УДК 519.86

А.Ф. МАХОРТ

О ВЛИЯНИИ ЗАВИСИМОСТИ СТРУКТУРЫ ПОТРЕБЛЕНИЯ ТОВАРОВ ОТ ЦЕНЫ НА РАВНОВЕСИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Аннотация. Исследованы условия равновесия открытой экономической системы с монополистами. Учтено, что потребители в экономической системе могут быть ненасыщающимися. Исследовано влияние на состояния равновесия зависимости структуры потребления товаров от цены. Доказано существование равновесия в такой экономической системе. Установлена связь между выбором стратегии налогообложения и реализацией конкретного состояния равновесия экономической системы.

Ключевые слова: экономическое равновесие, спрос, предложение, монополисты, налогообложение.

ВВЕДЕНИЕ

Описание реакции экономических систем на влияния различных факторов — важная проблема математического моделирования. Известно, что экономическая система эволюционирует от одного состояния равновесия к другому. Последовательность реализаций различных состояний равновесия в общем случае не упорядочена во времени, что приводит к трудностям приемлемого выбора уравнений динамики экономической системы. Однако для широкого класса задач достаточно ограничиться лишь описанием состояний равновесия, не учитывая динамики переходов между ними. Данный подход особенно эффективен, если нужно указать условия, гарантирующие реализацию состояний равновесия с заданными характеристиками. Последние могут задавать состояния, приемлемые с точки зрения эффективности функционирования. Для экономических систем важно определить наиболее эффективное или близкое к нему состояние равновесия и указать, как его достичь. В рамках такого подхода допустимо рассматривать задачи, в которых исследуются условия отсутствия арбитража в экономических системах [1], а именно в случае равновесия Вальрасового типа [2]. Объем информации, полученный в результате исследования, будет достаточным, чтобы проанализировать поведение экономических систем и выяснить, как избежать или компенсировать действие дестабилизирующих факторов на функционирование процессов экономической системы.

К дестабилизирующим факторам можно отнести монопольные явления в экономической системе. В настоящей статье рассмотрена возможность управления экономической системой с помощью выбора стратегии налогообложения для компенсации негативного проявления монополизма. Исследовано влияние зависимости коэффициентов потребления товаров субъектами экономической системы от вектора цен на реализацию возможных состояний равновесия экономической системы. Фактор такой зависимости может существенно влиять на ценообразование в экономической системе, а вектор цен — одна из главных характеристик состояния равновесия.

Коэффициенты потребления товаров должны отображать предпочтения его выбора субъектами экономической системы. Приемлемые результаты анализа возможных сценариев развития экономических систем получены с учетом приближения постоянных интересов потребителей [1, 3]. В этом приближении коэффициенты потребления товаров не зависят от вектора цен. Однако в действительности интерес потребителя к товару может незначительно (а для некоторых товаров и существенно) зависеть от его цены. Например, определенные товары из интересующего потребителя набора могут подразделяться им на более и менее приоритетные. Следовательно, цена на товар является важной составляющей выбора, что особенно сильно проявляется при уменьшении временного интервала, в котором предполагается исследовать экономическую систему. Для коротких временных промежутков функционирования экономической системы, когда потребность в некоторых товарах считается менее критичной и их приобретение можно отложить на более поздний срок, потребителю свойственно ставить в зависимость свой интерес к товарам от дополнительных факторов. Кроме того, моделирование зависимости коэффициентов потребления товаров от вектора цен позволит выяснить характер влияния на экономическую систему отдельных ее составляющих.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

Рассмотрим открытую экономическую систему, состоящую из l субъектов, в которой имеется n товаров. Все субъекты экономической системы являются потребителями товаров. Пусть $p=\{p_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор цен в экономической системе. Структуру потребления товаров охарактеризуем с помощью матрицы спроса или непроизводственного потребления $C(p)=\| c_{kj}(p)\|_{k=1,\, j=1}^{n,\ l}$. Элементы этой матрицы задают потребительский набор товаров субъектов экономической системы, который они выбирают, основываясь на информации о векторе цен p. Известно, что с ростом цены товар становится, как правило, менее привлекательным. Следовательно, с ростом значений компонент вектора p значения элементов матрицы $C(p)$ будут уменьшаться. Максимальный запланированный потребительский набор товаров определим матрицей $C^0=\| c_{kj}^0\|_{k=1,\, j=1}^{n,\, l}$. Данный уровень потребления может сохраняться и для некоторого диапазона возрастания компонент вектора p. Считаем, что потребители в исследуемой экономической системе будут ненасыщающимися. В этом случае стратегии их поведения таковы, что вся возможная прибыль тратится на потребление новых товаров. Тогда относительно элементов матрицы $C(p)$ корректно предположить, что, начиная с определенных значений компонент вектора цен, дальнейшее их возрастание не приведет к уменьшению матричных элементов, т.е. наступит стабилизация потребления на уровне $C^1=\| c_{kj}^1\|_{k=1,\, j=1}^{n,\, l}$. Причем матрица спроса C^1 не должна содержать нулевых столбцов или строчек. В результате для элементов матрицы $C(p)$ будем иметь оценки $c_{kj}^1 \le c_{kj}(p) \le c_{kj}^0$.

Исходя из экономического смысла элементов матрицы $C(p)$, прибыль потребителей за вычетом налогов определим выражением

$$\widetilde{D}_j(p)=y_j\sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p)p_s,\ \ j=\overline{1,l}. \tag{1}$$

Здесь $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$ — вектор степеней удовлетворения нужд потребителей, его компоненты задают, в какой мере уровень прибыли конкретного потребителя может гарантировать ему потребление требуемых товаров. Поэтому компоненты этого вектора должны находиться в интервале $(0,1]$. Рассмотрим случай, когда вектор y задан.

Источником прибыли потребителей может быть или внешнее финансирование, или собственная производственная деятельность. Предположим, что в экономической системе имеется n производителей, в том числе $n-t$ монополистов, а остальные $l-n$ субъектов являются только потребителями и функционируют лишь за счет внешнего финансирования, например за счет перераспределения налогов, взятых у производителей. Пусть $x=\{x_i\}_{i=1}^n$ — вектор объемов выпуска товаров в экономической системе. Структуру производства товаров опишем с помощью технологической матрицы $\| a_{kj}+b_{kj}/x_j \|_{k,\,j=1}^n$. Ее элементы определяют затраты производства на единицу выпуска товара в натуральных показателях каждого производителя. Тогда прибыль производителей можно записать и в другом виде

$$\widetilde{D}_j(p)=\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^n a_{kj}p_k\right)-\pi_j\sum_{k=1}^n b_{kj}p_k+\pi_j\sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k,\ \ j=\overline{1,n}, \tag{2}$$

где $\pi=\{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор налогообложения, а матричные элементы b_{kj}^1 определяют запас k-го товара, имеющийся у j-го производителя. Отметим, что если k-й товар — это один из товаров монополистов, то $b_{kj}^1=0$ для $j\neq k$, иначе может появиться несогласованность в определении статуса монополистов.

Чтобы в экономической системе установилось равновесие, спрос не должен превышать предложения. Субъекты экономической системы — производители, создают предложение товаров в ней. Исходя из выражения для прибыли производителей за вычетом налогов (2), а также учитывая издержки на производство и взаимодействие экономической системы с внешним окружением, для предложения k-го товара в открытой экономической системе Ψ_k запишем следующее выражение:

$$\Psi_k=x_k-\sum_{i=1}^n a_{ki}x_i-\sum_{i=1}^n b_{ki}+\sum_{i=1}^n b_{ki}^1-e_k+i_k\ ,\ \ k=\overline{1,n}, \tag{3}$$

где $\{e_i\}_{i=1}^n$ и $\{i_i\}_{i=1}^n$ — векторы экспорта и импорта соответственно. В то же время субъекты экономической системы — потребители, создают также спрос на товары. Спрос конкретного i-го потребителя определяется его возможной прибылью $\widetilde{D}_i(p)$ и вектором спроса $\Lambda_i=\{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^n$. Согласно экономическому смыслу элементов матрицы $C(p)$ для компонент векторов спроса потребителей в случае, если они будут ненасыщающимися, можно записать

$$\Lambda_{ik}(p)=\frac{c_{ki}(p)p_k}{\sum\limits_{s=1}^n c_{si}(p)p_s}\ ,\ \ i=\overline{1,l},\ \ k=\overline{1,n}.$$

Следовательно, спрос на k-й товар в экономической системе Φ_k имеет вид

$$\Phi_k=\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^l \Lambda_{ik}(p)\widetilde{D}_i(p),\ \ k=\overline{1,n}. \tag{4}$$

Условие равновесия приведет к системе неравенств, описывающей все возможные состояния равновесия экономической системы.

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим заданные и неизвестные экономические характеристики модели. Исходные условия, в которых находится экономическая система в момент исследования, т.е. структура производства и граничные потребления в ней товаров, описываются матрицами спроса C^0, C^1 и составляющими технологической матрицы $\| a_{kj} \|_{k,\, j=1}^{n}$, $\| b_{kj} \|_{k,\, j=1}^{n}$, которые соответственно задают величину затрат непосредственно на изготовление продукции и постоянных затрат, направленных на поддержку функционирования производства. Начальный запас товаров субъектов экономической системы определен элементами матрицы $\| b_{kj}^1 \|_{k,\, j=1}^{n}$. Вектор $(\pi_1^0, \ldots, \pi_t^0)$ описывает стратегию налогообложения в экономической системе. Известны также уровни потребления субъектов экономической системы, заданные компонентами вектора y. Кроме того, среди производителей имеются монополисты, способные непосредственно влиять на формирование цен своих товаров на рынке. Поэтому считаем, что цены на товары монополистов $(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$ известны.

Остальные экономические характеристики модели неизвестны. Их значения зависят от того, в каком состоянии равновесия находится экономическая система. Следовательно, неизвестные величины определяются из условия экономического равновесия

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj}(p) \frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p) p_s} \le x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 - e_k + i_k \ , \ k = \overline{1, n} . \quad (5)$$

Система неравенств (5) нелинейная относительно вектора цен $p = (p_1, \ldots, p_t, p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$, и решений (соответственно и состояний равновесия) может быть много. Состояния равновесия, при которых производство субъектов экономической системы убыточно, рассматривать не будем. Это значит, что все решения (5) на основании выражения (2) должны удовлетворять дополнительному условию

$$x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 \ge 0 \ , \ j = \overline{1, n} . \quad (6)$$

Отметим, что данное требование нельзя удовлетворить только за счет наличия достаточного количества запаса товаров, описанного матрицей $\| b_{kj}^1 \|_{k,\, j=1}^{n}$, иначе не было бы смысла рассматривать производство товаров, а для исследования более подходила бы модель обмена. Условие (6) можно учесть, если в выражении (5) перейти к равенствам. В результате получим только те состояния равновесия, для которых условие неубыточности будет выполняться [1]. С учетом этого из выражений для предложения (3) и спроса (4), а также из формул для прибыли за вычетом налогов (1) и (2) получим

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj}(p) y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 - e_k + i_k \ , \ k = \overline{1, n} , \quad (7)$$

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p) p_s \ , \ j = \overline{1, n} . \quad (8)$$

Система нелинейных уравнений (7), (8) позволяет определить неизвестные экономические характеристики, а именно векторы $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i\}_{i=1}^{n}$, и описать допустимые состояния равновесия экономической системы. Очевидно, что величины цен и объемов выпусков товаров не могут быть отрицательными. Поэтому следует рассматривать только положительные решения системы уравнений (7), (8). В результате можно получить набор некоторых состояний равновесия, описывающих возможные сценарии развития ситуации. Определив приемлемые для функционирования каждого субъекта экономической системы состояния равновесия, важно указать и условия их реализации.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Потребуем, чтобы спектральный радиус матрицы $A = \| a_{jk} \|_{j,k=1}^{n}$ был меньше единицы. В этом случае систему уравнений (7) можно записать в виде

$$x_k = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \sum_{j=1}^{l} c_{sj}(p) y_j + \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^{1} \right], \qquad (9)$$

$$k = \overline{1, n}.$$

Пусть

$$\sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{j=1}^{l} c_{sj}^{1} y_j + e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} (b_{sj} - b_{sj}^{1}) \right] > 0, \ k = \overline{1, n}. \qquad (10)$$

Тогда из выражения (9) можно определить положительные равновесные объемы выпуска товаров субъектами экономической системы, при которых производство будет оптимальным. В случае выпуска товаров именно в таком количестве каждый производитель сможет полностью реализовать всю свою изготовленную продукцию. Согласно предположению о зависимости элементов матрицы $C(p)$ от вектора цен, если в выражение (9) вместо матричных элементов $c_{sj}(p)$ подставить c_{sj}^{0} или c_{sj}^{1}, то получим граничные значения вектора объемов выпуска товаров $x^M = \{x_i^M\}_{i=1}^{n}$ или $x^m = \{x_i^m\}_{i=1}^{n}$, $x_i^m \le x_i \le x_i^M$.

Для определения вектора цен из выражения (8) получим следующее операторное уравнение:

$$p_k = P_k(p), \ k = \overline{1, t}, \qquad (11)$$

$$P_k(p) = \sum_{j=1}^{t} (E-A)_{jk}^{-1} \left[\sum_{s=t+1}^{n} a_{sj} p_s^{0} + \frac{y_j}{\pi_j x_j} \sum_{s=1}^{n} c_{sj}(p) p_s + \frac{1}{x_j} \sum_{s=1}^{n} (b_{sj} - b_{si}^{1}) p_s \right],$$

$$k = \overline{1, t}.$$

Далее будем считать, что

$$\frac{y_j}{\pi_j} c_{sj}^{1} + b_{sj} - b_{sj}^{1} \ge 0, \ j = \overline{1, t}, \ s = \overline{1, t}. \qquad (12)$$

Исходя из экономических соображений неравенства (12) приемлемы, поскольку предполагается, что у субъектов экономической системы не должно быть большого запаса товаров. Последнее приводит к ограничению их производства (даже товаров, достаточно затребованных на рынке), а это, как известно, потенциально неблагоприятный фактор для эффективного функционирования экономической системы.

Теорема. Пусть выполняются неравенства (12) и условие

$$\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^m}\max_{s\in[1,\,t]}\left(\frac{y_j}{\pi_j}c_{sj}^0+b_{sj}-b_{sj}^1\right)<1, \tag{13}$$

где

$$x_k^m=\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\sum_{j=1}^{l}c_{sj}^1 y_j+\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^{n}b_{sj}-\sum_{i=1}^{n}b_{si}^1\right],\ k=\overline{1,n}.$$

Тогда существует положительное решение уравнения (11).

Доказательство. Рассмотрим сумму $\sum_{k=1}^{t}P_k(p)$. Справедливы оценки

$$\sum_{k=1}^{t}P_k(p)\le\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j}\sum_{s=1}^{n}c_{sj}^0 p_s+\frac{1}{x_j}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s\right]\le$$

$$\le\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j^m}\sum_{s=1}^{n}c_{sj}^0 p_s+\frac{1}{x_j^m}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s\right]\le$$

$$\le\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j^m}\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}^0 p_s^0+\frac{1}{x_j^m}\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0\right]+$$

$$+\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^m}\max_{s\in[1,\,t]}\left(\frac{y_j}{\pi_j}c_{sj}^0+b_{sj}-b_{sj}^1\right)\sum_{s=1}^{t}p_s,$$

а также всегда существует такой параметр $\rho_0>0$, для которого имеет место цепочка неравенств

$$P_k(p)\ge\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j}\sum_{s=1}^{n}c_{sj}^1 p_s+\frac{1}{x_j}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s\right]\ge$$

$$\ge\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j^M}\sum_{s=1}^{n}c_{sj}^1 p_s+\frac{1}{x_j^M}\sum_{s=1}^{n}(b_{sj}-b_{sj}^1)p_s\right]\ge$$

$$\ge\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\left[\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j x_j^M}\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}^1 p_s^0+\frac{1}{x_j^M}\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0\right]+$$

$$+\rho_0\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^M}\sum_{s=1}^{t}\left(\frac{y_j}{\pi_j}c_{sj}^1+b_{sj}-b_{sj}^1\right)\ge\rho_0,\ k=\overline{1,t}.$$

Поэтому, если выбрать

$$\frac{\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^m}\left[x_j^m\sum_{s=t+1}^{n}a_{sj}p_s^0+\frac{y_j}{\pi_j}\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}^0 p_s^0+\sum_{s=t+1}^{n}b_{sj}p_s^0\right]}{1-\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E-A)_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^m}\max_{s\in[1,\,t]}\left(\frac{y_j}{\pi_j}c_{sj}^1+b_{sj}-b_{sj}^1\right)}\le\rho,$$

оператор $\{P_k(p)\}_{k=1}^t$ переводит компактное выпуклое множество

$$\left\{ p_k \geq \rho_0\ ,\ k=\overline{1,t}\ ,\ \sum_{k=1}^{t} p_k \leq \rho \right\}$$

само в себя. Последнее согласно принципу Шаудера [3] означает существование решения уравнения (11).

Теорема доказана.

Сделаем несколько замечаний об условии (13) с точки зрения того, насколько сильно и выполнимо это ограничение на заданные характеристики экономической системы. Будем исходить из необходимых условий равновесия. Пусть в экономической системе установилось равновесие, тогда для характеристик модели согласно (7), (8) можно записать

$$p_k = \sum_{s=1}^{n} G_{sk}(n,x)\, p_s\ ,\ k=\overline{1,n}\,,$$

где

$$G_{sk}(\alpha,x) = \sum_{j=1}^{\alpha} (E-A)_{jk}^{-1} \left[\frac{y_j}{\pi_j x_j} c_{sj}(p) + \frac{1}{x_j}(b_{sj} - b_{sj}^1) \right],\ s,k=\overline{1,n}\,.$$

Выполнение условий (12) гарантирует положительность элементов матрицы $\| G_{sk}(n,x) \|_{k,s=1}^{n}$, а согласно теореме Перрона ее спектральный радиус должен равняться единице. В то же время из свойств неотрицательных матриц следует [4], что спектральный радиус матрицы $\| G_{sk}(n,x) \|_{k,s=1}^{t}$ должен быть меньше единицы. Данное требование гарантированно будет выполняться, если норма такой матрицы меньше единицы. Неравенство (13) можно интерпретировать как оценку нормы матрицы $\| G_{sk}(t,x^m) \|_{k,s=1}^{t}$, записанную для одного из возможных представлений матричной нормы. Учтем также, что $G_{sk}(n,x) > G_{sk}(t,x)$, $k,s=\overline{1,t}$. Таким образом, неравенство (13) нельзя считать сильным дополнительным ограничением. По смыслу оно близко к необходимым условиям существования равновесия.

Согласно исходным уравнениям (7), (8) равновесные цены должны удовлетворять соотношению

$$p_k = \sum_{j=1}^{t} (E - G(t,x))_{jk}^{-1} \sum_{s=t+1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{t} (E-A)_{ij}^{-1} a_{si} + G_{sj}(t,x) \right] p_s^0\ ,\ k=\overline{1,t}.$$

Матричные элементы $G_{sk}(t,x)$, $k=\overline{1,t}$, $s=\overline{1,n}$, зависят от вектора цен. В то же время несложно убедиться, что справедливы оценки $G_{sk}^M(t,x^m) \geq$ $\geq G_{sk}(t,x) \geq G_{sk}^m(t,x^M)$, $k,s=\overline{1,t}$, где

$$G_{sk}^M(t,x^m) = \sum_{j=1}^{t} (E-A)_{jk}^{-1} \left[\frac{y_j}{\pi_j x_j^m} c_{sj}^0 + \frac{1}{x_j^m}(b_{sj} - b_{sj}^1) \right],\ s,k=\overline{1,n}\,,$$

$$G_{sk}^m(t,x^M) = \sum_{j=1}^{t} (E-A)_{jk}^{-1} \left[\frac{y_j}{\pi_j x_j^M} c_{sj}^1 + \frac{1}{x_j^M}(b_{sj} - b_{sj}^1) \right],\ s,k=\overline{1,n}\,.$$

Матричные элементы $G_{sk}^{m}(t, x^{M})$ и $G_{sk}^{M}(t, x^{m})$, $k, s = \overline{1, t}$, уже не зависят от вектора цен, а исходя из условия (13) можно сделать вывод, что нормы матриц $G^{M} = \| G_{sk}^{M}(t, x^{m}) \|_{k, s=1}^{t}$ и $G^{m} = \| G_{sk}^{m}(t, x^{M}) \|_{k, s=1}^{t}$ меньше единицы. Этот факт позволяет получить граничные оценки значений всех возможных равновесных цен в экономической системе $p_k^{M} \geq p_k \geq p_k^{m}$, $k = \overline{1, t}$, где

$$p_k^{M} = \sum_{j=1}^{t} (E - G^{M})_{jk}^{-1} \sum_{s=t+1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{t} (E - A)_{ij}^{-1} a_{si} + G_{sk}^{M}(t, x^{m}) \right] p_s^{0}, \quad k = \overline{1, t},$$

$$p_k^{m} = \sum_{j=1}^{t} (E - G^{m})_{jk}^{-1} \sum_{s=t+1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{t} (E - A)_{ij}^{-1} a_{si} + G_{sk}^{m}(t, x^{M}) \right] p_s^{0}, \quad k = \overline{1, t}.$$

Полученные здесь граничные оценки объемов выпуска товаров производителями x_i^{m}, x_i^{M}, $i = \overline{1, n}$, и цен на товары p_j^{m}, p_j^{M}, $j = \overline{1, t}$, информативны и позволяют выяснить интервал значений равновесных характеристик. Реализоваться может одно из возможных состояний равновесия и важно получить представление о диапазоне изменения основных экономических величин.

Требования теоремы не обеспечивают единственности решения; следовательно, из системы уравнений (11) можно определить некоторый набор возможных состояний равновесия. С точки зрения эффективности функционирования каждого отдельного субъекта эти состояния равновесия эквивалентны, поскольку соответствуют одним и тем же заданным значениям компонент вектора степеней удовлетворения нужд потребителей $y = \{y_i\}_{i=1}^{l}$. Реализацию конкретного состояния равновесия можно обеспечить за счет выбора стратегии налогообложения монополистов. А именно из выражения (8) получим

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}(p) y_j p_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}(p) y_j p_s^{0}}{p_j^{0} x_j - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j + b_{kj} - b_{kj}^{1}) p_k - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j + b_{kj}) p_k^{0}}, \quad j = \overline{t+1, n},$$

где $p = \{p_i\}_{i=1}^{t}$ — это решение операторного уравнения (11), а компоненты вектора $\{x_i\}_{i=1}^{n}$ определяются по вектору p с помощью формулы (9). Данное выражение описывает взаимосвязь уровней налогообложения монополистов и величины удовлетворения их потребностей. Выбор степеней удовлетворения нужд потребителей — это наряду с выбором стратегии налогообложения один из инструментов управления экономической системой. По характеристикам x_i^{m}, x_i^{M}, $i = \overline{1, n}$, и p_j^{m}, p_j^{M}, $j = \overline{1, t}$, можно получить граничные значения уровней налогообложения монополистов

$$\pi_j^{m} = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}^{1} y_j p_s^{m} + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}^{1} y_j p_s^{0}}{p_j^{0} x_j^{M} - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j^{M} + b_{kj} - b_{kj}^{1}) p_k^{m} - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j^{M} + b_{kj}) p_k^{0}}, \quad j = \overline{t+1, n},$$

$$\pi_j^M = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}^0 y_j p_s^M + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}^0 y_j p_s^0}{p_j^0 x_j^m - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j^m + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k^M - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j^m + b_{kj}) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Основываясь на этих значениях, можно выяснить, как достичь более подходящего состояния равновесия для эффективности функционирования экономической системы, чтобы налогообложение монополистов было большим, чем у других субъектов экономической системы. Таким образом будут стимулироваться конкурентные отношения, а монополисты, как потенциальный источник негативных влияний, будут находиться в менее выгодном положении по сравнению с тем, которое изначально предполагал их статус.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно описать равновесные состояния экономической системы в случае зависимости структуры потребления товаров от цен.

Зависимость структуры потребления от вектора цен $C(p) = \| c_{kj}(p) \|_{k=1,\, j=1}^{n,\, l}$ выбрана в общем случае. Предположение о невозрастании элементов матрицы $C(p)$ по компонентам вектора цен обусловлено экономическими реалиями. Ограничение $c_{kj}(p) \le c_{kj}^0$ является естественным, а допущение оценки $c_{kj}^1 \le c_{kj}(p)$ согласуется с выбором стратегий поведения потребителей, а именно их ненасыщаемости. Более того, уровни потребления, заданные вектором степеней удовлетворения нужд потребителей y, считаются заданными; следовательно, субъекты экономической системы могут позволить себе некоторый минимально допустимый для них набор товаров.

В результате исследования выяснены условия, при которых экономическая система может находиться в состоянии равновесия, приемлемом для всех ее субъектов. Предложен алгоритм определения состояний равновесия.

Интервал значений равновесных цен в экономической системе можно оценить по граничным оценкам p_i^m и p_i^M, $i = \overline{1, t}$, для которых получена аналитическая зависимость от монопольных цен. Высокие монопольные цены приводят к высокому уровню цен в экономической системе. Для некоторой группы товаров (возможно, достаточно широкой) установившийся уровень цен может превышать цены подобных товаров, которые изготовляются вне экономической системы. Потенциально такие сценарии неблагоприятны по крайней мере для части субъектов экономической системы, поскольку конкурентоспособность их товаров снизится. Демонополизация экономики способствует предотвращению реализации данных нежелательных сценариев. Выбор стратегии налогообложения является важным элементом влияния на монополистов. Введя дополнительные штрафные санкции (что по сути есть одной из форм налогообложения), можно воздействовать на принятие решений монополистов. Стратегия налогового давления на монополистов, когда удовлетворение их потребностей находится на уровне, низшем, чем у других субъектов экономической системы, — один из путей достижения необходимого результата ограничения влияния монопольных явлений.

Аналитическую зависимость граничных оценок p_i^m и p_i^M, $i = \overline{1, t}$, от монопольных цен можно использовать также для исследования негативного влияния отдельных составляющих экономической системы на остальные ее субъекты. Показателен случай, когда монопольная цена устанавливается вне экономической системы и такие внутренние рычаги влияния, как система налогообложения, ограничены. Примером данной ситуации является обеспечение энергоресурсами экономической системы. Для оплаты их поставок необходимо обеспечивать торговый баланс с внешним окружением, и следовательно, иметь конкурентоспособные товары для экспорта. При этом цена товара может оказаться важной составляющей конкурентоспособности и успешной его реализации.

Применительно к экономике Украины отметим высокую цену импортируемого газа, которая ставит его потребителей в сложное положение на рынке. Анализ граничных значений p_i^m и p_i^M, $i=\overline{1,t}$, достаточно информативен. Особенно критичны нижние граничные значения. Если превышение верхними граничными оценками p_i^M, $i=\overline{1,t}$, цен, установившихся вне экономической системы, на аналогичную продукцию скорее предупреждает о вероятности проблем с экспортом таких товаров, то превышение граничных значений p_i^m, $i=\overline{1,t}$, будет уже констатировать наличие проблем. Точность количественных оценок зависит от имеющихся соответствующих статистических данных, но выводы, сделанные на основании выражений для граничных оценок, качественно согласуются с действительностью.

Наличие монополистов и их возможное негативное влияние также проявляется в зависимости потребительского набора товаров субъектов экономической системы от цен на товары, следовательно, и от монопольных цен. Как следствие, получим зависимость от монопольных цен не только масштаба цен в экономической системе, но и равновесных объемов выпуска товаров. Этот факт очень важен, так как вероятна ситуация, когда интервал значений $[x_i^m, x_i^M]$, $i=\overline{1,n}$, будет достаточно большим. Производители в своем технологическом процессе ориентируются на некоторый прогнозированный начальный объем выпуска товаров с возможностью его дальнейшего увеличения. Данный объем может быть выбран на уровне x^m, если для поднятия его до уровня выпуска x^M производителям не потребуется существенных дополнительных ресурсов. Тогда с учетом начального значения x_i^m i–му производителю не сложно будет достичь необходимого равновесного значения. В противном случае (эта ситуация более вероятна для больших интервалов $[x_i^m, x_i^M]$) производителю следует ориентироваться на увеличение объема прогнозированных выпусков, чтобы иметь возможность производить товары на уровне x_i^M. А равновесное значение объема выпуска может оказаться ниже прогнозированного, следовательно, весь произведенный товар не будет востребован. В результате эффективность функционирования снизится.

Реализация конкретного состояния равновесия достигается выбором стратегии налогообложения. Как элемент управления экономической системы стратегия налогообложения — наиболее естественный и адекватный инструмент влияния.

Описанную модель можно применить, например, как это сделано в [3], где модельные экономические характеристики согласованы со статистическими данными, собранными на основе общепринятой методики описания экономик с помощью системы национальных счетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончар М.С. Математичні основи інформаційної економіки. — К.: Ін-т теорет. фізики, 2007. — 464 с.
2. Debreu G. Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics / Ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publ. Co., 1982. — Vol. II. — P. 698–742.
3. Махорт А.Ф. Влияние равномерного налогообложения и монопольных явлений на достижение равновесия в экономической системе // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — № 4. — С. 152–164.
4. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1966, — 576 с.

Поступила 10.06.2013