УДК 532.59

**И.Т. СЕЛЕЗОВ**

# ОБРАТНАЯ ДИФРАКЦИОННАЯ ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВОЙСТВ ПЛАЗМЕННОГО ОБЪЕКТА

**Аннотация.** Рассмотрена некорректная задача для плазменной неоднородности, диагностируемой по отраженному дифракционному полю — обратному рассеянию от облучаемого объекта. В этом случае не требуется особо точного восстановления объекта исследования на основе псевдообращения. Построено аналитическое решение обратной задачи для цилиндрической плазмы на основе обобщения решений для сферической плазмы и показаны возможности ее диагностики по измеренным величинам.

**Ключевые слова:** обратная задача, псевдообращение, дифракция волн, обратное рассеяние, диагностика плазмы.

## ВВЕДЕНИЕ

Общая проблема построения решений обратных задач, как некорректно поставленных, была всегда в центре внимания исследователей. Исследования решения обратной задачи, как некорректно поставленной, получили развитие А.Н. Тихоновым [1]. Классическая прямая задача для уравнения в частных производных по Адамару формулируется так, что решение существует, оно единственно и устойчиво по отношению к малым вариациям коэффициентов.

В случае некорректных задач решение не будет устойчивым относительно малых вариаций данных. Даже незначительные ошибки (вариации данных) будут сильно возрастать, поэтому в большинстве случаев можно получить только приближенные решения [2, 3] или решения на основе псевдообращения [4, 5].

Отметим, что обратные задачи возникают во многих областях физики, типичные из них состоят в восстановлении определенных функций по измеренным данным, например определение поля вблизи дифрагирующего объекта или его формы при акустическом рассеянии, установление формы рассеивателя по измерениям электромагнитного рассеяния, получение информации об электронной плотности плазмы по измерениям во внешней области и т.д. В этих случаях не требуется особо точного воспроизведения объекта исследования [6].

Дифрагирующее электромагнитное поле от внешних излучателей-приемников не должно сильно влиять на структуру плотности плазмы, а это может быть достигнуто только при очень коротких длинах волн — в приближении геометрической оптики. Решение задачи дифракции в приближении геометрической оптики исходя из точной постановки известно.

Необходимо отметить, что исследования плазмы в тороидальной системе относительно управления проводились в Институте кибернетики АН УССР [7]. Проблема диагностики плазмы в Токамаке исследовалась в работе [8], где приведены методы построения решений обратной задачи для уравнения Шредингера.

Проблема диагностики плазмы постоянно рассматривалась и продолжает рассматриваться в настоящее время в Швейцарском центре (Swiss Plasma Center — SPC) [9], где исследуется диагностика плазмы в физических устройствах, и в Токамаке. В работах [10 –12] представлены основные концепции различных методов диагностики плазмы.

В случае слабой электропроводности при малых магнитных числах Рейнольдса ($R_m << 1$) и больших магнитных давлениях ($P_H >> 1$) задача представлялась бы более простой [13]. Однако в настоящей статье задача рассматривается в общей постановке [14]. Отметим, что в общем случае имеют место излучение и восприятие дифракционного поля — это электромагнитные (световые), тепловые, акустические, аэрогидродинамические волны и их проявление [7]. Например, летучая мышь при зондировании объектов сигналами (импульсами) получает информацию об объектах в виде поля обратного рассеяния. В этом случае точность воспроизведения достигается увеличением частотного спектра, т.е. применением зондирующих прямоугольных импульсов — функциями с большим частотным спектром, близкими к разрывным (обобщенным). Носитель функции может считаться мерой спектра [15]. Например, для $\delta$-функции Дирака или функции Хевисайда носитель функции имеет бесконечный спектр.

В настоящей статье приведена обратная задача для плазменной неоднородности, когда не требуется особо точного воспроизведения (обращения), и для нее получено аналитическое решение. Проведено обобщение на цилиндрическую плазму ранее известных решений для сферической плазмы. Построены решения обратной задачи, доказаны существование и единственность решения и показаны возможности измерения обратного рассеяния по дифракционным отраженным электромагнитным полям.

### ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПЛАЗМЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

Плазма описывается уравнениями электромагнитного поля

$$-\varepsilon_{rst} H_{s,t} = j_r + \dot{D}_r, \; D_{n,n} = \rho_e, \; \varepsilon_{rst} E_{s,t} = \dot{B}_r, \; B_{n,n} = 0, \tag{1}$$

$$r, s, t, n = 1, 2, 3.$$

Здесь $H_s$ и $E_s$ — компоненты векторов напряженности магнитного и электрического полей; $B_n$ и $D_n$ — компоненты векторов магнитной и электрической индукции; $j_r$ — компонента вектора плотности электрического тока; $\rho_e$ — плотность электрических зарядов; $\varepsilon_{rst}$ — дискриминантный тензор, при этом $\varepsilon_{rst} = 0$, если любые два индекса равны между собой; $\varepsilon_{rst} = +1$ при четной перестановке чисел 1, 2, 3; $\varepsilon_{rst} = -1$ при нечетной перестановке этих чисел. Здесь применяются тензорные обозначения, по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

Система (1) дополняется конститутивными уравнениями в случае линейной анизотропной среды, включая закон Ома:

$$D_r = \varepsilon_{rk} E_k, \; B_r = \mu_{rk} H_k, \; r, \; k = 1, 2, 3, \; j_i = \sigma_{ik} E_k, \; i, \; k = 1, 2, 3. \tag{2}$$

В случае неоднородной электрически анизотропной среды при отсутствии объемных зарядов системы (1) и (2) записываются в виде [14]

$$\begin{gathered} \vec{\nabla} \times \vec{H} = \dot{\vec{D}}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \\ \vec{D}(\vec{x}) = \varepsilon_0 \varepsilon(\vec{x}) \cdot \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}. \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь $\varepsilon(\vec{x})$ — тензор диэлектрической проницаемости, являющийся функцией пространственных координат (вектора $\vec{x}$). Система (3) в случае гармонической зависимости от времени $\exp(i\omega t)$ сводится к виду

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = i\omega\varepsilon_0 \varepsilon(\vec{x}) \cdot \vec{E}, \quad \vec{\nabla} \cdot [\varepsilon(\vec{x}) \cdot \vec{E}] = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0. \tag{4}$$

Рассмотрим осесимметричную плазменную неоднородность в цилиндрической системе координат $x_1, x_2, x_3 \to r, \theta, z$ и подверженную действию постоянного магнитного поля $B_{03} = B_0$, параллельного оси $Ox_3$. Это соответствует задаче набегания электромагнитной волны с фронтом, параллельным оси $Ox_3$ [8].

Диэлектрический тензор $\varepsilon(\vec{x})$ в (4) имеет следующие компоненты:

$$\varepsilon_{11}=\varepsilon_{22}=1-\frac{i\omega_p^2(i\omega+\nu_e)}{\omega[(i\omega+\nu_e)^2+\omega_e^2]}\,,\ \varepsilon_{21}=-\varepsilon_{12}=-\frac{i\omega_p^2\omega_e}{\omega[(i\omega+\nu_e)^2+\omega_e^2]}\,,$$

$$\varepsilon_{33}\neq 0\,,\ \varepsilon_{13}=\varepsilon_{31}=\varepsilon_{23}=\varepsilon_{32}=0\,. \tag{5}$$

Здесь $\omega_p$, $\omega_e$ и $\nu_e$ — соответственно плазменная частота, циклотронная частота и частота соударений электронов; $\omega_p^2(r)=\frac{e^2}{\varepsilon_0 m}N(r)$, $\omega_e=\frac{|e|B_0}{m}$, где $N(r)$ — электронная плотность.

Компоненты тензоров $\varepsilon_{11}$ и $\varepsilon_{22}$ характеризуют электрическую проницаемость поперек магнитного поля, $\varepsilon_{21}$ и $-\varepsilon_{12}$ — перекрестные компоненты тензора, описывающие гиротропные свойства плазмы и убывающие с уменьшением частоты $\omega_e$; $\varepsilon_{33}$ характеризует проницаемость вдоль магнитного поля. Формулы (5) соответствуют плазме с равномерной частотой соударений, когда преобладают электронно-нейтральные соударения. Предполагается также, что рассматриваемые частоты выше характерных частот ионного движения; следовательно, можно пренебречь ионным эффектом в диэлектрическом тензоре. В данном анализе ограничимся исследованием поперечных волн.

При указанных выше предположениях тензор $\varepsilon(\vec{x})=\hat{K}(r)$ может быть записан в матричной форме:

$$\hat{K}(r)=\begin{Vmatrix} K_1 & -K_x \\ K_x & K_1 \end{Vmatrix}.$$

После преобразований систему (4) с учетом (5) можно привести к одному уравнению относительно компоненты напряженного поля $H_3$:

$$\frac{1}{x_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{\varepsilon_{21}}{i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2)}\frac{\partial H_3}{\partial x_2}+\frac{1}{x_1}\frac{\partial}{\partial x_1}x_1\frac{\varepsilon_{11}}{i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2)}\times \tag{6}$$

$$\times\frac{\partial H_3}{\partial x_1}+\frac{\varepsilon_{22}}{i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2)}\frac{1}{x_1}\frac{\partial^2 H_3}{\partial x_2^2}-\frac{1}{x_1}\frac{\varepsilon_{21}}{i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2)}\frac{\partial^2 H_3}{\partial x_1\partial x_2}-i\omega\mu_0 H_3=0\,.$$

Вводя обозначение $k^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0$, после ряда преобразований для магнитного поля $H_3$ из (6) получаем

$$\nabla^2 H_3+k^2\frac{\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2}{\varepsilon_{11}}H_3-\frac{\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2}{\varepsilon_{11}(\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2)}\left(\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial x_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}-\frac{\partial\varepsilon_{21}}{\partial x_1}\frac{1}{x_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_2}\right)-\frac{2\varepsilon_{21}^2}{\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{21}^2}\times$$

$$\times\left(\frac{\partial\varepsilon_{21}}{\partial x_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_1}+\frac{\partial\varepsilon_{11}}{\partial x_1}\frac{1}{x_1}\frac{\partial H_3}{\partial x_2}\right)=0. \tag{7}$$

#### СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ К НЕОДНОРОДНОМУ УРАВНЕНИЮ ШРЕДИНГЕРА

Рассмотрим случай при наличии малых градиентов плотности и обозначим $H_3=U$. Тогда из уравнения (7) получаем

$$\nabla^2 U+k^2 U=k^2 V(r)U,\ \ V(r)=\alpha N(r)+\frac{\beta^2 N^2(r)}{1-\alpha N(r)}\,, \tag{8}$$

где $\alpha=\frac{i(i\omega+\nu_e)}{\omega[(i\omega+\nu_e)+\omega_e^2]}\frac{e^2}{\varepsilon_0 m}$, $\beta^2=\frac{\omega_e^2}{\omega^2[(i\omega+\nu_e)^2+\omega_e^2]}\frac{e^2}{\varepsilon_0^2 m^2}$.

Таким образом, задача сводится к исследованию рассеяния плоской волны

$\exp[(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r})]$ на потенциале $V(r)$ для уравнения Шредингера (8)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2}+k^2 U = k^2 V(r) U, \tag{9}$$

в котором функция $V(r)$ неизвестна и подлежит определению на основании информации, содержащейся в рассеянном поле. Предполагается, что функция $V(r)$ интегрируема с квадратом и удовлетворяет предельным условиям $V(r) < \infty$, $V(r) \to 0$ при $r \to \infty$.

После разделения переменных из уравнении (9) получаем систему

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr}+\left(k^2-\frac{m^2}{r^2}\right)\varphi = k^2 V(r)\varphi, \quad \frac{d^2\psi}{d\theta^2}+m^2\psi = 0, \tag{10}$$

решение которой представляется в виде $U(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_m(r)\cos m\theta$, где $\varphi_m(r)$ характеризует $m$-ю гармонику, и определяется из первого уравнения (10).

Для суммарных падающего и рассеянного полей исходя из (10) получаем интегральное уравнение

$$\varphi_m(r, k) = i^m J_m(kr) - \frac{i\pi k^2}{2} H_m^{(2)}(kr)\int_0^{\infty} J_m(kr_1)V(r_1)\varphi_m(r_1, k)dr_1 . \tag{11}$$

При больших $r$ из (11) имеем асимптотику

$$\varphi_m(r,k) \cong i^m\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\cos\left[kr-\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right]-$$

$$-\frac{i\pi k^2}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\, e^{-i\left[kr-\left(m+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right]}\int_0^{\infty} J_m(kr_1)V(r_1)\varphi_m(r_1, k)dr_1.$$

Введем обозначение

$$T_m(k) = \frac{i^{m+1}(1+i)\sqrt{\pi}k^{3/2}}{2}\int_0^{\infty} J_m(kr_1)V(r_1)\varphi_m(r_1, k)dr_1 , \tag{12}$$

где $T_m(k)$ — амплитуда рассеяния, и будем рассматривать задачу в цилиндрических координатах по аналогии с [16]. Подставим в соотношение (12) вместо функции $\varphi_m(r_1, k)$ ее выражение из уравнения (11). В результате подстановки $\varphi_m(r, k)$ получаем

$$T_m(k) = \frac{i^{2m+1}(1+i)\sqrt{\pi}k^{3/2}}{2}\int_0^{\infty} J_m^2(kr)V(r)dr \times$$

$$\times\left\{1+\sum_{\rho=1}^{\infty}\left[-\frac{i\pi k^2}{2}\int_0^{\infty} J_m(kr)H_m^{(2)}(kr)V(r)dr\right]^p\right\}. \tag{13}$$

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ПЛОТНОСТИ

Для решения уравнения (13) применим метод, описанный в работе [17]. Введем формально некоторый параметр $\varepsilon$, заменим $T_m(k)$ на $\varepsilon T_m(k)$ и представим $V(r)$ в виде разложения по степеням $\varepsilon$:

$$V(r) = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n V_n(r). \tag{14}$$

После подстановки ряда (14) в уравнение (13) и приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях $\varepsilon$ находим при $n=1$

$$T_m(k)=\frac{i^{2m+1}(1+i)\sqrt{\pi}k^{3/2}}{2}\int_0^\infty J_m^2(kr)V_1(r)dr, \qquad (15)$$

при $n>0$ имеем

$$\int_0^\infty J_m^2(kr)V_n(r)dr=-\sum_{p=1}^{n-1}\sum_{r_1+r_2p=n}\int_0^\infty J_m^2(kr)V_{r_1}(r)dr\times$$

$$\times\left[-\frac{i\pi k^2}{2}\int_0^\infty J_m(kr)H_m^{(2)}(kr)V_{r_2}(r)\,dr\right]^p.$$

Введем новые обозначения:

$$f_{1m}(k)=\frac{2T_m(k)}{i^{2m+1}(1+i)\sqrt{\pi}k^{2/3}},\quad f_{r_1m}^*(k)=\int_0^\infty J_m^2(kr)V_{r_1}(r)dr,$$

$$f_{nm}(k)=-\sum_{p=1}^{n-1}\sum_{r_1+r_2p=n}f_{r_1m}^*(k)\left[-\frac{i\pi k^2}{2}\int_0^\infty J_m(kr)H_m^{(2)}(kr)V_{r_2}(r)dr\right]^p. \qquad (16)$$

Систему уравнений (15) с учетом обозначений (16) запишем в канонической форме

$$f_{nm}(k)=\int_0^\infty J_m^2(kr)V_n(r)dr,\ n=1,2,\ldots, \qquad (17)$$

где $f_{nm}(k)$ определяется через известные потенциалы $V_s(r)$ с индексом $s<n$, т.е. соотношение (17) является рекуррентным.

Для решения уравнений вида (17) будем налагать некоторые условия на $f_{1m}(k)$. Предположим, что

$$\sup_k|k^n f_{1m}(k)|<c<\infty \text{ для любого } n\ge c. \qquad (18)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (17)

$$f_{1m}(k)=\int_0^\infty J_m^2(kr)V_1(r)dr \qquad (19)$$

и применим к нему формально преобразование Меллина

$$F(s)=\int_0^\infty f(x)x^{s-1}dx\,,\ s=\sigma+i\tau\,.$$

Умножим левую и правую части уравнения (19) на $k^{s-1}$ и проинтегрируем по $k$ от 0 до $\infty$; тогда

$$F_{1m}(s)=\int_0^\infty k^{s-1}dk\int_0^\infty J_m^2(kr)V_1(r)dr=\int_0^\infty V_1(r)dr\int_0^\infty J_m^2(kr)k^{s-1}dk=\int_0^\infty V_1(r)r^{-s}dr\times$$

$$\times\int_0^\infty J_m^2(u)\,u^{s-1}du=\widetilde{V}_1(1-s)K_m(s)\,,$$

откуда $\widetilde{V}_1(s)=\dfrac{F_{1m}(1-s)}{K_m(1-s)}$.

Решение уравнения (19) имеет вид

$$V_1(r)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\frac{F_{1m}(1-s)}{K_m(1-s)}r^{-s}ds. \qquad (20)$$

Для того чтобы выражение (20) действительно было решением уравнения (17), функция $K_m(1-s)$ должна удовлетворять определенным условиям. Выполним замену переменных $k=e^{\xi}$, $r=e^{-\eta}$, в результате которой преобразуется уравнение (19) к виду

$$f_{1m}(e^{\xi})=-\int\limits_{-\infty}^{\infty}J_m^2(e^{\xi-\eta})V_1(e^{-\eta})e^{-\eta}d\eta, \qquad (21)$$

и умножим левую и правую части (21) на $e^{\xi/2}$:

$$e^{\xi/2}f_{1m}(e^{\xi})=-\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{(\xi-\eta)/2}J_m^2(e^{\xi-\eta})(e^{-\eta/2})V_1(e^{-\eta})d\eta.$$

Введем обозначения $e^{\xi/2}f_{1m}(e^{\xi})=g_m(\xi)$, $J_m^2(e^{\xi-\eta})e^{(\xi-\eta)/2}=K_m(\xi-\eta)$, $-e^{-\eta/2}V_1(e^{-\eta})=\varphi(\eta)$ и получим следующее уравнение:

$$g_m(\xi)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}K_m(\xi-\eta)\varphi(\eta)d\eta. \qquad (22)$$

**Теорема 1.** Пусть $g_m(\xi)\subset L_2(-\infty,\infty)$ и $K_m(\xi)\subset L(-\infty,\infty)$. Тогда для существования решения функции $\varphi(\eta)$ из уравнения (22), принадлежащей $L_2(-\infty,\infty)$, необходимо и достаточно, чтобы преобразование $\dfrac{G_m(u)}{K_m(u)}$ принадлежало $L_2(-\infty,\infty)$, где $G_m(u)$ и $K_m(u)$ — преобразования Фурье функций $g_m(\xi)$ и $K_m(\xi)$ [18].

Легко увидеть, что если $f_{1m}(k)\subset L_2(0,\infty)$ и $V_1(r)\subset L_2(0,\infty)$, то $g_m(\xi)\subset L_2(-\infty,\infty)$ и $\varphi(\eta)\subset L_2(-\infty,\infty)$, а из условия $\dfrac{J_m^2(r)}{\sqrt{r}}\subset L_2(0,\infty)$ следует, что $K_m(\varphi)\subset L(-\infty,\infty)$.

Рассмотрим функцию

$$K_m(1-s)=\frac{2^{-s}\Gamma(s)\Gamma\left(\frac{2m+1-s}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{1+s}{2}\right)\Gamma\left(\frac{2m+1+s}{2}\right)},\ 0<\sigma<m+\frac{1}{2}.$$

Поскольку функция $K_m(1-s)$ непрерывна и не имеет нулей в конечной части полосы $0<\sigma<m+\frac{1}{2}$, а при $|\tau|\to\infty$ функция $[K_m(1-s)]^{-1}$ стремится к $|\tau|^{\sigma+\frac{1}{2}}$, то в силу условия (18) и теоремы Планшереля имеем $\dfrac{F_{1m}(1-s)}{K_m(1-s)}\subset L_2(-\infty,\infty)$. Итак, условия теоремы 1 выполнены, равенство (20) справедливо и $V_1(r)\subset L_2(0,\infty)$.

Аналогично уравнению (21) для любого $n>1$ получим

$$f_{nm}(k)=\int\limits_0^{\infty}J_m^2(kr)V_1(r)dr.$$

С учетом обозначений (16) и условия (18) имеем

$$f_{nm}(k) \subset L_2(0,\ \infty),\ \frac{F_{nm}(1-s)}{K_m(1-s)} \subset L_2(-\infty,\ \infty).$$

Условия теоремы выполняются и, следовательно, для любого $n$ справедливо решение

$$V_n(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{F_{nm}(1-s)}{K_m(1-s)} r^{-s} ds. \tag{23}$$

Решение (14) дает возможность по известному $T_m(k)$ восстановить потенциал $V(r)$, а значит, и $N(r)$ по формуле (8).

Переход от функции $V(r)$ к электронной плотности $N(r)$ выполняется исходя из уравнения (8). Потенциал $V(r)$ в общем случае является комплексной величиной: $V(r) = \mathrm{Re}\ V(r) + i\, \mathrm{lm}\, V(r)$.

Из уравнения (8) получаем выражение для искомой плотности электронов

$$N(r) = \mathrm{Re}\left\{ \frac{\alpha[1+V(r)]}{2(\alpha^2 - \beta^2)} \pm \sqrt{\frac{\alpha^2[1+V(r)]^2}{4(\alpha^2-\beta^2)^2} + V(r)} \right\}, \tag{24}$$

где физический смысл имеет только верхний знак.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Построено приближенное аналитическое решение обратной задачи для цилиндрической плазмы в случае тензора диэлектрической проницаемости в конститутивных уравнениях и действия продольного невозмущенного магнитного поля. Задача сведена к решению неоднородного уравнения Шредингера с потенциалом, зависящим от измеренного поля. После преобразований получено в явном виде выражение для плотности электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1974. 224 с.
2. Sergienko I.V., Khimich A.N., Yakovlev M.F. Methods for obtaining reliable solutions to systems of linear algebraic equations. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2011. Vol. 47, N 1. P. 62–73.
3. Khimich A.N., Nikolaevskaya E.A. Reliability analysis of computer solutions of systems of linear algebraic equations with approximate initial data. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2008. Vol. 44, N 6. P. 863–874.
4. Kirichenko M.F., Krak Yu.V., Polishchuk A.A. Pseudoinverse and projective matrices in problems of synthesis of functional transformers. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2004, Vol. 40, N 3. P. 407–419.
5. Kryvonos Iu.G., Krak Iu.V., Barmak O.V., Shkilniuk D.V. Construction and identification of elements of sign communication. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2013. Vol. 49, N 2. P. 163–172.
6. Selezov I.T, Kryvonos Yu.G., Gandzha I.S. Some analytical and numerical methods in the theory of wave propagation and diffraction. In: Wave Propagation and Diffraction. Mathematical Methods and Applications. Springer, 2018. 237 p. https://doi.10.1007/978-981-10-4923-1.
7. Губарев В.Ф. Электромагнитное управление быстрыми процессами в системах тороидальной плазмы. *Кибернетика и вычислительная техника*. 1985. № 65. С. 140–151.
8. Селезов И.Т. К обратным задачам диагностики плазменных неоднородностей. *Распределенное управление процессами в сплошных средах*. Киев: Ин-т кибернетики АН УССР, 1972. С. 22–48.
9. Swiss Plasma Center — SPC. A cours suppoted by the European Fusion Educated Network, 2018.
10. Кузнецов Э. И., Щеглов Д.А. Методы диагностики высокотемпературной плазмы. Москва: Атомиздат, 1974. 161 с.
11. Hutchinson I.H. Principles of plasma diagnostics. Cambridge University Press, 2005. 460 p.

12. Rai V.N. Basic concept in plasma diagnostics. *Bulletin of Laser and Spectroscopy Society of India*. 2004. (13) 55. URL: https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1407/1407.0461.pdf.

13. Selezov I.T. Some models of coupled magneto elastic fields and their application to the investigation of propagation and diffraction of waves. *J. Math. Sci.* 2001. Vol. 104, N 5. P. 1490–1500.

14. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. Москва: ГИФМЛ, 1960. 552 с.

15. Селезов И.Т. Моделирование волновых и дифракционных процессов в сплошных средах. Киев: Наук. думка, 1989. 204 с.

16. Jost R., Kohn W. Construction of a potential from a phase shift. *Phys. Rev.* 1952. Vol. 87, N 6. https://doi.10.1103/PhysRev 87.977.

17. Prosser R.T. Formal solutions of inverse scattering problems. *J. Math. Phys.* 1969. Vol. 10, Iss. 10. https://doi.org/10.1063/1.1664766.

18. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. Москва; Ленинград: ГИТТЛ, 1948. 416 с.

*Надійшла до редакції 25.07.2018*

**І.Т. Селезов**

**ОБЕРНЕНА ДИФРАКЦІЙНА ЗАДАЧА ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЛАЗМОВОГО ОБ'ЄКТА**

**Анотація.** Розглянуто некоректну задачу для плазмової неоднорідності, що діагностується за відбитим дифракційним полем — зворотним розсіюванням від об'єкта, що опромінюється. У цьому випадку не потрібно більш точне відновлення об'єкта дослідження на основі псевдообернення. Побудовано аналітичний розв'язок оберненої задачі для циліндричної плазми на основі узагальнення розв'язків для сферичної плазми і показано можливості її діагностики за виміряними величинами.

**Ключові слова:** обернена задача, псевдообернення, дифракція хвиль, зворотне розсіювання, діагностика плазми.

**I.T. Selezov**

**INVERSE DIFFRACTION PROBLEM OF DETERMINING THE PROPERTIES OF A PLASMA OBJECT**

**Abstract.** We consider the ill-posed problem for a plasma inhomogeneity, which is diagnosed by the reflected diffraction field, i.e., backscattering from the irradiated object. In this case, there is no need for a more accurate restoration of the research object based on pseudo-inversion. An analytic solution of the inverse problem for a cylindrical plasma is constructed based on generalization of solutions for a spherical plasma. The possibilities of plasma diagnostics from measured values are shown.

**Keywords:** ill-posed problem, pseudoinversion, wave diffraction, backscattering, plasma diagnostics.

**Селезов Игорь Тимофеевич**,
доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий отделом Института гидромеханики НАН Украины, Киев, e-mail: igor.selezov@gmail.com.