матричной схемы $Z = (\Theta_Z, U, C, g_Z)$ семейство критериев пессимизма–оптимизма $\{U_Z^{\alpha}, \alpha \in [0; 1]\}$, определенных на U:

$$U_Z^{\alpha}(u) = \alpha \min \{L[g_Z(\theta, u)], \theta \in \Theta_Z\} + (1 - \alpha) \max \{L[g_Z(\theta, u)], \theta \in \Theta_Z\}.$$

Эти критерии не нуждаются в информации I_m, поэтому их можно использовать для моделей, совпадающих со схемами, т.е. в условиях полной неопределенности.

Теорема 2. Для любого класса $H \in \mathbb{Z}_m / \sim$ и матричных схем $Z_1, Z_2 \in H$ справедливо равенство $U_{Z_1}^{\alpha}(u) = U_{Z_2}^{\alpha}(u)$ для любых $u \in U$ и $\alpha \in [0; 1]$.

Доказательство. Схемы Z_1 и Z_2, попадая в один класс H, имеют общее множество решений U, поэтому утверждение сформулировано корректно. Выполнение $Z_1 \sim Z_2$ и (4) влечет $\{g_{Z_1}(\theta, u), \theta \in \Theta_{Z_1}\} = \{g_{Z_2}(\theta, u), \theta \in \Theta_{Z_2}\}$ для любого $u \in U$, что, в свою очередь, дает $\{L[g_{Z_1}(\theta, u)], \theta \in \Theta_{Z_1}\} = \{L[g_{Z_2}(\theta, u)], \theta \in \Theta_{Z_2}\}$, откуда непосредственно получается нужное равенство.

В частности, при $\alpha = 1$ получаем утверждение для максиминного критерия. Ясно, что аналогичное упорядочение решений можно получить и без параметризации, применением соответствующего критерия к исходной лотерейной схеме.

Таким образом, если ТПР для упорядочивания множества решений использует максиминный критерий либо один из критериев пессимизма–оптимизма, то результаты этого упорядочивания в схемах из одного класса совпадают. В частности, совпадут и множества оптимальных решений, полученных в различных схемах из одного класса.

Несложно видеть, что аналогичное теореме 2 утверждение не верно для некоторых критериев. Например, оно ложно для критерия минимаксного сожаления (Севиджа) и критерия недостаточного основания (Лапласа).

Таким образом, если для ситуации принятия решений непараметрического типа необходимо описание с использованием параметра, то возникает проблема неоднозначности представления такой ситуации в виде матричной модели. Проблема усложняется для непараметрических СПР, в которых имеется информация. Для случая полной неопределенности, когда модель ситуации сводится к ее схеме, описано разбиение множества матричных схем на классы, при котором в один класс попадают те и только те схемы, с помощью которых можно представить определенную непараметрическую ситуацию. Количество таких матричных схем быстро увеличивается с ростом числа решений и возможных последствий, предоставляемых непараметрической ситуацией. В указанных выше случаях в зависимости от критерия оценивания решений можно выбрать матричную схему с наименьшей в данном классе мощностью множества значений параметра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. — Киев: Наук. думка, 1990. — 136 с.
2. Иваненко В.И., Михалевич В.М. К вопросу о неопределенности в задачах принятия решений // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — № 2. — С. 116–119.
3. Иваненко В.И., Михалевич В.М. К моделированию стохастических ситуаций принятия решений // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 1. — С. 78–80.
4. Savage L.J. The foundations of statistics. — New York: Wiley & Sons, 1954. — 294 p.
5. Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 642 с.
6. Anscombe F.J., Aumann R.J. A definition of subjective probability // The Annals of Mathematical Statistics. — 1963. — **34**, N 1. — P. 199–205.
7. Ivanenko V.I., Labkovsky V.A. A class of criterion-choosing rules // Soviet Physics Doklady. — 1986. — **31**, N 3. — P. 204–205.
8. Gilboa I., Schmeidler D. Maxmin expected utility with a non-unique prior // J. Math. Econ. — 1989. — **18**, N 2. — P. 141–153.
9. Ivanenko V.I. Decision systems and nonstochastic randomness. — New York: Springer, 2010. — 272 p.

Поступила 25.07.2012
После доработки 14.11.2013