УДК 519.21+62

И.В. САМОЙЛЕНКО, Я.М. ЧАБАНЮК, А.В. НИКИТИН, У.Т. ХИМКА

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СО СТОХАСТИЧЕСКИМИ МАЛЫМИ ДОБАВКАМИ В УСЛОВИЯХ ПУАССОНОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Аннотация. Предложены методы, позволяющие изучать модель стохастической эволюции, содержащей марковские переключения, а также выделять в предельном уравнении большие скачки возмущающего процесса, которые в прикладных задачах могут описывать редкие катастрофические события. Рассмотрен случай, когда возмущение системы задается импульсным процессом в неклассической схеме аппроксимации. Особое внимание уделено асимптотическому поведению генератора исследуемой эволюционной системы.

Ключевые слова: стохастическое диффузионное уравнение, генератор на банаховом пространстве, марковский процесс, процедура стохастической аппроксимации, пуассонова аппроксимация.

ВВЕДЕНИЕ

Случайная эволюция в виде диффузионного процесса используется для описания широкого класса естественных процессов во многих областях науки. При этом важно исследование поведения динамических систем в случайной среде. Изучению таких систем посвящено большое количество работ известных ученых, среди которых А.В. Скороход, М.И. Гихман, Н.Н. Боголюбов и многие другие. Детальная библиография по указанной проблематике приведена, например, в [1, 2].

В настоящей статье рассмотрен случай, когда возмущения системы определяются импульсным процессом в неклассической схеме аппроксимации ([3], некоторые обобщения для нелинейных нормирующих множителей см. в [4]), акцент сделан на вопросе асимптотического поведения генератора указанной системы.

Подобные проблемы рассматривались ранее с применением качественно иных методов (см., например, [5] и ссылки к ней). Заметим, что эффект выделения детерминированного сноса из возмущающего импульсного процесса в предельном уравнении, полученный в настоящей статье, описан, например в [5, разд. 5.1]. Однако предложенные далее методы позволяют исследовать более сложную модель, содержащую марковские переключения, а кроме того, выделить в предельном уравнении большие скачки возмущающего процесса, которые в прикладных задачах могут описывать редкие катастрофические события.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Стохастическая эволюционная система в эргодической марковской среде задается стохастическим дифференциальным уравнением

$$du^{\varepsilon}(t) = C(u^{\varepsilon}(t), x(t/\varepsilon))dt + d\eta^{\varepsilon}(t),\ u^{\varepsilon}(t) \in \mathbf{R}, \tag{1}$$

где $x(t)$ — равномерно эргодический марковский процесс в стандартном фазовом пространстве $(X, \mathbf{X})$ определен генератором

$$\mathbf{Q}\varphi(x) = q(x) \int_X P(x, dy)[\varphi(y) - \varphi(x)]$$

на банаховом пространстве $B(X)$ вещественнозначных ограниченных функций $\varphi(x)$ с супремум-нормой $||\varphi|| = \max_{x \in X} |\varphi(x)|$.

Стохастическое ядро $P(x, B)$, $x \in X$, $B \in \mathbf{X}$, определяет равномерно эргодическую вложенную цепь Маркова $x_n = x(\tau_n)$, $n \geq 0$, со стационарным распределением $\rho(B)$, $B \in \mathbf{X}$. Стационарное распределение $\pi(B)$, $B \in \mathbf{X}$, марковского процесса $x(t)$, $t \geq 0$, определяется соотношением

$$\pi(dx) q(x) = q\rho(dx), \quad q = \int_X \pi(dx) q(x).$$

Обозначим R_0 потенциальный оператор генератора $\mathbf{Q}$, который определяется равенством [3]: $R_0 = \Pi - (\Pi + \mathbf{Q})^{-1}$, где $\Pi\varphi(x) = \int_X \pi(dy)\varphi(y)\mathbf{1}(x)$ — проектор на подпространство $N_Q = \{\varphi \colon \mathbf{Q}\varphi = 0\}$ нулей оператора $\mathbf{Q}$.

ИМПУЛЬСНЫЙ ПРОЦЕСС ВОЗМУЩЕНИЙ

Импульсный процесс возмущений (ИПВ) $\eta^{\varepsilon}(t)$, $t \geq 0$, в пуассоновой схеме аппроксимации задается соотношением

$$\eta^{\varepsilon}(t) = \int_0^t \eta^{\varepsilon}(ds, x(s/\varepsilon)), \tag{2}$$

где семейство процессов с независимыми приращениями $\eta^{\varepsilon}(t, x)$, $t \geq 0$, $x \in X$, определяется генераторами

$$\mathbf{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-1} \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega)) \Gamma^{\varepsilon}(dv, x), \; x \in X, \tag{3}$$

и удовлетворяет свойствам пуассоновой аппроксимации (см. [2, 3]):

P1 — аппроксимация средних

$$\int_R v \Gamma^{\varepsilon}(dv, x) = \varepsilon(a(x) + \theta_a(x)), \; \theta_a(x) \to 0, \; \varepsilon \to 0,$$

$$\int_R v^2 \Gamma^{\varepsilon}(dv, x) = \varepsilon(b(x) + \theta_b(x)), \; \theta_b(x) \to 0, \; \varepsilon \to 0;$$

P2 — условие на функцию распределения

$$\int_R g(v) \Gamma^{\varepsilon}(dv, x) = \varepsilon(\Gamma_g(x) + \theta_g(x)), \; \theta_g(x) \to 0, \; \varepsilon \to 0,$$

для всех $g(v) \in C_3(R)$ (пространство действительнозначных ограниченных функций таких, что $g(v)/|v|^2 \to 0$, $|v| \to 0$), где мера $\Gamma_g(x)$ ограничена для всех $g(v) \in C_3(R)$ и определяется соотношением (функции из пространства $C_3(R)$ разделяют меры, см. [6, с. 395]):

$$\Gamma_g(x) = \int_R g(v) \Gamma_0(dv, x), \; g(v) \in C_3(R);$$

P3 — равномерная квадратичная интегрируемость

$$\lim_{c \to \infty} = \int_{|v|>c} v^2 \Gamma_0(dv, x) = 0;$$

P4 — отсутствие диффузионной составляющей

$$b(x) = \int_R v^2 \Gamma_0(dv, x).$$

Введем обозначение

$$\Gamma_1(x) = a(x)\varphi'(\omega) + \int_R [\varphi(\omega + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega)]\Gamma_0(dv, x).$$

Рассмотрим асимптотические свойства процесса возмущения.

Теорема 1. При выполнении условий **P1**–**P4** для ИПВ (2) имеет место слабая сходимость $\eta^{\varepsilon}(t) \to \eta^0(t)$, $\varepsilon \to 0$. Предельный процесс $\eta^0(t)$ определяется генератором

$$\Gamma\varphi(\omega) = \Pi\Gamma_1(x)\varphi(\omega) = \widetilde{a}\varphi'(\omega) + \int_R [\varphi(\omega + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega)]\widetilde{\Gamma}_0(dv),$$

где $\widetilde{a} = \int_X \pi(dx)a(x)$, $\widetilde{\Gamma}_0(v) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x)$, и является процессом с независимыми приращениями, который имеет как пуассонову составляющую, так и детерминированный снос.

Доказательство.

Лемма 1. Генераторы процессов с независимыми приращениями $\eta^{\varepsilon}(t, x)$, $t \geq 0$, $x \in X$, на тест-функциях $\varphi(\omega) \in C^3(R)$ (пространство трижды непрерывно дифференцируемых функций) при условиях **P1**–**P4** допускают асимптотическое представление

$$\mathbf{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega) = \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega), \tag{4}$$

где

$$\Gamma_1(x)\varphi(\omega) = a(x)\varphi'(\omega) + \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega))\Gamma_0(dv, x),$$

а остаточный член $||\gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)|| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$, $\varphi(\omega, \cdot) \in C^3(R)$.

Доказательство. Использовав разложение функции $\Gamma_1(x)\varphi(\omega)$ в ряд Тейлора, осуществим преобразование генератора (3):

$$\mathbf{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega) = \varepsilon^{-1} \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega))\Gamma^{\varepsilon}(dv, x) =$$

$$= \varepsilon^{-1} \int_R (\varphi(\omega + v) - \varphi(\omega) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2} v^2 \varphi''(\omega))\Gamma^{\varepsilon}(dv, x) +$$

$$+ \varepsilon^{-1} \int_R v\varphi'(\omega)\Gamma^{\varepsilon}(dv, x) + \frac{1}{2}\varepsilon^{-1} \int_R v^2 \varphi''(\omega)\Gamma^{\varepsilon}(dv, x) =$$

$$= \int_R (\varphi(u + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega) - \frac{1}{2} v^2 \varphi''(\omega))\Gamma_0(dv, x) +$$

$$+a(x)\varphi'(\omega)+\frac{1}{2}b(x)\varphi''(\omega)+\gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)=$$

$$=\int_R(\varphi(u+v)-\varphi(v)-v\varphi'(\omega))\Gamma_0(dv,x)+a(x)\varphi'(\omega)+\gamma^{\varepsilon}(\omega)\varphi(\omega),$$

где предпоследнее равенство следует из условий **P1, P2** (заметим,что функция $\varphi(\omega+v)-\varphi(\omega)-v\varphi'(\omega)-\frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega)\in C_3(R)$, поскольку ограничена в силу ограниченности $\varphi(\omega)$ и ее производных, и $[\varphi(\omega+v)-\varphi(\omega)-v\varphi'(\omega)-$ $-\frac{1}{2}v^2\varphi''(\omega)]/|v|^2\to 0$, $|v|\to 0$), а последнее равенство следует из условия **P4**.

С учетом того, что $\gamma^{\varepsilon}(\omega)\varphi(\omega)=O(\varepsilon^2)$, $\varphi(\omega)\in C^3(R)$, получим представление (4). ■

Лемма 2. Генератор двухкомпонентного марковского процесса $(\eta^{\varepsilon}, x(t/\varepsilon))$ имеет вид

$$\hat{\Gamma}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega,x)=\varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega,x)+\Gamma_1(x)\varphi(\omega,x)+\gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega,x), \tag{5}$$

где оператор $\Gamma_1(x)$ определен в лемме 1, а остаточный член $||\gamma^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega,x)||\to 0$ при $\varepsilon\to 0$, $\varphi(\omega,\cdot)\in C^3(R)$.

Доказательство. Утверждение леммы 2 становится очевидным, если использовать определение генератора марковского процесса и вид соответствующих генераторов процессов $\eta^{\varepsilon}(t)$ и $x(t/\varepsilon)$. ■

Усеченный оператор имеет вид [8]

$$\Gamma_0^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)=\varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega,x)+\Gamma_1(x)\varphi(\omega,x). \tag{6}$$

Лемма 3. Решение проблемы сингулярного возмущения для усеченного оператора (6) на тест-функциях $\varphi^{\varepsilon}(\omega,x)=\varphi(\omega)+\varepsilon\varphi_1(\omega,x)$ реализуется соотношением

$$\Gamma_0^{\varepsilon}(x)\varphi^{\varepsilon}(\omega,x)=\Gamma\varphi(\omega)+\varepsilon\theta_{\eta}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega), \tag{7}$$

где остаточный член $\theta_{\eta}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega)$ равномерно ограничен по x.

Предельный оператор определяется формулой

$$\Gamma=\Pi\Gamma_1(x)\Pi. \tag{8}$$

Доказательство. Для выполнения равенства (7) необходимо, чтобы коэффициенты при одинаковых степенях ε слева и справа совпадали. Вычислим

$$\Gamma_0^{\varepsilon}(x)\varphi^{\varepsilon}(\omega,x)=\varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega)+[\mathbf{Q}\varphi_1(\omega,x)+\Gamma_1(x)\varphi(\omega)]+\varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega,x),$$

$$\mathbf{Q}\varphi(\omega)=0\Leftrightarrow\varphi(\omega)\in N_{\mathbf{Q}}.$$

Отсюда видно, что $\varphi(\omega)$ не зависит от x.

Рассмотрим уравнение, которое определяет предельный оператор $\Gamma(x)$:

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega,x)+\Gamma_1(x)\varphi(\omega)=\Gamma(x)\varphi(\omega).$$

Перепишем его в виде $\mathbf{Q}\varphi_1(\omega,x)=[\Gamma(x)-\Gamma_1(x)]\varphi(\omega)$.

Условие разрешимости для последнего уравнения и дает предельный оператор в виде (8). Тогда

$$\varphi_1(\omega, x) = R_0[\Gamma_1(x) - \Gamma]\varphi(\omega). \tag{9}$$

Использовав (9), остальные члены разложения можно привести к виду

$$\varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x) = \varepsilon[\Gamma_1(x)R_0[\Gamma_1(x) - \Gamma]]\varphi(\omega) = \varepsilon\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega).$$

Ограниченность $\theta_\eta^\varepsilon(x)\varphi(\omega)$ следует из вида операторов $\Gamma_1(x)$ и R_0. ■

Завершение доказательства теоремы 1 осуществляется с помощью леммы 3 и теоремы 4.2 из [3].

ПОВЕДЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим асимптотические свойства исходной эволюционной системы (1).

Теорема 2. При выполнении условий **P1–P4** имеет место слабая сходимость $u^\varepsilon(t) \to \hat{u}(t)$, $\varepsilon \to 0$. Предельный процесс $\hat{u}(t)$ определяется генератором

$$\mathbf{L}\varphi(\omega) = \hat{C}(u)\varphi'(\omega) + \Gamma\varphi(\omega),$$

где $\hat{C}(u) = \int_X \pi(dx)C(u, x)$.

Замечание 1. Предельный процесс $\hat{u}(t)$ имеет две составляющие. Детерминированный снос определяется решением дифференциального уравнения

$$d\hat{u}_d(t) = [\hat{C}(\hat{u}_d(t)) + \widetilde{a}]dt, \tag{10}$$

где дополнительное слагаемое $\widetilde{a}$ появляется за счет накопления с ростом нормированного времени t/ε, $\varepsilon \to 0$, малых скачков импульсного процесса, которые происходят с вероятностью, близкой к единице. Вторая составляющая представляет собой редкие большие скачки, происходящие с вероятностью, близкой к нулю, которые задаются через усредненную меру скачков $\widetilde{\Gamma}_0(dv)$ генератором

$$\Gamma_j\,\varphi(\omega) = \int_R [\varphi(\omega + v) - \varphi(v) - v\varphi'(\omega)]\widetilde{\Gamma}_0(dv).$$

Замечание 2. Предельный процесс $\hat{u}(t)$ будет чисто детерминирован и определяется уравнением (10) в случае, когда усредненная мера скачков $\widetilde{\Gamma}_0(dv)$ равна нулю. Например, когда все моменты порядка три и выше у семейства процессов с независимыми приращениями $\eta^\varepsilon(t, x)$, $t \ge 0$, $x \in X$, равны нулю, или при выполнения условия баланса

$$\widetilde{\Gamma}_0(v) = \Pi\Gamma_0(v, x) = \int_X \pi(dx)\Gamma_0(v, x) = 0.$$

Доказательство.

Лемма 4. Генератор двухкомпонентного марковского процесса $u^\varepsilon(t)$, $x(t/\varepsilon)$, $t \ge 0$, имеет представление

$$\mathbf{L}^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma^\varepsilon(x)\varphi(\omega, x) +$$

$$+\mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) + \theta_\omega^\varepsilon\varphi(\omega, x),$$

где $\Gamma^\varepsilon(x)$ — генератор семейства процессов с независимыми приращениями (3),

$$\mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) = C(u, x)\varphi'_\omega(\omega, x).$$

Остаточный член $||\hat{\theta}_{\omega}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega, x)|| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Доказательство аналогичной леммы приведено в [7]. ■

Лемма 5. Генератор $\mathbf{L}^{\varepsilon}(x)$ допускает асимптотическое представление

$$\mathbf{L}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega, x) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega, x) + \hat{\theta}_{\omega}^{\varepsilon}\varphi(\omega, x),$$

где $\hat{\theta}_{\omega}^{\varepsilon}(x) = \gamma^{\varepsilon} + \theta_{\omega}^{\varepsilon}(x)$, а $\Gamma_1(x)$ определен в лемме 1.

Остаточный член $||\hat{\theta}_{\omega}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega, x)|| \to 0$ при $\varepsilon \to 0$.

Доказательство осуществляется с использованием представления оператора (5) и результатов леммы 4. ■

Усеченный оператор имеет вид

$$\mathbf{L}_0^{\varepsilon}(x)\varphi = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}\varphi + \Gamma_1(x)\varphi + \mathbf{C}(x)\varphi. \tag{11}$$

Лемма 6. Решение проблемы сингулярного возмущения для усеченного оператора (11) на тест-функциях $\varphi^{\varepsilon}(\omega, x) = \varphi(\omega) + \varepsilon\varphi_1(\omega, x)$ осуществляется соотношением

$$\mathbf{L}_0^{\varepsilon}(x)\varphi^{\varepsilon}(\omega, x) = \mathbf{L}\varphi(\omega) + \varepsilon\theta_{\omega}^{\varepsilon}(x)\varphi(\omega), \tag{12}$$

где остаточный член $\theta_{\omega}^{\varepsilon}(x)$ равномерно ограничен по x.

Предельный оператор $\mathbf{L}$ определяется формулой:

$$\mathbf{L} = \Pi[C(x) + \Gamma_1(x)]\Pi. \tag{13}$$

Доказательство. Для выполения равенства (12) необходимо, чтобы коэффициенты при одинаковых степенях ε слева и справа совпадали. Для этого вычислим

$$\mathbf{L}_0^{\varepsilon}(x)\varphi^{\varepsilon}(\omega, x) = \varepsilon^{-1}\mathbf{Q}(x)\varphi(u, \omega) +$$

$$+ [\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega)] + \varepsilon\Gamma_1(x)\varphi_1(\omega, x).$$

Поскольку $\mathbf{Q}\varphi(\omega) = 0 \Leftrightarrow \varphi(\omega) \in N_Q$, очевидно, $\varphi(\omega)$ не зависит от x.

Уравнение $\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) + \Gamma_1(x)\varphi(\omega) + \mathbf{C}(x)\varphi(\omega) = \mathbf{L}\varphi(\omega)$ перепишем в виде

$$\mathbf{Q}\varphi_1(\omega, x) = [\mathbf{L} - \Gamma_1(x) - \mathbf{C}(x)]\varphi(\omega).$$

Условие разрешимости последнего уравнения и дает предельный оператор $\mathbf{L}$ в виде (13).

Завершение доказательства теоремы осуществляется по схеме доказательства теоремы 4.2 в [3]. ■

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в настоящей статье результаты позволят продолжить исследования в трех направлениях:

— получение предельных функциональных теорем, описывающих поведение системы на возрастающих интервалах времени (см., например, [2, 3]);

— доказательство диссипативности системы, а также ее устойчивости, наличия аттракторов и т.д. (см. [5], где подобные задачи рассматриваются для классических схем аппроксимации, а также [8, 9]);

— асимптотическое поведение нормированного управления с марковскими переключениями в схеме пуассоновой аппроксимации [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Korolyuk V.S., Korolyuk V.V. Stochastic models of systems. Dordrecht: Kluwer, 1999. 185 c.
2. Koroliuk V.S., Limnios N. Stochastic systems in merging phase space. Singapore: World Scientific, 2005. 330 c.
3. Koroliuk V.S., Limnios N., Samoilenko I.V. Levy and Poisson approximations of switched stochastic systems by a semimartingale approach. *Comptes Rendus Mathematique*. 2016. Vol. 354. P. 723–728.
4. Ярова О.А., Елейко Я.И. О поведении нормирующего множителя генератора в аппроксимации случайных процессов. *Кибернетка и системный аналіз*. 2016. Т. 52, № 2. С. 147–153.
5. Samoilenko A.M., Stanzhytskyi O.M. Qualitative and asymptotic analysis of differential equations with random perturbations. Singapore: World Scientific, 2011. 323 p.
6. Jacod J., Shiryaev A.N. Limit theorems for stochastic processes. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 601 p.
7. Нікітін А.В., Хімка У.Т. Асимптотика нормованого відхилення з марковськими переключеннями. *Укр. матем. журн*. 2016. Т. 68, № 8. С. 1092–1101.
8. Семенюк С.А., Чабанюк Я.М. Стохастичні еволюційні системи з імпульсними збуренням. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»: Фізико-математичні науки*. 2009. Вип. 660, С. 56–60.
9. Чабанюк Я.М. Апроксимація дифузійним процесом в схемі усереднення. *Доповіді НАН України*. 2004. № 12. С. 35–40.

Надійшла до редакції 28.11.2016

І.В. Самойленко, Я.М. Чабанюк, А.В. Нікітін, У.Т. Хімка

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ЗІ СТОХАСТИЧНИМИ МАЛИМИ ДОПОВНЕННЯМИ В УМОВАХ ПУАСОНОВОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

Анотація. Запропоновано методи, що дозволяють вивчати модель стохастичної еволюції з марковськими перемиканнями, а також виокремити у граничному рівнянні великі стрибки збурювального процесу, які можуть описувати рідкі катастрофічні події у прикладних задачах. Розглянуто випадок, коли збурення системи визначають імпульсним процесом у некласичній схемі апроксимації. Особливу увагу приділено асимптотичній поведінці генератора досліджуваної еволюційної системи.

Ключові слова: стохастичне дифузійне рівняння, генератор на банаховому просторі, марковський процес, процедура стохастичної апроксимації, пуасонова апроксимація.

I.V. Samoilenko, Y.M. Chabanuk, A.V. Nikitin, U.T. Himka

DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH SMALL STOCHASTIC SUPPLEMENTS UNDER POISSON APPROXIMATION CONDITIONS

Abstract. The methods proposed in the paper allow us to investigate the model of stochatic evolution, which includes Markov switchings, and to identify big jumps of disturbing process in the limiting equation. Big jumps of this type may describe rare catastrophic events in different applied problems. We consider the case where system disturbance is defined by impulse process in nonclassical approximation scheme. Particular attention is paid to the asymptotic behavior of the generator of the evolutionary system under examination.

Keywords: stochastic diffusion equation, generator on Banach space, Markov process, stochastic approximation procedure, Poisson approximation.

Самойленко Игорь Валерьевич,
доктор физ.-мат. наук, доцент Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: isamoil@i.ua.

Чабанюк Ярослав Михайлович,
доктор физ.-мат. наук, профессор Львовского национального университета имени Ивана Франко, e-mail: yaroslav.chab@gmail.com.

Никитин Анатолий Владимирович,
кандидат физ.-мат. наук, заведующий научно-исследовательской лабораторией Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: nikitin2505@gmail.com.

Химка Ульяна Теодоровна,
кандидат физ.-мат. наук, старший преподаватель Национального университета «Львовская политехника», e-mail: uliana.himka@gmail.com.