

НЕЧЕТКАЯ КОГНИТИВНАЯ КАРТА КАК АЛЬТЕРНАТИВА РЕГРЕССИИ

Аннотация. Рассмотрена нечеткая когнитивная карта как альтернатива регрессионного анализа, т.е. аппарат моделирования зависимости входы-выход на основе экспертно-экспериментальной информации. Для вычисления значения выхода при заданных значениях входов использованы приращения переменных. Оптимальные значения весов дуг определены с помощью генетического алгоритма, в котором хромосомы генерируются из интервалов их допустимых значений, а критерием селекции является сумма квадратов отклонений между модельными и наблюдаемыми значениями выхода.

Ключевые слова: нечеткая когнитивная карта, регрессия, аппроксимация, неизвестные параметры, настройка, генетический алгоритм.

ВВЕДЕНИЕ

Регрессионный анализ является одним из наиболее распространенных методов эмпирического [1] (по определению А.Г. Ивахненко, индуктивного) моделирования, направленного на извлечение закономерностей из наблюдений. Уравнение регрессии моделирует зависимость некоторой величины (выхода или следствия) от влияющих факторов (входов или причин). Для получения уравнения регрессии необходимо:

- определить выходную и входные переменные;
- представить экспериментальные данные в виде таблицы входы-выход;
- выбрать модель зависимости входы-выход с неизвестными параметрами;
- найти значения параметров, которые минимизируют сумму квадратов отклонений между расчетными и экспериментальными значениями выходной переменной.

Ограничения классического регрессионного анализа [1] состоят в следующем:

- предполагается количественный характер входных и выходной переменных. Метод не приспособлен к непосредственной обработке экспертных лингвистических высказываний, играющих важную роль в современных системах управления [2];

— для аппроксимации зависимости входы-выход используется полиномиальное разложение многомерной функции в ряд Тейлора, что позволяет с помощью замены переменных свести задачу нахождения неизвестных параметров к решению системы линейных уравнений. Однако учет нелинейной части полинома при возрастании количества входов приводит к столь громоздкой модели, что ее практическое применение невозможно;

— неизвестные параметры уравнения регрессии допускают содержательную трактовку только для линейной части полинома. Трудности интерпретации параметров при нелинейных членах полинома исключают возможность оценить эти параметры экспертными методами, т.е. без проведения трудоемких экспериментов.

Появление нечеткой логики [3] стимулировало развитие методов эмпирического моделирования, основанных на обработке естественно-языковых высказываний. Для аппроксимации нелинейных зависимостей можно использовать нечеткие правила «если-то» и нечеткие отношения [3]. Применение нечетких правил описано в [4, 5]. Построение нелинейных зависимостей на основе

комплексного использования нечеткой логики, генетических алгоритмов и нейронных сетей впервые исследовано в [6, 7]. Элементами моделирования здесь являются нечеткие термы (низкий, высокий и т.п.), входящие в правила «если–то», а настройке подлежат параметры функций принадлежности нечетких термов и веса правил. Принципиальное преимущество нечетких правил по сравнению с регрессионными моделями состоит в возможности построения чистых (pure) зависимостей входы-выход в условиях, когда недостаточное количество экспериментальных данных компенсируется знаниями эксперта. Недостатком нечетких правил является необходимость их полной перестройки при введении дополнительных входных переменных.

Нечеткие отношения [3] реализованы в нечетких когнитивных картах (НКК), получивших распространение после опубликования [8, 9]. Такие НКК используют экспертную информацию о взаимовлиянии переменных. Если число входных переменных увеличивается, то НКК требует меньшего количества экспертных оценок, чем система нечетких правил. В отличие от композиционного правила вывода из теории нечетких множеств [3], НКК использует рекуррентное соотношение с пороговой функцией, заимствованное из теории нейронных сетей [9]. В известных публикациях (см., например, [10]) НКК рассматривается как модель динамической системы, позволяющей проследить пошаговое изменение значений переменных на основе начального вектора и матрицы влияний. В этом смысле НКК похожа на марковскую цепь. Принципиальное отличие этих моделей определяется фундаментальной разницей между нечеткими множествами и вероятностями [11].

В [12] НКК использовалась для ранжирования входных факторов по степени их влияния на выходную переменную. Настоящая работа является продолжением [12] и в ней НКК рассматривается как альтернатива регрессии, т.е. аппарат моделирования зависимости входы-выход на основе экспертно-экспериментальной информации. Вершины графа НКК — это входные и выходная переменные, а веса дуг — это неизвестные параметры, которые задаются экспертно и настраиваются по результатам наблюдений. Для вычисления значения выхода при заданных значениях входов используются приращения переменных. Оптимальные значения весов дуг находятся с помощью генетического алгоритма.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Общие сведения. Согласно [8] НКК представляет собой ориентированный граф, дуги которого взвешены нечеткими термами [3]. Вершины графа, называемые концептами, соответствуют переменным, которые учитываются в модели, а веса дуг отражают силы влияний изменения переменных-причин на изменение переменных-следствий. Использование термина «когнитивный» означает, что исходными данными для моделирования являются субъективные мнения эксперта о силах влияний, выраженные словами «повышается» или «понижается». Термин «нечеткие» означает, что НКК используют различные уровни повышения и понижения, которые задаются числами из интервалов $[0, 1]$ и $[-1, 0]$, что соответствует термам слабо, средне, сильно и другим из теории нечетких множеств [3].


Концепты. Пусть $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ — известное множество концептов, т.е. переменных, используемых в модели. Согласно [8] каждый концепт $C_i \in C$ оценивается величиной $A_i \in [0, 1]$, которая определяет уровень концепта и задается экспертно. Для получения величины A_i удобно использовать функцию нечеткой перфектности [12, 13], характеризующую степень близости значения концепта $C_i \in C$ к некоторому идеалу: 0 — наименьшая перфектность, 1 — наибольшая перфектность.

Связи между концептами. Вес w_{ij} дуги, соединяющей концепты C_i и C_j , указывает на силу влияния C_i на C_j . Пусть концепты C_i и C_j характеризуются переменными x_i и x_j , а в результате эксперимента удастся построить зависимость $x_j = \varphi(x_i)$. Тогда вес w_{ij} определяется как производная $w_{ij} = dx_j / dx_i$, которая может быть одной из трех видов:

- $w_{ij} > 0$, если повышение (понижение) величины x_i приводит к повышению (понижению) величины x_j (положительное влияние C_i на C_j);
- $w_{ij} < 0$, если повышение (понижение) величины x_i приводит к понижению (повышению) величины x_j (отрицательное влияние C_i на C_j);
- $w_{ij} = 0$, если значение x_j не зависит от значения x_i (отсутствие влияния C_i на C_j).

Силу влияния w_{ij} будем оценивать экспертно с помощью лингвистических термов и шкалы термометра (табл. 1). Если учитываются мнения нескольких экспертов, то величина w_{ij} оценивается как взвешенное среднее оценок каждого эксперта.

Таблица 1. Способы оценки силы влияния

Шкала термометра	Лингвистические оценки	Количественные значения
	Положительная максимальная	1
	Положительная выше средней	0.75
	Положительная средняя	0.5
	Положительная ниже средней	0.25
	Отсутствует	0
	Отрицательная ниже средней	-0.25
	Отрицательная средняя	-0.5
	Отрицательная выше средней	-0.75
	Отрицательная максимальная	-1

Практическая возможность экспертной оценки w_{ij} напрямую связана с замечательной, как отмечал В.М. Глушков [14], способностью человеческого глаза улавливать линейные зависимости в задачах экстраполяции.

Рекуррентное соотношение с пороговой функцией. Динамика изменения величины концептов в НКК определяется соотношением [15]

$$A_i^{k+1} = f \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n A_j^k w_{ji} + c A_i^k \right), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где A_i^{k+1} — величина концепта C_i на $(k+1)$ -м шаге; A_i^k и A_j^k — величины концептов C_i и C_j на k -м шаге соответственно; w_{ji} — сила влияния концепта C_j на концепт C_i ; c — параметр, учитывающий предысторию, т.е. вклад значения концепта на предыдущем шаге, $c \in [0, 1]$; f — пороговая функция, благодаря которой величина концепта не превышает единицы.

Наибольшее распространение получили сигмоидная пороговая функция

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}, \quad \lambda > 0, \quad (2)$$

и положительная часть гиперболического тангенса

$$f(x) = \begin{cases} \tanh(x) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

Рекуррентное соотношение (1) можно представить в матричной форме

$$A^{k+1} = f(A^k W_0 + cA^k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (4)$$

где $A^{k+1}, A^k, k = 0, 1, 2, \dots$, — $(1 \times n)$ -векторы состояния НКК, элементы которых задают значения концептов на $(k+1)$ -м и k -м шагах соответственно;

$$W_0 = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \dots & w_{1n} \\ w_{21} & 0 & \dots & w_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Формула (5) представляет собой $(n \times n)$ -матрицу сил взаимовлияний концептов C_i , в которой диагональные элементы равны нулю.

Начальное состояние НКК определяется вектором

$$A^0 = [A_1^0, A_2^0, \dots, A_n^0], \quad (6)$$

элементы которого отражают значения концептов на шаге $k = 0$.

Стационарное состояние НКК определяется вектором

$$A^l = [A_1^l, A_2^l, \dots, A_n^l] \quad (7)$$

на таком l -м шаге, когда в результате взаимодействия концептов НКК входит в установившийся режим, при котором $|A_i^l - A_i^{l-1}| < \varepsilon$, где ε — малое положительное число, $i = 1, 2, \dots, n$.

Эксперимент с использованием соотношения (1). Возможность использования этого соотношения для аппроксимации зависимости вход-выход проверялась экспериментально на простой НКК (рис. 1). На вход НКК подавались различные векторы (6) и с помощью соотношения (1) вычислялись соответствующие векторы (7) в стационарном режиме. Предполагалось, что $c = 1$. Эксперимент проводился с пороговыми функциями (2) и (3). Сигмоидная функция (2) использовалась при значениях параметров $\lambda = 0.5, \lambda = 1, \lambda = 2$. Фрагмент результатов эксперимента приведен в табл. 2. Во всех экспериментах оказалось, что для каждой пороговой функции вектор значений концептов в стационарном режиме не зависит от аналогичного вектора в начальном состоянии. Таким образом, соотношение (1) не обеспечивает чувствительности выхода к изменению входных переменных.

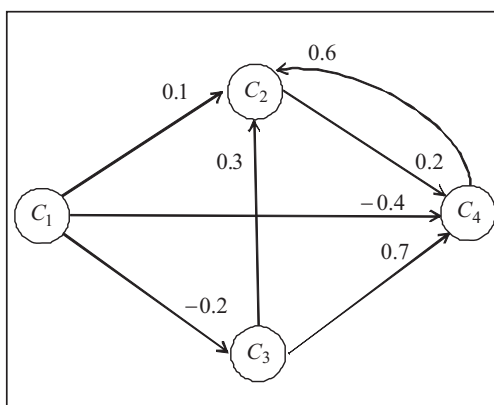


Рис. 1. НКК для компьютерного эксперимента

Таблица 2. Результаты эксперимента с использованием соотношения (1)

Пороговая функция	Начальное состояние				Стационарное состояние			
	A_1^0	A_2^0	A_3^0	A_4^0	A_1^l	A_2^l	A_3^l	A_4^l
$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	0.8	0.6	0.4	0.2	0.66	0.82	0.62	0.75
	0.1	0.3	0.5	0.7	0.66	0.82	0.62	0.75
	0.1	0.1	0.1	0.0	0.66	0.82	0.62	0.75
	0.5	0.5	0.5	0.0	0.66	0.82	0.62	0.75
$f(x) = \begin{cases} \tanh(x) & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0 \end{cases}$	0.8	0.6	0.4	0.2	0.00	0.86	0.00	0.70
	0.1	0.3	0.5	0.7	0.00	0.86	0.00	0.70
	0.1	0.1	0.1	0.0	0.00	0.86	0.00	0.70
	0.5	0.5	0.5	0.0	0.00	0.86	0.00	0.70

АППРОКСИМАЦИЯ ЗАВИСИМОСТИ ВХОДЫ-ВЫХОД

Взаимосвязь приращений переменных. Для аппроксимации зависимости входы-выход с помощью НКК будем использовать приращения значений концептов при их взаимодействии на k -х шагах, $k=0, 1, 2, \dots$. Значение концепта C_i на $(k+1)$ -м шаге зависит от значений концептов C_j ($j=1, 2, \dots, n$) на предыдущем k -м шаге. Обозначим эту зависимость как

$$A_i^{k+1} = \psi(A_1^k, \dots, A_j^k, \dots, A_n^k). \quad (8)$$

Из (8) следует взаимосвязь приращений (Δ) значений концептов на соседних $(k+1)$ -м и k -м шагах:

$$\Delta A_i^{k+1} = \frac{\partial A_i^{k+1}}{\partial A_1^k} \Delta A_1^k + \dots + \frac{\partial A_i^{k+1}}{\partial A_j^k} \Delta A_j^k + \dots + \frac{\partial A_i^{k+1}}{\partial A_n^k} \Delta A_n^k. \quad (9)$$

Частные производные в (9) соответствуют силам взаимовлияний концептов $\frac{\partial A_i^{k+1}}{\partial A_j^k} = w_{ji}$. Поэтому соотношение (9) можно записать в виде

$$\Delta A_i^{k+1} = \sum_{j=0}^n \Delta A_j^k w_{ji}, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

где

$$\Delta A_i^{k+1} = A_i^{k+1} - A_i^k, \quad \Delta A_j^k = A_j^k - A_j^{k-1}. \quad (11)$$

С учетом (10) и (11) получаем уравнение динамики пошагового изменения значений концептов

$$A_i^{k+1} = A_i^k + \sum_{j=1}^n (A_j^k - A_j^{k-1}) w_{ji}. \quad (12)$$

Аналогично (4) соотношение (12) можно представить в матричной форме

$$A^{k+1} = A^k \oplus (A^k \ominus A^{k-1}) W_0, \quad (13)$$

где \oplus и \ominus — операции поэлементного сложения и вычитания векторов, которые выполняются по схеме

$$[a, b] \oplus [c, d] = [a + c, b + d],$$

$$[a, b] \ominus [c, d] = [a - c, b - d].$$

В (13) предполагается, что при $k=0$ выполняется

$$A^1 = A^0 \oplus A^0 W_0.$$

Прогноз выходной переменной. Значение выхода, соответствующее фиксированным значениям входных переменных, вычисляется по следующему алгоритму.

Шаг 1. Задать начальное состояние НКК (6) вектором

$$A^0 = [A_1^0, A_2^0, \dots, A_{n-1}^0, A_n^0 = 0], \quad A_i^0 \in [0, 1], \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (14)$$

Шаг 2. Используя соотношение (13), вычислить вектор (7) значений концептов в стационарном состоянии. Зафиксировать значение A_n^l выходного концепта C_n .

Шаг 3. Найти такие начальные векторы (14), которым соответствуют наибольшее (\bar{A}_n) и наименьшее (\underline{A}_n) значения выходного концепта C_n в стационарном состоянии. Алгоритм решения необходимых задач оптимизации рассмотрен в следующем разделе.

Шаг 4. Вычислить нормированное значение величины A_n^l , полученное на шаге 2, по формуле

$$\hat{A}_n = \frac{A_n^l - \underline{A}_n}{\bar{A}_n - \underline{A}_n}. \quad (15)$$

Величину \hat{A}_n считать прогнозом значения выхода, который соответствует заданному входному вектору (14). Необходимость нормировки (15) вызвана тем, что вследствие отсутствия пороговой функции в (13) величина A_n^l может превышать единицу.

Эксперимент с использованием соотношения (13). В табл. 3 приведен фрагмент результатов эксперимента с НКК (см. рис. 1) при использовании соотношения (13). Стационарное состояние наблюдалось при $l = 6$. Наибольшее и наименьшее значения $\bar{A}_4 = 1.09$ и $\underline{A}_4 = -0.61$ достигались при начальных векторах $A_0 = [0.0, 1.0, 1.0, 0.0]$ и $A_0 = [1.0, 0.0, 0.0, 0.0]$ соответственно.

Рассмотрим, например, первую строку в табл. 3. Начальный вектор $A_0 = [0.5, 0.5, 0.5, 0.0]$ приводит к вектору стационарного состояния $A_0 = [0.5, 0.82, 0.40, 0.24]$, откуда $A_4^6 = 0.24$. В результате нормировки (15) получаем

$$\hat{A}_n = \frac{0.24 + 0.61}{1.09 + 0.61} = 0.5.$$

Таблица 3. Результаты эксперимента с использованием соотношения (13)

Начальное состояние				Стационарное состояние				
A_1^0	A_2^0	A_3^0	A_4^0	A_1^l	A_2^l	A_3^l	A_4^l	\hat{A}_4
0.5	0.5	0.5	0.0	0.50	0.82	0.40	0.24	0.50
0.1	0.4	0.8	0.0	0.10	1.08	0.78	0.72	0.78
0.9	0.5	0.3	0.0	0.90	0.52	0.12	-0.17	0.26
0.1	0.2	0.7	0.0	0.10	0.77	0.68	0.59	0.70
0.2	0.7	0.4	0.0	0.20	1.06	0.36	0.38	0.58

НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ВХОДЫ-ВЫХОД

Данные для настройки. Будем считать, что в результате наблюдений удается собрать данные, которые представлены в табл. 4, где $A_{ip} \in [0, 1]$ — уровень концепта C_i в наблюдении p , $i = 1, 2, \dots, n$, $p = 1, 2, \dots, N$, N — число наблюдений.

Таблица 4. Данные наблюдений для модели входы-выход

№	Входы				Выход
	C_1	C_2	...	C_{n-1}	C_n
1	A_{11}	A_{21}	...	$A_{n-1,1}$	A_{n1}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
p	A_{1p}	A_{2p}	...	$A_{n-1,p}$	A_{np}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	A_{1N}	A_{2N}	...	$A_{n-1,N}$	A_{nN}

Предполагается, что значения A_{ip} в табл. 4 могут быть получены двумя способами: экспериментально либо методом экспертных оценок. Экспериментальный способ предусматривает возможность точного измерения параметра x_{ip} , связанного с концептом C_i , и преобразование x_{ip} в уровень $A_{ip} \in [0, 1]$ с помощью функций принадлежности для нечеткой перфектности [12]. Экспертный способ использует качественные оценки уровней A_{ip} в виде лингвистических

(нечетких) термов, которым соответствуют численные значения (табл. 5). Формальным способом перехода от лингвистических термов к численным значениям является процедура defuzzification [4], которая в настоящей работе не рассматривается.

Таблица 5. Экспертная оценка уровня концептов

Терм	Обозначение	Численное значение
Исключительно низкий	$Exxl$	0.045
Крайне низкий	Exl	0.135
Очень низкий	VI	0.255
Низкий	L	0.335
Ниже среднего	Va	0.410
Средний	A	0.500
Выше среднего	Aa	0.590
Высокий	H	0.665
Очень высокий	Vh	0.745
Крайне высокий	Exh	0.865
Исключительно высокий	$Exxh$	0.955

Интервалы весов дуг. Параметрами НКК, которые настраиваются по результатам наблюдений, являются веса дуг $w_{ij} \in [\underline{w}_{ij}, \bar{w}_{ij}]$, где $\underline{w}_{ij} \in (\bar{w}_{ij})$ — нижняя (верхняя) граница интервала допустимых значений w_{ij} . При выборе интервалов $[\underline{w}_{ij}, \bar{w}_{ij}]$ будем исходить из следующих допущений:

— вид влияния $w_{ij} > 0$, $w_{ij} < 0$ или $w_{ij} = 0$ определяется экспертно и при настройке НКК не изменяется;

— сила влияния w_{ij} оценивается экспертом с точностью до одного лингвистического терма (см. табл. 1), т.е. ± 0.2 ;

— силы положительных $w_{ij} > 0$ и отрицательных $w_{ij} < 0$ влияний изменяются в интервалах $[0.05, 0.95]$ и $[-0.95, -0.05]$ соответственно.

С учетом этих допущений интервалы весов дуг НКК выбираются по схеме:

$$0.3 \in [0.1, 0.5], \quad -0.3 \in [-0.5, -0.1],$$

$$0.1 \in [0.05, 0.3], \quad -0.1 \in [-0.3, -0.05],$$

$$0.8 \in [0.6, 0.95], \quad -0.8 \in [-0.95, -0.6].$$

Задача оптимизации. Обозначим $\hat{A}_n = F(A_0, W_0)$ — модель зависимости входы-выход, которая соответствует приведенному ранее алгоритму прогноза. Используя эту модель и табл. 4, найдем отклонения

$$\varepsilon_p = A_{np} - \hat{A}_{np}, \quad p = 1, 2, \dots, N, \quad (16)$$

где A_{np} — значение выхода в p -м наблюдении, \hat{A}_{np} — прогноз выхода при значениях входов из p -го наблюдения, т.е.

$$\hat{A}_{np} = F(A_{1p}, A_{2p}, \dots, A_{n-1,p}, A_{np} = 0, W_0).$$

Следуя принятому в регрессионном анализе методу наименьших квадратов, задачу настройки НКК на основе наблюдений формулируем так: найти такую матрицу сил влияний $W_0 = [w_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n]$, элементы которой удовлетворяют ограничениям $w_{ij} \in [\underline{w}_{ij}, \bar{w}_{ij}]$ и минимизируют сумму квадратов отклонений (16), т.е

$$S(W_0) = \sum_{p=1}^N [A_{np} - F(A_p, W_0)]^2 \xrightarrow{W_0} \min, \quad (17)$$

где $A_p = [A_{1p}, A_{2p}, \dots, A_{n-1,p}, A_{np} = 0]$, $p = 1, 2, \dots, N$.

Генетический алгоритм. Для решения нелинейной задачи оптимизации (17) предлагается генетический алгоритм, основанный на следующих понятиях и операциях [16]: хромосома (chromosome) — закодированный вариант решения; популяция (population) — начальный набор вариантов решения; функция соответствия (fitness function) — критерий отбора вариантов; скрещивание (crossover) — операция генерации хромосом-отпрысков из хромосом-родителей; мутация (mutation) — случайное изменение элементов хромосомы.

Если $P(t)$ — хромосомы-родители, а $C(t)$ — хромосомы-отпрыски на t -й итерации, то общая структура генетического алгоритма имеет вид

begin

$t := 0$; задать начальное значение $P(t)$;
оценить $P(t)$ с помощью функции соответствия;
while (пока не выполнены условия завершения) **do**
 скрещивать $P(t)$, чтобы получить $C(t)$;
 произвести мутацию $C(t)$;
 оценить $C(t)$ с помощью функции соответствия;
 выбрать $P(t+1)$ из $P(t)$ и $C(t)$; $t := t + 1$;

end

end.

Хромосома определяется как строка из ненулевых элементов матрицы $W_0 = [w_{ij}]$, $w_{ij} = R[\underline{w}_{ij}, \bar{w}_{ij}]$, где $R[x, \bar{x}]$ — операция нахождения случайного числа, равномерно распределенного на интервале $[x, \bar{x}]$. Например, для НКК (см. рис. 1) генератором начальной популяции хромосом является строка $[w_{12}, w_{13}, w_{14}, w_{24}, w_{32}, w_{34}, w_{42}]$, где $w_{12} = R[0.05, 0.3]$, $w_{13} = R[-0.4, -0.05]$, $w_{14} = R[-0.6, -0.2]$, $w_{24} = R[0.05, 0.4]$, $w_{32} = R[0.1, 0.5]$, $w_{34} = R[0.5, 0.9]$, $w_{42} = R[0.4, 0.8]$. Отсюда примеры хромосом:

$$[0.196, -0.211, -0.252, 0.143, 0.227, 0.548, 0.776], \quad (18)$$

$$[0.171, -0.262, -0.331, 0.309, 0.308, 0.639, 0.450]. \quad (19)$$

Скрещивание пары хромосом-родителей порождает хромосому-отпрыск. Операция скрещивания выполняется случайным обменом генами (элементами) хромосом-родителей. Для этого каждому гену хромосомы-отпрыска ставится в соответствие случайное число $\xi_1 = R[1, 0]$. Если $\xi_1 \leq 0.5$, то этот ген берется у первого родителя, в противном случае ген берется у второго родителя. Пусть хромосомы-родители задаются строками (18) и (19), а случайные числа ξ_1 соответствуют строке [0.19, 0.62, 0.21, 0.71, 0.94, 0.17, 0.33]. Тогда в результате скрещивания (18) и (19) получаем хромосому-отпрыск

$$[0.196, -0.262, -0.252, 0.309, 0.308, 0.548, 0.776]. \quad (20)$$

Мутации может подвергаться каждый ген в (20). Для этого каждому гену ставится в соответствие случайное число $\xi_2 = R[0, 1]$ и задается коэффициент мутации q (в рассматриваемом случае $q = 0.1$). Если $\xi_2 \leq q$, то этот ген заменяется случайным числом из интервала допустимых значений.

Пусть строка случайных чисел ξ_2 имеет вид [0.63, 0.11, 0.49, 0.08, 0.18, 0.74, 0.37]. Поэтому в хромосоме (20) мутации подвергается только четвертый ген и после этого хромосома-отпрыск принимает вид [0.196, -0.262, -0.252, 0.151, 0.308, 0.548, 0.776], где $0.151 = R[0.05, 0.4]$.

Функцией соответствия является критерий (17) со знаком «минус», т.е. чем лучше хромосома соответствует критерию оптимизации, тем больше функция соответствия.

Отбор хромосом-родителей для операции скрещивания осуществляется неслучайно. Приоритет отдается лучшим решениям. Чем больше функция соответствия, тем больше должна быть вероятность того, что данная хромосома даст потомство [16]. При выполнении генетического алгоритма размер популяции остается постоянным. Поэтому после операций скрещивания и мутаций из полученной популяции необходимо удалить хромосомы, имеющие худшее значение функции соответствия.

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ НКК

Многофакторный анализ надежности. Начальным этапом моделирования надежности системы [17] является ее структуризация, т.е. выделение элементов, с которыми связаны вероятности отказов. В случаях, когда структуризация затруднительна, систему приходится рассматривать как черный ящик, выходом которого является надежность, а входами — влияющие факторы.

Рассмотрим моделирование надежности автомобиля в системе «водитель – автомобиль – дорога» с учетом материально-технических, эргономических, организационных и факторов влияния внешней среды. Информация, необходимая для построения и настройки НКК, предоставлялась экспертом в области эксплуатации и обслуживания автомобилей.

Аппроксимация. Рассматриваемая НКК показана на рис. 2, где C_{10} — выходной концепт, соответствующий надежности и безопасности автомобиля, C_1, C_2, \dots, C_9 — входные концепты, соответствующие влияющим факторам: C_1 — квалификация водителя, C_2 — дорожные условия, C_3 — удельные затраты на эксплуатацию, C_4 — условия эксплуатации, C_5 — периодичность технического обслуживания, C_6 — качество технического обслуживания и ремонта, C_7 — качество конструкции автомобиля, C_8 — качество эксплуатационных материалов и запасных частей, C_9 — условия хранения.

Для тестирования НКК как модели прогнозирования использовались экспертные оценки входы-выход (табл. 6), полученные с применением лингвистических термов из табл. 5. Каждая строка в табл. 6 определялась экспертом как комбинация уровней (A_1, A_2, \dots, A_9) влияющих факторов, приводящая к заданному уровню (A_{10}) надежности и безопасности автомобиля.

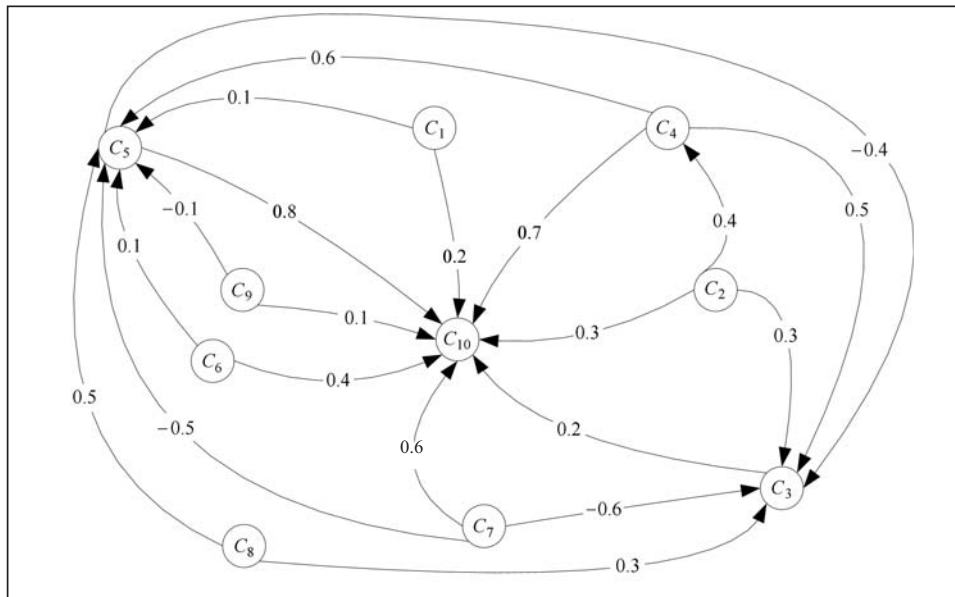


Рис. 2. НКС системы «водитель–автомобиль–дорога»

Таблица 6. Экспертная оценка входы-выход

№	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}
1	Vh	Exh	Ba	Exh	Vh	Exh	Exh	Vh	Exh	Exh
2	Exh	Vh	Vl	Exh	Exh	Vh	Exh	Exh	H	Exh
3	Exxh	Exh	L	Exxh	Vh	Vh	Exxh	Exxh	Exxh	Exh
4	Vh	H	A	Exh	Vh	Vh	H	Vh	Exh	Vh
5	H	Vh	Vl	H	H	Aa	Aa	Vh	Exh	Vh
6	A	H	L	Exxh	Aa	Aa	Vh	Vh	Vh	H
7	Aa	Aa	A	Ba	A	H	H	A	Aa	Aa
8	A	Ba	A	A	Aa	Aa	Vh	Vh	Aa	Aa
9	H	Aa	Aa	Vh	H	Aa	Aa	Ba	Vl	A
10	A	A	H	Ba	A	Aa	H	Ba	H	A
11	A	Aa	Vh	H	Aa	Aa	Aa	L	Ba	A
12	L	Ba	Exh	A	Aa	Ba	Ba	H	H	A
13	Exl	L	Ba	Ba	A	L	Vl	A	A	Ba
14	Vl	H	Exh	L	Ba	A	Vl	Exl	A	L
15	Aa	Vl	Vl	Ba	L	Exl	Exl	L	Exl	L

Для проведения расчетов по формуле (13) лингвистические термы заменялись числовыми значениями из табл. 5. Прогнозирование уровня выхода (\hat{A}_{10}) при различных уровнях входов (A_1, A_2, \dots, A_9) выполнялось для каждой строки табл. 6. Стационарный режим НКС наблюдался при $l=5$. Значения \underline{A}_{10} и \overline{A}_{10} , необходимые для расчета по формуле (15), составляют: $\underline{A}_{10} = 0$ при $A_i = 0$, $i=1, 2, \dots, 9$, и $\overline{A}_{10} = 4.317$ при $A_i = 1$, $i=1, 2, \dots, 9$.

Сравнив экспертные оценки A_{10} из табл. 6 и результаты моделирования до настройки, приведенные в табл. 7, можно сделать вывод о том, что среднее абсо-

Таблица 7. Экспертная оценка и результаты моделирования

№	A_{10}		До настройки			После настройки		
	Терм	Число	A_{10}^l	\hat{A}_{10}	$ A_{10} - \hat{A}_{10} $	A_{10}^l	\hat{A}_{10}	$ A_{10} - \hat{A}_{10} $
1	Exh	0.865	3.474	0.805	0.060	3.482	0.807	0.058
2	Exh	0.865	3.448	0.799	0.066	3.582	0.830	0.035
3	Exh	0.865	3.672	0.851	0.015	3.814	0.884	0.019
4	Vh	0.745	3.240	0.751	0.006	3.294	0.763	0.018
5	Vh	0.745	2.852	0.661	0.084	2.924	0.677	0.068
6	H	0.665	3.073	0.712	0.047	3.029	0.702	0.037
7	Aa	0.590	2.249	0.521	0.069	2.329	0.540	0.050
8	Aa	0.590	2.324	0.538	0.052	2.532	0.587	0.003
9	A	0.500	2.727	0.632	0.132	2.599	0.602	0.102
10	A	0.500	2.110	0.489	0.011	2.192	0.508	0.008
11	A	0.500	2.534	0.587	0.087	2.374	0.550	0.050
12	A	0.500	2.195	0.509	0.009	2.212	0.512	0.012
13	Va	0.410	1.682	0.390	0.020	1.659	0.384	0.026
14	L	0.335	1.855	0.430	0.095	1.550	0.359	0.024
15	L	0.335	1.400	0.324	0.011	1.415	0.328	0.007

лютное отклонение (mean absolute deviation, MAD) и средняя квадратичная ошибка (mean square error, MSE) составляют соответственно:

$$MAD = \frac{1}{15} \sum_{p=1}^{15} |A_{10,p} - \hat{A}_{10,p}| = 0.051, \quad MSE = \frac{1}{15} \sum_{p=1}^{15} (A_{10,p} - \hat{A}_{10,p})^2 = 0.004.$$

Отметим, что близость значений A_{10} и \hat{A}_{10} свидетельствует о высокой квалификации эксперта, знания которого использовались при построении НКК (см. рис. 2) и оценок входы-выход (см. табл. 6).

Настройка. В генетическом алгоритме настройки НКК (см. рис. 2) использовалось 200 хромосом. На каждой итерации выполнялось по 20 операций скрещивания с коэффициентом мутации $q = 0.1$. Динамика изменения критерия оптимизации (17) по мере увеличения числа итераций (M) показана на рис. 3.

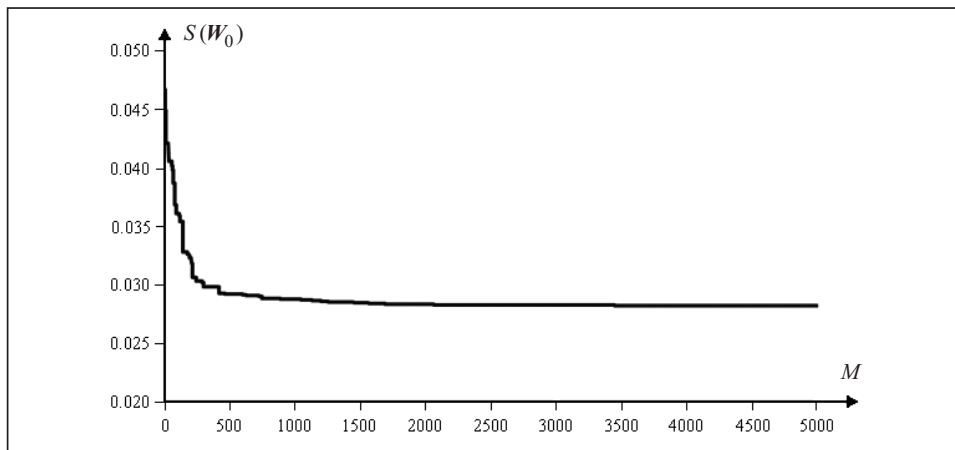


Рис. 3. Динамика изменения критерия оптимизации

Признаком сходимости генетического алгоритма является выход критерия оптимизации на стационарный участок при более 2000 итераций. Изменение весов дуг после настройки приведено в табл. 8. Применение НКК с настроенными весами дуг (см. табл. 7) позволяет улучшить показатели *MAD* и *MSE*, которые после настройки составляют 0.035 и 0.002 соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе нечеткой когнитивной карты предложен метод построения зависимости входы-выход, который является альтернативой регрессионного анализа. Метод проиллюстрирован на примере многофакторного анализа надежности человеко-машинной системы. Суть метода состоит в представлении модели в виде ориентированного графа, вершины которого соответствуют входным и выходной переменным, а веса дуг — это неизвестные параметры, которые задаются экспертами и настраиваются по результатам наблюдений. Показано, что пороговые функции, традиционно используемые в работах по НКК, не обеспечивают чувствительности выхода к вариациям входных переменных. По-

этому для аппроксимации зависимости входы-выход предложен алгоритм, основанный на приращении переменных. Поставлена задача оптимальной настройки весов дуг и разработан генетический алгоритм ее решения. Хромосомы генерируются из интервалов допустимых значений, а критерием селекции является сумма квадратов отклонений между модельными и наблюдаемыми значениями выхода. Принципиальные преимущества метода состоят в том, что во-первых, за счет простого добавления и удаления вершин и дуг графа можно изменять множество входных переменных, влияющих на целевую функцию, и во-вторых, благодаря удобству интерпретации неизвестных параметров, можно компенсировать недостаток экспериментальных данных с помощью экспертных оценок. Метод целесообразно применять в задачах прогнозирования с большим числом входных переменных, где важным источником информации являются экспертные оценки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Montgomery D.C., Runger G.C., Hubele N.F. Engineering statistics. New York: John Wiley & Sons, 1998. 420 p.
2. Поспелов Д.А. Логико-лингвистические модели в системах управления. Москва: Энергоатомиздат, 1986, 212 с.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. Москва: Мир, 1976, 176 с.
4. Mamdani E.H. Application of fuzzy algorithms for control of a simple dynamic plant. *Proc. of IEEE*. 1974. Vol. 121, N 12. P. 1585–1588.

Таблица 8. Веса дуг до и после настройки

Вес	До настройки	После настройки
w_{23}	0.3	0.220
w_{43}	0.5	0.301
w_{53}	-0.4	-0.311
w_{73}	-0.6	-0.711
w_{83}	0.3	0.496
w_{24}	0.4	0.212
w_{15}	0.1	0.245
w_{45}	0.6	0.400
w_{65}	0.1	0.153
w_{75}	-0.5	-0.309
w_{85}	0.5	0.700
w_{95}	-0.1	-0.051
$w_{1,10}$	0.2	0.359
$w_{2,10}$	0.3	0.103
$w_{3,10}$	0.2	0.051
$w_{4,10}$	0.7	0.500
$w_{5,10}$	0.8	0.868
$w_{6,10}$	0.4	0.293
$w_{7,10}$	0.6	0.712
$w_{9,10}$	0.1	0.300

5. Takagi M., Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics*. 1985. Vol. SMC-15, Iss. 1. P. 116–132.
6. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткие множества, генетические алгоритмы, нейронные сети. Винница: Универсум, 1999. 320 с.
7. Rotshtein A.P., Rakytyanska H.B. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis. Berlin; Heidelberg: Springer, 2012. 314 p.
8. Kosko B. Fuzzy cognitive maps. *International Journal of Man-Machine Studies*. 1986. Vol. 24, Iss. 1. P. 65–75.
9. Kosko B. Neural networks and fuzzy systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1992. 449 p.
10. Papageorgiu E.I. (Ed.) Fuzzy cognitive maps for applied sciences and engineering. From fundamentals to extensions and learning algorithms. Berlin; Heidelberg: Springer, 2014. 395 p.
11. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. Москва: Радио и связь, 1982. 432 с.
12. Rotshtein A.P., Katelnikov D.I., Kashkanov A.A. A fuzzy cognitive approach to ranking of factors affecting the reliability of man-machine systems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. Vol. 55, N 6. P. 958–966.
13. Rotshtein A.P. Selection of human working condition based on fuzzy perfection. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2018. Vol. 57, N 6. P. 927–937.
14. Глушков В.М. Введение в АСУ. Киев: Техника, 1974. 320 с.
15. Stylios C.D., Groumpos P.P. Modeling complex systems using fuzzy cognitive maps. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part A: Systems and Humans*. 2004. Vol. 34, Iss. 1. P. 155–162.
16. Gen M., Cheng R. Genetic algorithms and engineering design. New York: John Wiley & Sons, 1997. 352 p.
17. Barlow R., Proschan F. Statistical theory of reliability and life testing. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1975. 327 p.

Надійшла до редакції 27.05.2020

О.П. Ротштейн, Д.І. Кательніков

НЕЧІТКА КОГНІТИВНА КАРТА ЯК АЛЬТЕРНАТИВА РЕГРЕСІЇ

Анотація. Розглянуто нечітку когнітивну карту як альтернативу регресійного аналізу, тобто апарату моделювання залежності входи-вихід на основі експертно-експериментальної інформації. Для обчислення значення виходу у разі, коли значення входів задані, використано приріст змінних. Оптимальні значення ваг дуг визначено за допомогою генетичного алгоритму, в якому хромосоми генеруються з інтервалів їхніх допустимих значень, а критерієм селекції є сума квадратів відхилень між модельними та спостережуваними значеннями виходу.

Ключові слова: нечітка когнітивна карта, регресія, апроксимація, невідомі параметри, налаштування, генетичний алгоритм.

A.P. Rotshtein, D.I. Katelnikov

FUZZY COGNITIVE MAP VS REGRESSION

Abstract. Fuzzy cognitive map (FCM) is considered as an alternative to regression analysis, i.e., apparatus for modeling the inputs-output dependence based on expert-experimental information. To calculate the output value at given input values, increments of variables are used. The optimal values of the weights of the arcs are found using the genetic algorithm in which the chromosomes are generated from the intervals of their feasible values and the selection criterion is the sum of the squared deviations between the model and observed output values.

Keywords: fuzzy cognitive map, regression, approximation, unknown parameters, tuning, genetic algorithm.

Ротштейн Олександр Петрович,

доктор техн. наук, професор Донецького національного університету імені Василя Стуса, Вінниця; Академічний центр «Lev» – Єрусалимський технологічний коледж, Ізраїль, e-mail: rothstei@g.jct.ac.il.

Кательніков Денис Іванович,

кандидат техн. наук, доцент Вінницького національного технічного університету, e-mail: fuzzy2dik@gmail.com.