УДК 519-7/339.9

В.В. ХИЛЕНКО, А.В. СТЕПАНОВ, И. КОТУЛЯК, М. РАЙИС

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫБОРА ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ С СУЩЕСТВЕННО РАЗНОСКОРОСТНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Аннотация. Проведен сравнительный анализ различных методов решения задачи определения спектральных характеристик математических моделей систем управления (систем поддержки принятия решений). Рекомендован выбор метода с учетом специфики объекта или технологического процесса. На основании проведенных модельных экспериментов сделан вывод о преимуществах использования степенного метода и метода Хиленко, когда диапазон изменения скоростей рассчитываемых переменных неизвестен или может существенно измениться при изменении режимов работы объекта (технологического процесса), а также при возникновении критических ситуаций и необходимости их «отработки» системой управления.

Ключевые слова: системы управления, системы поддержки принятия решений, математическое и программно-алгоритмическое обеспечение, определение спектральных характеристик, метод Леверье–Ньютона, метод Хиленко, степенной метод.

Возрастающая сложность динамики технологических процессов и распределенных объектов управления предъявляет высокие требования как к соответствующим системам управления, так и к системам поддержки принятия решений (СППР), которые часто выступают в качестве выделенного блока системы управления. При управлении сложными распределенными системами и объектами значение СППР еще более возрастает, и в ряде случаев работа системы управления требует многократных пересчетов различных вариантов развития динамики объекта или системы, математического моделирования в целях формирования широкого спектра прогнозных вариантов при различных значениях внешних и внутрисистемных факторов. В противном случае система не работает. Управляющие воздействия с учетом прогнозных показателей должны повысить устойчивость системы управления, защитив ее от критических ошибок. Проблема выполнения большого объема вычислений в ограниченном интервале времени и соответственно корректного выбора математического и программно-алгоритмического обеспечения особенно актуальна для систем управления с элементами искусственного интеллекта (ИИ), поскольку результаты работы системы управления должны предусматривать возможность возникновения аварийных (сбойных) ситуаций, так же как и гарантировать функционирование объекта в различных режимах, при различных значениях параметров, а также при варьировании внешних факторов.

Технические характеристики системы управления в целом, как и показатели системы поддержки принятия решений, в значительной мере определяются выбором математического обеспечения и его программно-алгоритмической реализацией. Использование проблемно-ориентированных методов и алгоритмов, специализированных информационных технологий является необходимым условием достижения требуемых количественных показателей выходных параметров системы управления [1–3].

Важной задачей, которую неоднократно необходимо решать в процессе функционирования большого числа систем управления динамическими объектами и технологическими процессами (как и систем поддержки принятия решений), является задача вычисления собственных чисел матриц их математических моделей, формируемых в виде линеаризованной системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax + B, \tag{1}$$

где $x = (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$ — вектор определяемых переменных; A и B — соответствующие матрицы.

С учетом постоянного возрастания в системах управления объемов обрабатываемой информации выбор вычислительных методов и численных алгоритмов для решения представленной выше задачи требует пристального внимания, поскольку увеличение степени жесткости и размера матриц может привести к экспоненциальному росту объема вычислений, а в ряде случаев к сбоям вычислительного процесса. Задачей настоящей работы является сравнительный анализ различных методов решения задачи определения спектральных характеристик математических моделей в системах управления, заданных в виде линейных (линеаризованных) систем дифференциальных уравнений (1), с целью выработать рекомендации по выбору метода с учетом конкретных особенностей исследуемого объекта или технологического процесса. Корректный выбор математического обеспечения особенно важен для СППР, представляющих отдельный элемент систем управления, когда выполнение расчетов, связанных с решением задачи прогнозирования динамики всей системы, требует обработки параллельных потоков данных, поступающих от входящих в нее объектов. Примерами систем являются агрохозяйственные предприятия, газо-нефтедобывающие комплексы и др. [4–7], которые разделены территориально и могут работать в одном интервале времени в разных режимах, при различных значениях внешних параметров, что приводит к существенной жесткости и большой размерности их математических моделей.

Модельные эксперименты по применению вычислительных методов для определения спектральных характеристик математических моделей проводились для матриц различных размерностей с действительными собственными числами для случаев, когда отдельные элементы матриц могут претерпевать существенные изменения. Такая ситуация связана с возникновением критических изменений режимов функционирования технологического процесса или динамики объекта. Система управления при этом должна в ограниченном интервале времени провести необходимые перерасчеты управляющих воздействий, что определяет характеристики и ограничения на используемое математическое обеспечение и связано с корректным выбором используемого метода [1, 2]. Модельные расчеты проводились с использованием методов Леверье–Ньютона (метода Леверье) [8], метода Фаддеева [9], метода Крылова [10], метода Данилевского [11], степенного метода [12, 13] и метода Хиленко [2, 14, 15].

Рассматриваемые методы можно условно разделить на две группы: метод Леверье–Ньютона, метод Фаддеева, метод Крылова, метод Данилевского (первая группа) и степенной метод и метод Хиленко (вторая группа).

Сравнение групп методов для рассматриваемого класса задач проводилось относительно их использования в программном и алгоритмическом обеспечении систем управления (систем поддержки принятия решений) по двум аспектам: 1) эффективность при увеличении размерности массивов обрабатываемых данных — проблема Big Data; 2) возможность адекватного реагирования системы управления в случае возникновения критических ситуаций в динамике объекта, что выражалось в значительном непредсказуемом изменении параметров соответствующих математических моделей. На физическом уровне возникновение аварийных ситуаций или переключения объекта (технологического процесса) с одного режима работы на другой с существенно иными параметрами, как правило, характеризуется появлением резких выбросов в информационных сигналах, поступающих от отдельных датчиков, что находит свое отражение в спектральных характеристиках математического описания объекта.

На примере метода Леверье–Ньютона, являющегося характерным представителем методов первой группы, рассмотрим общие особенности данной группы методов. (Здесь и далее используется название метода Леверье–Ньютона, поскольку используемое в ряде работ название «метод Леверье» не отражает того факта, что преобразования, предложенные Леверье, основаны на формулах Ньютона для суммы степеней корней алгебраического уравнения [9].) Известно, что метод Леверье–Ньютона включает в свой алгоритмический процесс два этапа [3]: формирование характеристического уравнения и определение его корней. Оценка известных численных реализаций обоих этапов позволяет отметить, что рост размерности модели и степени ее жесткости создают значительные вычислительные трудности как при выполнении первого, так и второго этапа. В частности, вычисление степеней $A^k = [a(i,j)^k]$ матрицы A, необходимое для выполнения при реализации первого этапа с целью определить значения [13]

$$S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \ldots + \lambda_n^k = \operatorname{Sp} A^k$$

и

$$p_k = \frac{1}{k}(S_k - p_1 S_{k-1} - \ldots - p_{k-1} S_1)$$

(где p_k — коэффициенты характеристического полинома; λ^k — собственные числа матрицы A, $k = \overline{1, n}$), обусловливает трудности, связанные с экспоненциальным ростом объема вычислений при увеличении числа n — размера матрицы. Выполнение второго этапа для существенно жестких моделей может быть реализовано только с помощью ограниченного класса проблемно-ориентированных методов [15].

Особенность методов второй группы состоит в использовании итерационных процедур определения собственных чисел исследуемой математической модели в обход трудоемкой процедуры определения коэффициентов соответствующего ей характеристического уравнения. В частности, для степенного метода выполняются следующие вычисления [7]:

$$x^{(1)} = Ax^{(0)}, \ \lambda_1^{(1)} = \frac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}},$$

$$x^{(2)} = Ax^{(1)}, \ \lambda_1^{(2)} = \frac{x_j^{(2)}}{x_j^{(1)}},$$

$$\cdots$$

$$x^{(k)} = Ax^{(k-1)}, \ \lambda_1^{(k)} = \frac{x_j^{(k)}}{x_j^{(k-1)}}, \tag{2}$$

где A — исходная матрица; $x_j^{(k-1)}$, $x_j^{(k)}$ — j-е компоненты векторов $x^{(k-1)}$ и $x^{(k)}$ соответственно.

Недостатком методов второй группы является рост модульных значений чисел, с которыми необходимо выполнять вычислительные операции. В частности, для метода Хиленко [10], когда для модуля элемента $a(1,1)$ справедливо соотношение $|a| \geq 1$, указанный недостаток затрудняет последовательные вычисления матриц $A^1, A^2, \ldots$ размера $(n-1)*(n-1)$, где для вычисления модифицированного значения элемента $a(i, j)'$,

$$a(i, j)' = a(i, j) - a(i,1) * a(1, j) / a(1,1),$$

используется в каждой последующей матрице ряда возрастающее в степени значение элемента $a(1,1)'$:

$$a(1,1)' = a(1,1) * a(1,1) + a(1,2) * a(2,1) + \ldots + a(1, n) * a(n,1).$$

Однако использование операции нормировки, как показали модульные эксперименты, в частности для метода Хиленко, позволяет преодолеть этот недостаток даже для моделей реальных объектов с увеличенными размерами и большими значениями элементов исходной матрицы A.

В табл. 1 даны результаты расчетов собственных чисел при различных значениях $a(1,1)$ рассмотренными методами первой и второй групп для квадратной симметричной матрицы размера $n = 5$

$a(1,1)$	100	10	50	50
100	–120	50	10	50
10	50	–105	40	10
50	10	40	–95	10
50	50	10	10	–85

и расчетов собственных чисел для матрицы

$a(1,1)$	500	50	250	100	200	50	30	50	200
500	–600	50	50	250	100	80	60	150	40
50	50	–525	200	50	40	100	70	200	25
250	50	200	–475	10	70	40	25	30	50
100	250	50	10	–425	100	150	40	100	250
200	100	40	70	100	–380	100	60	30	45
50	80	100	40	150	40	–300	80	65	30
30	60	70	25	30	60	80	–250	100	90
50	150	200	50	100	30	65	100	–70	200
200	40	25	50	250	45	30	90	200	–20

Как видно из приведенных в табл. 1 данных, неправильно выставленные границы собственных чисел матриц или недостаточно расширенный заданный диапазон допустимого изменения собственных чисел может привести к некорректным результатам вычислений при использовании методов первой группы. При этом избыточное (с запасом устойчивости) расширение диапазона изменений собственных чисел приводит к резкому увеличению объема вычислений, что обусловливает возрастание времени работы вычислительного комплекса. Для систем управления, работающих в реальном режиме времени, как и для СППР, обеспечивающих моделирование совокупности прогнозных вариантов динамики объекта или технологического процесса, время реакции, как правило, ограничено. Определение реального диапазона изменения спектральных характеристик модели при различных значениях параметров требует дополнительных исследований, часто связанных с экспериментами на реальных объектах или технологических процессах, что не всегда возможно на практике.

Проведенные модельные экспериментальные вычисления показали, что при возможном резком изменении отдельных параметров объекта в системе управления для расчета новых, откорректированных с учетом изменений в динамике объекта

Таблица 1

Значение $a(1,1)$	Заданный диапазон	Наибольшее собственное число при $a(1,1)$ для заданного диапазона допустимого изменения собственных чисел					
		Степенной метод	Метод Хиленко	Метод Леверье–Ньютона	Метод Фаддеева	Метод Крылова	Метод Данилевского
–120	–999÷+999	–236.5912	–236.5914	–236.5915	–236.5915	–236.5915	–236.5915
–120	–100000÷+100000	–236.5912	–236.5914	–236.5915	–236.5915	–236.5915	–236.5915
–1200	–999÷+999	–1213.1129	–1213.113037	–179.15239	–179.15239	–179.15239	–179.15239
–1200	–10000÷+10000	–1213.112885	–1213.113037	–1213.113028	–1213.113028	–1213.113028	–1213.113028
–12000	–10000÷+10000	–12001.264239	–12001.264648	–176.145697	–176.145697	–176.145697	–176.145697
–12000	–100000÷+1000000	–12001.264239	–12001.264648	–12001.264648	–12001.264648	–12001.264648	–12001.264648
–700	–999÷+999	–1227.6190	–1227.6204	–765.1822	–765.1822	–765.1822	–765.1822
–700	–100000÷+100000	–1227.6190	–1227.6204	–1227.6191	–1227.6191	–1227.6191	–1227.6191
–1200	–999÷+999	–1570.2532	–1570.2527	–842.4624	–842.4624	–842.4624	–842.4624
–1200	–10000÷+10000	–1570.2532	–1570.2527	–1570.2543	–1570.2543	–1570.2543	–1570.2543
–12000	–10000÷+10000	–12036.9923	–12036.9922	–961.3203	–961.3148	–961.3140	–961.3148
–12000	–100000÷+1000000	–12036.9923	–12036.9922	–12036.9923	–12036.9923	–12036.9923	–12036.9923

(технологического процесса) управляющих воздействий, целесообразно использовать методы второй группы: степенной метод и метод Хиленко. Эти методы, использующие итерационный процесс приближения к искомым значениям собственных чисел (исключая процедуру формирования характеристического полинома) не приводят к экспоненциальному росту объема вычислений при увеличении размерности исследуемых моделей.

Использование методов первой группы: методы Леверье–Ньютона, Фаддеева, Крылова, Данилевского, в составе программно-алгоритмического обеспечения систем управления, когда в поведении объекта возможна «турбулентность» и возникновение нештатных ситуаций, может потребовать дополнительных модификаций их алгоритмов. Использование в вычислительных схемах данной группы методов этапов формирования характеристического полинома и его решения существенно усложняет вычислительный процесс при возрастании размерности модели и для гарантированной адекватности работы системы управления обусловливает необходимость дополнительной проверки корректности полученных результатов вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Leon O. Chua, Pen-Min Lin. Computer-aided analysis of electronic circuits. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1975. 638 p.
2. Khilenko V. Convergence of algorithms of the order reduction method in analysis of nonlinear mathematical models of fragments of automatic control systems and process control systems. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2001. Vol. 37, N 3. P. 373–380.
3. Khilenko V. Application of blockchain technologies for improving the quality of ACS of complex dynamic systems. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2020. Vol. 56, N 2. P. 181–186.
4. Денисюк С.П., Базюк Т.М. Аналіз впливу нерівномірності споживання електроенергії. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий.* 2013. № 4. С. 9–13.
5. Skakun S.V., Basarab R.M. Reconstruction of missing data in time-series of optical satellite images using self-organizing Kohonen maps. *Journal of Automation and Information Sciences.* 2014. 46 (12). P. 19–26.
6. Терентьев О.М., Просянкіна-Жарова Т.І., Лахно В.А., Усатюк Ю.В. Особливості прогнозного обчислювального моделювання навантаження енергетичної системи в умовах реформування енергетичного ринку. *Журнал теоретичних та прикладних інформаційних технологій.* 2020. 98 (2). С. 163–182.
7. Спирин Н.А., Лавров В.В., Рыболовлев В.Ю., Л.Ю. Гилева, Краснобаев А.В., Швыдкий В.С., Онорин О.П., Щипанов К.А., Бурыкин А.А. Математическое моделирование металлургических процессов в АСУ ТП. Под ред. Спирина Н.А. Екатеринбург: ООО УИПЦ , 2014. 558 с.
8. Знаходження власних значень матриці, використовуючи метод Левер'є. URL: http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-vlasnyh-znachen-matryci-vykorystovujuchy-metod-leverje.html.

9. Знаходження власних значень матриці, використовуючи метод Фадєєва. URL: http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-vlasnyh-znachen-matryci-vykorystovujuchy-metod-fadjejeva.html.
10. Знаходження власних значень матриці за методом Крилова. URL: http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-vlasnyh-znachen-matryci-za-metodom-krylova.html.
11. Знаходження власних значень матриці за методом Данилевського. URL: http://www.mathros.net.ua/znahodzhennja-vlasnyh-znachen-matryci-za-metodom-danylevskogo.html.
12. Часткова проблема власних значень матриці. Степеневий метод. URL: http://www.mathros.net.ua/stepenevyj-metod.html.
13. Колобов А.Г., Молчанова Л.А. Численные методы линейной алгебры. Владивосток: Изд-во Дальневосточного университета, 2008. 36 с.
14. Khilenko V. Order reduction methods and adequate simplification of the models with uncertain coefficients. *Cybernetics and Systems Analysis.* 1998. Vol. 34, N 3. P. 458–461.
15. Khilenko V. Problems of mathematical modeling in adaptive systems for integrated telecommunication networks control. *10th International Crimean Microwave Conference “Microwave and Telecommunication Technology.”* CriMico, 2000. P. 222.

Надійшла до редакції 26.10.2020

В.В. Хиленко, О.В. Степанов, І. Котуляк, М. Раїс

ОПТИМІЗАЦІЯ ВИБОРУ ЕЛЕМЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ В СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ З ІСТОТНО РІЗНОШВИДКІСНИМИ ПРОЦЕСАМИ

Анотація. Проведено порівняльний аналіз різних методів розв’язання задачі визначення спектральних характеристик математичних моделей систем керування (систем підтримки прийняття рішень). Запропоновано вибір методу з урахуванням специфіки об’єкта або технологічного процесу. На підставі проведених модельних експериментів зроблено висновок про переваги використання степеневого методу і методу Хиленка, коли діапазон зміни швидкостей змінних, що розраховуються, невідомий або може істотно змінитися із зміною режимів роботи об’єкта (технологічного процесу), а також у разі виникнення критичних ситуацій і необхідності їхнього «відпрацювання» системою керування.

Ключові слова: системи керування, системи підтримки прийняття рішень, математичне та програмно-алгоритмічне забезпечення, визначення спектральних характеристик, метод Левер’є–Ньютона, метод Хиленка, степеневий метод.

V.V. Khilenko, O.V. Stepanov, I. Kotuliak, M. Reis

OPTIMIZATION OF THE SELECTION OF SOFTWARE ELEMENTS IN CONTROL SYSTEMS WITH SIGNIFICANTLY DIFFERENT-SPEED PROCESSES

Abstract. A comparative analysis of various methods for solving the problem of determining the spectral characteristics of mathematical models of control systems is carried out, if the dynamics of the object contains processes that differ significantly in speed. Based on the model experiments carried out, a conclusion was made about the advantages of using the power-law method and the Khilenko method, when the range of variation of the rates of the calculated variables is unknown or can change significantly when changing the operating modes of the object (technological process), as well as in the event of critical situations and the need to “work out” them by control system.

Keywords: control systems, decision support systems, mathematical and software-algorithmic support, determination of spectral characteristics, Le Verrier–Newton method, Khilenko method, power method.

Хиленко Владимир Васильевич,
доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры Национального университета биоресурсов и природопользования Украины, Киев, e-mail: vkhilenko@ukr.net.

Степанов Алексей Валериевич,
аспирант Национального университета биоресурсов и природопользования Украины, Киев.

Котуляк Иван,
доктор техн. наук, профессор, профессор Словацкого технического университета, Братислава, Словацкая Республика.

Райс Михал,
преподаватель Словацкого технического университета, Братислава, Словацкая Республика.