



НОВІ ЗАСОБИ КІБЕРНЕТИКИ, ІНФОРМАТИКИ, ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ТА СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Я.Н. НИКОЛАЙЧУК, Н.Я. ВОЗНА, Б.Б. КРУЛИКОВСКИЙ, В.Я. ПИХ

УДК 004.383.3

МЕТОД СТРУКТУРИЗАЦИИ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ В МОДУЛЬНОЙ АРИФМЕТИКЕ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВОГО БАЗИСА ХААРА–КРЕСТЕНСОНА

Аннотация. Изложена теория и дано решение прикладной задачи структуризации дискретного спектрального косинусного преобразования Фурье (СКПФ) в модульной арифметике теоретико-числового базиса Хаара–Крестенсона. Разработан высокопроизводительный алгоритм СКПФ методом адаптации ортогональных функций базисов Фурье, Радемахера, Крестенсона и Хаара к асимптотике автоковариации исследуемых сигналов. Реализован метод структуризации алгоритма СКПФ в модульной арифметике системы остаточных классов теоретико-числового базиса Хаара–Крестенсона. Приведена структура спецпроцессора реализации СКПФ, а также его микроэлектронных базовых компонентов.

Ключевые слова: спектры, косинусное преобразование Фурье, модульная арифметика.

ВВЕДЕНИЕ

Спектральное преобразование Фурье применяется для цифровой обработки сигналов в задачах теории автоматического управления, мониторинга спектральных характеристик технологических процессов и установок, распознавания образов, цифровой голографии, томографии и др. [1–7].

Успешное решение этого класса задач достигается применением преобразований цифровых сигналов на основе теоретико-числовых базисов (ТЧБ) ортогональных функций Фурье, Радемахера, Хаара, Крестенсона, Уолша и Галуа [8–11]. Среди указанных преобразований эффективное практическое использование в различных областях знаний получило дискретное косинусное преобразование Фурье (ДКПФ) [5, 8]. В настоящее время широкое применение получило быстрое преобразование Фурье (БПФ) [5, 9, 12]. Особую перспективу в развитии и совершенствовании цифровых методов обработки сигналов имеют методы спектрального анализа сигналов на основе кусочно-постоянных систем ортогональных функций Радемахера, Хаара, Крестенсона, а также их комбинаций: Радемахера–Крестенсона и Хаара–Крестенсона [13, 14]. При этом реализация спецпроцессоров спектрального преобразования на основе базиса Крестенсона, порождающего систему остаточных классов, при возможности высокопроизводительного выполнения модульных операций сложения и умножения обеспечивает повышение быстродействия вычислений на два–три порядка по сравнению с процессорами спектральных преобразований, в том числе БПФ, алгоритм которого реализуется в двоичной системе счисления в базисе Радемахера.

© Я.Н. Николайчук, Н.Я. Возна, Б.Б. Круликовский, В.Я. Пих, 2018

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО, БЫСТРОГО И ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ФУРЬЕ

Фундаментальная теория косинусного и синусного преобразований Фурье основана на интегральных оценках спектральных амплитуд [4]

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos(\omega t) dt, \quad b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \sin(\omega t) dt,$$

где функция $f(t)$ выражается комплексной функцией $F(j\omega)$:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega,$$

которая рассчитывается по формуле

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt$$

и представляет собой спектральную плотность.

Спектральная функция $F(j\omega)$ выражается через четные $a(\omega)$ и нечетные $b(\omega)$ гармонические функции:

$$F(j\omega) = a(\omega) - jb(\omega),$$

откуда имеем выражение для функции спектрального преобразования

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos(\omega t) - b(\omega) \sin(\omega t)] d\omega.$$

При этом если функция $f(t)$ действительная и четная, то использование комплексной функции $F(j\omega)$ считается нецелесообразным. Поэтому и прямое, и обратное преобразование Фурье может осуществляться только над множеством действительных чисел. Возможность реализации косинусного преобразования Фурье в виде операций над действительными числами (включая целые), а также знаковыми в преобразовании Хартли определяет перспективу его применения для построения высокопроизводительных спецпроцессоров спектральной обработки сигналов в микроэлектронном исполнении.

Согласно теории спектрального анализа случайных процессов корреляционная функция и спектральная плотность составляют пару преобразований Фурье, известную как теорема Винера–Хинчина [4] для непрерывного случая

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} r_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad r_{xx}(\tau) = E[x(t) \cdot x(t-\tau)]$$

и дискретного случая

$$R_x(z) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_x(nT) z^{-n},$$

где z^{-n} — одна из ортогональных функций ТЧБ.

Дискретное косинусное преобразование Фурье является базовым алгоритмом цифровой обработки сигналов в частотной области. Благодаря наличию эффективных алгоритмов БПФ эти преобразования широко используются для цифровой фильтрации и спектрально-корреляционного анализа сигналов.

Для сигнала, заданного в виде дискретной последовательности $S(n)$, прямое и обратное ДКПФ имеют вид [4]

$$S(k) = \sum_{n=0}^{k-1} S(n) \exp \left[-j \frac{2\pi nk}{N} \right], \quad k = \overline{0, N-1};$$

$$S(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{n-1} S(k) \exp \left[j \frac{2\pi nk}{N} \right], \quad n = \overline{0, N-1}.$$

Здесь k — номер гармоники с частотой f_k ; N — объем выборки массива данных. Функция $S(k)$ определена как комплексный спектр сигнала и представляется соотношением

$$S(k) = A(k) - jB(k) = C(k)e^{-j\varphi(k)},$$

где амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) $C(k)$ и фазо-частотная характеристика (ФЧХ) $\varphi(k)$ сигнала соответственно определяются следующим образом:

$$C(k) = \sqrt{A^2(k) + B^2(k)}; \quad \varphi(k) = \operatorname{arctg} \frac{B(k)}{A(k)} + 2\pi m.$$

Для вычисления преобразований Фурье требуется N^2 умножений, включая операции над комплексными переменными. Существует более быстрый способ выполнения этих преобразований: за $N \log_2 N$ операций согласно алгоритму БПФ имеем $X(jk) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j(2\pi/N)kn}$. В алгоритмах вычисления БПФ используют симметрию функции $W_N^{(N-k)n} = (W_N^{kn})^*$, а также ее периодичность $W_N^{(N+k)(N+n)} = W_N^{kn}$ с периодом, равным длине обрабатываемой реализации сигнала (N — число точек БПФ). Свойству экспоненты $W_N^{pkn} = W_{N/p}^{kn}$ соответствует период N/p , где p — целые числа, на которые делится N .

Выполнение БПФ возможно на основе алгоритмов Кули–Тьюки, Рейдера–Бренера и др. [5]. Общим для этих алгоритмов является замена комплексных фазовых множителей W_N^r действительными, что приводит к декомпозиции алгоритма и упрощает вычисления.

Ниже приведены оценки временной сложности операций умножения α_m и сложения β_m в алгоритмах БПФ $_{2t-f}$ и БПФ $_{4t-f}$, рассчитанные согласно табл. 1 [5] и следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \alpha_m &= 2^m(2m-7)+12; \quad \beta_m = 3 \cdot 2^m(m-1)+4; \\ \alpha_m &= 2^{m-1}(3m-10)+8; \quad \beta_m = 2^{m-1}(7m-10)+8; \\ \alpha_m &= 2^{m-2}(3m-10)+8; \quad \beta_m = 2^{m-2}(11m-26/3)+8/3; \\ \alpha_m &= 2^{m-3}(9m-86/3)+16/3; \quad \beta_m = 2^{m-3}(25m-86/3)+16/3. \end{aligned} \tag{1}$$

Отметим, что в результате применения известных алгоритмов БПФ оценки спектральной мощности приобретают отрицательные знаки. Исследования, приведенные в работе [2] и в других публикациях, показали, что такие эффекты возникают вследствие неэффективных параметров дискретизации и квантования входных аналоговых сигналов, а также неучета затухания энергии функции автокорреляции.

Другим недостатком известных алгоритмов БПФ, существенно снижающим быстродействие процессоров спектральной обработки сигналов, является использование двоичной арифметики в ТЧБ Радемахера, которая предусматривает сквозные переносы при выполнении арифметических операций над двоичными кодами. Например, при разрядности двоичных кодов цифровых значений аналоговых сигналов 10 бит и разрядности цифрового сигнального процессора 24 бита задержка сигналов при выполнении операции сложения составляет более 100 микротактов,

при умножении — более 200 микротактов и при общем числе указанных операций в спектральном анализаторе составляет более 1000 микротактов. Поэтому применение двоичной арифметики неприемлемо для решения многих практических задач спектрального анализа.

Т а б л и ц а 1

$N = 2^m$	Количество операций умножения и сложения в алгоритмах БПФ при непосредственном/эффективном повороте вектора			
	БПФ _{2t-f}		БПФ _{4t-f}	
	α_m	β_m	α_m	β_m
16	$\frac{28}{24}$	$\frac{148}{152}$	$\frac{24}{20}$	$\frac{144}{148}$
64	$\frac{332}{264}$	$\frac{964}{1032}$	$\frac{264}{208}$	$\frac{920}{976}$
256	$\frac{2316}{1800}$	$\frac{5380}{5896}$	$\frac{1800}{1392}$	$\frac{5080}{5488}$
1024	$\frac{13324}{10248}$	$\frac{27652}{30728}$	$\frac{10248}{7856}$	$\frac{25944}{28336}$

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

На основании изложенного можно утверждать, что успешное решение проблемы создания высокопроизводительных процессоров обработки сигналов согласно теории ДКПФ требует одновременного синтезированного решения задачи на теоретическом и прикладном схемотехническом уровнях.

Учитывая теоремы Винера–Хинчина и используя формулы Эйлера, получаем выражения спектрального косинусного преобразования [4], в которых отсутствуют операции над комплексными числами:

$$R_x(s) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega \tau dt = 2 \int_0^{\infty} R_x(\tau) \cos \omega \tau dt; \quad (2)$$

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega,$$

где $R_x(\tau)$ — центрированная нормированная автокорреляционная функция (АКФ).

Спектральные плотности для стационарных случайных скалярных последовательностей (случайных процессов с дискретным временем) рассчитывают по формулам

$$R_x(nT) = \Phi_s(kT, iT) = R_x(k - iT) = E \{x(kT)x(iT)\},$$

где $x(iT)$ принимает только целые значения.

Дискретную спектральную плотность определяют как дискретное преобразование Фурье или двойное преобразование ковариационной функции случайной последовательности.

Значительные функциональные ограничения вычислительных процессов преобразования Фурье и слабая сходимость рядов Фурье привели к развитию и успешному применению ортогональных функций других ТЧБ для вычисления спектров сигналов. При этом для совершенствования характеристик спецпроцессоров необходимо решить задачу совместного применения теории корреляционных функций и базисных функций различных ТЧБ.

Известный алгоритм дискретного преобразования Фурье (ДПФ) вычисляется с использованием АКФ путем обработки входного массива данных $\{x_i\}$ и адаптации экспериментально полученных АКФ к центрированному и нормализован-

ному представлению базисных функций ТЧБ согласно конвейерному алгоритму решения функционала F [о]:

$$F[\text{СКПФ}] = F_1 \Rightarrow F_2 \Rightarrow F_3 \Rightarrow F_4 \Rightarrow F_5 \Rightarrow F_6 \Rightarrow F_7 \Rightarrow F_8 \Rightarrow F_9.$$

Здесь:

$F_1[x(t)]$ — регистрация аналогового входного сигнала; $F_1[x_i]$ — аналого-цифровое преобразование $x(t)$ и формирование исходной выборки массива цифровых данных $\{x_i\}$, $i = \overline{1, n+m}$, $0 \leq x_i \leq A$; n — объем выборки базового массива данных; m — объем выборки цифровых данных, необходимых для вычисления АКФ; A — диапазон квантования, $A = 2^p$, p — разрядность двоичного представления значений x_i ;

$$F_2[M_x] — \text{определение математического ожидания, } M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i;$$

$F_3[\{\overset{\circ}{x}_i\}]$ — вычисление массива центрированных данных, $\{\overset{\circ}{x}_i\} = \{x_i - M_x\}$, $i = \overline{1, n+m}$;

$$F_4[D_x] — \text{вычисление дисперсии, } D_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\overset{\circ}{x}_i)^2;$$

$F_5[R_{xx}(j)]$ — вычисление центрированной АКФ, $R_{xx}(j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \overset{\circ}{x}_i \cdot \overset{\circ}{x}_{i+j}$, $j = \overline{0, m}$;

$$F_6[\rho_{xx}(j)] — \text{вычисление нормированной АКФ, } \rho_{xx}(j) = \frac{R_{xx}(j)}{D_x}, j = \overline{0, m};$$

$$F_7[|\rho_{xx}(j-1) - \rho_{xx}(j)| \leq 0,01, j = \overline{0, m}] — \text{определение интервала корреляции};$$

$F_8[e^{-\gamma i}]$ — определение коэффициента γ затухания энергии центрированной и нормированной АКФ $\rho_{xx}(j)$ на интервале $j = \overline{0, m}$;

$F_9[S(\omega_i), i = \overline{0, k}, e^{-\gamma i}]$ — определение спектра в базисе Фурье для ω_i , $i = \overline{0, k}$, k — число гармоник спектрального преобразования Фурье согласно условиям (2):

$$S(\omega_i) = \frac{1}{m+1} \sum_{j=0}^m \rho_{xx}(j) \cdot \cos \omega_{ij} \cdot e^{-\gamma j}.$$

Необходимость введения в алгоритм спектрального косинусного преобразования Фурье (СКПФ) функции $e^{-\gamma j}$, которая учитывает затухание энергии АКФ $\rho_{xx}(j)$ в диапазоне ± 1 на интервале $[0, m]$, обусловлено тем, что в классических выражениях косинусного преобразования Фурье (1) по умолчанию считается, что компоненты случайного сигнала $\{x_i\}$ представлены суммой отдельных гармоник без разрывов фаз. Это обеспечивает условие $D_x = \text{const}$ на интервале расчета АКФ, которая считается незатухающей функцией с асимптотикой $\rho_{xx}(0) = +1$, $\rho_{xx}(\infty) = \pm 1$. На практике при спектральной обработке реализаций аналоговых сигналов, которые представляют параметры технологических процессов, это идеальное условие не выполняется; в результате экспериментальные АКФ имеют асимптотику $\rho_{xx}(0) = +1$, $\rho_{xx}(\infty) = 0$.

На рис. 1 показаны характеристики асимптотик АКФ, гармонические компоненты которых представлены без разрывов фаз и с разрывами фаз.

В работе [5] для учета затухания энергии АКФ предложена ее оценка согласно выражению $\varepsilon = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2$. Таким образом, в алгоритме расчета СКПФ функция $e^{-\gamma j}$ имеет вид [5]:

$$e^{-\gamma j} = \begin{cases} 1/\sqrt{m}, & j=1, \\ \sqrt{2/N}, & j \in \{2, \dots, N\}, \end{cases} \quad \varepsilon(k) = \begin{cases} 1/\sqrt{N}, & k=1, \\ \sqrt{2/N}, & k \in \{2, \dots, N\}. \end{cases}$$

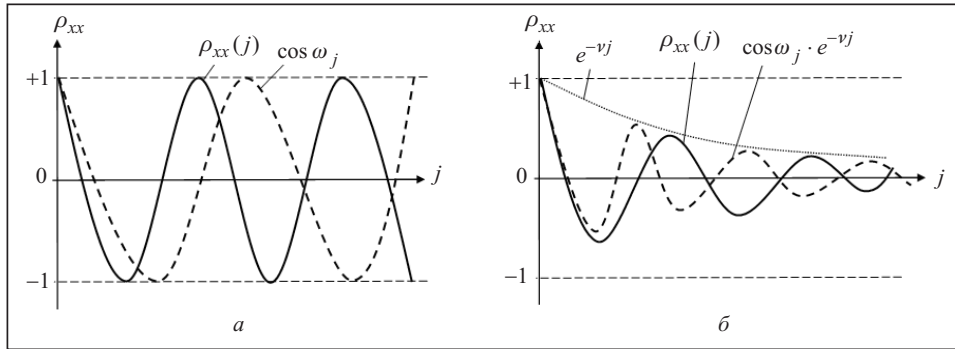


Рис. 1. Характеристики асимптотик АКФ; гармонические компоненты без разрывов фаз (а) и с разрывами фаз (б)

Введение функции $e^{-\nu j}$ как множителя СКПФ обеспечивает частичное или полное исключение появления мнимых «отрицательных» частот.

МЕТОД КОСИНУСНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АДАПТАЦИЕЙ ХАРАКТЕРИСТИК БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ

Недостатком известного алгоритма вычисления спектров сигнала на основе косинусного преобразования Фурье является большое число вычислительных операций над массивом исходных данных $\{x_i\}$, которые включают определение математического ожидания, центрированных данных, дисперсии, центрированной и нормированной АКФ, а также учет затухания энергии АКФ на интервале корреляции $m=2\pi$ для различных ТЧБ согласно выражению

$$S(\omega_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \rho_{xx}(j) \cdot \cos \omega_{ij} \cdot e^{-\nu j},$$

где ω_{ij} — j -я точка базисной функции i -го ТЧБ на интервале m .

Большое число вычислительных операций данного алгоритма спектрального анализа сигналов значительно ограничило применение этого алгоритма на практике, особенно когда критерием эффективности является максимальное быстродействие спектрального процессора.

Достижения в развитии теории и построении архитектуры автокорреляционных спецпроцессоров, реализованных в различных ТЧБ [15], включая унитарный базис и базисы Радемахера и Хаара–Крестенсона, а также высокий уровень современных технологий микроэлектроники способствуют благоприятным условиям эффективного применения алгоритма ДКПФ при реализации высокопроизводительных спецпроцессоров спектрального анализа.

Для уменьшения числа вычислительных операций при реализации ДКПФ предложен метод спектрального преобразования путем адаптации параметров ортогональных базисных функций ω_{ij} теоретико-числового базиса к характеристикам реализации нецентрированной и ненормированной ковариационной АКФ, вычисленной на основе массива данных $\{x_i\}$ согласно выражению

$$K_{xx}(j) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \cdot x_{i+j}, \quad j = \overline{0, m_\tau},$$

и имеющей асимптотику $K_{xx}(0) = D_x + M_x^2$; $K_{xx}(\infty) = M_x^2$.

На рис. 2 представлена асимптотика ковариационной АКФ и адаптированной к ее характеристикам четной ортогональной функции ТЧБ Фурье.

Примеры ортогональных функций ω_{ij} известных ТЧБ, адаптированных к асимптотике ковариационной АКФ, приведены на рис. 3.

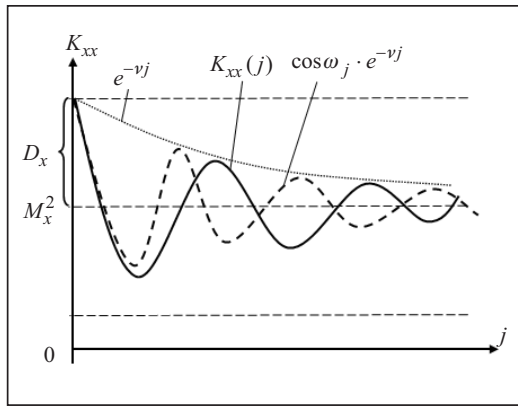


Рис. 2. Асимптотика ковариационной АКФ и адаптированной ортогональной функции ТЧБ Фурье

Таким образом, в рассмотренном алгоритме ДКПФ необходимо адаптировать характеристики базисной функции $W(j)$ к реализованной $K_{xx}(j)$ с учетом ее асимптотики. Процесс адаптации характеристик базисной функции ДКПФ сводится к вычислению или выборке из памяти процессора функции

$$W(j) = (M_x^2 + D_x \cdot \cos(\omega_j)) \cdot e^{-vj}.$$

Преимущество реализации данного метода ДКПФ аппаратным способом заключается в том, что при выполнении такого алгоритма отсутствует необходимость дополни-

тельного вычисления математического ожидания M_x^2 , централированных значений \hat{x}_j , дисперсии D_x и операций нормирования АКФ $\frac{R_{xx}(j)}{D_x}$. Нормализованный коэффициент взаимокорреляции вычисляется по формуле

$$S(\omega) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{j=0}^m K_{xx}(j) \cdot \hat{\omega}(j) - M_x^2}{D_x}.$$

Реализация предложенного метода в виде спецпроцессора на основе двоичной системы счисления ТЧБ Радемахера приводит к низкой производительности вычисления АКФ. Поэтому предложен новый метод структуризации алгоритма

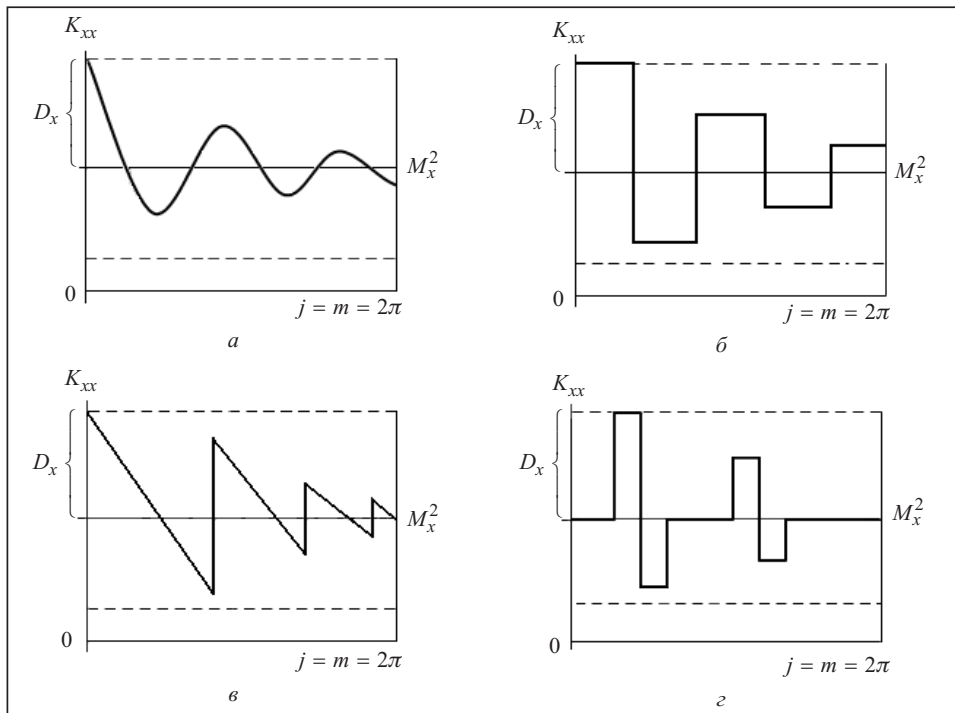


Рис. 3. Примеры ортогональных функций ТЧБ, адаптированных к параметрам асимптотики ковариационной АКФ базисов Фурье (а), Радемахера (б), Крестенсона (в), Хаара (з)

ДКПФ на основе автоковариационного коррелятора в базисе Хаара–Крестенсона [15], который реализуется в системе остаточных классов путем представления входных данных $[x_i]$ набором остатков взаимно простых модулей [14, 16] согласно следующему формализованному алгоритму.

Вначале выбирается система взаимно простых модулей P_i , произведение которых превышает диапазон квантования X_i и соответствует условию $3n + \log_2 m \geq \prod_{i=1}^k P_i$, $0 \leq X_i \leq 2^{r-1}$, где 2^{r-1} — диапазон квантования входного сигнала X_i , m — число точек АКФ. Затем происходит формализация математических операций предложенной структуры спецпроцессора следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} [C_{01} \cdot W_{01}(\text{mod } p_1) + C_{11} \cdot W_{01}(\text{mod } p_1) + \dots + C_{m1} \cdot W_{01}(\text{mod } p_1) = S_{01}], \\ [C_{02} \cdot W_{02}(\text{mod } p_2) + C_{12} \cdot W_{02}(\text{mod } p_2) + \dots + C_{m2} \cdot W_{02}(\text{mod } p_2) = S_{02}], \\ \dots \\ [C_{0k} \cdot W_{0k}(\text{mod } p_k) + C_{1k} \cdot W_{0k}(\text{mod } p_k) + \dots + C_{mk} \cdot W_{0k}(\text{mod } p_k) = S_{0k}], \end{aligned} \right\} S.$$

Здесь C_{ij} — произведения остатков b_{ij} , $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{0, m}$, k — число модулей P_i ; S — цифровые значения точек спектра в базисе Хаара–Крестенсона.

На рис. 4 приведена структура высокопроизводительного спектрального спецпроцессора с представлением данных в базисе Хаара–Крестенсона [17], где 1 — вход аналогового сигнала, 2 — регистровый блок памяти, 3 — аналого-цифровой преобразователь (АЦП) параллельного типа с выходным кодом в базисе Хаара–Крестенсона, 4, 6 — модульно-матричные множители, 5 — генератор импульсов, 7 — модульно-матричные сумматоры, 8 — вход выбора базисной функции ТЧБ, 9 — вход матричного сумматора нулевого канала, 10 — память базисных функций в кодах Хаара–Крестенсона, 11 — накопительный модульно-матричный сумматор; 12 — дешифратор; 13 — выходная шина кодов спектра.

Микроэлектронными компонентами данного спецпроцессора являются быстродействующий АЦП параллельного типа с выходным кодом в базисе Хаара–Крестенсона [18] (рис. 5), где 1 — вход аналогового сигнала, 2 — компаратор с парафазными выходами, 3 — вход образцового потенциала, 4 — прецизионные резисторы, 5, 6 — логические элементы И-НЕ, 7 — выходная шина кода Хаара–Крестенсона.

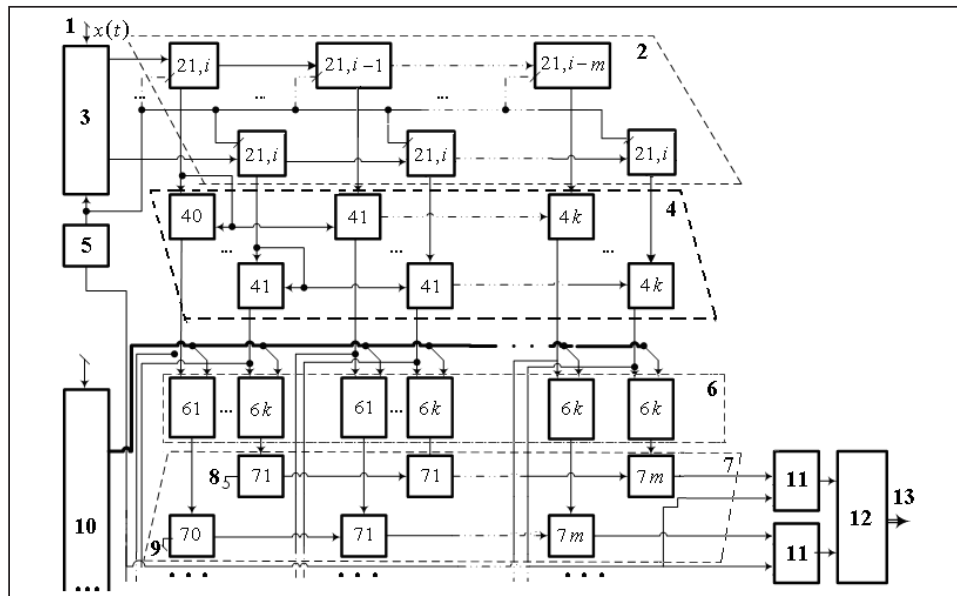


Рис. 4. Структурная схема спецпроцессора СКПФ

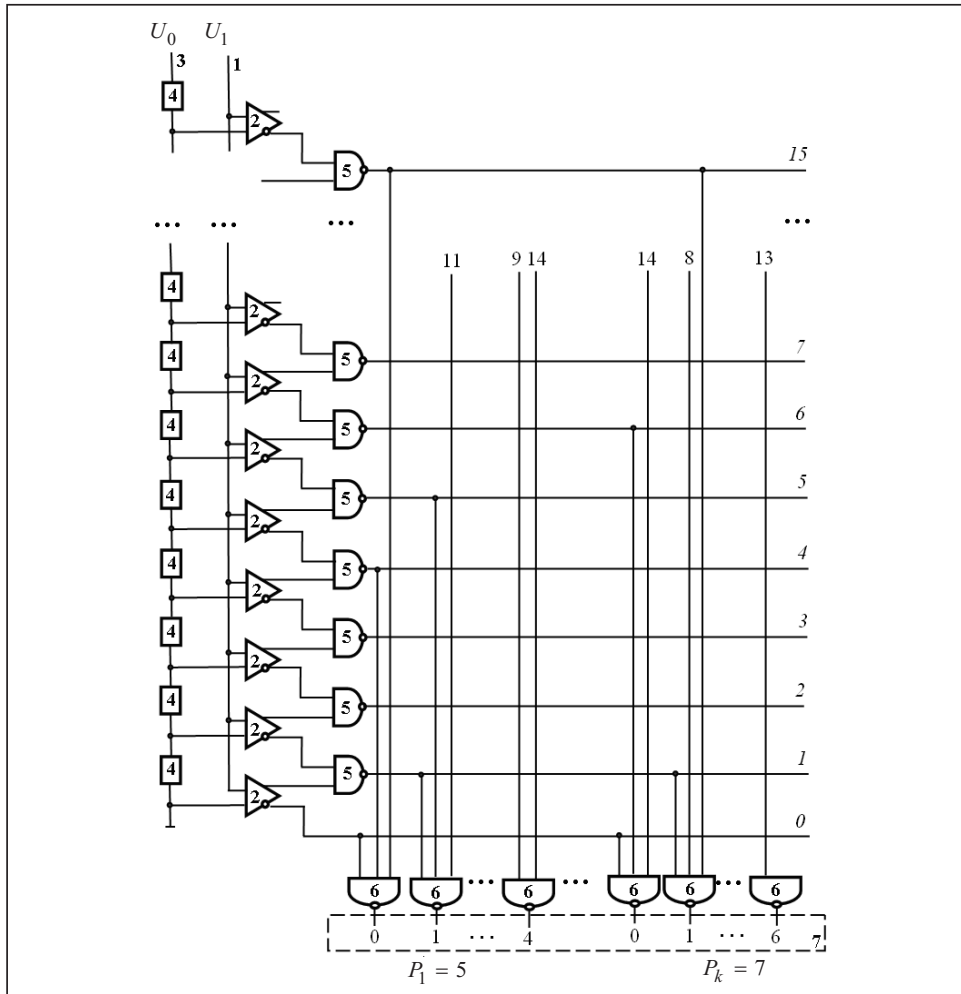


Рис. 5. Структура аналого-цифрового преобразователя с разрядностью выходных кодов (0–15) ТЧБ Хаара– Крестенсона

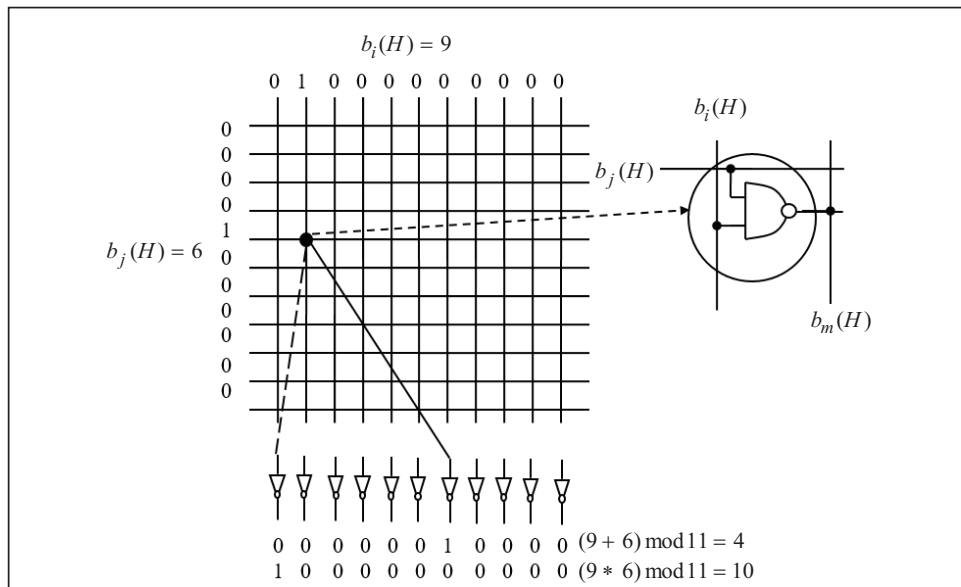


Рис. 6. Структура матрично-модульного сумматора (перемножителя) в базисе Хаара–Крестенсона ($P=11$)

На рис. 6 показана структура матрично-модульного сумматора (перемножителя) в базисе Хаара–Крестенсона [19], где b_i, b_j — входные данные для выполнения модульной операции суммирования или умножения, b_m — результат выполнения операций модульного суммирования или умножения.

При заданных параметрах спектрального спецпроцессора ($n = 256, r = 7, m = 32$), применении микроэлектронных вентилях с частотой переключения не менее 100 МГц и представлении цифровых данных с использованием кодов Хаара–Крестенсона временная задержка сигналов в АЦП составляет четыре микротакта, в блоке регистровой памяти на D-триггерах — два микротакта, в матрично-модульных сумматорах, перемножителях и шифраторах — три микротакта, в накопительном модульно-матричном сумматоре — 96 микротактов. Общая временная задержка сигналов в процессе вычисления спектра для одной базисной функции ТЧБ в предложенном спектральном спецпроцессоре не превышает $256 \times 128 = 32768$ микротактов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложена теория и дано решение прикладной задачи реализации дискретного спектрального косинусного преобразования Фурье в модульной арифметике теоретико-числового базиса Хаара–Крестенсона. Предложена структуризация высокопроизводительного алгоритма СКПФ адаптацией ортогональных функций базисов Фурье, Радемахера, Крестенсона и Хаара к асимптотике автоковариации исследуемых сигналов. Дана структура спецпроцессора реализации СКПФ, а также его базовых компонентов: АЦП и матрично-модульных сумматоров (перемножителей).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харкевич А.А. Спектры и анализ. Москва: Физматгиз, 1980. 246 с.
2. Бат М. Спектральный анализ в геофизике. Пер. с англ. Москва: Недра, 1980. 535 с.
3. Опенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. Москва: Техносфера, 2006. 856 с.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. 3-е изд. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 768 с.
5. Наконечний А.Й., Наконечний Р.А., Павлиш В.А. Цифрова обробка сигналів. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2010. 368 с.
6. Гнатив Л.А. Целочисленные косинусные преобразования для высокоэффективного кодирования изображений и видео. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 5. С. 161–176.
7. Гнатив Л.А. Метод построения простого целочисленного косинусного преобразования большой размерности для кодирования изображений и видео с высоким разрешением. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 6. С. 145–155.
8. Николайчук Я.М., Піх В.Я., Заведюк Т.О., Возна Н.Я. Методи спектрального косинусного перетворення Фур'є для розпізнавання сигналів у хеммінговому просторі на основі різних кореляційних функцій та теоретико-числових базисів. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Сер. «Комп'ютерні системи та мережі»*. 2013. № 773. С. 89–98.
9. Мельник А.О., Мельник В.А. Персональні суперкомп'ютери: архітектура, проектування, застосування. Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2013. 546 с.
10. Краснобаев В.А., Янко А.С., Кошман С.О. Метод арифметического сравнения данных, представленных в системе остаточных классов. *Кибернетика и системный анализ*. 2016. Т. 52, № 1. С. 157–162.
11. Задирака В.К., Мельникова С.С. Цифровая обработка сигналов. Киев: Наук. думка, 1993. 294 с.
12. Задирака В.К. Теория вычисления преобразования Фурье. Киев: Наук. думка, 1983. 216 с.
13. Nykolaychuk Y., Volynskyy O., Borovy A. Rademacher–Krestenson's method of between-bases transformations in designing processors. *Proc. of the 6th Intern. Conf. «Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications»*. Prague, Czech Republic, 2011. P. 310–313.
14. Николайчук Я.Н. Коды поля Галуа: теория и применение. Тернополь: ООО «Терно-граф», 2012. 392 с.
15. Цифровий автокорелятор: Пат. на корисну модель 76622 Україна: МПК G06F17/15; Николайчук Я.М., Волинський О.І., Албанський І.Б.; опубл. 10.01.2013, Бюл. № 1.
16. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. Москва: Сов. радио, 1968. 439 с.

17. Пристрій для обчислення спектрального косинусного перетворення в залишкових класах: Пат. на корисну модель 102807 Україна: МПК G06F17/14; Піх В.Я., Николайчук Я.М., Кімак В.Л., Круликовський Б.Б.; опубл. 25.11.2015, Бюл. № 22.
18. Pikh V., Nykolaichuk Y., Yurchak I. The method of discrete spectral cosine transform in Haar–Krestenson’s theoretical-numerical basis. *Proc. of XII Intern. Conf. «Perspective technologies and methods in MEMS design» (MEMSTECH’2016)*. P. 223–228.
19. Vozna N., Nykolaichuk Ya., Zastavnyy O., Pikh V. System complexity criteria and synthesis of high-performance multifunctional parallel ADC in Rademacher’s and Haar–Krestenson’s theoretical and numerical bases. *Proc. of the 14th Intern. Conf. «The Experience of designing and application» (CADSM’2017)*. P. 218–221.

Надійшла до редакції 22.05.2017

Я.М. Николайчук, Н.Я. Возна, Б.Б. Круликовський, В.Я. Піх
МЕТОД СТРУКТУРИЗАЦІЇ ДИСКРЕТНОГО КОСИНУСНОГО
ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР’Є В МОДУЛЬНІЙ АРИФМЕТИЦІ
ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВОГО БАЗИСУ ХААРА–КРЕСТЕНСОНА

Анотація. Наведено теорію і дано розв’язок прикладної задачі структуризації дискретного спектрального косинусного перетворення Фур’є (СКПФ) в модульній арифметиці теоретико-числового базису Хаара–Крестенсона. Розроблено високопродуктивний алгоритм СКПФ шляхом адаптації ортогональних функцій базисів Фур’є, Радемахера, Крестенсона і Хаара до асимптотики автоковаріації досліджуваних сигналів. Реалізовано метод структуризації алгоритму СКПФ у модульній арифметиці системи залишкових класів теоретико-числового базису Хаара–Крестенсона. Наведено структуру спеціального процесора реалізації СКПФ, а також його мікроелектронних базових компонентів.

Ключові слова: спектри, косинусне перетворення Фур’є, модульна арифметика.

Ya.M. Nykolaichuk, N.Ya. Vozna, B.B. Krulikovskiyi, V.Ya. Pikh
METHOD OF STRUCTURING THE FOURIER DISCRETE COSINE TRANSFORM
IN THE MODULAR ARITHMETIC OF THE HAAR–KRESTENSON
THEORETICAL-NUMERICAL BASIS

Abstract. The theory and solution of the applied problem of structuring the Fourier discrete spectral cosine transform (FDSC_T) in the modular arithmetic of the Haar–Krestenson theoretical-numerical basis are presented. A high-performance algorithm for the FDSC_T was developed by adapting the orthogonal functions of the Fourier, Rademacher, Krestenson, and Haar bases to the asymptotic autocovariance of the signals being investigated. A method for structuring the FDSC_T algorithm in the modular arithmetic of the residue number system of the Haar–Krestenson theoretical-numerical basis was implemented. The structure of a special processor of the FDSC_T implementation and its microelectronic basic components are given.

Keywords: spectrum, Fourier cosine transform, modular arithmetic.

Николайчук Ярослав Николаевич,
доктор техн. наук, профессор, заведуючий кафедрою Тернопольського національного економічного університета, e-mail: lmnnykolaychuk@gmail.com..

Возна Наталия Ярославовна,
кандидат техн. наук, доцент кафедри Тернопольського національного економічного університета, e-mail: nvozna@ukr.net.

Круликовський Борис Борисович,
кандидат техн. наук, доцент, заведуючий кафедрою Національного університета водного господарства і природопольовання, Ровно, e-mail: kboris@ukr.net.

Піх Владимир Ярославович,
кандидат техн. наук, інженер кафедри Івано-Франківського національного технічного університета нафти і газу, e-mail: pixel@ukr.net.