

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБГРУНТУВАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО БОЙОВОГО СКЛАДУ ЗБРОЙНИХ СИЛ ДЕРЖАВИ З ПОЗИЦІЙ ТЕОРІЇ ВІДВЕРНЕНОГО ЗБИТКУ ТА З УРАХУВАННЯМ ЕКОНОМІЧНИХ ЧИННИКІВ

Анотація. Викладено суть та основний зміст математичної моделі обґрунтування оптимального бойового складу збройних сил держави з позицій теорії відверненого збитку та з урахуванням економічних чинників. Ця стаття є продовженням досліджень методичних аспектів обґрунтування бойового складу збройних сил держави з позицій теорії відверненого збитку.

Ключові слова: бойовий склад, боєздатність, бойові засоби, бойовий потенціал, відвернений збиток, задача оптимізації, математична модель.

ВСТУП

З позицій теорії відверненого збитку наших військ в операції у попередній статті [1] було викладено суть та основний зміст методичних аспектів обґрунтування раціонального бойового складу збройних сил (ЗС) держави для забезпечення в операції тривалістю T діб заданого рівня боєздатності наших військ та їхньої спроможності виконати завдання за призначенням з потрібною ефективністю.

Проте на сьогодні не розв'язаною залишається проблема обґрунтування оптимального бойового складу ЗС держави, який з урахуванням фінансових обмежень на придбання й утримання певних зразків (типів, груп) озброєння і військової техніки (ОВТ), дозволив би в операції тривалістю T діб завдати максимального збитку противнику, досягти потрібної величини відверненого збитку та заданого рівня боєздатності наших військ.

У цій роботі здійснено постановку відповідної задачі оптимізації та запропоновано її розв'язання на основі використання математичної моделі обґрунтування оптимального бойового складу ЗС держави з позицій теорії відверненого збитку наших військ в операції та з урахуванням економічних чинників.

Метою статті є викладення суті та основного змісту цієї моделі.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Вважається, що досягти заданого рішенням командувача коефіцієнта боєздатності $\theta^{\text{ВІМ}}$ наших військ в операції тривалістю T діб можна шляхом варіювання потрібної на момент початку операції кількості бойових засобів j -го типу, подібних між собою з точки зору їхнього призначення та можливостей.

Потрібну (що вимагається) кількість бойових засобів j -го типу можна виразити як у реальних зразках ОВТ $N_{0p}^{\text{ВІМ}} = \sum_{j=1}^r N_{0jp}^{\text{ВІМ}}$, так і в розрахункових одиницях їхнього бойового потенціалу (РО БП) $N_0^{\text{ВІМ}} = \sum_j N_{0j}^{\text{ВІМ}}$ [1, 2].

Водночас треба мати на увазі, що бойові засоби j -х типів (родів військ) можуть значно відрізнятися між собою не лише своїм призначенням та можливостями (тактико-технічними характеристиками), але й вартісними показниками c_j .

У тому разі, якщо відомою є вартість c_j одного бойового засобу j -го типу, вартість усіх бойових засобів (зразків озброєння) цього типу (роду військ) C_j визначається як

$$C_j = c_j N_{0j\text{пр}}^{\text{ВІМ}}, \quad (1)$$

а загальна вартість бойових засобів усіх типів наших військ обчислюється як

$$C = \sum_j C_j = \sum_j c_j N_{0j\text{пр}}^{\text{ВІМ}}. \quad (2)$$

З огляду на сучасні тенденції щодо видатків державного бюджету на потреби оборони не можна виключати ймовірність введення фінансових обмежень $C_{\text{обм}}$ на придбання (закупівлю, виготовлення, модернізацію) та утримання (експлуатацію, зберігання, технічне обслуговування і ремонт) бойових засобів певних j -х типів (родів військ).

Отже, може виникнути потреба у відборі таких бойових засобів j -х типів, кількісний склад яких дасть змогу досягти в операції тривалістю T діб заданого значення коефіцієнта боєздатності $\theta^{\text{ВІМ}}$ наших військ та забезпечити максимальний збиток $\max \Delta N_{\text{пр}}$, якого потрібно завдати противнику.

У зв'язку з цим розглянуто задачу оптимізації, яка передбачає визначення можливої (обмеженої) кількості $N_{0\text{обм}} = \sum_j N_{0j\text{обм}}$ бойових засобів певних j -х

типів (родів військ), яка б дозволила в операції тривалістю T діб завдати максимального збитку $\max \Delta N_{\text{пр}}$ противнику та водночас досягти потрібної величини відверненого збитку (збереження БП) $\delta\Pi = (\theta^{\text{ВІМ}} - \theta)N_0 = (\beta'_0 - \beta_{\text{п}})TN_0$ наших військ, а отже, поточного значення коефіцієнта боєздатності наших військ $\theta_{\text{п}}$ не нижче заданого $\theta^{\text{ВІМ}}$.

Слід зазначити, що постановка задачі здійснюється за припущення, що певну кількість бойових засобів j -х типів можна придбати та утримувати з урахуванням фінансових обмежень (виділених для цього коштів) $C_{\text{обм}}$.

Оптимізаційну задачу можна подати у вигляді математичної моделі обґрунтування оптимального бойового складу збройних сил держави з позицій теорії відверненого збитку наших військ в операції та з урахуванням економічних чинників.

СУТНІСТЬ ТА ЗМІСТ МОДЕЛІ

В основу зазначеної вище математичної моделі покладено систему вихідних даних (показників), обраних та обчислених під час обґрунтування раціонального бойового складу ЗС держави з позицій теорії відверненого збитку наших військ в операції. Ці показники та етапи обчислювального процесу (алгоритм обчислень) детально описані у роботах [1, 2] та частково в [3–7].

Наведемо окремі показники, які є основою математичної моделі.

- $N_{0\text{пр}} = \sum_{i=1}^{\nu} N_{0i\text{пр}}$ — початковий бойовий потенціал (БП) противника з

урахуванням його бойових засобів усіх типів (родів військ), що визначається кількістю реальних бойових засобів та в розрахункових одиницях (РО) БП.

- $\beta_{\text{п}j} = \beta'_{0j} + \beta_{\text{п}} - \beta'_0 \leq \beta'_{0j}$ — допустима величина відносних середньодобових втрат початкового БП j -го роду наших військ.

- $P_{1ji} = P_{\text{обстр}i} R_{1ji} = \frac{R_{1ji}}{N_{0i\text{пр}}}$ — ймовірність знищення за одну стрільбу хоча

б одного бойового засобу i -го типу противника у складі $N_{0i\text{пр}}$ одиниць одним

бойовим засобом j -го типу певного роду наших військ, де $P_{\text{обстр } i}$ — ймовірність обстрілу будь-якого бойового засобу i -го типу противника з усієї початкової його кількості $N_{0i \text{ пр}}$ одиниць одним бойовим засобом j -го типу наших військ; $R_{1ji} = 1 - (1 - K_{\text{зав}} P)^s$ — відома (з досвіду військ) ймовірність ураження за одну стрільбу ($n_{ji} = 1$) одного бойового засобу i -го типу противника одним бойовим засобом j -го типу певного роду наших військ за умови витрачання цим засобом за одну стрільбу певної кількості s ракет (боєприпасів); P — ймовірність ураження цілі однією ракетою (паспортне, формулярне значення), при цьому $K_{\text{зав}} = 0,5-0,8$ — коефіцієнт, що враховує вплив завод на стрільбу.

- $n_{ji} = k_{ji} T = \frac{Q_j}{s} T$ — кількість проведених однотипних стрільб бойовими

засобами j -го типу наших військ по бойових засобах i -го типу противника за умови, що кожним бойовим засобом j -го типу в операції протягом T діб буде витрачено за одну стрільбу s зенітних ракет (боєприпасів) з усього запасу Q_j одного бойового засобу.

- $P_{ji} = \frac{\Delta N_{\text{пр } ji}}{N_{0i \text{ пр}}} = 1 - \exp \left\{ - \frac{R_{1ji} n_{ji} N_{0j}^{\text{ВІМ}} (1 - \beta_{\text{п } j})^T}{N_{0i \text{ пр}} (1 - \beta_{\text{пр } i})^T} \right\}$ — ймовірність знищен-

ня бойовими засобами j -го типу у складі $N_{0j}^{\text{ВІМ}}$ одиниць наших військ за n_{ji} проведених стрільб кожним таким засобом в операції тривалістю T діб хоча б одного бойового засобу i -го типу противника з усієї кількості $N_{0i \text{ пр}}$ одиниць з урахуванням можливих втрат початкових БП протиборчих сторін.

- $P_{\text{пр } i} = 1 - \prod_{j=1}^r (1 - P_{ji}) = 1 - \exp \left\{ - \frac{1}{N_{0i \text{ пр}} (1 - \beta_{\text{пр } i})^T} \sum_{j=1}^r R_{1ji} n_{ji} N_{0j}^{\text{ВІМ}} (1 - \beta_{\text{п } j})^T \right\}$ —

ймовірність знищення всіма силами та засобами наших військ бойових засобів i -го типу противника під час операції тривалістю T діб унаслідок сумісного впливу на них сил та засобів усіх типів протиборчих військ. Значення

$$\beta_{\text{пр } i} = \frac{P_{\text{пр } i}}{T} = \frac{\Delta N_{\text{пр } i}}{N_{0i \text{ пр}} T}$$
 виражається через $P_{\text{пр } i}$, яке залежить від P_{ji} .

- $\Delta N_{\text{пр } i} = N_{0i \text{ пр}} \beta_{\text{пр } i} T = N_{0i \text{ пр}} P_{\text{пр } i} = N_{0i \text{ пр}} \left[1 - \prod_{j=1}^r (1 - P_{ji}) \right]$ — кількість знищен-

них бойових засобів i -го типу противника протягом періоду тривалістю T діб бойових дій з наявних $N_{0 \text{ пр } i}$ одиниць з урахуванням впливу на них з боку бойових засобів усіх типів у складі N_0 одиниць наших військ.

- $\Delta N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}} = \sum_i \Delta N_{\text{пр } i}^{\text{ВІМ}} = \sum_i P_{\text{пр } i} N_{0i \text{ пр}} = \sum_i N_{0i \text{ пр}} \left[1 - \prod_{j=1}^r (1 - P_{ji}) \right] =$
 $= N_{0 \text{ пр}} - \sum_i N_{0 \text{ пр } i} \exp \left\{ - \frac{\sum_{j=1}^r R_{1ji} N_{0j}^{\text{ВІМ}} n_{ji} (1 - \beta_{\text{п } i})^T}{N_{0i \text{ пр}} (1 - \beta_{\text{пр } i})^T} \right\} = N_{0 \text{ пр}} \frac{\delta \Pi}{\beta_0 T N_0}$

— загальна (що вимагається) кількість бойових засобів усіх типів противника, які потрібно знищити протягом періоду тривалістю T діб бойових дій бойовими засобами усіх типів наших військ для досягнення заданого значення $\theta^{\text{ВІМ}}$.

Для постановки задачі оптимізації потрібно також взяти до уваги, що:

1) досягнення величини $\Delta N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}}$ забезпечується діями можливої (обмеженої) кількості $N_{0 \text{ обм}} = \sum_j N_{0j \text{ обм}}$ бойових засобів усіх j -х типів наших військ до

початку операції, які мають власні (формулярні) параметри R_{1ji}, n_{ji} .

У зв'язку з цим передбачається, що для завдання максимального збитку противнику $\max \Delta N_{\text{пр}} = \sum_i \Delta N_{\text{пр}i}$ реальні бойові засоби $N_{0 \text{ р обм}} = \sum_j N_{0j \text{ р обм}}$ наших військ можуть діяти з тією чи іншою ймовірністю $P_{\text{пр}i} = 1 - \prod_{j=1}^r (1 - P_{ji})$

спільно проти будь-яких бойових засобів i -го типу противника. У результаті можна буде досягти певної величини $\Delta N_{\text{пр}i} = P_{\text{пр}i} N_{0i \text{ пр}}$. При цьому $\Delta N_{\text{пр}} = \sum_i \Delta N_{\text{пр}i}$.

Величина $\Delta N_{\text{пр}}$ може відрізнятись від ΔN , що зумовить потребу в обчисленні потрібної величини відверненого збитку (збереження БП) $\delta\Pi$ наших військ в операції тривалістю T діб;

2) для отримання результатів дій реальних бойових засобів наших військ спочатку обчислюють (без урахування $\delta\Pi$) кількість $\Delta N_{\text{пр}i}$ знищених бойових засобів i -го типу противника з імовірністю $P_{\text{пр}i}$ під час впливу на них в операції тривалістю T діб з боку будь-яких j -х бойових засобів наших військ та у разі знищення цими бойовими засобами з імовірністю P_{ji} хоча б одного бойового засобу i -го типу противника з наявних $N_{0i \text{ пр}}$ одиниць. Ця величина залежатиме як від величини $N_{0j \text{ р обм}}$, так і від величин R_{1ji}, n_{ji} .

Значення $\Delta N_{\text{пр}}$ (без урахування $\delta\Pi$), обчислене з використанням власних (формулярних) параметрів (R_{1ji}, n_{ji}) реальних бойових засобів наших військ, порівнюють із значенням $\Delta N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}}$, яке обчислюють, виходячи з досягнутої величини $\delta\Pi$ для забезпечення в операції тривалістю T діб заданого значення $\theta^{\text{ВІМ}}$.

Якщо обчислене значення $\Delta N_{\text{пр}}$ буде меншим, ніж потрібна кількість $\Delta N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}}$ знищених бойових засобів усіх типів противника протягом періоду тривалістю T діб бойових дій, то за умови незмінного значення $N_{0 \text{ пр}}$ виникає потреба у підвищенні бойових можливостей наших військ за рахунок удосконалення бойових властивостей (модернізації) зразків ОВТ, шляхом збільшення кількості реальних $N_{0j \text{ р обм}}$ бойових засобів j -х типів цих військ, або завдяки призначенню кількості стрільб n_{ji} , яка забезпечить збільшення величин $P_{ji}, P_{\text{пр}i}$ для заданих значень $R_{1ji}, \beta_{пj}, N_{0j \text{ р}}$;

3) кількість n_{ji} стрільб, проведених під час операції тривалістю T діб, може бути реалізована як за рахунок відповідних тактико-технічних характеристик бойових засобів, так і завдяки наявному запасу Q_j ракет та боеприпасів кожного бойового засобу, що виділяється на витрати протягом кожної доби бойових дій.

Також може виникнути потреба в обґрунтуванні оптимального співвідношення між кількістю $N_{0j \text{ р обм}}$ реальних бойових засобів та кількістю n_{ji} проведених стрільб кожним бойовим засобом j -го типу наших військ протягом T діб бойових дій для досягнення того чи іншого ступеня (ймовірності P_{ji}) ураження бойових засобів i -го типу противника.

Також може виникнути потреба в обґрунтуванні оптимального співвідношення між кількістю $N_{0j \text{ р обм}}$ реальних бойових засобів та кількістю n_{ji} проведених стрільб кожним бойовим засобом j -го типу наших військ протягом T діб бойових дій для досягнення того чи іншого ступеня (ймовірності P_{ji}) ураження бойових засобів i -го типу противника.

З огляду на викладене вище цільова функція має такий вигляд:

$$\max \Delta N_{\text{пр}} = \sum_i \Delta N_{\text{пр}i} = \sum_i P_{\text{пр}i} N_{0i \text{ пр}} = \sum_i N_{0i \text{ пр}} \left[1 - \prod_{j=1}^r (1 - P_{ji}) \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_i N_{0i \text{ пр}} \left[1 - \prod_{j=1}^r \exp \left\{ - \frac{N_{0j \text{ р обм}} R_{1ji} n_{ji} (1 - \beta_{\text{п}j})^T}{N_{0i \text{ пр}}} \right\} \right] = \\
&= \sum_i N_{0i \text{ пр}} \left[1 - \exp \left\{ - \frac{\sum_{j=1}^r R_{1ji} N_{0j \text{ р обм}} n_{ji} (1 - \beta_j)^T}{N_{0i \text{ пр}}} \right\} \right]. \quad (3)
\end{aligned}$$

При цьому встановлено певні обмеження.

Перше обмеження. Кошти C , потрібні для придбання та утримання можливої (обмеженої) кількості $N_{0 \text{ р обм}} = \sum_j N_{0j \text{ р обм}}$ реальних бойових засобів усіх типів

наших військ, не повинні перевищувати виділені (з урахуванням обмежень) для цього кошти $C_{\text{обм}}$. Тобто, має виконуватись умова $C = \sum_j c_j N_{0j \text{ р обм}} \leq C_{\text{обм}}$.

Орієнтовне значення величини $C_{\text{обм}}$ — коштів, які з урахуванням обмежень виділяються для придбання та утримання певної кількості бойових засобів (зразків ОБТ) усіх типів наших військ, має бути не меншим від сумарного значення величини, яка включає загальну вартість $C_0 = \sum_j C_{0j} = \sum_j c_j N_{0j \text{ р}}$ бойових засобів усіх типів початкового бойового складу $N_0 = \sum_j N_{0j}$ наших військ

та вартість $C_\delta = \sum_j C_{\delta j} = \sum_j c_j \delta \Pi_j = \sum_j c_j [(\beta'_0 - \beta_{\text{п}}) N_{0j \text{ р}} T]$ бойових засобів усіх типів наших військ, які потрібно додати до їхнього початкового бойового складу для досягнення в операції тривалістю T діб потрібної абсолютної величини відверненого збитку (збереження БП) $\delta \Pi = \sum_{j=1}^r \delta \Pi_j$ наших військ [1], тобто:

$$C_{\text{обм}} \geq C_0 + C_\delta = \sum_j C_{0j} + \sum_j C_{\delta j} = \sum_j c_j N_{0j \text{ р}} + \sum_j c_j \delta \Pi_j. \quad (4)$$

Друге обмеження. Обчислена можлива (обмежена) кількість $N_{0 \text{ р обм}}$ бойових засобів усіх типів наших військ до початку операції повинна забезпечити в операції тривалістю T діб поточне значення коефіцієнта боєздатності $\theta_{\text{п}}$ цих військ не нижче заданого $\theta^{\text{вим}}$. При цьому значення поточної абсолютної величини відверненого збитку своїх військ має бути не меншим ніж значення обчисленої потрібної абсолютної величини відверненого збитку $\delta \Pi$ цих військ.

Отже, має виконуватись умова

$$N_{0 \text{ р обм}} = \sum_j N_{0j \text{ р обм}} \geq N_{0 \text{ р}} + \delta \Pi = \sum_j N_{0j \text{ р}} + \sum_{j=1}^r \delta \Pi_j. \quad (5)$$

Третє обмеження. З урахуванням збитків, які в операції тривалістю T діб будуть завдані противнику нашими військами з імовірністю $P_{\text{пр}i}$, поточна кількість $N_{\text{пр}} = \sum_i N_{\text{пр}i}$ бойових засобів усіх типів противника, боєздатність

яких буде збережена, не повинна перевищувати допустиму кількість $N_{\text{пр д}} = N_{0 \text{ пр}} - \Delta N_{0 \text{ пр}}^{\text{вим}}$ боєздатних бойових засобів усіх типів противника, які

в операції тривалістю T діб здатні завдати нашим військам середньодобових відносних втрат, що не перевищують допустимі втрати $\beta_{\text{п}}$ [1].

Отже, має виконуватись умова

$$\begin{aligned} N_{\text{пр}} &= N_{0\text{пр}} - \Delta N_{\text{пр}} = \sum_i N_{\text{пр}i} = \\ &= \sum_i N_{0i\text{пр}} \exp \left\{ - \frac{\sum_{j=1}^r R_{1ji} N_{0j\text{р обм}} n_{ji} (1 - \beta_{\text{п}j})^T}{N_{0i\text{пр}}} \right\} \leq \\ &\leq N_{0\text{пр}} \left(1 - \frac{\delta\Pi}{N_0 \beta'_0 T} \right) = \frac{N_{0\text{пр}}}{\beta'_0 T} (1 - \theta^{\text{вим}}) = N_{\text{пр}}^{\text{вим}}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $N_{0j\text{р обм}} \geq 0$ — величина, що визначає можливу (обмежену) кількість реальних бойових засобів j -го типу наших військ із певними бойовими можливостями R_{1ji} , n_{ji} [1], яку можна придбати та утримувати за рахунок виділених для цього коштів $C_{\text{обм}}$.

Задачі (3)–(6) належать до класу задач нелінійного програмування. Їх розв'язують з використанням методу невизначених множників $\lambda \geq 0$ Лагранжа.

Можна також скористатися задачею оптимізації, еквівалентною задачі (3)–(6), при цьому цільову функцію можна записати в інший спосіб.

Для цього введемо позначення, які дадуть змогу спростити формулювання цієї задачі:

$$a_i = N_{0i\text{пр}}, \quad (7)$$

$$b_{ij} = \frac{R_{1ji} n_{ji} (1 - \beta_{\text{п}j})^T}{N_{0i\text{пр}}}, \quad (8)$$

$$x_j = N_{0j\text{р обм}}, \quad (9)$$

$$E = C_{\text{обм}}, \quad (10)$$

$$D = N_0 + \delta\Pi. \quad (11)$$

Цільова функція (3) містить постійну частину $\sum_i N_{0i\text{пр}}$ та змінну частину, яка з урахуванням позначень (7)–(9) матиме вигляд

$$\sum_i a_{ij} \left(1 - \exp \left\{ - \sum_j b_{ij} x_j \right\} \right). \quad (12)$$

Запишемо обмеження (6) таким чином:

$$\sum_i a_i \left(1 - \exp \left\{ - \sum_j b_{ij} x_j \right\} \right) \leq N_{\text{пр}}^{\text{вим}}. \quad (13)$$

З урахуванням того, що $\sum_j c_j x_j \leq E$, $\sum_j x_j \geq D$, $x_j \geq 0$, $j=1, \dots, r$, можна

вважати, що цільова функція цієї задачі є опуклою, обмеження мають лінійний характер, а розмірність є невеликою. Отже, задачу можна розв'язати з використанням будь-якого методу опуклої оптимізації.

Запишемо необхідні умови оптимальності, використовуючи функцію Лагранжа. Позначимо цільову функцію $F(\bar{x})$, де $\bar{x} = (x_1, \dots, x_r)$ — вектор змінних, $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2)$ — вектор множників Лагранжа.

Тоді функція Лагранжа матиме вигляд

$$L(\bar{x}, \bar{\lambda}) = F(\bar{x}) + \lambda_1 \left(\sum_j c_j x_j - E \right) - \lambda_2 \left(\sum_j x_j - D \right). \quad (14)$$

Виходячи з того, що прямі і двоїсті змінні є невід'ємними, в оптимальній точці, окрім умов задачі оптимізації, мають виконуватися такі співвідношення:

$$\frac{\partial L(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial x_j} x_j = 0, \quad \frac{\partial L(\bar{x}, \bar{\lambda})}{\partial x_j} \geq 0, \quad j = 1, \dots, r, \quad (15)$$

$$\lambda_1 \left(\sum_j c_j x_j - E \right) = 0, \quad \lambda_2 \left(\sum_j x_j - D \right) = 0. \quad (16)$$

З урахуванням (7)–(16) для розв'язання конкретної задачі потрібні такі дані:

- матриця B коефіцієнтів b_{ij} , $i = 1, \dots, v$, $j = 1, \dots, r$;
- вектор \bar{a} коефіцієнтів a_i , $i = 1, \dots, v$, вектор \bar{c} коефіцієнтів c_j , $j = 1, \dots, r$;
- константи E та D .

Слід взяти до уваги також те, що:

1) для матриці B значення коефіцієнтів b_{ij} відповідатимуть значенням $\Delta N_{\text{пр } j}^{\text{ВИМ}}$. Отже, можна записати $\Delta N_{\text{ППО пр}}^{\text{ВИМ}} \rightarrow b_{ij}$ (ППО), $\Delta N_{\text{АРТ пр}}^{\text{ВИМ}} \rightarrow b_{ij}$ (АРТ),

$\Delta N_{\text{МЕХ пр}}^{\text{ВИМ}} \rightarrow b_{ij}$ (МЕХ), $\Delta N_{\text{Т пр}}^{\text{ВИМ}} \rightarrow b_{ij}$ (Т);

2) для вектора \bar{a} значення коефіцієнтів a_i відповідатимуть значенням $N_{0i \text{ пр}}$. Отже, можна записати $N_{0 \text{ МЕХ пр}} \rightarrow a_i$ (МЕХ пр), $N_{0 \text{ Т пр}} \rightarrow a_i$ (Т пр), $N_{0 \text{ АРТ пр}} \rightarrow a_i$ (АРТ пр), $N_{0 \text{ ППО пр}} \rightarrow a_i$ (ППО пр), $N_{0 \text{ ЗПН пр}} \rightarrow a_i$ (ЗПН пр), де для i -х засобів ураження противника використано такі позначення: ППО пр — засоби протиповітряної оборони противника; АРТ пр — артилерія противника; МЕХ пр — механізовані війська противника, Т пр — танкові війська противника, ЗПН пр — засоби повітряного нападу противника, а для j -х засобів ураження наших військ використано такі позначення: ППО — засоби протиповітряної оборони наших військ; АРТ — наша артилерія; МЕХ — наші механізовані війська; Т — наші танкові війська;

3) під час запису вектора \bar{c} значення коефіцієнта вартості c_j одного бойового засобу j -го типу наших військ відповідатиме значенню c'_{0j} — вартості одного бойового засобу j -го типу наших військ (на початок бойових дій).

Якщо вартість c'_{0j} одного бойового засобу j -го типу відома, вартість C'_{0j} усіх бойових засобів цього типу (роду військ) визначатиметься як $C'_{0j} = c'_{0j} N_{0j \text{ пр}}^{\text{ВИМ}}$.

Саме така кількість бойових засобів j -го роду військ на початок операції має забезпечити в операції тривалістю T діб значення коефіцієнта боєздатності θ'_j цього роду військ не нижче заданого $\theta_j^{\text{ВИМ}}$;

4) для константи E приймається умова, що $E = C_{\text{обм}} \geq C_0^{\text{ВИМ}}$;

5) для константи D приймається умова, що $D = N_0^{\text{ВИМ}} = \sum_j N_{0j \text{ пр}}^{\text{ВИМ}} = N_{0 \text{ пр}} + \delta \Pi$.

ПРИКЛАД ПРОВЕДЕННЯ ОБЧИСЛЕНЬ

Під час розв'язання задачі оптимізації потрібно врахувати результати попередніх обчислень раціонального бойового складу наших військ в операції тривалістю T діб [1, 8].

За результатами проведених обчислень було встановлено, що наявна на момент початку бойових дій кількість бойових засобів усіх типів наших військ $N'_0 = 585,6$ РО $> N_0^{\text{ВІМ}} = 582,3$ РО забезпечує (з урахуванням втрат протягом $T = 5$ діб бойових дій) значення коефіцієнта боєздатності наших військ не нижче заданого: $\theta' = 0,805$ РО $> \theta^{\text{ВІМ}} \geq 0,80$.

Ця кількість бойових засобів дає змогу завдати збитків противнику на рівні $\Delta N'_{\text{пр}} = 713,3$ РО, що відповідає заданим вимогам [1, 8].

З огляду на викладене вище алгоритм розв'язання задачі оптимізації передбачає декілька етапів.

Перший етап. Визначення вартості $\Delta C'$ додаткової кількості $\Delta N = \sum_j \Delta N_j$

бойових засобів усіх типів наших військ, потрібної для виконання умови $\theta' \geq \theta^{\text{ВІМ}}$.

Встановлено, що вартість $\Delta C'$ додаткової кількості бойових засобів $\Delta N = \sum_j \Delta N_j$ усіх типів наших військ, яка потрібна для виконання умови $\theta' \geq \theta^{\text{ВІМ}}$, становить $\Delta C' = \sum_j \Delta c'_j = 173,1$ млн грн $< C_\delta = 177,9$ млн грн, тобто

величина $\Delta C'$ є меншою ніж величина $C_\delta = \sum_j C_{\delta j} = \sum_j c_j \delta \Pi_j$ — вартість бойових засобів усіх типів наших військ, які потрібно додати до їхнього початкового бойового складу N_0 для досягнення в операції тривалістю T діб потрібної величини $\delta \Pi = \sum_{j=1}^r \delta \Pi_j$ цих військ.

Другий етап. Визначення вартості C'_0 , потрібної на момент початку бойових дій загальної кількості бойових засобів усіх типів наших військ, яка забезпечить виконання умови $\theta' \geq \theta^{\text{ВІМ}}$.

З урахуванням вартості початкової кількості бойових засобів усіх типів наших військ $C_0 = \sum_j c_{0j} = 517,1$ млн грн вартість C'_0 потрібної на момент початку бойових дій загальної кількості бойових засобів $N'_0 = 585,6$ РО усіх типів наших військ становить $C'_0 = \sum_j C'_{0j} = C_0 + C'_\delta = 690,2$ млн грн $< C_0^{\text{ВІМ}} = C_0 + C_\delta = 695,0$ млн грн.

Третій етап. Визначення обсягу потреби в коштах C для придбання та утримання можливої (обмеженої) кількості $N_{0 \text{ обм}} = \sum_j N_{0j \text{ обм}}$ бойових засобів усіх типів наших військ, які не повинні перевищувати виділені для цього кошти $C_{\text{обм}}$, тобто, коли виконується умова $C = \sum_j c_j N_{0j \text{ обм}} \leq C_{\text{обм}}$. Враховуючи, що

$C_{\text{обм}} \geq C_0^{\text{ВІМ}}$, у цьому випадку приймається умова $C = C_{\text{обм}}$.

Згідно з результатами обчислення цільової функції (3) методом невизначених множників $\lambda \geq 0$ Лагранжа з урахуванням обмежень (4)–(6) отримуємо такі значення:

$$C = C_{\text{обм}} = C_0^{\text{ВІМ}} = 695,0 \text{ млн грн} > C'_0 = 690,0 \text{ млн грн},$$

$$N_{0 \text{ опт}} = N_{0 \text{ обм}} = 593,6 \text{ РО} > N'_0 = 585,6 \text{ РО} > N_0^{\text{ВІМ}} = 582,3 \text{ РО},$$

де $N_{0 \text{ опт}}$ — оптимальний на момент початку бойових дій бойовий склад

(оптимальна кількість бойових засобів усіх j -х типів) наших військ, одержаний у результаті розв'язання оптимізаційної задачі,

$$N_{\text{пр}} = 488,7 \text{ РО} < N'_{\text{пр}} = 498,4 \text{ РО} < N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}} = 514,6 \text{ РО}.$$

Відповідно, для значень показників щодо завдання максимального збитку противнику маємо: $\max \Delta N_{\text{пр}} = 723 > \Delta N'_{\text{пр}} = 713,3 \text{ РО} > \Delta N_{\text{пр}}^{\text{ВІМ}} = 697,1 \text{ РО}$.

Отриманий результат забезпечує (з урахуванням втрат протягом $T = 5$ діб бойових дій) поточне значення коефіцієнта боєздатності $\theta_{\text{п}}$ наших військ не нижче заданого: $\theta_{\text{п}} = 0,816 > \theta' = 0,805 > \theta^{\text{ВІМ}} \geq 0,80$.

ВИСНОВКИ

Для завдання максимального збитку $\max \Delta N_{\text{пр}}$ противнику в операції тривалістю T діб з одночасним досягненням потрібної величини відверненого збитку (збереження БП) $\delta\Pi$ наших військ слід врахувати, що відповідна кількість $N_{0 \text{ обм}} = \sum_j N_{0j \text{ обм}}$ бойових засобів усіх типів наших військ на момент початку

операції може бути обмеженою внаслідок обмеження коштів $C_{\text{обм}}$, які виділяються для придбання та утримання цих бойових засобів.

Отже, на сьогодні залишається актуальною проблема обґрунтування оптимального бойового складу ЗС держави, який, враховуючи фінансові обмеження на придбання й утримання певних зразків (типів, груп) ОВТ, дозволив би в операції тривалістю T діб завдати максимального збитку противнику, досягти потрібної величини відверненого збитку наших військ та заданого значення коефіцієнта їхньої боєздатності.

Вирішення цієї проблеми здійснюється шляхом розв'язання оптимізаційної задачі, математичну модель якої описано в цій статті.

На думку авторів, використання зазначеної математичної моделі як основи для розрахунків у практиці підготовки та застосування військ дасть змогу вдосконалити процес роботи органів управління (штабів) під час планування операцій (бойових дій).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Можаровський В.М., Годзь С.В. Методичні аспекти обґрунтування бойового складу збройних сил держави з позицій теорії відверненого збитку. *Кибернетика и системный анализ*. 2018. Т. 54, № 1. С. 154–167.
2. Романченко І.С., Шуєнкін В.О., Можаровський В.М. Теорія відверненого збитку. Львів: НАСВ, 2017. 244 с.
3. Романченко І.С., Можаровський В.М. Математична модель визначення ймовірності знищення бойовими засобами своїх військ хоча б одного бойового засобу противника без урахування можливих втрат початкового бойового потенціалу своїх військ і противника. *Зб. наук. пр. «Труди університету» НУО України ім. Івана Черняхівського*. 2016. № 6(139). С. 12–21.
4. Можаровський В.М., Годзь С. В. Математична модель визначення величини можливих втрат бойового потенціалу своїх військ за добами операції тривалістю T діб. *Зб. наук. пр. ХНУПС ім. Івана Кожедуба*. 2016. Вип. 4(49). С. 23–27.
5. Можаровський В.М., Годзь С. В. Математична модель визначення величини можливих втрат бойового потенціалу військ противника за добами операції тривалістю T діб. *Зб. наук. пр. «Труди університету» НУО України ім. Івана Черняхівського*. 2016. № 6(139). С. 285–297.
6. Можаровський В.М., Годзь С. В. Математична модель визначення ймовірності знищення бойовими засобами своїх військ хоча б одного бойового засобу противника з урахуванням можливих втрат початкового бойового потенціалу своїх військ та противника. *Щоквартальне наукове видання «Системи обробки інформації» ХНУПС ім. Івана Кожедуба*. Харків, 2017. Вип. 1(147). С. 98–103.

7. Романченко І.С., Можаровський В.М. Математична модель визначення потрібної кількості знищених бойових засобів противника для досягнення заданої величини відверненого збитку своїх військ в операції тривалістю T діб. *Зб. наук. пр. ЦВСД НУО України ім. Івана Черняхівського*. 2017. № 1(59). С. 85–93.
8. Годзь С.В. Обґрунтування раціонального бойового складу окремої механізованої бригади в оборонній операції оперативного командування: дис. ... канд. військ. наук. Київ: ЦНДІ ЗС України, 2015. 244 с.

Надійшла до редакції 25.06.2018

В.Н. Можаровский, С.В. Годзь

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБОСНОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО БОЕВОГО СОСТАВА
ВООРУЖЕННЫХ СИЛ ГОСУДАРСТВА С ПОЗИЦИЙ ПРЕДОТВРАЩЕННОГО УЩЕРБА
И С УЧЕТОМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ**

Аннотация. В статье изложены суть и основное содержание математической модели обоснования оптимального боевого состава вооруженных сил государства с позиций теории предотвращенного ущерба и с учетом экономических факторов. Эта статья является продолжением исследований методических аспектов обоснования боевого состава вооруженных сил государства с позиций теории предотвращенного ущерба.

Ключевые слова: боевой состав, боеспособность, боевые средства, боевой потенциал, предотвращенный ущерб, задача оптимизации, математическая модель.

V.M. Mozharovskyi, S.V. Hodz

**MATHEMATICAL MODEL OF THE SUBSTANTIATION OF THE OPTIMAL COMBAT STAFF
OF THE ARMED FORCES OF THE STATE FROM THE STANDPOINT
OF THE THEORY OF PREVENTED DAMAGE AND WITH REGARD TO ECONOMIC REVIEW**

Abstract. The paper describes the essence and main content of the mathematical model of the substantiation of the optimal combat staff of the armed forces of the state from the standpoint of the theory of prevented damage and with regard to the economic review. This paper continues (supplements) the previous study in the methodological aspects of the substantiation of the combat staff of the armed forces from the standpoint of the theory of prevented damage.

Keywords: combat staff, combat capability, combat equipment, combat potential, prevented damage, optimization problem, mathematical model.

Можаровський Володимир Миколайович,

кандидат військ. наук, провідний науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: ovk1923@gmail.com.

Годзь Сергій Віталійович,

кандидат військ. наук, старший науковий співробітник Центрального науково-дослідного інституту Збройних Сил України, Київ, e-mail: vitalikgodz@ukr.net.