КІБЕРНЕТИКА

О.І. ПРОВОТАР, О.О. ПРОВОТАР

УДК 681.3

ДО ПИТАННЯ ПРО ІНТЕРПРЕТАЦІЮ МОЖЛИВОСТІ

Анотація. Запропоновано змістовну інтерпретацію поняття «можливості» як верхньої межі ймовірності. При цьому можливості і ймовірності задаються трикутними числами. Наведено співвідношення для ймовірностей і можливостей нечітких подій.

Ключові слова: ймовірність, можливість, нечітке число, нечітка подія.

ВСТУП

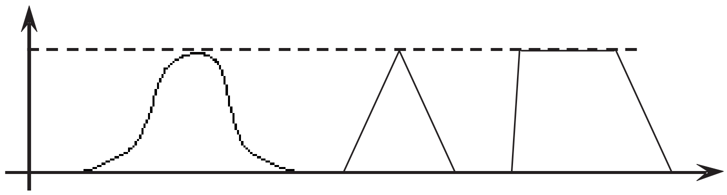
При однорідних масових операціях відсоток тих чи інших важливих для нас подій за заданими умовами майже завжди буває приблизно однаковим і лише в окремих випадках відхиляється від деякого середнього числа, яке характеризує задану масову операцію. Якщо масова операція така, що подія A спостерігається у середньому a разів серед b одиничних операцій, то ймовірність події A є a / b (або $a / b \cdot 100\%$). Тому якщо ймовірність події A дорівнює a / b, то в кожній серії із b одиничних операцій ця подія може наставати як більше, так і менше ніж a разів, але в середньому — приблизно a разів.

Теоретико-ймовірнісні методи широко з успіхом використовуються у наукових дослідженнях для моделювання у термінах випадковості багатьох аспектів невизначеності. Разом з тим теоретико-ймовірнісні методи виявилися не досить ефективними при моделюванні складних фізичних, соціальних і економічних систем. Цим пояснюється підвищений інтерес до неймовірнісних (або гібридних) моделей невизначеності та їхнього застосування до розв’язування практичних задач.

У цій роботі зроблено спробу дати змістовну інтерпретацію поняттю «можливості» як верхньої межі ймовірності. Такий підхід відрізняється від запропонованих в [1] (де змістовно може бути інтерпретовано лише відношення «більше», «менше», «дорівнює») тим, що дозволяє інтерпретувати можливість як найбільшу кількість спостережень події A в серії із b одиничних випробувань.

НЕЧІТКІ ЧИСЛА

У теорії нечітких множин [2, 3] виділяються нечіткі множини, які визначаються на осі дійсних чисел. Нижче наведено нечіткі множини чисел, визначені на множині **R**, які, крім того, є нормальними і опуклими, а також мають неперервні функції належності.



Нечітким числом називається нечітка множина A, визначена на множині дійсних чисел $\mathbf{R}$, функція належності якої $\mu: \mathbf{R} \to [0,1]$ задовольняє умови:

1) $\sup_{x \in \mathbf{R}} \mu_A(x) = 1$, тобто нечітка множина нормалізована;
2) $\mu[\lambda x_1 + (1-\lambda) x_2] \geq \min\{\mu(_1), \mu(_2)\}$, тобто множина A випукла;
3) $\mu(x)$ — неперервна.

Основні арифметичні операції — додавання, віднімання, множення і ділення двох нечітких чисел $A_1, A_2 \subseteq \mathbf{R}$, задаються за принципом розширення.

Сума двох нечітких чисел A_1 і A_2 позначається $A_1 \oplus A_2$, причому функція належності суми задається виразом

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1 + x_2 = y} \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2)).$$

Різниця двох нечітких чисел A_1 і A_2 позначається $A_1 \ominus A_2$, причому функція належності різниці задається виразом

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1 - x_2 = y} \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2)).$$

Добуток двох нечітких чисел A_1 і A_2 позначається $A_1 \otimes A_2$, причому функція належності добутку задається виразом

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1 x_2 = y} \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2)).$$

Ділення двох нечітких чисел A_1 і A_2 позначається $A_1 \ominus A_2$, причому функція належності частки задається виразом

$$\mu_B(y) = \sup_{x_1 / x_2 = y} \min(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2)).$$

Арифметичні операції над нечіткими числами вимагають досить складних обчислень. Але справедлива теорема.

Теорема 1 (Дюбуа і Прейда)**.** Якщо нечіткі числа A_1 і A_2 мають неперервні функції належності, то результатами арифметичних операцій додавання, віднімання, множення і ділення будуть нечітки числа.

Тому Дюбуа і Прейд запропонували деяку форму подання нечітких чисел за допомогою трьох параметрів, що значно спрощує нечітку арифметику.

Нехай L і P — функції виду $(\infty, \infty) \to [0,1]$, що задовольняють умови:

1) $L(-x) = L(x)$, $P(-x) = P(x)$.
2) $L(0) = 1$, $P(0) = 1$.
3) L і P — незростаючі на інтервалі $[0, \infty)$.

Означення 1. Нечітке число $A \subseteq \mathbf{R}$ буде нечітким числом типу $L - P$ тоді і тільки тоді, коли його функція належності має вигляд

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\alpha}\right), & \text{якщо } x \leq m, \\ P\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right), & \text{якщо } x \geq m, \end{cases}$$

де m — дійсне число, яке називається середнім значенням нечіткого числа A ($\mu(m) = 1$); α — додатне дійсне число, яке називається лівостороннім розподілом; β — додатне дійсне число, яке називається правостороннім розподілом.

Нечітке число $L - P$ скорочено записується у вигляді $A = (m_A, \alpha_A, \beta_A)_{LP}$.

Деякі операції над нечіткими числами типу $L-P$ зводяться до операції над трьома параметрами. Зокрема, сума нечітких чисел

$$A=(m_A, \alpha_A, \beta_A)_{LP} \text{ і } B=(m_B, \alpha_B, \beta_B)_{LP}$$

має вигляд

$$A \oplus B=(m_A+m_B,\ \alpha_A+\alpha_B,\ \beta_A+\beta_B)_{LP}.$$

Протилежне до нечіткого числа

$$A=(m_A, \alpha_A, \beta_A)_{LP}$$

має вигляд

$$-A=(-m_A, -\alpha_A, -\beta_A)_{LP}.$$

Далі будемо використовувати дещо іншу форму подання нечітких трикутних чисел, а саме нечітке число, задане трійкою $A=(a_1, a_2, a_3)$, визначає функцію належності $\mu_A(x)$ як

$$\mu_A(x)=\begin{cases} 0, & x<a_1 \\ \dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, & a_1 \le a_2, \\ \dfrac{a_3-x}{a_3-a_2}, & a_2 \le x \le a_3, \\ 0, & x>a_3. \end{cases}$$

У цьому випадку операції додавання і віднімання нечітких чисел $A=(a_1, a_2, a_3)$ і $B=(b_1, b_2, b_3)$ визначаються як

$$A \oplus B=(a_1+b_1,\ a_2+b_2,\ a_3+b_3),\ A_1 \ominus A_2=(a_1-b_3,\ a_2-b_2,\ a_3-b_1).$$

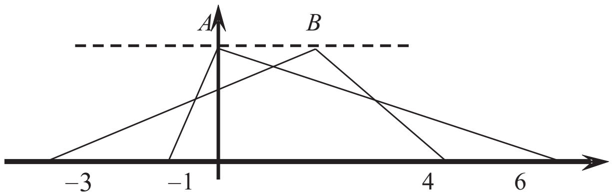
Число, протилежне до нечіткого числа $A=(a_1, a_2, a_3)$, визначається як

$$-A=(-a_3, -a_2, -a_1).$$

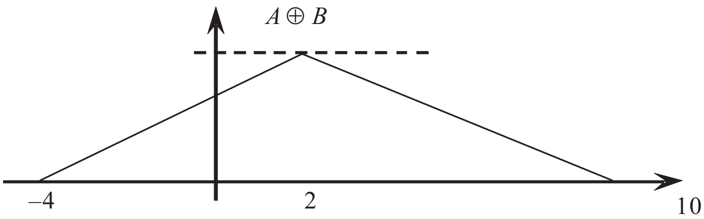
Наприклад, розглянемо нечіткі числа

$$A=(-3, 2, 4) \text{ і } B=(-1,0,6)$$

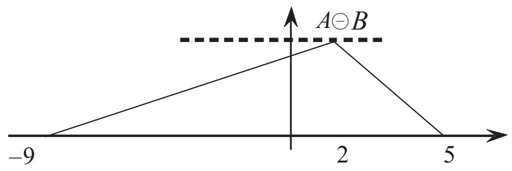
відповідно до діаграм Заде [2]



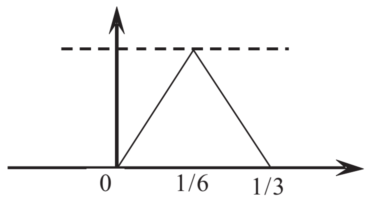
Тоді сума $A \oplus B$ задається діаграмою Заде вигляду



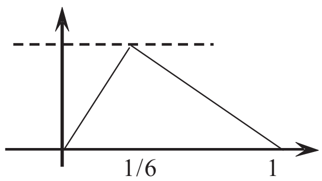
Відповідно різниця задається діаграмою Заде вигляду



Такий підхід можна використати для інтерпретації поняття можливості [4, 5] як верхньої межі ймовірності. Для цього слід визначати ймовірності нечіткими трикутними числами (які можуть задовольняти тим або іншим умовам) і обмежитись проміжком [0,1]. Наприклад, ймовірність появи числа 1 при підкиданні кубика може бути визначена нечітким числом з діаграмою Заде вигляду



У цьому випадку можливість випадіння числа 1 може бути визначена нечітким числом з діаграмою Заде вигляду



Для того щоб визначати чіткі ймовірності у просторі елементарних подій, вводиться поняття розподілу ймовірностей. Це числова функція $\mathbf{P}$, яка присвоює число $\mathbf{P}(x)$ елементарній події x. Область визначення функції $\mathbf{P}$ розширюється на множину 2^S. При цьому $0 \le \mathbf{P}(A) \le 1$, $P(S) = 1$.

Таким чином, $\mathbf{P}(A)$ означає ймовірність події A, а простір елементарних подій S — це область визначення функції розподілу ймовірностей. У прикладі з кубиком ймовірність $\mathbf{P}$ визначається як $\mathbf{P}(i) = 1/6$, $i = 1, 2, \ldots, 6$. Крім цього, функція розподілу ймовірностей має такі властивості:

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B) - \mathbf{P}(A \cap B),$$

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(B), \text{ якщо } A \cap B = \varnothing, \ \mathbf{P}(A) + \mathbf{P}(\overline{A}) = 1.$$

В загальному випадку, якщо події $A_1, A_2, \ldots, A_n$ взаємовиключні, то ймовірність об'єднання цих подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій, а перетин — їх добутку:

$$\mathbf{P}(\bigcup_i A_i) = \sum_i \mathbf{P}(A_i), \quad \mathbf{P}(\bigcap_i A_i) = \mathbf{P}(A_1)\mathbf{P}(A_2) \ldots \mathbf{P}(A_n).$$

Для того щоб визначати чіткі можливості [4, 5] у просторі елементарних подій, вводиться поняття розподілу можливостей. Це числова функція $\mathbf{\Pi}$, яка присвоює число $\mathbf{\Pi}(A)$ елементарній події A. Область визначення функції $\mathbf{P}$ розширюється на множину 2^S. При цьому $0 \le \mathbf{\Pi}(A) \le 1$.

Отже, $\mathbf{\Pi}(A)$ означає можливість події A, а простір елементарних подій S — це область визначення функції розподілу можливостей. У прикладі з кубиком можливість $\mathbf{\Pi}$ може бути визначена як $\mathbf{\Pi}(i) = 1/6$, $i = 1, 2, \ldots, 6$. Крім цього, функція розподілу можливостей має такі властивості:

$$\mathbf{\Pi}(\bigcup_i A_i) = \max_i \mathbf{\Pi}(A_i), \;\; \mathbf{\Pi}\bigcap_i A_i) = \min_i \mathbf{\Pi}(A_i).$$

Коли оперуємо певною нечіткою подією, то в цьому випадку вона може представлятися нечіткою множиною. Відомий підхід до обчислення ймовірностей [4] таких подій полягає в описанні нечіткої події нечіткою множиною з подальшим обчисленням ймовірності події як нечіткої множини. Точніше, якщо A — нечітка множина в просторі $\mathbf{X}$, що описує нечітку подію в цьому просторі, тобто

$$A = \{(x, \mu_A(x)), \; x \in \mathbf{X}\},$$

то ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою

$$\mathbf{P}(A) = \sum_{x \in A} \mu_A(x) \mathbf{P}(x).$$

Для обчислення можливостей нечітких подій використовується схожий підхід, який полягає в описанні нечіткої події нечіткою множиною з подальшим обчисленням можливості події як нечіткої множини. Зокрема, якщо A — нечітка множина в просторі $\mathbf{X}$, що описує нечітку подію в цьому просторі, тобто

$$A = \{(x, \mu_A(x)), \; x \in \mathbf{X}\},$$

то можливість цієї події може бути обчислена за формулою

$$\mathbf{\Pi}(A) = \max_{x \in A} \{\mu_A(x) \mathbf{\Pi}(x)\}.$$

Повертаючись до питання визначення ймовірностей та можливостей елементарних подій нечіткими числами, зауважимо, що при використанні наведених вище функцій розподілу ймовірності і можливості підхід до інтерпретації можливості як верхньої межі ймовірності не виконується. Зокрема, у випадку підкидання кубика для складної події $C = \{1,2\}$ маємо

$$\mathbf{P}(C) = 1/3, \;\; \mathbf{\Pi}(C) = 1/6.$$

У зв'язку з цим пропонується дещо інший підхід до визначення функції розподілу можливостей. А саме:

— для кожної елементарної події A ця функція може визначатися умовою $\mathbf{P}(A) \le \mathbf{\Pi}(A)$;

— $\mathbf{P}(A \cup B) = (a_1 + b_1, \, a_2 + b_2, \, a_3 + b_3)$, $\Pi(D \cup C) = (d_1 + c_1, \, d_2 + c_2, \, d_3 + c_3)$, де (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) — функції належності подій A та B відповідно, (d_1, d_2, d_3), (c_1, c_2, c_3) — функції належності подій D та C відповідно.

У цьому випадку для складної події $C = \{1, 2\}$ буде виконуватись умова

$$\mathbf{P}(C) \le \mathbf{\Pi}(C).$$

Дійсно,

$$\mathbf{P}(C) = \mathbf{P}(\{1\} \cup \{2\}) = (0, 1/3, 2/3), \quad \mathbf{\Pi}(C) = \mathbf{\Pi}(\{1\} \cup \{2\}) = (0, 1/3, 2).$$

Залишилось порівняти два нечіткі числа. На проміжку $[0, 1/3]$ вони збігаються, на проміжку $[1/3, 2]$ перше нечітке число буде меншим за друге, а на інтервалі $[2, \infty)$ ці числа знову тотожні. Таким чином, $\mathbf{P}(C) \le \mathbf{\Pi}(C)$.

Зрозуміло, що в загальному випадку справедливе твердження.

Твердження. Якщо співвідношення $\mathbf{P}(E) \le \mathbf{\Pi}(E)$ справедливе для всіх елементарних чітких подій простору $\mathbf{X}$, то це співвідношення справедливе і для всіх складних чітких подій.

Доведення можна провести методом математичної індукції.

Будемо називати нечіткою елементарною подією в просторі $\mathbf{X}$ довільну нечітку множину в цьому просторі. Зокрема, елементарною подією при підкиданні кубика буде подія, яка описується нечіткою множиною $A = 1/6 + 0.9/5$. Ця подія може інтерпретуватися як поява великого числа.

Розглянемо випадок дискретної нечіткої події, функція розподілу можливостей якої визначається нечітким трикутним числом. Точніше, якщо A — нечітка множина в просторі **X**, що описує нечітку подію в цьому просторі, тобто

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \mathbf{X}\},$$

то ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою

$$\mathbf{P}(A) = \bigoplus_{x \in A} \mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1),$$

де $(a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)$ — нечітка ймовірність події x, задана трикутним числом. Четверта компонента у поданні нечіткого числа введена для того, щоб відрізняти нечіткі трикутні числа від нечітких трикутних множин (ненормалізованих нечітких чисел). При цьому

$$\mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) = (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, \mu_A(x)),$$

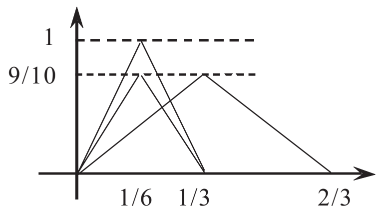
$$(a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, \mu_A(x)) \oplus (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, \mu_A(y)) =$$

$$= (a_{1x} + a_{1y}, a_{2x} + a_{2y}, a_{3x} + a_{3y}, \min(\mu_A(x), \mu_A(y))).$$

Так, обчислимо ймовірність появи великого числа, яке описується нечіткою множиною $A = 1/6 + 0.9/5$ при умові, що ймовірності чітких елементарних подій задаються трикутним числом $\mathbf{P}(x) = (0, 1/6, 1/3)$. В цьому випадку ймовірність події A обчислюється як сума нечітких множин $(0, 1/6, 1/3, 1)$ та $(0, 1/6, 1/3, 9/10)$, тобто

$$\mathbf{P}(A) = (0, 1/6, 1/3, 1) \oplus (0, 1/6, 1/3, 9/10) = (0, 1/3, 2/3, 9/10).$$

Таким чином, ймовірність нечіткої події $A = 1/6 + 0.9/5$ задається нечіткою трикутною множиною $P(A) = (0, 1/3, 2/3, 9/10)$. Відповідна діаграма Заде для обчислення ймовірності цієї нечіткої події має вигляд



Розглянемо дві нечіткі елементарні події:

$$A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \mathbf{X}\}, \qquad B = \{(x, \mu_B(x)), x \in \mathbf{X}\}.$$

Як показано вище, ймовірність кожної з них може бути обчислена за формулами

$$\mathbf{P}(A) = \bigoplus_{x \in A} \mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1), \;\; \mathbf{P}(B) = \bigoplus_{x \in A} \mu_B(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1).$$

Тоді ймовірність суми подій можна обчислити за формулою

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) \oplus \mathbf{P}(B).$$

Справедлива наступна теорема.

Теорема 2. $\mathbf{P}(A) \oplus \mathbf{P}(B) = \bigoplus_{x \in A \cup B} \mu_{A \cup B}(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1).$

Доведення. Досить переконатися, що

$$(\bigoplus_{x \in A} \mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)) \oplus (\bigoplus_{x \in B} \mu_B(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)) =$$

$$= (\bigoplus_{x \in A \cup B} \mu_{A \cup B}(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)).$$

Для прикладу розглянемо дві події: $A = 1/6 + 0.9/5$, $B = 1/1 + 0.9/2$.

Перша з них інтерпретується як поява великого числа, а друга — малого числа. Як показано вище, ймовірність події A в цьому випадку задається трикутним числом $\mathbf{P}(A) = (0, 1/3, 2/3, 9/10)$. Ймовірність події B обчислюється наступним чином: $\mathbf{P}(B) = (0, 1/6, 1/3, 1) \oplus (0, 1/6, 1/3, 9/10) = (0, 1/3, 2/3, 9/10)$. Тому ймовірність суми цих подій обчислюється як $\mathbf{P}(A \cup B) = \mathbf{P}(A) \oplus \mathbf{P}(B) = (0,\ 1/3,\ 2/3,\ 9/10) \oplus (0,\ 1/3,\ 2/3,\ 9/10) = (0,\ 2/3,\ 4/3,\ 9/10)$.

З іншого боку, $A \cup B = 1/1 + 0.9/2 + 1/6 + 0.9/5$. Тому

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \underset{x \in A \cup B}{\oplus} \mu_{A \cup B}(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) =$$

$$= (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 9/10) \oplus$$

$$\oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 9/10) = (0,\ 2/3,\ 4/3,\ 9/10).$$

Нечіткі числа можна між собою порівнювати за допомогою функції належності, а саме вважаємо $A \le B$, якщо $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$ для всіх x з простору $\mathbf{X}$. Це дозволяє визначати поняття можливості нечітких елементарних подій та нечітких складних подій, як верхню межу ймовірності цих подій. Справедлива наступна теорема.

Теорема 3. Якщо співвідношення $\mathbf{P}(A) \le \mathbf{\Pi}(A)$ справедливе для всіх елементарних чітких подій простору $\mathbf{X}$, то це співвідношення справедливе і для всіх елементарних нечітких подій простору $\mathbf{X}$.

Доведення. Розглянемо нечітку подію $A = \{(x, \mu_A(x)), x \in \mathbf{X}\}$ в просторі $\mathbf{X}$. Тоді ймовірність цієї події може бути обчислена за формулою

$$\mathbf{P}(A) = \underset{x \in A}{\oplus} \mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1),$$

де $(a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)$ — нечітка ймовірність елементарної чіткої події x, задана трикутним числом. Для трикутних чисел $(a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1)$ та $(a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1)$, які задають ймовірності та можливості елементарних чітких подій відповідно, виконується співвідношення

$$(a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) \le (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1).$$

Тому

$$\mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) \le \mu_A(y) \cdot (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1).$$

Отже,

$$\mathbf{P}(A) = \underset{x \in A}{\oplus} \mu_A(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) \le \underset{y \in A}{\oplus} \mu_A(y) \cdot (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1) = \mathbf{\Pi}(A).$$

Теорема 4. Справедлива нерівність

$$\mathbf{P}(A \cup B) \le \mathbf{\Pi}(A \cup B).$$

Доведення. Дійсно,

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \underset{x \in A \cup B}{\oplus} \mu_{A \cup B}(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) \le$$

$$\le \underset{y \in A \cup B}{\oplus} \mu_{A \cup B}(y) \cdot (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1) = \mathbf{\Pi}(A \cup B).$$

Для ілюстрації цих теорем розглянемо нечітку подію $A = 1/6 + 0.9/5$. Нехай ймовірність чітких елементарних подій задається трикутним числом $\mathbf{P}(x) = (0,\ 1/6,\ 1/3)$ (у запропонованій інтерпретації $(0,\ 1/6,\ 1/3,\ 1)$). Відповідно можливість чітких елементарних подій задається трикутним числом $\mathbf{\Pi}(x) = (0,\ 1/6,\ 1)$ (у запропонованій інтерпретації $(0,\ 1/6,\ 1,\ 1)$). Зрозуміло, що для нечітких чисел $\mathbf{P}(x)$, $\mathbf{\Pi}(x)$ виконується нерівність $\mathbf{P}(x) \le \mathbf{\Pi}(x)$. Як показано вище, ймовірність події $A = 1/6 + 0.9/5$ задається трикутним числом $\mathbf{P}(A) = (0,\ 1/3,\ 2/3,\ 9/10)$. У свою чергу, можливість цієї події задається нечітким числом $\mathbf{\Pi}(A) = (0,\ 1/3,\ 2,\ 9/10)$. Можна показати, що ймовірність і можливість події A перебувають у відношенні

$$\mathbf{P}(A) \le \mathbf{\Pi}(A).$$

Крім того, якщо розглянути дві події: $A = 1/6 + 0.9/5$ та $B = 1/1 + 0.9/2$, то, з одного боку,

$$\mathbf{P}(A \cup B) = \bigoplus_{x \in A \cup B} \mu_{A \cup B}(x) \cdot (a_{1x}, a_{2x}, a_{3x}, 1) =$$

$$= (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 9/10) \oplus$$

$$\oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1/3,\ 9/10) = (0,\ 2/3,\ 4/3,\ 9/10).$$

З іншого боку,

$$\mathbf{\Pi}(A \cup B) = \bigoplus_{y \in A \cup B} \mu_{A \cup B}(y) \cdot (a_{1y}, a_{2y}, a_{3y}, 1) = (0,\ 1/6,\ 1,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1,\ 9/10) \oplus$$

$$\oplus (0,\ 1/6,\ 1,\ 1) \oplus (0,\ 1/6,\ 1,\ 9/10) = (0,\ 2/3,\ 4,\ 9/10).$$

Можна показати, що ймовірність і можливість суми нечітких подій A та B перебувають у відношенні $\mathbf{P}(A \cup B) \le \mathbf{\Pi}(A \cup B)$.

ВИСНОВКИ

На відміну від відомих визначень можливості, які зустрічаються в літературі, запропоновано інше визначення, яке грунтується на інтерпретації можливості нечіткими трикутними числами. Таке визначення дозволяє розглядати поняття можливості як верхню межу ймовірності і може бути корисним для обчислення верхніх меж ймовірності подій у задачах, де це зробити досить складно.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Пытьев Ю.П. Возможность. Элементы теории и применения. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 192 с.
2. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. — М.: Телеком, 2006. — 382 с.
3. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — **8.** — P. 338–353
4. Провотар А.И., Лапко А.В. О некоторых подходах к вычислению неопределенностей // Проблеми програмування. — 2010. — № 2–3. — С. 22–27.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy Sets ana Systems. — 1978. — **1.** — P. 3–28.

Надійшла до редакції 12.05.2016

А.И. Провотар, А.А. Провотар

К ВОПРОСУ ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВОЗМОЖНОСТИ

Аннотация. Предлагается содержательная интерпретация понятия «возможности» как верхней грани вероятности. При этом возможность и вероятность задаются треугольными числами. Приведены соотношения для вероятностей и возможностей нечетких событий.

Ключевые слова: вероятность, возможность, нечеткое число, нечеткое событие.

O.I. Provotar, O.O. Provotar

ON POSSIBILITY INTERPRETATION

Abstract. A meaningful interpretation of the concept of “possibility” as the upper bound of probability is proposed. Possibility and probability are defined by triangular numbers. The relations for the probability and possibility of fuzzy events are presented.

Keywords: probability, possibility, fuzzy number, fuzzy event.

Провотар Олександр Іванович,
доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри Київського національного університету імені Тараса Шевченка; професор Жешовського університету, Польща, e-mail: aprowata@unicyb.kiev.ua.

Провотар Олександр Олександрович,
аспірант Київського національного університету імені Тараса Шевченка, e-mail: oprovata@gmail.com.