



**Аннотация.** Исследована динамика кардиошунтирования для определения оптимальных параметров функционирования шунта. Представлены уравнения, описывающие распространение пульсовых волн давления в кровеносных сосудах, в дифференциальной и в приближенной формах для осредненных величин, основанных на законах сохранения. Изучено влияние различных параметров — диаметров, толщин стенок, упругих свойств сосудов — на эффективность шунта. В частности, исследовано влияние формы, площади стыка шунта и угла его соединения с коронарным сосудом на прохождение крови и коагуляцию. На основе проведенных расчетов сделаны выводы о влиянии различных параметров на динамику кардиошунтирования.

**Ключевые слова:** кардиошунтирование, коронарная артерия, гидравлические потери, физико-механические свойства сосудов.

### ВВЕДЕНИЕ

Оптимальный выбор параметров при кардиошунтировании связан со значительными трудностями, обусловленными сложностью явлений и большим числом характерных параметров.

В настоящее время не имеется данных, описывающих гемодинамику и упруго-деформативные свойства коронарных артерий с учетом их взаимодействия с миокардом [1].

В работе [2] с точки зрения биологических приложений (кардиошунтирования и утечки в шунтах) рассмотрены уравнения, описывающие течение крови, проходящее через шунт, при малых числах Рейнольдса. Исследование сведено к бигармоническому уравнению для функции тока и построено аналитическое решение сопряжением биортогональных разложений собственных функций Папковича–Фэдла в прямоугольных подобластях. Общее решение пригодно для моделирования задач течения через двумерные шунты при различных входных и выходных распределениях течения. Представлено несколько таких профилей течения, но большая часть результатов связана с задачей анастомоза в тонком тракте. Рассмотрены различные течения через шунт, особое внимание уделено определению давления и рециркуляционных областей.

В работе [3], так же как и в [2], исследование проведено на основе стоковского течения (при малых числах Рейнольдса). В реальных условиях, когда есть пульсовые волны, ситуация может быть намного сложнее.

В работе [4] показано, что малый диаметр сосуда и низкое среднее течение крови в имплантанте — это существенные факторы риска для тромбообразования.

<sup>1</sup>Исследования проводились в сотрудничестве с Национальным институтом сердечно-сосудистой хирургии им. Н.М. Амосова Национальной академии медицинских наук Украины в 2013 г.

В работе [5] исследованы новая модель шунтирования коронарной артерии без угла стыка сосудов, т.е. в виде последовательно связанной конфигурации анастомоза, и поля течений, а также распределение сдвиговых параметров на стенке. Проведено сравнение с обычными дистальными анастомозами. Предлагаемое новое шунтирование дает более однородное течение без точек застоя, дополнительный путь для течения крови, улучшенное распределение гемодинамических параметров в коронарной артерии вследствие того, что влияние угла шунта сведено к нулю.

Существует много параметров, с помощью которых можно управлять явлениями при кардишунтировании для реализации наиболее оптимального режима [6].

Отметим, что для проведения расчетов на основе дифференциальных уравнений гидравлики необходимо знать коэффициент гидравлических потерь в стыке сосудов, который определяется эмпирически.

В настоящей статье вначале представлены в дифференциальной форме уравнения, описывающие распространение пульсовых волн давления в квазиодномерном приближении, и основные эффекты этого процесса [7]. Применять такую модель для анализа кардишунтирования слишком сложно, поэтому использована более простая модель с осредненными величинами не в терминах дифференциальных уравнений, а основанная на законах сохранения [8]. Проведено ее тестирование на основе постановки и решения начально-краевой задачи с применением преобразования Лапласа по времени.

На основе такой модели рассмотрены возможности выбора параметров, а также прохождение пульсовых волн давления, распространяющихся из сосуда большего диаметра и толщины (шунт) в сосуд меньшего диаметра и толщины (артерия) с учетом их различной эластичности, ранее не учитываемой при кардишунтировании. Исследовано влияние формы и площади поперечного сечения стыка шунта, а также угла его соединения с коронарным сосудом на прохождение крови. Для достаточно плавного перехода из шунта в коронарную артерию гидравлические потери оценены приближенно по формуле Дина.

Принимаем, что трансмуральное давление в шунте и в коронарной артерии одинаково, а пульсовое — различно и определяется из решения задачи. При этом полагаем, что выполняются законы сохранения, т. е. расходы и импульсы в шунте и в коронарной артерии равны. В такой постановке представлено исследование проблемы кардишунтирования.

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ

Движение сосуда как упругой цилиндрической оболочки описывается дифференциальным уравнением без учета влияния продольных сил на изгиб [9]

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{Eh}{a^2} w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q, \quad (1)$$

а движение жидкости — системой уравнений [10]

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{r_i}{2} \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2}, \quad (2)$$

$$p_i = \hat{p} - \frac{r_i^2}{8} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x^2}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x}, \quad (4)$$

где  $x$  — продольная координата;  $t$  — время;  $w$  — радиальное перемещение

стенки сосуда (прогиб);  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  — изгибная жесткость ( $\nu$  — коэффициент Пуассона материала стенки (для большинства металлов  $\nu = 0.3$ , для стенки сосуда близок к  $\nu = 0.5$ ), соответствующему несжимаемому материалу типа резины);  $E$  — модуль упругости;  $\rho$  — плотность стенки;  $r_i$  — внутренний радиус стенки;  $\rho_f$  — плотность крови;  $\hat{p}$  — осредненное давление, снесенное на срединную поверхность оболочки;  $u$  — осредненная скорость.

Дифференциальное уравнение четвертого порядка (1) характеризует радиальные перемещения сосуда  $w(x, t)$ , а именно:

- $D\partial^4 w / \partial x^4$  соответствует изгибной деформации (поворот стенки сосуда), приводящей к изгибным напряжениям, которые обычно представляются их интегральными величинами, такими как изгибающие моменты  $M_x$ . Причем

$$M_x(x, t) = \int_{a-h/2}^{a+h/2} \sigma_{xx}(r, x, t) dr \text{ и пропорционален } h^3, \text{ где } h \text{ — толщина стенки сосу-}$$

да. А сдвигающая сила  $Q_x(x, t) = \int_{a-h/2}^{a+h/2} \sigma_{rx}(r, x, t) dr$  и пропорциональна  $h$ ;

- $(Eh/a^2)w$  соответствует окружным (цепным) напряжениям, обусловленным пульсовым и внутренним (трансмуральным) давлениями, которые приводят к равномерному радиальному растяжению (сжатию) сосуда, и в случае однородного сосуда вносит основной, доминирующий вклад. Окружные (цепные) напряжения равномерно распределены по толщине  $h$ . Традиционная модель учитывает только эту окружную силу;

- $\rho h \partial^2 w / \partial t^2$  учитывает инерцию радиального движения стенки сосуда;

- $q = p_i|_{r=r_i}$  — неизвестная величина, которая учитывает внутреннее давление, действующее на внутреннюю стенку сосуда, характеризует упругоэластические взаимодействия (гидроупругие эффекты) и должна определяться из решения связанной задачи гидроупругости.

Течение крови описывается уравнением невязкой несжимаемой жидкости, так как сжимаемость пренебрежима в случаях очень податливых сосудов, а вязкость жидкости заметно не проявляется для малой длительности неустановившегося пульсового движения. Уравнения движения жидкости в сосуде (2)–(4), осредненные по поперечному сечению.

Изгибная деформация обусловлена неоднородным распределением пульсового давления вдоль сосуда. Отметим, что в широко применяемых упрощенных моделях, например в [8], учитываются только окружные деформации, в то время как изгибные и сдвиговые деформации не учитываются.

Наиболее важные особенности такой модели состоят в том, что, во-первых, уравнения (1)–(4) представляют собой связанную систему для искомых функций — радиального перемещения  $w$  и давления  $p$ ; во-вторых, это динамическая модель, применяемая для исследования неустановившихся движений и типичная для гидроупругости, где упругое и жидкое поля взаимосвязаны. В этом случае пульсовое давление  $p(x, t)$  и радиальное перемещение  $w(x, t)$  не являются независимыми функциями.

#### РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН В КУСОЧНО-НЕОДНОРОДНОМ СОСУДЕ

В большинстве исследований движение жидкости с достаточной точностью принимается осредненным по радиусу, а основной вклад упругости стенок кровеносного сосуда при распространении пульсовых волн дает учет цепных напряжений.

Представим соответствующую математическую модель как две полубесконечные упругие цилиндрические оболочки различных радиусов и толщин, запол-

ненные невязкой несжимаемой жидкостью и идеально сопряженные в сечении  $x = x_0$ .

Если волновод однородный, то волны давления в нем распространяются регулярным образом. При наличии в волноводе каких-либо локальных неоднородностей (сужения или стыка) волновое движение существенно усложняется и характеризуется наличием трех типов волн: набегающей (падающей), отраженной и проходящей [7, 8]. Падающие и отраженные волны распространяются в основном сосуде с площадью поперечного сечения  $S_1$ , а проходящие волны — в суженной части сосуда, обозначенной  $S_2$  (рис. 1). Упругость стенки сосуда учитывается приближенно как поправка на скорость распространения волн, вызванная цепными (дугowymi) упругими напряжениями стенки.

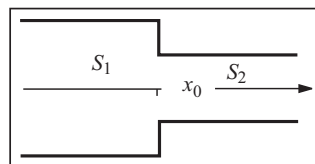


Рис. 1. Моделируемый участок стыка кровеносных сосудов

При исследовании системы, показанной на рис. 1, должны выполняться законы сплошности (неразрывность течения крови) и сохранения количества движения (импульса).

На основе этой интегральной модели проводились расчеты и оценки влияния различных параметров на рассматриваемые явления.

**Интегральный подход.** Из закона сохранения массы для расхода крови  $Q_i^*$ , соответствующего падающей, отраженной и проходящей волнам ( $Q_1^+$ ,  $Q_1^-$  и  $Q_2^+$ ), имеем

$$Q_1^+ - Q_1^- = Q_2^+. \quad (5)$$

Расход крови  $Q_i$  ( $i=1,2$ ) выражается через осредненную по поперечному сечению  $S_i$  скорость  $\bar{v}_i$ , где  $Q_i = S_i \bar{v}_i$ . Можно показать, что скорость  $\bar{v}_i = p_i / (\rho c_i)$  [8], здесь  $p_i$  — переменная составляющая давления;  $\rho$  — плотность крови;  $c_i$  — скорость распространения волны определяется формулой Моэнса–Кортевега  $c_i = \sqrt{Eh/2\rho r_i}$ , где  $E$  — модуль упругости Юнга стенки сосуда,  $h$  — ее толщина,  $r_i$  — внутренний радиус сосуда. Тогда получаем

$$Q_i = p_i S_i / (\rho c_i), \quad i=1,2. \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5) при условии  $\rho = \text{const}$  приходим к уравнению

$$\frac{S_1}{c_1} \left( 1 - \frac{p_1^-}{p_1^+} \right) = \frac{S_2}{c_2} \frac{p_2^+}{p_1^+}. \quad (7)$$

Из закона сохранения импульса получаем следующее уравнение:

$$1 + \frac{p_1^-}{p_1^+} = \frac{p_2^-}{p_1^+}. \quad (8)$$

Решив систему неоднородных уравнений (7), (8) относительно неизвестных  $p_2^+ / p_1^+$  и  $p_1^- / p_1^+$ , имеем

$$\frac{p_2^+}{p_1^+} = \frac{2}{1 + \frac{S_2}{S_1} \frac{c_1}{c_2}}, \quad \frac{p_1^-}{p_1^+} = \frac{1 - \frac{S_2}{S_1} \frac{c_1}{c_2}}{1 + \frac{S_2}{S_1} \frac{c_1}{c_2}}. \quad (9)$$

Решения для давлений падающей  $p_1^+$ , отраженной  $p_1^-$  и проходящей  $p_2^+$  волн позволяют оценить энергию отраженных волн, уменьшающих кровотоков при прохождении в более узкий канал.

Покажем, что приведенная интегральная модель следует как частный случай из дифференциальной модели распространения волн давления в упругом кровеносном сосуде с сужением. Рассмотрим подход, основанный на дифференциальных уравнениях движения элемента оболочки и движения жидкости. Принимаем толщину стенки сосуда постоянной, хотя это не ограничивает общности.

В качестве основного невозмущенного состояния принимаем состояние покоящейся жидкости в однородно напряженной цилиндрической оболочке. Предполагаем, что величина радиальных перемещений стенки оболочки значительно превосходит осевые. Система уравнений, описывающая распространение пульсовых волн давления в упругой цилиндрической оболочке, записывается в виде [7]

$$\frac{Ehw_i}{r_{0i}^2} - p_i + \rho h \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0, \quad i = 1, 2, \quad (10)$$

$$\frac{2}{r_i} \frac{\partial w_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho_b} \frac{\partial p_i}{\partial x} + \frac{8\nu}{r_i^2} u_i = 0, \quad (12)$$

где  $w$  — радиальное перемещение стенки оболочки (прогиб),  $u_i$  — продольная скорость движения жидкости,  $\nu$  — коэффициент вязкости,  $p_i$  — внутреннее давление,  $r_1$  — внутренний радиус,  $r_2$  — внешний радиус,  $r_0$  — радиус средней поверхности.

Как и ранее, индекс  $j = 1, 2$  обозначает рассматриваемый участок оболочки. Предполагается, что  $h/2$  мало по сравнению с  $r_0^{(j)}$  и тогда  $r_i^{(j)} \approx r_0^{(j)} = r^{(j)}$ ,  $j = 1, 2$ .

Система уравнений (10)–(12) учитывает радиальную инерцию стенки (первый член в (10)) и влияние вязкости жидкости (последний член в (12)). Она следует как частный случай из более общих уравнений теории оболочек.

Начальные условия задаются в виде

$$p_i(x, t)|_{t=0} = u_i(x, t)|_{t=0} = w_i(x, t)|_{t=0} = \left. \frac{\partial w_i(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Граничные условия, а также условия сопряжения участков оболочки представляются так:

$$p_1(x, t)|_{x=0} = p_0(t), \quad p_2(x, t)|_{x \rightarrow \infty} = 0, \\ p_1(x, t)|_{x=x_1} = p_2(x, t)|_{x=x_1}, \quad u_i(x, t)|_{x=x_1} = \frac{S^{(2)}}{S^{(1)}} u_2(x, t) \Big|_{x=x_1}. \quad (14)$$

В пространстве лапласовых изображений условия (14) преобразуются

$$f_i^L(x, s) = \int_0^\infty f_i(x, t) e^{-st} dt,$$

а система уравнений (10)–(12) сводится к линейному однородному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 p_i^L}{dx^2} - \frac{s^2}{c_i^{2L}} p_i^L = 0, \quad i = 1, 2, \quad (15)$$

где

$$c_i^L = \sqrt{\frac{sr_i \left( \frac{Eh}{r_i^2} + \rho h s^2 \right)}{2\rho_b \left( s + \frac{8\nu}{r_i^2} \right)}}, \quad i = 1, 2. \quad (16)$$

Общее решение уравнения (15) можно записать в виде

$$p_i^L = B_{2i-1}(s) \exp\left(-\frac{s}{c_i^L} x\right) + B_{2i}(s) \exp\left(\frac{s}{c_i^L} x\right), \quad i=1, 2. \quad (17)$$

Первый член правой части соотношения (17) описывает падающую (проходящую) волну, второй — отраженную.

Рассмотрим случай, когда инерционный член в уравнении движения элемента оболочки не учитывается и жидкость принимается невязкой. В этом случае выражение для  $c_i^L$  (16) принимает вид

$$c_i = \sqrt{\frac{Eh}{2r_i \rho_b}}, \quad i=1, 2, \quad (18)$$

т.е. совпадает с выражением для скорости волны Моэнса–Кортевега.

Переходя в пространство оригиналов, получаем соотношения для падающих, проходящих и отраженных волн:

$$\begin{aligned} p_1^+ &= p_0 \left( t - \frac{x}{c_1} \right), \\ p_1^- &= \frac{1 - \frac{S_2}{S_1} \frac{c_2}{c_1}}{1 + \frac{S_2}{S_1} \frac{c_2}{c_1}} p_0 \left( t - \frac{2x_1 - x}{c_1} \right), \\ p_2^+ &= \frac{2}{1 + \frac{S_2}{S_1} \frac{c_2}{c_1}} p_0 \left( t - \frac{x_1}{c_1} - \frac{x - x_1}{c_2} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Записав выражения амплитудных значений проходящих и отраженных волн через амплитудное значение падающей, получим соотношения (9), т.е. результаты интегрального подхода и дифференциальной модели с указанными допущениями совпадают.

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КОАГУЛЯЦИИ

Проведен анализ для системы «шунт–артерия» с точки зрения возможности возникновения коагуляции. Скорость кровотока в сосуде шунта будет всегда меньше за счет гидравлических потерь при кровотоке через стык, даже для одинаковых сосудов, но кроме того, она зависит от кровотока в коронарной артерии, у которой обычно меньший диаметр. Любое снижение скорости в сосуде шунта приведет к увеличению порогового значения коагуляции [11–14].

Оценку коагуляции в шунте проведем с учетом увеличения скорости

$$V_b / V_c = (p_b / p_c)(c_c / c_b)$$

по сравнению с идеальным кровотоком, когда  $V_b / V_c = 1$ .

Принимаем предположения [7, 15–17]:

- трансмуральное давление, поддерживающее сосуды в рабочем состоянии, в шунте и коронарной артерии одинаковое;
- скорости (упругие свойства) такие же, как в обычных сосудах, и тоже одинаковые.

Принимаем следующие параметры:

- трансмуральное давление  $p_{tr} = 1000 \text{ кг/см}^2 = 10000 \text{ Н/м}^2 = 75 \text{ мм рт. ст.}$ ;

- диаметр шунта  $d_b = 4$  мм определяется от радиуса срединной поверхности, его толщина  $h_b = 1$  мм;
- диаметр аорты  $d_a = 2$  мм, ее толщина  $h_a = 1$  мм;
- модуль упругости стенки сосуда  $E = 7 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>;
- плотность стенки сосуда  $\rho_t = 1200$  кг/м<sup>3</sup>.

На основе уравнений (законов) сохранения расхода и импульса проведено аналитическое моделирование и выполнены расчеты, в результате чего показано, что:

- при принятых параметрах в данной системе «шунт–артерия» расход крови  $Q$  уменьшается на 20 % по сравнению со случаем одинаковых сосудов шунта и артерии (прохождение крови 100 %);
- учет реальных физико-механических свойств сосудов снижает расход крови на 15 %.

#### ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СТЫКА СОСУДОВ НА ПРОХОЖДЕНИЕ КРОВИ

Расход крови  $Q$ , проходящей через стык сосудов, зависит от проходного сечения стыка. Полное прохождение крови в случае стыка одинаковых сосудов возможно только тогда, когда площади поперечного сечения стыка и сосуда равны.

Рассмотрим случай, когда стык имеет форму эллипса, а сосуды форму круга, и установим соотношение между параметрами круга  $R$  и эллипса  $2a$ ,  $2b$  из условия равенства площадей  $S_r$  и  $S_e$ .

Обычно шунт сшивается с коронарной артерией под косым углом, например, приблизительно  $45^\circ$ . Тогда срезом сосуда шунта будет эллипс с осями  $2a$  (продольная) и  $2b$  (поперечная). В этом случае разрез на коронарной артерии должен быть тоже эллиптическим. Из равенства площадей круга  $S_r = \pi r^2 = 3.142R^2$  и эллипса  $S_e = \pi ab = 3.142ab$  получаем  $R^2 = ab$ .

Длина разреза  $2a = l$  при постоянной фиксированной ширине  $2b = \text{const}$  и сохранении расхода крови  $Q$  ( $S_b = S_a$ ) определяется для произвольного угла среза  $\alpha$  по формуле

$$l = (2a)_l = \frac{d_b}{\cos \alpha}. \quad (20)$$

Из (20) для диаметра шунта  $d_b = 4$  мм при  $\alpha = 45^\circ$  и  $\alpha = 30^\circ$  получаем длины разреза  $l_{45} = 5.6$  мм и  $l_{30} = 8$  мм соответственно.

#### ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИНЫ УГЛА СОЕДИНЕНИЯ ШУНТА С СОСУДОМ НА ПРОХОЖДЕНИЕ КРОВИ

Влияние угла соединения шунта с коронарной артерией можно приближенно оценить по формуле Дина.

В пределах изменения угла от  $\alpha = 0^\circ$  до  $\alpha = 90^\circ$  оптимальный режим — это только прямой кровоток, т.е. когда  $\alpha = 0^\circ$ , что в настоящее время не реализуется, но предлагается в работе [5].

Любой угол стыка  $\alpha > 0$  приводит к потерям кровотока и его можно компенсировать только увеличением энергетических затрат сердца. Чем меньше угол  $\alpha$ , тем лучше кровоток, однако при этом шунт плохо состыкуется с коронарной артерией, что сводит на нет преимущество.

Поперечный поток, возникающий вследствие кривизны канала, можно оценивать приближенно по числу Дина, которое характеризует отношение поперечного потока к продольному

$$Dn = Re \sqrt{\frac{d_b}{r}}, \quad (21)$$

где  $Re=1000$  — число Рейнольдса,  $d_b = 4$  мм — диаметр сосуда,  $r$  — радиус кривизны. Формула (21) применима при больших радиусах кривизны.

Рассмотрим случай  $Re=1000$  мм,  $d_b = 4$  мм, для которого получаем оценки, приведенные в табл. 1.

#### ХАРАКТЕРИСТИКА ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из проведенных расчетов установлено: чем меньше угол  $\alpha$  стыка шунта с коронарной артерией, тем меньше гидравлические потери и, следовательно, тем лучше кровотоки.

Для обеспечения полного кровотока через стык шунта с коронарной артерией необходимо, чтобы площадь стыка сосудов равнялась площади поперечного сечения шунта.

При стыке сосудов под углом (рис. 2) ширина стыка равна диаметру шунта  $d_b$ , а длина эллиптического разреза на коронарной артерии определяется из равенства площадей поперечного сечения шунта  $S_b$  и эллиптического разреза  $S_e$ , т.е.  $S_b = S_e$ . Например, определены размеры сечений стыка (эллипсов), обеспечивающие полное прохождение кровотока шунта при диаметре шунта  $d_b = 4$  мм, длине разреза коронарной артерии  $l_{45} = 5.6$  мм под углом  $45^\circ$  и  $l_{30} = 8.0$  мм под углом  $30^\circ$ .

Если сосуд после шунта — коронарная артерия — имеет меньший диаметр, то это замедляет течение крови в шунте, что в результате приводит к тромбообразованию (коагуляции частиц). Например, при диаметре шунта  $d_b = 4$  мм и диаметрах коронарной артерии  $d_1 = d_2 = 2$  мм получаем  $Q \cong 16$  мм<sup>2</sup>,  $Q_1 = Q_2 \cong 8$  мм<sup>2</sup>, т.е. проходное сечение в два раза меньше.

Отметим, что физико-механические свойства сосудов имеют большое значение в кардишунтировании. Как показано в настоящей статье, они влияют на снижение пульсового давления и, следовательно, на коагуляцию.

При изменении угла наклона от  $\alpha = 180^\circ$  до  $\alpha = 0$  радиус кривизны изменяется от  $\infty$  до 0. Поэтому кривизну для конкретного  $\alpha$  определить трудно и можно задавать только приближенно. Если проекция площади скошенного среза  $S_c$  (эллипс) равна площади поперечного сечения шунта (круг), то это не нарушает кровоток. В реальной системе расход крови после прохождения стыка уменьшается за счет гидравлического сопротивления: при перпендикулярном входе поток отражается от нижней стенки, при наклонном — гидравлическое сопротивление будет меньше.

Для обеспечения кровотока при кардишунтировании большое значение имеет учет эластичности сосудов, например, учет отраженных от стыка волн уменьшает давление и скорость кровотока.

Таблица 1

Значение угла $\alpha$	Радиус кривизны $r$ , м	Оценка тока крови $\frac{Q_b - Q}{100}$ , %
$30^\circ$	4.0	10
$35^\circ$	3.5	10.7
$40^\circ$	3.0	12
$45^\circ$	2.5	12.7
$50^\circ$	2.0	14.4
$55^\circ$	1.5	15.3
$60^\circ$	1.0	20
$65^\circ$	0.5	29
$70^\circ$	0	—
$75^\circ$	0.25	40

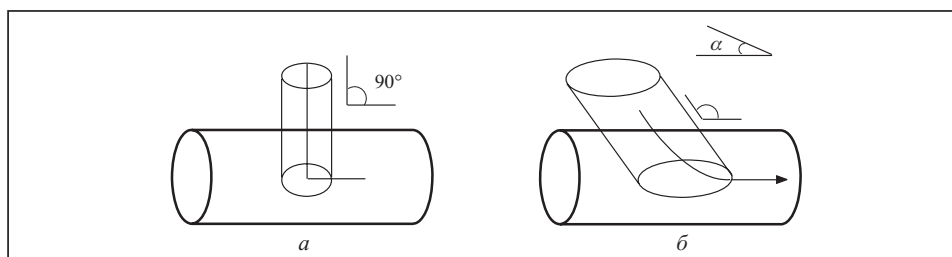


Рис. 2. Форма соединения шунта с коронарной артерией: перпендикулярное соединение (а); соединение под углом  $\alpha$  (б)



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведена обобщенная модель распространения пульсовых волн давления в кровеносных сосудах, а также упрощенная модель, оперирующая осредненными величинами. Представлены две модели распространения пульсовых волн давления в кровеносных сосудах: обобщенная, более точная, и упрощенная, основанная на величинах, осредненных по поперечному сечению сосуда. Из решения начально-краевой задачи с использованием преобразования Лапласа по времени следует, что осредненная модель вытекает из более точной. Проведен на основе осредненной модели анализ характерных явлений при кардишунтировании: размер сечения стыка сосуда шунта с сосудом коронарной артерии, влияние параметров на коагуляцию, влияние угла наклона сшиваемых сосудов на ковоток.

Авторы выражают благодарность за полезную информацию врачу-хирургу С.С. Галичу и профессору А.В. Руденко отделения хирургического лечения ишемической болезни сердца Национального института сердечно-сосудистой хирургии им. Н.М. Амосова Национальной академии медицинских наук Украины.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jung J., Lyczkowski R.W., Panchal Ch.B., Hassanein A. Multiphase hemodynamic simulation of pulsatile flow in a coronary artery. *J. Biomech.* 2006. Vol. 39, N 11. P. 2064–2073.
2. Setchi A., Mestel A.J., Parker K.H., Siggers J.H. Low-Reynolds-number flow through two-dimensional shunts. *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 723. P. 21–39.
3. Cachile M., Talon L., Gomba J.M., Hulin J.P., Auradou H. Stokes flow paths separation and recirculation cells in x-junctions of varying angle. *Phys. Fluids.* 2012. Vol. 24, Iss. 2 (021704). P. 1–7.
4. McLean R.C., Nazarian S.M., Gluckman T.J. et al. Relative importance of patient, procedural and anatomic risk factors for early vein graft thrombosis after coronary artery bypass graft surgery. *J. Cardiovascular Surgery.* 2011. Vol. 52, N 6. P. 877–885.
5. Kabinejadian F., Chua L.P., Ghista D.N., Sankaranarayanan M., Tan Y.S. A new coronary artery bypass graft (CABG) sequential anastomosis design. *Annals of Biomedical Engineering.* 2010. Vol. 38. P. 3135–3150.
6. Ghista D.N., Moskal T. Biomechanical estimate for optimal coronary bypass graft diameter for maximal coronary perfusion. *Biomechanics Symposium.* ASME Publications. 1983.
7. Селезов И.Т., Кривонос Ю.Г. Волновые задачи биогиродинамики и биофизики. Киев: Наук. думка, 2013. 308 с.
8. Caro C.G., Pedley T.J., Schroter R.C., Seed W.A. The mechanics of the circulation. Oxford: University Press, 1978. 527 p.
9. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of plates and shells. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959. 580 p.
10. Moodie E.B., Barday D.W., Tait R.T. A boundary value problem for fluid-filled viscoelastic tubes. *Mathematical Model.* 1983. Vol. 4. P. 195–207.
11. Галич С.С., Федорова Л.С. Влияние методики выполнения сосудистого анастомоза на величину объемного кровотока через него. *Щорічник наукових праць Асоціації серцево-судинних хірургів України. Серцево-судинна хірургія.* 2013. Вип. 21. С. 71–75.
12. Руденко А.В., Галич С.С., Мухашева С.А. Тотальная артериальная реваскуляризация в хирургии ишемической болезни сердца: современное состояние проблемы. *Щорічник наукових праць Асоціації серцево-судинних хірургів України. Серцево-судинна хірургія.* 2013. Вип. 21. С. 439–444.
13. Goto S., Handa S. Coronary thrombosis effects of blood flow on the mechanism of thrombus formation. *Japan Heart J.* 1998. Ser. 39. P. 579–596.
14. Hathcock J.J. Flow effects on coagulation and thrombosis. *Arteriosclerosis, Thrombosis, and Vascular Biology.* 2006. Vol. 26. P. 456–461.
15. Pedley T.J. The fluid mechanics of large blood vessels. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1980. 446 p.

16. Quarteroni A., Tuveri M., Veneziani A. Computational vascular fluid dynamics: problems, models and methods. *Computing and Visualisation in Science*. 2000. Vol. 2. P. 163–197.
17. Selezov I., Avramenko O., Fratamico G., Pallotti G., Pettazzoni P. Stress concentration due to advancing heart pulse through a blood vessel joint. *J. Mechanics in Medicine and Biology*. 2001. Vol. 1, N 2. P. 79–96.

Надійшла до редакції 18.03.2016

**І.Т. Селезов, Ю.Г. Кривонос**

**МОДЕЛЮВАННЯ ПУЛЬСОВИХ ХВИЛЬ ТИСКУ ПРИ КАРДІОШУНТУВАННІ**

**Анотація.** Досліджено динаміку кардіошунтування для визначення оптимальних параметрів функціонування шунта. Наведено рівняння, що описують поширення пульсових хвиль тиску в кровоносних судинах, у диференціальній і наближеній формах для усереднених величин, що базуються на законах збереження. Вивчено вплив різних параметрів — діаметрів, товщин стінок, пружних властивостей судин — на ефективність шунта. Зокрема, досліджено вплив форми, площі стику шунта і кута його з'єднання з коронарною судиною на проходження крові і коагуляцію. На основі проведених розрахунків зроблено висновки про вплив різних параметрів на динаміку кардіошунтування.

**Ключові слова:** кардіошунтування, коронарна артерія, гідравлічні втрати, фізико-механічні властивості судин.

**I.T. Selezov, Yu.G. Kryvonos**

**MODELING OF PRESSURE PULSE WAVES IN BYPASS GRAFTING**

**Abstract.** The dynamics of a bypass in terms of determining the optimum parameters of operation of the shunt is investigated. The equations describing the propagation of pressure pulse waves in the blood vessels are presented in differential form and in approximate form for the averaged values based on the conservation laws. The influence of the parameters such as various diameters, wall thicknesses, and elastic properties of blood vessels on the shunt effectiveness is investigated. In particular, we investigate the influence of the shunt form and junction area, as well as the angle of the shunt connection with the vessel, on the passage of the coronary vessels and blood coagulation. On the basis of the calculations, conclusions about the influence of various parameters on the dynamics of bypass are made.

**Keywords:** bypass grafting, coronary artery, hydraulic losses, physical and mechanical properties of blood vessels.

**Селезов Игорь Тимофеевич,**

доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий отделом Института гидромеханики НАН Украины, Киев, e-mail: selezov@ua.ru.

**Кривонос Юрий Георгиевич,**

академик НАН Украины, доктор физ.-мат. наук, профессор, заместитель директора Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: Kryvonos@nas.gov.ua.