



Л.А. ГНАТИВ

УДК 681.391, 681.3, 621.372.397 **ПРОСТОЕ ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ КОСИНУСНОЕ
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА
ДЛЯ ВИДЕОКОДИРОВАНИЯ С ВЫСОКИМ
РАЗРЕШЕНИЕМ**

Аннотация. Предложен матричный метод построения простого целочисленного косинусного преобразования высокого порядка. На его основе построено однонормовое простое целочисленное преобразование порядка 32 и разработаны его быстрые алгоритмы низкой вычислительной сложности, которая меньше в 4,9 раза, чем в известных алгоритмах, и в 21,6 раза — чем в стандарте H.265. Они требуют только целочисленных операций. Это преобразование близко к дискретному косинусному преобразованию и имеет хорошие характеристики кодирования.

Ключевые слова: дискретное косинусное преобразование, целочисленное косинусное преобразование, масштабированное преобразование, факторизация, быстрое преобразование, эффективность кодирования, вычислительная сложность, коэффициент сжатия, видеокодирование, H.264, H.265, AVS.

ВВЕДЕНИЕ

Целочисленные косинусные преобразования (ЦКП) эффективно использованы в таких современных видеостандартах, как H.264/AVC [1, 2], VC-1 [3], AVS [4], H.265/HEVC [5, 6]. Эффективность применения ЦКП как инструмента для устранения избыточности в изображениях и видеосигналах аргументировано и подробно изложено в [7]. При создании нового стандарта видеокодирования H.265/HEVC рассматривалось много целочисленных преобразований с быстрыми алгоритмами. В работах [8–10] предложены преобразования на основе целочисленной аппроксимации дискретного косинусного преобразования (ДКП) с быстрыми алгоритмами меньшей вычислительной сложности, чем в стандарте H.265 [6]. В работах [7, 11] рассмотрен метод построения ЦКП высокого порядка с быстрыми алгоритмами низкой вычислительной сложности, которая в отличие от известных [9, 10] меньше в 3,24 раза и в 15,6 раза меньше, чем в стандарте H.265. В работе [12] предложен метод построения простого ЦКП порядка 32 с быстрыми алгоритмами, которые имеют меньшую в 4,3 раза вычислительную сложность, чем в известных, и в 19 раз меньшую, чем в стандарте H.265.

В настоящей статье рассмотрен матричный метод построения простого ЦКП порядка 32 на основе ЦКП порядка 16, который обобщает метод, предложенный в работе [13]. Это преобразование является альтернативой простого ЦКП, предложенного в [12], и его быстрые алгоритмы имеют на 17 % меньшую вычислительную сложность при хороших характеристиках кодирования. Построено однонормовое простое ЦКП порядка 32 и разработаны алгоритмы быстрых целочисленных преобразований, которые приводят к существенному сокращению вычислений, т.е. имеют низкую вычислительную сложность. Экспериментальные результаты показали, что это преобразование имеет хорошие характеристики кодирования и аналогичны характеристикам ДКП.

© Л.А. Гнатив, 2018

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Построим матрицу простого целочисленного косинусного преобразования порядка 32, в которой строки с нечетными номерами представляют простые косинусные функции, а строки с четными номерами представляют базисные функции ЦКП.

Рассмотрим матрицу ICT_{32}^* размера 32×32 простого ЦКП с переставленными строками, которая получена из матрицы ICT_{32} перестановкой строк сначала на основе двоично-инверсных перестановок (ДИП), а затем простых совершенных перестановок (ПСП), обратных (инверсных) перестановок (ОП) и перестановок по коду Грея (ПКГ) [14]:

$$ICT_{32}^* = P_5 P_4 P_3 P_2 P_1 P_{32} ICT_{32}, \quad (1)$$

где P_{32} — матрица 32×32 ДИП, P_1 — блочно-диагональная матрица 32×32 с единичной матрицей 17×17 I_{17} и матрицей 15×15 \tilde{P}_{15} ПСП, P_2 — блочно-диагональная матрица 32×32 , содержащая матрицы 6×6 \tilde{P}_6 ПСП, 10×10 \tilde{P}_{10} ПСП, единичную матрицу 4×4 I_4 и единицу; P_3 — блочно-диагональная матрица 32×32 , содержащая матрицу 7×7 \tilde{P}_7 ПСП, матрицу 4×4 G_4 ПКГ, единичную матрицу 20×20 I_{20} и единицу; P_4 — блочно-диагональная матрица 32×32 , содержащая матрицы 4×4 \tilde{P}_4 ПСП, \bar{I}_4 ОП, матрицы 3×3 \bar{I}_3 ОП, единичную матрицу 12×12 I_{12} и единицу; P_5 — блочно-диагональная матрица 32×32 с матрицами 4×4 P_4 ДИП и G_4 :

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{diag} [I_{17}, \tilde{P}_{15}]; P_2 = P_{2,2} P_{2,1}, P_{2,1} = \text{diag} [I_{21}, \tilde{P}_{10}, 1], \\ P_{2,2} &= \text{diag} [I_{17}, \tilde{P}_6, I_9]; \\ P_3 &= \text{diag} [I_{20}, \tilde{P}_7, 1, G_4]; P_4 = \text{diag} [I_{12}, \bar{I}_4, 1, \bar{I}_3, \tilde{P}_4, \bar{I}_3, 1, \bar{I}_4]; \\ P_5 &= \text{diag} [G_4, P'_8, G_4, I_2 \otimes P'_8]; P'_8 = \text{diag} [P_4, G_4]. \end{aligned}$$

При этом

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{6+k} &= \begin{bmatrix} I_3^0 & & & I_3^1 \\ & I_k & & \\ & & I_3^1 & \\ I_3^1 & & & I_3^0 \end{bmatrix}, k=1, 4, 9, \tilde{P}_6 = \begin{bmatrix} I_3^0 & I_3^1 \\ I_3^1 & I_3^0 \end{bmatrix}, \tilde{P}_4 = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \\ 1 & & & \end{bmatrix}, P_4 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \end{bmatrix}, \\ G_4 &= \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & & 1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix}, I_3^0 = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & 1 & \\ & & 0 \end{bmatrix}, I_3^1 = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 0 & \\ & & 1 \end{bmatrix}, \bar{I}_k = \text{antidiag} [I_k], \bar{I}_k = \begin{bmatrix} & & & 1 \\ & & & \\ & & & \\ 1 & & & \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь \bar{I}_k — антидиагональная единичная матрица $k \times k$.

Матрица ICT_{32}^* размера 32×32 простого ЦКП (1) с переставленными строками может быть представлена матрицей ядра простого ЦКП:

$$ICT_{32}^* = B_{32} C_{32}^*, \quad (2)$$

где C_{32}^* — матрица 32×32 ядра масштабированного простого ЦКП с переставленными строками, B_{32} — диагональная матрица 32×32 коэффициентов нормирования.

Матрица C_{32}^* (2) может быть представлена рекуррентным методом:

$$C_{32}^* = \text{diag} [C_{16}^*, \tilde{I}_{16} T_{16}] H_{32}^*, \quad (3)$$

где C_{16}^* — матрица 16×16 ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП, ОП и ПКГ; T_{16} — матрица 16×16 ядра простого ЦКП типа IV (ЦКП-IV) с переставленными строками; \tilde{I}_{16} — диагональная единичная матрица 16×16 с единичными матрицами 12×12 I_{12} и 4×4 $-I_4$, $\tilde{I}_{16} = \text{diag} [I_{12}, -I_4]$; H_{32}^* — фактор-матрица 32×32 с ненулевыми элементами ± 1 ,

$$H_{32}^* = \begin{bmatrix} I_{16} & \bar{I}_{16} \\ \bar{I}_{16} & -I_{16} \end{bmatrix}, \quad \bar{I}_{16} = \text{antidiag} [I_{16}], \quad (4)$$

I_{16}, \bar{I}_{16} — единичная и антидиагональная единичная матрицы 16×16 .

Матрица T_{16} может быть представлена рекуррентно как произведение трех матриц:

$$T_{16} = \text{diag} [Q_8, T_8] H'_{16} P'_{16}, \quad (5)$$

где H'_{16} — фактор-матрица 16×16 с ненулевыми элементами ± 1 ; $H'_{16} = H'_2 \otimes I_8$,

$H'_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, I_8 — единичная матрица 8×8 , \otimes — операция кронекеровского

произведения матриц; P'_{16} — матрица 16×16 обратных совершенных перестановок [15], $P'_{16}(0, 15) = (0, 2, 4, \dots, 14, 1, 3, \dots, 15)$; Q_8, T_8 — матрицы 8×8 , которые могут быть представлены матрицей ядра ЦКП типа IV (ЦКП-IV) и ЦКП-II (ЦКП) соответственно:

$$Q_8 = C_8^{IV*} \bar{I}_8, \quad T_8 = \tilde{I}_8 C_8^*. \quad (6)$$

Здесь C_8^* — матрица 8×8 ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ, $C_8^* = \tilde{G}_8 P_8 C_8$, \tilde{G}_8 — блочно-диагональная матрица 8×8 с матрицами 4×4 G_4, P_4 ; $\tilde{G}_8 = \text{diag} [G_4, P_4]$; P_8 — матрица 8×8 ДИП, \tilde{I}_8 — диагональная матрица 8×8 с матрицами 4×4 $\pm I_4$; $\tilde{I}_8 = \text{diag} [I_4, -I_4]$, \bar{I}_8 — антидиагональная единичная матрица 8×8 ; C_8^{IV*} — матрица ядра ЦКП-IV с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ:

$$C_8^{IV*} = G'_8 \bar{P}_8 P_8 C_8^{IV}, \quad (7)$$

где \bar{P}_8 — блочно-диагональная матрица 8×8 с матрицами 4×4 I_4 и \bar{I}_4 ; $P_8 = \text{diag} [I_4, \bar{I}_4]$; G'_8 — блочно-диагональная матрица 8×8 с матрицами 4×4 $G_4, G'_4 = \text{diag} [G_4, G_4]$.

Отметим, что матрица T_{16} согласно (5) и с учетом (6) может быть представлена следующим образом:

$$T_{16} = \text{diag} [C_8^{IV*} \bar{I}_8, \tilde{I}_8 C_8^*] H'_{16} P'_{16}. \quad (8)$$

Матрица C_8^* ядра ЦКП содержит целые элементы $\pm a, \pm b, \pm c, \pm d, \pm e, \pm f, \pm g, \pm h, \pm k$, а матрица C_8^{IV*} ядра ЦКП-IV (7) содержит целые элементы $\pm A, \pm B, \pm C, \pm D, \pm E, \pm F, \pm G, \pm H, \pm A_i, \pm B_i, \pm C_i, i=1, 8$.

Матрицы C_8 и C_8^{IV*} могут быть представлены следующим образом [15]:

$$C_8 = \begin{bmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$C_8^{IV*} = \begin{bmatrix} A & B & C & D & E & F & G & H \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 \\ H & -G & F & -E & D & -C & B & -A \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $a > b > c > d, i > j, g > e > h > f, A > B > C > D > E > F > G > H$.

Матрица C_{16} ядра ЦКП порядка 16 представлена в работе [15]. Матрица C_{32} ядра простого ЦКП порядка 32 на основании (3)–(6), (8) с учетом (9), (10) и матрицы C_{16} из [15] может быть представлена следующим образом:

$$C_{32} = \begin{bmatrix} k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & k & \dots & k & k \\ A & A & B & B & C & C & D & D & E & E & F & F & G & G & H & H & -H & \dots & -A & -A \\ A & B & C & D & E & F & G & H & -H & -G & -F & -E & -D & -C & -B & -A & -A & \dots & B & A \\ A_1 & A_1 & A_2 & A_2 & A_3 & A_3 & -A_4 & -A_4 & -A_5 & -A_5 & -A_6 & -A_6 & -A_7 & -A_7 & -A_8 & -A_8 & A_8 & \dots & -A_1 & -A_1 \\ a & b & c & d & -d & -c & -b & -a & -a & -b & -c & -d & d & c & b & a & a & \dots & b & a \\ B_1 & B_1 & B_2 & B_2 & -B_3 & -B_3 & -B_4 & -B_4 & -B_5 & -B_5 & B_6 & B_6 & B_7 & B_7 & B_8 & B_8 & -B_8 & \dots & -B_1 & -B_1 \\ A_1 & A_2 & A_3 & -A_4 & -A_5 & -A_6 & -A_7 & -A_8 & A_8 & A_7 & A_6 & A_5 & A_4 & -A_3 & -A_2 & -A_1 & -A_1 & \dots & A_2 & A_1 \\ C_1 & C_1 & -C_2 & -C_2 & -C_3 & -C_3 & C_4 & C_4 & C_5 & C_5 & C_6 & C_6 & -C_7 & -C_7 & -C_8 & -C_8 & C_8 & \dots & -C_1 & -C_1 \\ i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & j & -j & -i & -i & -j & j & i & i & \dots & j & i \\ C_8 & C_8 & -C_7 & -C_7 & -C_6 & -C_6 & C_5 & C_5 & -C_4 & -C_4 & -C_3 & -C_3 & C_2 & C_2 & C_1 & C_1 & -C_1 & \dots & -C_8 & -C_8 \\ B_1 & B_2 & -B_3 & -B_4 & -B_5 & B_6 & B_7 & B_8 & -B_8 & -B_7 & -B_6 & B_5 & B_4 & B_3 & -B_2 & -B_1 & -B_1 & \dots & B_2 & B_1 \\ B_8 & B_8 & -B_7 & -B_7 & B_6 & B_6 & B_5 & B_5 & -B_4 & -B_4 & -B_3 & B_3 & B_2 & B_2 & -B_1 & -B_1 & B_1 & \dots & -B_8 & -B_8 \\ e & -f & -g & -h & h & g & f & -e & -e & f & g & h & -h & -g & -f & e & e & \dots & -f & e \\ A_8 & A_8 & -A_7 & -A_7 & A_6 & A_6 & -A_5 & -A_5 & A_4 & A_4 & A_3 & A_3 & -A_2 & -A_2 & A_1 & A_1 & -A_1 & \dots & -A_8 & -A_8 \\ C_1 & -C_2 & -C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & -C_7 & -C_8 & C_8 & C_7 & -C_6 & -C_5 & -C_4 & C_3 & C_2 & -C_1 & -C_1 & \dots & -C_2 & C_1 \\ H & H & -G & -G & F & F & -E & -E & D & D & -C & -C & B & B & -A & -A & A & \dots & -H & -H \\ k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & -k & -k & k & k & \dots & -k & k \\ d & -d & -c & c & b & -b & -a & a & a & -a & -b & b & c & -c & -d & d & -d & \dots & d & -d \\ C_8 & -C_7 & -C_6 & C_5 & -C_4 & -C_3 & C_2 & C_1 & -C_1 & -C_2 & C_3 & C_4 & -C_5 & C_6 & C_7 & -C_8 & -C_8 & \dots & -C_7 & C_8 \\ j & -j & -i & i & -i & -i & j & j & -j & -j & i & i & -i & i & j & -j & j & \dots & j & -j \\ h & -g & f & e & -e & -f & g & -h & -h & g & -f & -e & e & f & -g & h & h & \dots & -g & h \\ h & -h & -g & g & f & -f & e & -e & -e & -f & f & g & -g & -h & h & h & -h & \dots & h & -h \\ B_8 & -B_7 & B_6 & B_5 & -B_4 & B_3 & B_2 & -B_1 & B_1 & -B_2 & -B_3 & B_4 & -B_5 & -B_6 & B_7 & -B_8 & -B_8 & \dots & -B_7 & B_8 \\ k & -k & -k & k & -k & k & k & -k & k & -k & -k & k & -k & k & k & -k & k & \dots & k & -k \\ j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & -i & i & -j & -j & i & -i & j & j & \dots & -i & j \\ e & -e & -f & f & -g & g & -h & h & h & -h & g & -g & f & -f & -e & e & -e & \dots & e & -e \\ A_8 & -A_7 & A_6 & -A_5 & A_4 & A_3 & -A_2 & A_1 & -A_1 & A_2 & -A_3 & -A_4 & A_5 & -A_6 & A_7 & -A_8 & -A_8 & \dots & -A_7 & A_8 \\ i & -i & j & -j & -j & j & -i & i & -i & i & -j & j & j & -j & i & -i & i & \dots & i & -i \\ d & -c & b & -a & a & -b & c & -d & -d & c & -b & a & -a & b & -c & d & d & \dots & -c & d \\ a & -a & b & -b & c & -c & d & -d & -d & d & -c & c & -b & b & -a & a & -a & \dots & a & -a \\ H & -G & F & -E & D & -C & B & -A & A & -B & C & -D & E & -F & G & -H & -H & \dots & -G & H \\ k & -k & k & -k & k & -k & k & -k & k & -k & k & -k & k & -k & k & -k & k & \dots & k & -k \end{bmatrix} \quad (11)$$

Элементы матрицы C_{32} согласно (11) предложенного однонормового масштабированного простого ЦКП с учетом однонормового масштабированного ЦКП порядка 16 из работы [15] принимают следующие значения: $A=180$, $B=172$, $C=160$, $D=140$, $E=116$, $F=84$, $G=56$, $H=20$, $a=180$, $b=152$, $c=96$, $d=36$, $e=152$, $f=36$, $g=176$, $h=100$, $i=172$, $j=56$, $k=128$. Значения элементов A_i , B_i , C_i ($i=\overline{1,8}$) представлены в табл. 1.

Базисные векторы матрицы C_{32} имеют норму, квадрат которой приближается к числу степени два: $q_i = \|C_i\|^2 = 524288 \pm \Delta_i$ (Δ_i (%) — отклонение параметра q_i), $\Delta_i = 0,11-0,7$, $i=\overline{1,31}$.

Таблица 1

Элементы матрицы C_{32}	Значения элементов матрицы C_{32} при i							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A_i	174	116	18	87	159	180	139	48
B_i	160	11	138	173	55	117	181	85
C_i	141	82	172	16	181	53	161	113

Таким образом, предложенное простое ЦКП имеет такие же свойства, как и ЦКП, принятое в стандарте H.265: коэффициенты преобразования представлены 8 битами; битовая ширина накопительного сумматора для матричного умножения не превышает 32 бит; симметричность/антисимметричность такая же, как в ДКП; коэффициенты масштабированного преобразования близки к ДКП; неортогональность базисных векторов составляет 0,01–0,26 %; одинаковая схема квантования и деквантования для преобразований всех размерностей; множители зависят от значений параметра квантования QR [16] и сдвиги зависят только от $\log_2 N$, где N — размерность преобразования; коэффициенты квантования могут быть представлены 16 битами.

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ЦКП ПОРЯДКА 8

Матрица C_8^* может быть факторизовано представлена как произведение четырех матриц:

$$C_8^* = C_{8,4} C_{8,3} C_{8,2} C_{8,1}, \quad (12)$$

где $C_{8,i}$, — i -е, $i = \overline{1, 4}$, фактор-матрицы 8×8 алгоритма быстрого прямого ЦКП из работы [15]:

$$\begin{aligned} C_{8,1} &= H_8^*, \quad C_{8,2} = \text{diag} [H_4^*, R_4], \\ C_{8,3} &= \text{diag} [T_2, Q_2, H_4], \quad C_{8,4} = \text{diag} [I_4, H_4^0], \\ R_4 &= \begin{bmatrix} d & & a \\ & c & b \\ & b & -c \\ -a & & d \end{bmatrix}, \quad H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & \\ 1 & -1 & & \\ & & -1 & 1 \\ & & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} k & k \\ k & -k \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} -i & j \\ j & i \end{bmatrix}, \quad H_4^0 = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & 1 & \\ & 1 & -1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь H_{2k}^* — фактор-матрица $2k \times 2k$ с ненулевыми элементами ± 1 ,

$$H_{2k}^* = \begin{bmatrix} I_k & \bar{I}_k \\ \bar{I}_k & -I_k \end{bmatrix}, \quad k = 2, 4.$$

Для однонормового ЦКП матрица H_4^0 содержит ненулевые элементы 1 и $\pm p/2^m$.

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ПРОСТОГО ЦКП ПОРЯДКА 16

Матрица C_{16}^* может быть факторизовано представлена как произведение пяти матриц:

$$C_{16}^* = C_{16,5} C_{16,4} C_{16,3} C_{16,2} C_{16,1}, \quad (14)$$

где $C_{16,i}$ — i -е, $i = \overline{1, 5}$, фактор-матрицы 16×16 алгоритма быстрого прямого ЦКП из работы [15]:

$$\begin{aligned} C_{16,1} &= H_{16}^*, \quad C_{16,2} = \text{diag} [H_8^*, \bar{R}_8], \quad C_{16,3} = \text{diag} [H_4^*, R_4, H_4^*, H_4^*], \\ C_{16,4} &= \text{diag} [T_2, Q_2, H_4, T_2', R_2, T_2', R_2], \quad C_{16,5} = \text{diag} [I_4, H_4^0, H_8^0], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{R}_8 = \begin{bmatrix} s_1 & & & & & & & r_1 \\ & s_2 & & & & & & r_2 \\ & & s_3 & & & & & r_3 \\ & & & s_4 & r_4 & & & \\ & & & r_4 & -s_4 & & & \\ & & & & & s_3 & & \\ & & -r_3 & & & & s_2 & \\ & r_2 & & & & & & -s_1 \\ -r_1 & & & & & & & \end{bmatrix}, \quad H_8^0 = \begin{bmatrix} 1 & & 0 & & & & & \\ & 1 & & -1 & & & & \\ & & 1 & & 0 & 1 & & \\ & & & 1 & & 1 & 0 & \\ 0 & & & & 1 & & & \\ & 1 & & & & 1 & & \\ & & 0 & 1 & & & -1 & \\ & & 1 & 0 & & & & -1 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$T_2' = \begin{bmatrix} p & p \\ p & -p \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} -r & s \\ s & r \end{bmatrix}, r > s, r_i > r_{i+1}, p = 2^n, s_i < s_{i+1}, i = \overline{1, 4}.$$

Элементы $r_i, s_i, i = \overline{1, 4}$, матрицы \overline{R}_8 принимают следующие значения: $r_1 = 45, r_2 = 43, r_3 = 40, r_4 = 35, s_1 = 5, s_2 = 14, s_3 = 21, s_4 = 29$; элементы матриц R_2, T_2' принимают значения $r = 5, s = 2$ и $p = 4$.

Для однонормового ЦКП матрица H_8^0 содержит ненулевые элементы: единицу и $\pm p_i / 2^{m_i}, i = \overline{1, 3}$.

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ПРЯМОГО ПРОСТОГО ЦКП ПОРЯДКА 32

Матрица T_8 на основании (6) и с учетом (12), (13) может быть представлена как произведение четырех матриц:

$$T_8 = T_{8,4} T_{8,3} T_{8,2} T_{8,1}, \quad (17)$$

где $T_{8,i}$ — i -е, $i = \overline{1, 4}$, фактор-матрицы 8×8 :

$$T_{8,1} = \tilde{I}_8 H_8^* = \overline{H}_8, T_{8,k} = C_{8,k}, k = 2, 3, 4, \overline{H}_8 = \begin{bmatrix} I_4 & \bar{I}_4 \\ -\bar{I}_4 & I_4 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Матрица Q_8 из (6) может быть представлена как произведение трех матриц [15]:

$$Q_8 = H_8^0 \text{diag} [T_4^*, T_4^*] \overline{R}_8, \quad (19)$$

где \overline{R}_8 — матрица 8×8 растягивания (для ДКП-IV представляет матрицу вращения Гивенса при $r_i^2 + s_i^2 = 1$), которая на основной диагонали содержит целые элементы $\pm s_i$, а на другой диагонали — целые элементы $\pm r_i$ ($i = \overline{1, 4}$); H_8^0 — фактор-матрица 8×8 с ненулевыми элементами ± 1 ; T_4^* — матрица 4×4 ядра ЦКП с переставленными строками на основе ДИП и ПКГ и содержит целые элементы $\pm r, \pm s$ и $p, T_4^* = G_4 P_4 T_4$.

Матрица T_4^* имеет следующий вид:

$$T_4^* = \begin{bmatrix} p & p & p & p \\ p & -p & -p & p \\ s & -r & r & -s \\ r & s & -s & -r \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Матрица T_4^* может быть представлена как произведение двух матриц:

$$T_4^* = T_{4,2} T_{4,1}, \quad (21)$$

где $T_{4,i}$ — i -е, $i = 1, 2$, фактор-матрицы 4×4 :

$$T_{4,1} = H_4^*, T_{4,2} = \text{diag} [T_2', R_2]. \quad (22)$$

Здесь R_2 — матрица 2×2 растягивания, которая содержит целые элементы $\pm r$ и s . Матрицы R_2 и T_2' представлены в (16).

Матрица Q_8 на основании (19) и с учетом (21), (22) может быть представлена как произведение четырех матриц:

$$Q_8 = Q_{8,4} Q_{8,3} Q_{8,2} Q_{8,1}, \quad (23)$$

где $Q_{8,i}$ — i -е, $i = \overline{1, 4}$, фактор-матрицы 8×8 :

$$Q_{8,1} = \overline{R}_8, Q_{8,2} = \text{diag} [H_4^*, H_4^*], Q_{8,3} = \text{diag} [T_2', R_2, T_2', R_2], Q_{8,4} = H_8^0. \quad (24)$$

Отметим, что матрица T_{16} на основании (5) и с учетом (17), (23), (24) может быть представлена как произведение шести матриц:

$$T_{16} = T_{16,6}T_{16,5}T_{16,4}T_{16,3}T_{16,2}T_{16,1}, \quad (25)$$

где $T_{16,i}$ — i -е, $i = \overline{1,6}$, фактор-матрицы 16×16 :

$$\begin{aligned} T_{16,1} &= P'_{16}, \quad T_{16,2} = H'_{16}, \quad T_{16,3} = \text{diag} [\overline{R}_8, \overline{H}_8], \\ T_{16,4} &= \text{diag} [H_4^*, H_4^*, H_4^*, R_4], \quad T_{16,5} = \text{diag} [T'_2, R_2, T'_2, R_2, T_2, Q_2, H_4], \\ T_{16,6} &= \text{diag} [H_8^0, I_4, H_4^0]. \end{aligned} \quad (26)$$

Матрица C_{32}^* на основании (3), (25), (26) и с учетом алгоритма быстрого прямого ЦКП порядка 16 согласно (14), (15) может быть факторизовано представлена как произведение семи матриц:

$$C_{32}^* = C_7 C_6 C_5 C_4 C_3 C_2 C_1, \quad (27)$$

где C_i — i -е, $i = \overline{1,7}$, фактор-матрицы 32×32 предложенного алгоритма быстрого прямого простого ЦКП:

$$\begin{aligned} C_1 &= H_{32}^*, \quad C_2 = \text{diag} [I_{16}, P'_{16}], \\ C_k &= \text{diag} [C_{16,k-2}, T_{16,k-1}], \quad k = \overline{3,7}. \end{aligned}$$

АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ОБРАТНОГО ПРОСТОГО ЦКП ПОРЯДКА 32

Матрицу C_{32i} ядра обратного простого ЦКП порядка 32 можно получить транспонированием:

$$C_{32i} = C_{32}^{*\text{T}} / k. \quad (28)$$

Матрицу C_{32i} на основании (28), (27) и с учетом симметричности фактор-матриц ($H_{32}^{*\text{T}} = H_{32}^*$, $H_4^{*\text{T}} = H_4^*$, $R_4^{\text{T}} = R_4$, $H_4^{\text{T}} = H_4$, $T_2^{\text{T}} = T_2$, $R_2^{\text{T}} = R_2$, $Q_2^{\text{T}} = Q_2$) представим как произведение семи матриц:

$$C_{32i} = C_{1i} C_{2i}^{\text{T}} C_{3i}^{\text{T}} C_{4i}^{\text{T}} C_{5i} C_{6i} C_{7i}^{\text{T}},$$

где C_{ki}^{T} — k -е, $k = \overline{1,7}$, транспонированные фактор-матрицы 32×32 алгоритма предложенного быстрого обратного простого ЦКП:

$$\begin{aligned} C_{1i} &= H_{32}^*, \quad C_{2i} = \text{diag} [I_{16}, P'_{16}{}^{\text{T}}], \\ C_{ki}^{\text{T}} &= \text{diag} [C_{16i,k-2}^{\text{T}}, T_{16i,k-1}^{\text{T}}], \quad k = \overline{3,7}. \end{aligned}$$

Здесь $C_{16i,k}^{\text{T}}$ — k -е транспонированные фактор-матрицы 16×16 алгоритма быстрого обратного ЦКП, которые представлены в [15]. При этом транспонированные матрицы порядка 8 и 4 имеют вид

$$\overline{R}_{8i}^{\text{T}} = \begin{bmatrix} s_1 & & & & & & & -r_1 \\ & s_2 & & & & & & r_2 \\ & & s_3 & & & & & -r_3 \\ & & & s_4 & r_4 & & & \\ & & & r_4 & -s_4 & & & \\ & & & & & s_3 & & \\ & & & & & & s_3 & \\ & & & & & & & -s_2 \\ r_1 & & & & & & & s_1 \end{bmatrix} / k', \quad H_8^{0\text{T}} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & 0 \\ & 1 & & & & & & 1 \\ & & 1 & & & & & 0 \\ & & & 1 & & & & 1 \\ 0 & & & & 1 & & & \\ & -1 & & & & 1 & & \\ & & 0 & 1 & & & & -1 \\ & & & & 1 & & & -1 \end{bmatrix},$$

$$R_{4i}^T = \begin{bmatrix} d & & -a \\ & c & b \\ & b & -c \\ a & & d \end{bmatrix} / k, \quad \overline{H}_8^T = \begin{bmatrix} I_4 & -\overline{I}_4 \\ \overline{I}_4 & I_4 \end{bmatrix}.$$

Для однонормового обратного преобразования матрица H_8^{0T} содержит ненулевые элементы: единицу и $\pm p_{ki} / 2^{m_k}$, $k = \overline{1, 3}$, p_{ki} — целые.

РЕАЛИЗАЦИЯ БЫСТРОГО ЦЕЛОЧИСЛЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БЕЗ МНОЖИТЕЛЕЙ

При реализации быстрых целочисленных преобразований используются операции «бабочка» (butterfly), где выполняются парные умножения, которые могут быть реализованы операциями только сдвига и сложения, но в некоторых случаях (в целях уменьшения вычислительной сложности) и операции умножения.

Для реализации предложенного 1D 32-точечного быстрого однонормового простого целочисленного косинусного преобразования используются в основном операции сдвига, сложения и в некоторых случаях умножения.

Таблица 2

Множители операций «бабочка»		Алгоритм выполнения операций: $y = s_i * x$; $z = r_i * x$	Число операций для реализации «бабочка»			Количество используемых операций
			Сложение	Сдвиг	Умножение	
$d = 9 / 32$	$a = 45 / 32$	$x_1 = x + (x \gg 3)$; $y = x_1 \gg 2$; $z = x_1 + y$	2	2	—	4
$c = 24 / 32$	$b = 38 / 32$	$y = x - (x \gg 2)$; $z = x + (y \gg 2)$	2	2	—	4
$i = 43 / 32$	$j = 14 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 3)$; $z = x_1 \gg 1$; $x_2 = x + x_1$; $y = x_1 + (x_2 \gg 2)$	3	3	—	4
$s_1 = 5 / 32$	$r_1 = 45 / 32$	$x_1 = x \gg 2$; $x_2 = x + x_1$; $y = x_2 \gg 3$; $z = x_1 + y$	2	2	—	4
$s_2 = 14 / 32$	$r_2 = 43 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 3)$; $y = x_1 \gg 1$; $x_2 = x + x_1$; $z = x_1 + (x_2 \gg 2)$	3	3	—	4
$s_3 = 21 / 32$	$r_3 = 40 / 32$	$x_1 = x \gg 2$; $z = x + x_1$; $x_2 = z \gg 3$; $y = x_2 + (x \gg 1)$	2	3	—	4
$s_4 = 29 / 32$	$r_4 = 35 / 32$	$x_1 = x - (x \gg 2)$; $y = x - (x_1 \gg 3)$; $z = x + (x_1 \gg 3)$	3	2	—	4
$r = 5 / 4$	$s = 2 / 4$	$z = x \gg 1$; $y = x + (x \gg 2)$	1	2	—	8
$p_i = p / 2^m$	0	$x_1 = p * x$; $y = x_1 \gg m$; $z = 0$	—	1	1	4
$p_{1i} = p_1 / 2^{m_1}$	0	$x_1 = p_1 * x$; $y = x_1 \gg m_1$; $z = 0$	—	1	1	4
$p_{2i} = p_2 / 2^{m_2}$	0	$x_1 = p_2 * x$; $y = x_1 \gg m_2$; $z = 0$	—	1	1	4
$p_{3i} = p_3 / 2^{m_3}$	0	$x_1 = p_3 * x$; $y = x_1 \gg m_3$; $z = 0$	—	1	1	4
Всего операций			76	100	16	—

Таблица 3

Операции и характеристика вычислительной сложности	Оценка вычислительной сложности 2D обратных преобразований с блоками 32 × 32				Сравнительный анализ характеристик преобразований	
	Предложенное преобразование	Известные преобразования			относительно [9] ([10])	относительно H.265
		H.265 из [5, 6]	из [9]	из [10]		
Умножение	1024	21888	5888	5568	В 5,44 (в 5,75) раза меньше	В 21,4 раза меньше
Сложение + сдвиг	22272	25856	11904	14656	На 51,96 % (на 87 %) больше сложенных	На 16,1 % меньше сложенных
Число итераций для 1D	6	5	7	8	На 1 (на 2) итерацию меньше	На 1 итерацию больше
Число битов элемента матрицы	9	8	11	14	На 2 (на 5) бита меньше	На 1 бит больше
Общее уменьшение		—			В 4,9 (в 4,88) раза меньше	В 21,6 раза меньше

В табл. 2 представлена схема выполнения специальных парных умножений, используемых в операциях «бабочка», для реализации предложенного 1D 32-точечного быстрого обратного целочисленного преобразования. Для такой реализации требуется выполнить 16 операции умножения, 248 операций сложения и 100 операций сдвига.

Вычислительная сложность предложенного, известных [9,10] и используемого в стандарте H.265 [5, 6] 2D 32-точечных целочисленных обратных преобразований отражена в табл. 3.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Исходные изображения классов А и В для тестирования представлены в работе [7]. В табл. 4 даны экспериментальные результаты эффективности кодирования по характеристике стандартной количественной оценки искажений PSNR (дБ) для сжатых тестовых изображений класса А с разрешающей способностью 2560×1600 пикселей и класса В — 1920×1056 пикселей при нормальном (22–37) диапазоне QP и значениях (37, 42) высокого диапазона QP для предложенного 2D преобразования с блоками 32×32. Эти результаты представляют разность на основе предложенного преобразования и на основе преобразования H.265. Диапазоны параметра QP низкий (1–13), нормальный (22–37) и высокий (36–51) определены в [16].

Результаты эффективности кодирования по критерию оценки среднеквадратического отклонения (СКО, в уровнях яркости) разности входного и восстановленного изображений для предложенного 2D преобразования с блоками 32×32, представляющие разность на основе преобразования H.265 и на основе предложенного преобразования приведены в табл. 5.

Экспериментальные результаты кодирования по коэффициенту сжатия $K:1$ для предложенного 2D преобразования с блоками 32×32 приведены в табл. 6. Результаты эффективности кодирования по коэффициенту сжатия K (в %), представляющие разность на основе предложенного преобразования и на основе преобразования H.265, приведены в табл. 7.

Таблица 4

Класс	Изображение с блоками 32 × 32	Результаты эффективности кодирования по характеристике PSNR (дБ) для QP				
		22	27	32	37	42
А 2560 × 1600	Фото 1	-0,43	-0,42	-0,35	-0,25	-0,15
	Храм	-0,33	-0,44	-0,53	-0,54	-0,47
В 1920 × 1056	Фото 2	-0,22	-0,22	-0,24	-0,22	-0,14
	Пейзаж	-0,09	-0,14	-0,25	-0,35	-0,33
Среднее значение		-0,268	-0,305	-0,343	-0,340	-0,273

Таблица 5

Класс	Изображение с блоками 32 × 32	Результаты эффективности кодирования по характеристике СКО (в уровнях яркости) для QP				
		22	27	32	37	42
А 2560 × 1600	Фото 1	-0,21	-0,31	-0,47	-0,54	-0,53
	Храм	-0,25	-0,72	-1,81	-4,04	-7,15
В 1920 × 1056	Фото 2	-0,18	-0,34	-0,56	-0,75	-0,70
	Пейзаж	-0,11	-0,38	-1,32	-3,48	-5,54
Среднее значение		-0,188	-0,438	-1,040	-2,203	-3,480

Таблица 6

Класс	Изображение с блоками 32 × 32	Результаты кодирования по коэффициенту сжатия K:1 для QP				
		22	27	32	37	42
А 2560 × 1600	Фото 1	11,27	23,36	45,21	91,32	177,94
	Храм	3,91	5,74	8,92	16,06	31,62
В 1920 × 1056	Фото 2	5,93	14,40	34,87	82,17	179,86
	Пейзаж	2,49	4,45	8,49	18,57	43,37
Среднее значение		5,900	11,988	24,373	52,030	108,198

Таблица 7

Класс	Изображение с блоками 32 × 32	Результаты эффективности кодирования по коэффициенту сжатия K (в %) для QP				
		22	27	32	37	42
А 2560 × 1600	Фото 1	-0,78	-0,22	-0,05	0,0	0,01
	Храм	-2,94	-2,13	-1,23	-0,51	-0,12
В 1920 × 1056	Фото 2	-0,89	-0,35	-0,10	0,01	0,01
	Пейзаж	-2,01	-1,71	-1,05	-0,32	-0,02
Среднее значение		-1,655	-1,102	-0,607	-0,205	-0,03

В таблицах даны средние значения экспериментальных результатов эффективности кодирования по характеристикам PSNR, СКО и коэффициенту сжатия K по четырем тестовым изображениям классов А и В.

Предложенное простое целочисленное косинусное преобразование порядка 32 по сравнению с преобразованием в стандарте H.265 по характеристике PSNR для четырех тестовых изображений классов А и В понижает среднее значение на 0,268–0,343 дБ, а по характеристике СКО повышает среднее значение на 0,188–3,48 уровней яркости. При этом среднее значение коэффициента сжатия K уменьшается на 0,03–1,655 %. Согласно принятого Комитетом MPEG используемого субъективного порога PSNR = 0,5 дБ при принятии кодовой оптимизации считается, что увеличение или уменьшение PSNR на эту величину будет заметно визуально [17], а при PSNR < 0,5 дБ — зрительно не ощущается. Таким образом, понижение наибольшего среднего значения PSNR на 0,343 дБ будет зрительно незаметно, т.е. сохраняется визуальное качество изображения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод построения простого целочисленного косинусного преобразования высокого порядка. На основе предложенного метода построено одноуровневое простое целочисленное преобразование порядка 32 и разработаны его быстрые алгоритмы низкой вычислительной сложности, которая в 4,9 раза меньше, чем в известных алгоритмах [8, 9], и в 21,6 раза меньше, чем в стандарте H.265. Это преобразование близко к ДКП и имеет хорошие характеристики кодирования: среднее значение понижения по характеристике искажений PSNR составляет 0,268–0,343 дБ, а среднее значение повышения по характеристике СКО составляет 0,188–3,48 уровней яркости. При этом среднее значение коэффициента сжатия уменьшается на 0,03–1,655 %. Согласно анализу предложенное преобразование обеспечивает такое же визуальное качество и качество по характеристикам PSNR, СКО и коэффициенту сжатия, как и преобразование в стандарте H.265.

Таким образом, разработанное простое целочисленное преобразование порядка 32 может быть использовано для улучшения нового стандарта H.265 в целях увеличения быстродействия и уменьшения вычислительных и энергетических затрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ITU-T Rec. H.264|ISO/IEC 14496-10: 2009. Information technology — Coding of audio-visual objects. Part 10: Advanced video coding, 2009.
2. Ричардсон Я. Видеокодирование. H.264 и MPEG-4 — стандарты нового поколения. Москва: Техносфера, 2005. 368 с.
3. SMPTE standard 421 M-2006: VC-1 compressed video bitstream format and decoding process, 2006.
4. PRC National Standard (AVS Working Group) GB/T 20090.2-2006. Information technology — advanced coding of audio and video. Part 2: Video, Chinese AVS standard, 2006.
5. ITU-T Rec. H.265|ISO/IEC 23008-2: 2013. Information technology — High efficiency coding and media delivery in heterogeneous environments. Part 2: High efficiency video coding, 2013.
6. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Budagavi M., Sze V. CE10: Core transform design for HEVC. Doc. JCTVC-G495. Geneva, CH, Nov. 2011.
7. Гнатив Л.А. Целочисленное косинусное преобразование высокого порядка: метод построения и быстрые алгоритмы для кодирования изображений и видео с высоким разрешением. *Кибернетика и системный анализ*. 2017. Т. 53, № 4. С. 141–154.
8. Joshi R., Reznik Y., Karczewicz M. Efficient large size transforms for high performance video coding. *Proc. SPIE Appl. of Digital Image Process. XXXIII*. 2010. Vol. 7798. P. 779831–1–7.
9. Joshi R., Reznik Y., Sole J., Karczewicz M. Efficient 16 and 32-point transforms. Doc. JCTVC- D256. Daegu, KR, Jan. 2011.
10. Alshina E., Alshin A., Kim I-K, Topiwala P. CE10: Full-factorized core transform proposal by Samsung/FastVDO. Doc. JCTVC-F251. Torino, Italy, July 2011.

11. Гнатів Л.О. Метод побудови швидких цілочисельних косинусних перетворень великої розмірності для високоефективного кодування зображень і відео. *Пр. міжнар. конф. «Питання оптимізації обчислень (ПОО-2013)»*, Україна, Крим, смт. Кацивелі, вересень 2013. С. 66–67.
12. Гнатів Л.А. Метод построения простого целочисленного косинусного преобразования большой размерности для кодирования изображений и видео с высоким разрешением. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 6. С. 143–155.
13. Гнатів Л.А. Целочисленные косинусные преобразования: методы построения новых быстрых преобразований порядка 8, 16 и их применение. *Кибернетика и системный анализ*. 2014. Т. 50, № 6. С. 104–121.
14. Шевчук Б.М., Задірака В.К., Гнатів Л.О., Фраєр С.В. Технологія багатофункціональної обробки і передачі інформації в моніторингових мережах. Київ: Наук. думка, 2010. 378 с.
15. Гнатів Л.А. Целочисленные косинусные преобразования для высокоэффективного кодирования изображений и видео. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 5. С. 161–176.
16. Fuldseth A., Bjøntegaard G., Sadafale M., Budagavi M. Transform design for HEVC with 16 bit intermediate data representation. Doc. JCTVC-E243, Geneva, CH, Mar. 2011.
17. Сэломон Д. Сжатие данных, изображений и звука. Москва: Техносфера, 2004. 368 с.

Надійшла до редакції 03.01.2017

Л.О. Гнатів

ПРОСТЕ ЦІЛОЧИСЕЛЬНЕ КОСИНУСНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ДЛЯ ВІДЕОКОДУВАННЯ ВИСОКОЇ РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ

Анотація. Запропоновано матричний метод побудови простого цілочисельного косинусного перетворення високого порядку. На його основі побудовано однонормове просте цілочисельне перетворення порядку 32 і розроблено його швидкі алгоритми низької обчислювальної складності, яка менша в 4,9 рази, ніж у відомих алгоритмах, та в 21,6 рази, ніж у стандарті H.265. Вони потребують тільки цілочисельних операцій. Це перетворення близьке до дискретного косинусного перетворення і має добрі характеристики кодування.

Ключові слова: дискретне косинусне перетворення, цілочисельне косинусне перетворення, масштабоване перетворення, факторизація, швидке перетворення, ефективність кодування, обчислювальна складність, коефіцієнт стиснення, відеокодування, H.264, H.265, AVS.

L.O. Hnativ

SIMPLE HIGH-ORDER INTEGER COSINE TRANSFORM FOR HIGH-RESOLUTION VIDEO CODING

Abstract. A matrix method is proposed for constructing a simple order-32 integer cosine transform. Based on the method proposed, a one-norm simple order-32 integer transform is constructed and its fast algorithms of low computational complexity are developed that require only integer operations and whose computational complexity is 4.9 times less than those of the well-known algorithms and is 21.6 times less than that of the standard H.265. This transform is close to the discrete cosine transform and has good coding performance.

Keywords: discrete cosine transform, integer cosine transform, scaled transform, factorization, fast transform, coding gain, computational complexity, compression ratio, video coding, H.264, H.265, AVS.

Гнатів Лев Алексеевич,

кандидат техн. наук, старший научный сотрудник Института кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины, Киев, e-mail: levhnativ@gmail.com.