

СЕГМЕНТАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОЦЕНИВАНИЯ ТЕНДЕНЦИИ К ФОРМИРОВАНИЮ КЛАСТЕРОВ ЭЛЕМЕНТАМИ ИЗОБРАЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ХАРАКТЕРИСТИК ТОЧЕЧНОГО ПОЛЯ

Аннотация. Предложен новый подход к сегментации изображений, основанный на моделировании пространственного распределения точек в плоскости изображения и их способности идентифицировать кластеры. На основании обнаружения пиков гистограммы для фрагмента изображения формируется последовательность доминирующих яркостей. Для каждой яркости изображения формируются точечные поля и проверяется наличие кластеров с помощью характеристик второго порядка точечных полей. Объединение всех яркостей, для которых точечные поля формируют кластеры, образует объект сегментации. Приведены результаты сегментации ряда изображений в сравнении с такими методами, как выбор порога и наращивания начальных областей.

Ключевые слова: сегментация изображений, кластеризация, точечное поле, пространственное распределение, локальный экстремум.

ВВЕДЕНИЕ

Сегментация изображений — первый и один из наиболее важных этапов при анализе изображений. Она заключается в классификации пикселей изображения на различные области в зависимости от их сходства по отношению к определенным характеристикам. Важность сегментации обусловлена тем, что ее результаты непосредственно влияют на все другие этапы анализа изображений. Очевидно, что формирование характеристик объекта, его классификация и достоверное распознавание во многом зависят от результатов сегментации изображения. Кроме того, на этом этапе часто сильно искажается изображение. Множество приложений сегментации изображений варьируется от обнаружения больших клеток в ткани до идентификации зданий при дистанционном зондировании поверхности.

Разнообразие практических применений сегментации требует разработки различных методов для сегментации изображений. Тем не менее, до сих пор нет общей теории для сегментации изображений, поэтому в публикациях имеется большое разнообразие алгоритмов сегментации. Предложены различные схемы для классификации множества методов сегментации изображения [1–4]. Большинство известных методов могут быть разделены на две категории: выделение краев на изображении и обнаружение однородных областей.

Методы обнаружения однородных областей позволяют проводить их выделение на основе подобия элементов изображения в соответствии с заданным набором характеристик. Эти области могут быть «выращены», объединены или разделены в процессе сегментации. Выбор порога, кластеризация, слияние — разделение областей, методы на основе графов — все это можно рассматривать как методы обнаружения областей на изображении. Эффективным относительно реализации является использование для сегментации методов кластерного анализа [5–10]. Суть кластеризации состоит в том, что все исходные объекты (в данном случае пиксели) разбиваются на несколько непересекающихся групп таким образом, чтобы объекты, попавшие в одну группу, имели сходные характеристики,

в то время как в объектах из разных групп эти характеристики должны значительно отличаться. Полученные группы называются кластерами. Исходными значениями в простейшем способе для кластеризации являются координаты пикселя. В более сложных случаях, например для полутонаовых изображений, используется трехмерный вектор, который кроме координат включает также градации серого. Основная проблема методов кластеризации состоит в том, что пространственное расположение точек либо не учитывается вовсе, либо учитывается косвенно (например, используя координаты точки как один из признаков). Поэтому обычно после кластеризации точек изображения проводят процедуру выделения связных компонент.

Результаты кластеризации для зашумленных изображений часто неудовлетворительны: теряются отдельные точки, образуется много мелких областей. Также при больших размерах изображения и необходимости разделения на несколько классов методы кластерного анализа требуют значительных вычислений [9]. Один из способов уменьшить объем вычислений — рассматривать их применение не для всех элементов изображения, а только для их части [10]. Достичь этого можно, например, применив метод понижения размерности, в частности метод главных компонент, хотя и его использование сопряжено с большой вычислительной сложностью.

В настоящей статье предлагается подход к сегментации изображений, который основан на оценке (с помощью точечных полей) тенденции множества точек формировать кластеры.

ХАРАКТЕРИСТИКА ТОЧЕЧНЫХ ПОЛЕЙ

Случайные точечные поля (или пространственные точечные процессы) служат естественными моделями пространственных данных, которые представляют собой конфигурации точек. Часто такие данные называются точечными множествами или точечными образами. Случайные точечные поля часто встречаются в самых разнообразных научных дисциплинах, в том числе сейсмологии, экологии, лесоводстве, эпидемиологии, экономике, материаловедении и др. [11–16]. Общим является то, что, во-первых, случайные события происходят в физическом пространстве и, во-вторых, эти события не являются независимыми.

Предполагается, что точечные конфигурации $x = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots\}$, где $x_i \in S$ — полное сепарабельное пространство, являются локально конечными. Под конфигурацией понимается множество неупорядоченных точек. Если само пространство S ограничено или число всех точек любой конфигурации конечно, т.е. $n(x_S) < \infty$, то точечное поле называется конечным. Далее предполагаем, что $S = D$, где $D \subset R^d$.

Однородное точечное поле Пуассона является фундаментальной моделью в стохастической геометрии. В большинстве случаев, отталкиваясь от этой модели, удается получить теоретические результаты. Кроме того, она выступает в роли эталонной модели, относительно которой рассматриваются многие другие модели. Точечное поле Пуассона формализует представления о «совершенной» случайности, что выражается в отсутствии определенной структуры у множества точек, представляющих реализацию данного точечного поля. Поэтому большинство исследований точечных полей начинается с проверки гипотезы о полной пространственной случайности (ППС) поля, т.е. на соответствие его точечному полю Пуассона [17]. Несоответствие поля позволяет предположить о неслучайном характере расположения точечной конфигурации, а именно о регулярном расположении или наличии скоплений (кластеров) точек [18] (рис. 1).



Рис. 1. Случайное (а) и регулярное (б) расположения элементов точечного поля

Один из способов выявления наличия кластеров в точечной конфигурации — это анализ функции распределения расстояния к ближайшему соседу точечного поля. При наличии кластеров функция принимает большие значения, чем для пуассоновских полей при одинаковом количестве точек на единицу площади. Однако чаще используется так называемая K -функция, предложенная Б. Рипли [19]. K -функция — $K(r)$, где r — расстояние, равное радиусу анализируемой окрестности элементов точечного поля, определяется как усредненное количество элементов точечного поля, отличных от выбранного, нормированное интенсивностью элементов точечного поля. Наиболее простая оценка K -функции имеет вид

$$\hat{K}(r) = \hat{\lambda}^{-1} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \delta(d(x_i, x_j) < r),$$

где N — количество элементов поля; $\hat{\lambda}$ — оценка интенсивности; $d(x_i, x_j)$ — расстояние между точками x_i и x_j ; $\delta(d(x_i, x_j) < r) = 1$, если $d(x_i, x_j) < r$ и $\delta(d(x_i, x_j) < r) = 0$ — в противном случае. Для более достоверной оценки K -функции используют более точную оценку интенсивности λ в виде $\hat{\lambda}^2 = N(N-1)/A^2$, где A — площадь области S , а также учитывают влияние элементов поля расположенных у края, когда часть окружности лежит за пределами области S . Тогда выражение для оценки K -функции имеет вид [20, 21]

$$\hat{K}(r) = \frac{1}{\hat{\lambda}^2 A} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N (w_{ij}^{-1}) \delta(d(x_i, x_j) < r),$$

где усредненное количество элементов точечного поля нормируется длиной окружности w_{ij} с центром в точке x_i , которая проходит через x_j и расположена в пределах области S . При постоянной интенсивности она означает условную вероятность существования элемента поля x_j , расположенного на расстоянии $d(x_i, x_j)$ от элемента поля x_i в пределах области S . Заметим, что $w_{ij} = 1$, когда расстояние между точками x_i и x_j меньше расстояния от x_i до края S .

Для кластерного точечного поля большинство точек располагаются на меньших расстояниях, чем можно было бы ожидать при условии ППС, поэтому характеристики имеют большие значения, чем для поля Пуассона при тех же расстояниях. Так, при условии ППС $K(r) = \pi r^2$, а для кластерного точечного поля $K(r) > \pi r^2$. Для большей наглядности графического представления K -функции было предложено [22] преобразование

$$\hat{L}(r) - r = \left(\frac{\hat{K}(r)}{\pi} \right)^{1/2} - r,$$

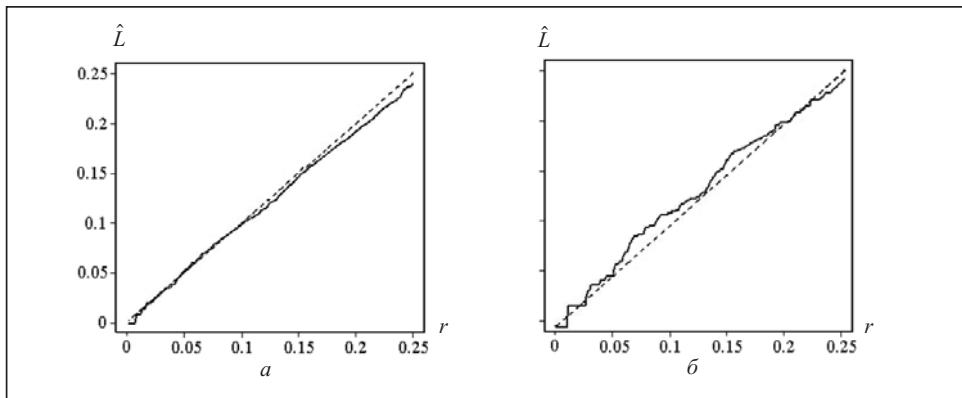


Рис. 2. Зависимости $\hat{L}(r)$ для случайного (a) и регулярного (b) расположения элементов точечного поля (сплошная линия) в сравнении со значениями $\hat{L}(r)$ для ППС (пунктирная линия)

в котором правая часть равна r при условии ППС, поэтому вычитание r устанавливает значение характеристики, равное нулю. Стряг график r относительно $\hat{L}(r)$, можно легко установить как расстояния, для которых существуют кластерные образования точек (рис. 2, a)

$$\hat{L}(r) > r, \quad (1)$$

так и расстояния, для которых точки расположены слишком равномерно, чтобы соответствовать условию ППС $\hat{L}(r) < r$ (рис. 2, b).

ФОРМИРОВАНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ПОЛЕЙ НА ОСНОВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Фрагментирование изображения. При анализе изображения в первую очередь привлекают внимание фрагменты изображения с ярко выраженным особыми цветами, формами или положениями объекта [23]. На основании значения яркости объект может быть легко определен на изображении, даже если он представляется некоторым множеством значений яркости. Для сегментации объекта достаточно выбрать только те яркости, которыми он представляется на изображении. Это легко достижимо, например, с применением пороговой сегментации, если известно множество значений яркостей объекта, в противном случае возникают трудности [24].

Если рассматривать тривиальное изображение, где на однородном фоне расположен объект также с однородной яркостью, то гистограмма такого изображения будет двухмодальной, моды которой соответствуют яркостям объекта и фона. В случае изображения с большим диапазоном яркостей и объектов небольших размеров на гистограмме может отсутствовать мода, соответствующая объекту. Если разбить изображение на фрагменты, соразмерные объекту, то на гистограмме этого фрагмента будут моды в диапазоне яркостей, присущих объекту. Наличие мод, соответствующих интересующим объектам, существенно упрощает сегментацию. Для выделения мод на гистограмме используются алгоритмы выделения локальных максимумов.

Выделение мод гистограммы. Существует множество алгоритмов выделения локальных максимумов. Как правило, все они требуют задания дополнительных параметров [25–28]. Некоторые из них можно определить, исходя из входных данных [27]. Первым шагом для таких алгоритмов обычно является проверка локального экстремума для каждого элемента входной последовательности. Этот шаг порождает избыточное число экстремумов, и чтобы его уменьшить, предлагаются некоторые дополнительные условия. Как правило, эти условия эвристические

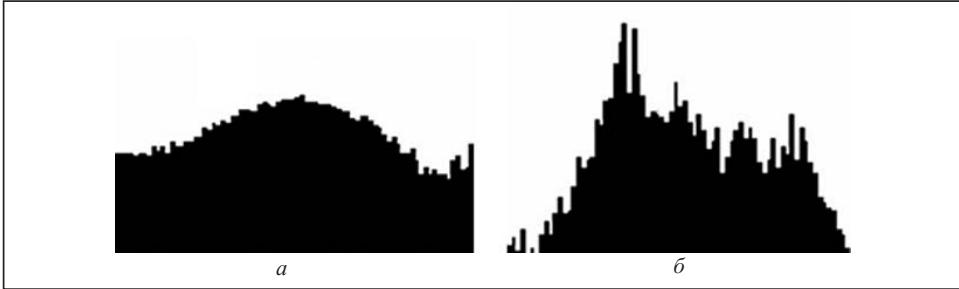


Рис. 3. Гистограммы изображения небольшой (а) и большой (б) средней разности между смежными значениями

кие. Для сокращения количества таких условий предлагаем выбирать размер окрестности для проверки условий локального экстремума в зависимости от степени гладкости огибающей гистограммы [5]. Когда огибающая является собой гладкую кривую, как показано на рис. 3, а, тогда разность между смежными значениями гистограммы невелика. В этом случае нет необходимости проверять условие локального экстремума для минимальной окрестности и можно выбрать окрестность большего размера. Наоборот, если гистограмма изображения состоит из большого числа экстремумов, которые чередуются непоследовательно, как показано на рис. 3, б, то разность между смежными значениями больше и необходимо уменьшить размер окрестности анализа, чтобы не пропустить экстремум.

Пусть $H(I)$ — гистограмма изображения I . Определим размер окрестности O для нахождения локального экстремума:

$$O = \frac{(M-1) \sum_{i=1}^M H(i)}{M \sum_{i=1}^{M-1} |H(i+1) - H(i)|}, \quad (2)$$

где $H(i)$ — значение гистограммы для яркости i ; M — количество ненулевых значений гистограммы. Выражение (2) представляет отношение среднего значения гистограммы и среднего значения разности между смежными значениями. Большее значение знаменателя соответствует случаю, когда гистограмма изображения включает множество локальных экстремумов, которые расположены непоследовательно и приводят к уменьшению размера окрестности анализа. В случае небольшого расхождения между смежными значениями гистограммы величина знаменателя уменьшается, что приводит к увеличению размера окрестности O .

Формирование точечного поля отдельной яркости. Изображение разбивается на равное количество фрагментов как по горизонтали, так и по вертикали (это не обязательное условие). Мы исходим из того, что формат изображения выбирается на основании условий его формирования, т.е. протяженность объекта лучше представляется на изображении с разными размерами. Общее количество фрагментов должно помещаться значимым числом частей интересующего нас объекта в одном или нескольких фрагментах (рис. 4, а). В этом случае яркости на гистограмме фрагмента, которые составляют объект, будут формировать четкий пик или экстремум. С каждым фрагментом будем ассоциировать множество экстремумов его гистограммы. Для изображений с четко разделимой структурой объект–фон очевидным есть предположение, что точки с яркостями, составляющими объект, формируют компактное подмножество. Поэтому, отобрав на изображении яркости с такой характеристикой, можно выделить интересующий объект.

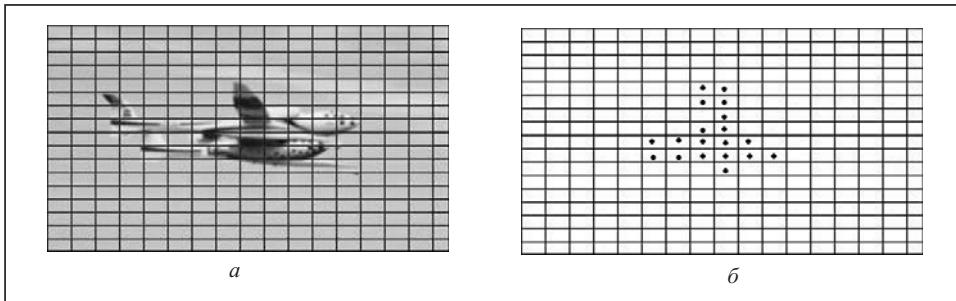


Рис. 4. Формирование точечного поля на основе яркости исходного изображения (а) и точечного поля на основе яркости 207 (б)

Сформируем точечное поле для каждой яркости из диапазона изображения. Размер точечного поля соответствует размеру изображения, которое делится на такое же число фрагментов. Будем отмечать центр фрагмента, если значение рассматриваемой яркости присутствует в ассоциированном множестве фрагмента исходного изображения. Таким образом, получим множество точек, расположение которых будет указывать на преобладание рассматриваемой яркости на изображении (рис. 4, б).

Далее необходимо подтвердить или опровергнуть гипотезу о полной пространственной случайности поля. Чтобы убедиться в том, что рассматриваемое поле содержит кластеры точек, необходимо проверить выполнение условия (1). Естественно использовать для этих целей L -тест, определяемый как

$$\tau = \max_{r \leq s} |\hat{L}(r) - r|,$$

где s — верхняя грань длины расстояний между точками поля [21]. Если значение τ слишком большое, то гипотезу о полной пространственной случайности поля необходимо исключить. Критическое значение τ для уровня значимости $\alpha = 0.05$ определяется из выражения $\tau_{0.05} = 1.45\sqrt{a/n}$, где a — количество фрагментов, на которое разделено изображение, n — количество элементов точечного поля. Величина s соответствует половине диагонали области, в которой расположено точечное поле [19].

Если для элементов точечного поля свойственно формирование кластеров, то будем фиксировать значение яркости, для которой оно сформировано. После перебора всех яркостей изображения сформируется некоторое множество $B = [int_1, int_2, \dots, int_k]$, которое содержит яркости, формирующие скопления точек на изображении. Выделение именно этих яркостей изображения позволит сегментировать интересующий объект.

РЕЗУЛЬТАТЫ СЕГМЕНТАЦИИ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 5 показаны результаты сегментации изображения с помощью таких известных подходов, как краевое детектирование Канни [29], пороговая сегментация методом Оцу [30], метод наращивания областей [31] и предложенный метод. Результаты, полученные с помощью метода наращивания областей и предложенного в настоящей статье, более предпочтительны, чем результаты, полученные методами Канни [29] и Оцу [30]. Это объясняется тем, что первые два подхода в отличие от двух последних используют информацию о взаимосвязи между элементами изображения. Сегментация изображения с помощью выделения краев дает удовлетворительные результаты в случае равномерного распределения яркости на изображении и четкой границы между объектом и фоном. В других случаях при такой сегментации образуются или разрывы вдоль линии края, или ложные контуры. Как правило, необходима до-

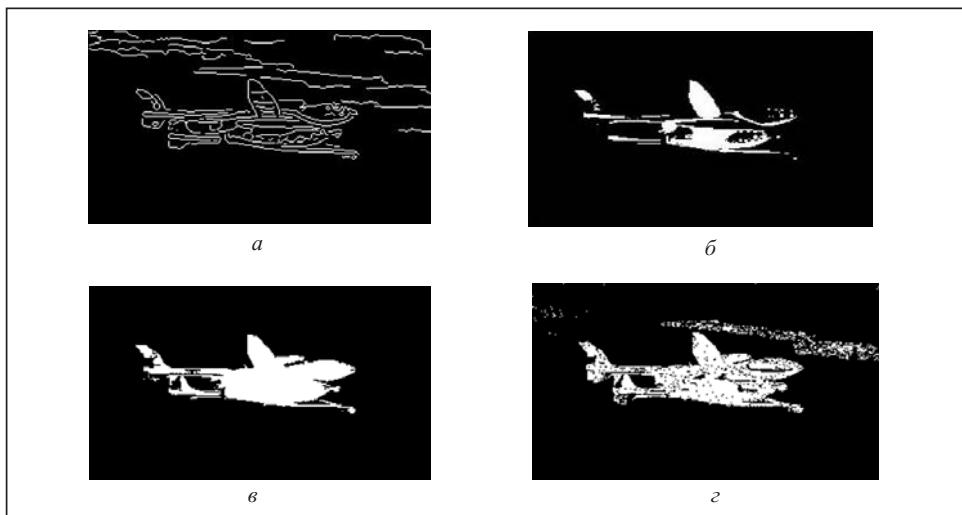


Рис. 5. Сегментация изображения с помощью метода Канни (а), метода Оцу (б), метода наращивания областей (в), предложенного метода (г)

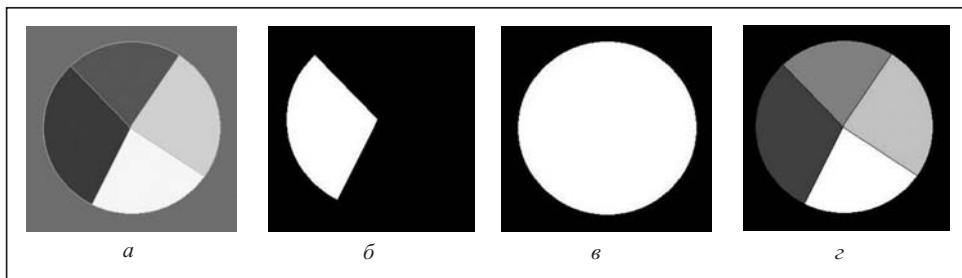


Рис. 6. Сегментация исходного изображения (а), методом наращивания областей с разными начальными областями (б, в), предложенным методом (г)

полнительная постобработка изображения (рис. 5, а). Пороговая сегментация также позволяет выделить объект целиком только в случае равномерного распределения яркости на изображении, в противном случае части объекта могут быть утрачены (рис. 5, б). Как известно, методы наращивания областей инициализируются начальными областями или точками на изображении и на основании критериев однородности разбивают изображение на связные компоненты, каждая из которых содержит начальную область. Из этого вытекает основной недостаток таких методов — зависимость результатов от расположения на изображении начальных областей. Иными словами, можно получить результаты сегментации, которые будут существенно отличаться. Из примера изображения на рис. 6, а видно, каким образом изменение положения начальных областей влияет на результат даже для такого простого случая (рис. 6, б и рис. 6, в). Особый вопрос вызывает количество начальных областей, которое необходимо для сегментации изображения.

Предложенный метод в основном исключает упомянутые недостатки. В случае, если интересующий объект представлен на изображении множеством яркостей, с помощью подбора размера фрагмента можно добиться формирования соответствующего пика на гистограмме и включения яркости в множество B . Для задачи сегментации изображения нередки случаи, когда нет необходимости выделять весь объект, а рассматривать только его фрагменты. В этом случае элементы множества B не объединяют.

На рис. 6, г представлен результат сегментации фрагментов объекта, изображенного на рис. 6, а.

Для сравнения результатов работы разных алгоритмов сегментации используются стандартизованные множества изображений [32]. Результаты применения предложенного метода и сравнение результатов работы с другими методами сегментации представлены на рис. 7. Для количественной оценки результатов использованы величины, предложенные в [33, 34]. Одна из оценок — ошибка неправильной классификации ME [33], отображает соотношение точек фона изображения, отнесенных к объекту, и, наоборот, точек объекта, классифицированных как фоновые. Для задачи двухуровневой сегментации тестируемого изображения оценка ME выражается как

$$ME = 1 - \frac{|B_O \cap B_T| + |F_O \cap F_T|}{|B_O| + |F_O|},$$

где B_O и F_O обозначают множества точек, которые принадлежат объекту и фону изображения, полученные в результате объективной экспертной сегментации, B_T и F_T — те же множества, полученные в результате применения метода сегментации для тестового изображения. Величина ME изменяется от нуля в случае идеальной сегментации до единицы в случае полностью неправильной сегментации. Другая оценка неправильной классификации — RAE [34] использует сравнение площадей объекта, выделенного в результате экспертной сегментации и с помощью метода, и выражается как

$$RAE = \begin{cases} \frac{A_O - A_T}{A_O}, & \text{если } A_T < A_O, \\ \frac{A_T - A_O}{A_T}, & \text{если } A_T \geq A_O, \end{cases}$$

где A_O — площадь при экспертной сегментации и A_T — площадь при использовании метода сегментации. Как и в случае ошибки неправильной классификации ME , величина RAE изменяется в диапазоне $[0, 1]$ в зависимости от качества сегментации. Результаты вычисления оценок ME и RAE приведены в табл. 1 и табл. 2 соответственно. Числа в первом столбце обеих таблиц указывают на порядковый номер изображений, приведенных на рис. 7.

Сравнение результатов сегментации и значений количественных оценок показывает, что субъективное восприятие результатов может не совпадать с количественным выражением. Так, для изображения № 3 на рис. 7 для метода наращивания областей и метода Оцу получены лучшие оценки ME и RAE , чем для предложенного метода, хотя визуально можно подтвердить более точное соответствие результата сегментации исходному изображению предложенным методом. Отсюда можно заключить, что даже для простейшего случая классификации изображения на два класса, оценки качества на основе простых характеристик, таких как площадь, периметр, не всегда корректны. При этом оценки ME и RAE формируются на основании сравнения с экспертной сегментацией, которая определяется ручным подбором порогов бинаризации.

Таблица 1

Номер изображения согласно рис. 7	Оценка ME для методов		
	метод Оцу	метод наращивания областей	предложенный метод
1	0.01290	0.02280	0.08176
2	0.01259	0.06375	0.08939
3	0.07404	0.13467	0.24695
4	0.97774	0.35962	0.21003
5	0.18564	0.11902	0.07227

Таблица 2

Номер изображения согласно рис. 7	Оценка RAE для методов		
	метод Оцу	метод наращивания областей	предложенный метод
1	0.95892	0.01639	0.04648
2	0.01467	0.06728	0.03675
3	0.09949	0.16638	0.20101
4	0.61557	0.50921	0.14311
5	0.22932	0.12818	0.06033

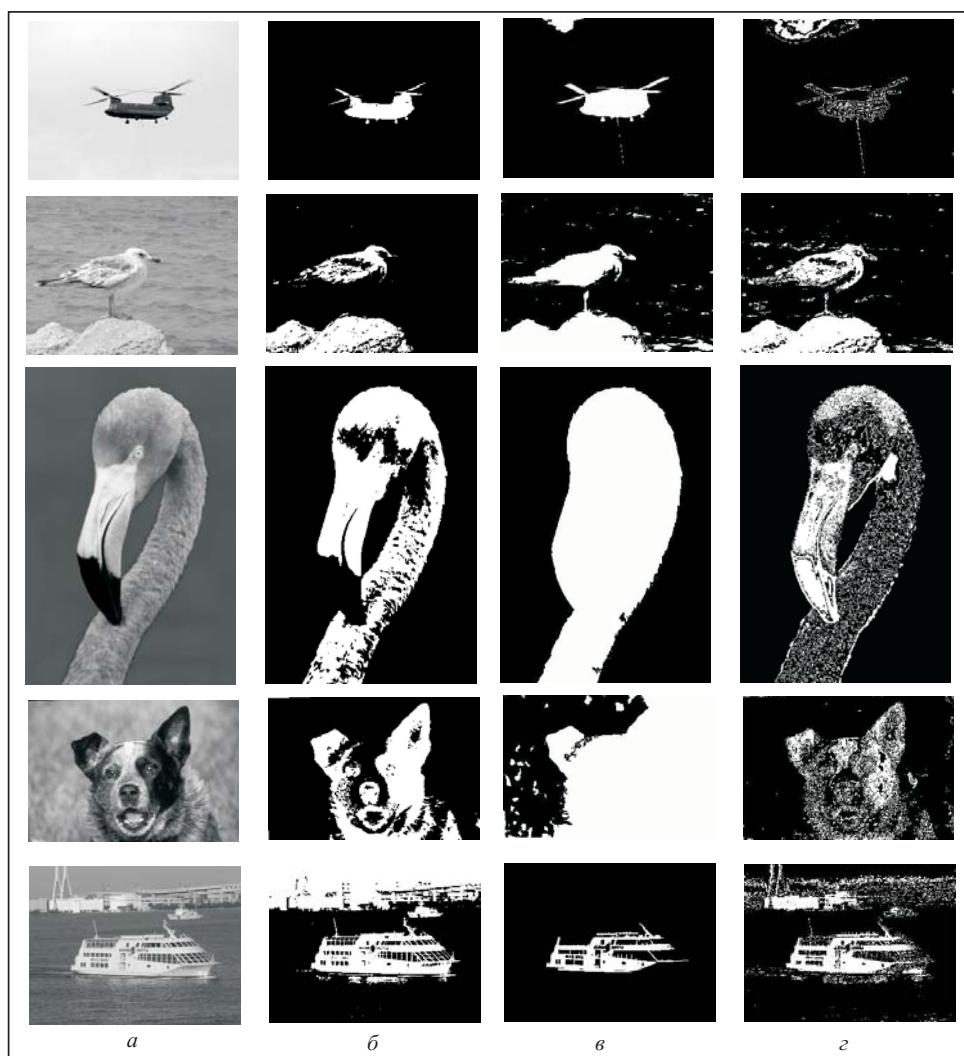


Рис. 7. Сегментация исходных изображений (а), методом Оцу (б), методом наращивания областей (в), предложенным методом (г)

Следует отметить, что результаты сегментации предложенным методом могут требовать постобработки, поскольку крайне редко объект (даже простой) представляется на реальном изображении единственным значением яркости. При этом, однако, применение предложенного метода сегментации позволяет более точно выделить особенности формы объекта, которая, в свою очередь, является важным признаком для систем распознавания [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый подход для сегментации изображений, основанный на предположении, что множество яркостей, которыми изображается объект, формируют множества точек, имеющих тенденцию к образованию кластеров. Для выявления таких яркостей формируем точечные поля и выбираем те из них, для которых выполняются условия L -теста. Применение такого подхода для сегментации изображений обусловлено тем, что больше распространены в реальном мире кластерные скопления, чем регулярные или случайные.

Для выявления таких скоплений предлагаются различные модели. В настоящее время однородный пуассоновский процесс используется как базис для разработки моделей описания и для определения ППС точечных полей. Если данные согласуются с этой моделью, то более сложные модели не рассматриваются.

Проведенные исследования показывают, что для более точной сегментации изображений необходимо использование сложных моделей точечных полей. Наипростейший способ — это ввести функцию интенсивности для пуассоновского процесса. В этом случае постоянная интенсивность процесса заменяется функцией, чье значение изменяется в зависимости от положения. Распространенным подходом к моделированию скоплений точек является использование «вложенных» пуассоновских процессов — Кокса, Маттерна, Неймана–Скотта. Эти процессы состоят из «материнского» пуассоновского процесса и «дочерних» пуассоновских процессов, которые формируются вокруг элементов «материнского». Большой класс марковских точечных полей позволяет учитывать взаимодействие между элементами, когда изменение значения потенциальной функции для элементов поля от позитивного до негативного изменяет характер расположения от регулярного до кластерного.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fu K.S., Mui J.K. A survey on image segmentation // Pattern Recognition. — 1981. — **13**, N 1. — P. 3–16.
2. Pal N.R., Pal S.K. A review on image segmentation techniques // Pattern Recognition. — 1993. — **26**, N 9. — P. 1277–1294.
3. Zhang Y.J. Advances in image and video segmentation. — London: IIM Press, 2006. — 457 p.
4. Belongie S., Malik J., Puzicha J. A survey on image segmentation // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 2002. — **24**, N 4. — P. 509–522.
5. Косаревич Р.Я., Кобасяр М.І., Русин Б.П. Багаторівневе порогування за допомогою кластеризації множини екстремумів гістограм фрагментів зображення // Відбір і обробка інформації. — 2011. — **110**, № 34. — С. 113–119.
6. Jain A., Murty M., Flynn P. Data clustering: A review // ACM: Computer Surveys. — 1999. — **31**, N 3. — P. 264–323.
7. Lloyd S.P. Least squares quantization in PCM // IEEE Transaction on Information Theory. — 1982. — **28**, N 2. — P. 129–137.
8. Yang P., Huang S. Image segmentation by fuzzy c -means clustering algorithm with a novel penalty term // Computing and Informatics. — 2007. — **26**, N 1. — P. 17–31.
9. Thilagamani S., Shanthi N. A survey on image segmentation through clustering // International Journal of Research and Reviews in Information Sciences. — 2011. — **1**, N 1. — P. 129–137.
10. Waller L.A. Detection clustering in spatial data // The Sage Handbook of Spatial Analysis / A.S. Fotheringham, P.A. Rogerson (Eds.). — Thousand Oaks CA: Sage Publications Inc., 2009. — P. 299–320.
11. Albert J.M., Casanova M.R., Orts V. Spatial location patterns of Spanish manufacturing firms // Papers in Regional Science. — 2012. — **91**, N 1. — P. 107–136.
12. Alcobia I., Quina A.S., Neves H., Clode N., Parreira L. The spatial organization of centromeric heterochromatin during normal human lymphopoiesis // Experimental Cell Research. — 2003. — **290**, N 2. — P. 358–369.

13. Haase P. Spatial pattern analysis in ecology based on Ripley's K -function: Introduction and methods of edge correction // Journal of Vegetation Science. — 1995. — 6, N 4. — P. 575–582.
14. Raghavan N., Goel P.K. Modeling and characterizing microstructures using spatial point processes // Statistical Computing & Statistical Graphics Newsletter. — 1997. — 8, N 2/3. — P. 10–16.
15. Stoyan D., Penttinen A. Recent applications of point process methods in forestry statistics // Statistical Science. — 2000. — 15, N 1. — P. 61–78.
16. Vasudevan K., Eckel S., Fleischer F., Schmidt V., Cook F. Statistical analysis of spatial point patterns on deep seismic region data: a preliminary test // Geophysical Journal International. — 2007. — 171, N 2. — P. 823–840.
17. Ripley B. Test of randomness for spatial point patterns // Journal of the Royal Statistical Society. — 1979. — 41, N 3. — P. 368–374.
18. Gates D.J., Westcott M. Clustering estimates for spatial point distributions with unstable potentials // Annals of the Institute of Statistical Mathematics. — 1986. — 38, N 1. — P. 123–135.
19. Ripley B. The second-order analysis of stationary point processes // Journal of Applied Probability. — 1976. — 13, N 2. — P. 255–266.
20. Stoyan D., Stoyan H. Improving ratio estimators of second order point process characteristics // Scandinavian Journal of Statistics. — 2000. — 27, N 4. — P. 641–656.
21. Stoyan D., Stoyan H. Fractals, random shapes and point fields. — Chichester: John Wiley and Sons, 1994. — 390 p.
22. Besag J. Discussion of “Modeling spatial patterns” by B.D. Ripley // Journal of the Royal Statistical Society. — 1977. — 39, N 4. — P. 192–225.
23. Боюн В.П. Інтелектуальне вибіркове сприйняття візуальної інформації. Інформаційні аспекти // Штучний інтелект. — 2011. — № 3. — С. 16–24.
24. Alpert S., Galun M., Basri R., Brandt A. Image segmentation by probabilistic bottom-up aggregation and cue integration // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. — 2007. — CVPR'07, 2007. — P. 1–8.
25. Xu L. Robust peak detection of pulse waveform using height ratio // Proceeding of the 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medical and Biology Society. — Vancouver, British Columbia, Canada, August 20–24, 2008. — P. 3859–3865.
26. Nakib A., Oulhadj H., Siarry P. Image histogram thresholding based on multiobjective optimization // Signal Processing. — 2007. — 87, N 11. — P. 2516–2534.
27. Jacobson A.L. Auto-threshold peak detection in physiological signals // Proceeding of the 23th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medical and Biology Society. — Istanbul, Turkey, October 25–28, 2001. — P. 2194–2195.
28. Sezan M. A peak detection algorithm and its application to histogram-based image data reduction // Computer Vision Graphics Image Processing. — 1990. — 49, N 1. — P. 36–51.
29. Canny J. A computational approach to edge-detection // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 1986. — 8, N 6. — P. 679–698.
30. Otsu N. A threshold selection using grey level histograms // IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics. — 1979. — 9, N 1. — P. 62–69.
31. Adams R., Bischof L. Seed region growing // IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence. — 1994. — 16, N 6. — P. 641–647.
32. Segmentation evaluation database. — http://www.wisdom.weizmann.ac.il/~vision/Seg_Evaluation_DB/index.html.
33. Yasnoff W., Mui J.K., Bacus J.W. Error measures for scene segmentation // Pattern Recognition. — 1977. — 9, N 4. — P. 217–231.
34. Sezgin M., Sankur B. Survey over image threholding techniques and quantitative performance evaluation // Journal of Electronic Imaging. — 2004. — 13, N 1. — P. 146–165.

Поступила 05.11.2014