ПРОГРАМНО-ТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ

УДК 519.6

О.М. ХІМІЧ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *khimich505@gmail.com.*

Т.В. ЧИСТЯКОВА
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *tamara.chistjakova@gmail.com.*

В.А. СИДОРУК
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *wolodymyr.sydoruk@gmail.com.*

П.С. ЄРШОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *yershov.pavel.wsk@gmail.com.*

АДАПТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

Анотація. Запропоновано технологію автоматизації процесу розв'язування задач з інноваційними можливостями на класі задач — системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Ефективність застосування комп'ютерних технологій розглянуто щодо можливості реалізації трьох основних парадигм математичного моделювання: комп'ютерної математики, високопродуктивних обчислень і інтелектуального інтерфейсу. Реалізація цих чинників у порівнянні з традиційними технологіями дає змогу істотно перерозподілити роботи щодо постановки і розв'язування задач між користувачем і комп'ютером, скоротити терміни розроблення застосунків для розв'язування науково-технічних задач та підвищити достовірність комп'ютерних розв'язків.

Ключові слова: математичне моделювання, паралельні комп'ютери, наближені дані, змінна розрядність, нейронні мережі, інтелектуальне програмне забезпечення.

ВСТУП

Високопродуктивні обчислення є одними з основних засобів математичного моделювання в галузях науки та інженерії. Водночас із зростанням можливостей комп'ютерів для наукових та інженерних досліджень примножуються і проблеми їхнього створення та експлуатації. Тож збільшення кількості процесорів (ядер) паралельних комп'ютерів означатиме істотне зростання комунікаційних втрат і зниження їхньої ефективності. Уже зараз за рахунок комунікаційних втрат спостерігають істотні відмінності між максимальною та експлуатаційною продуктивностями [1]. Розробленню комп'ютерних методів високопродуктивних обчислень (паралельних, розподілених, гібридних) присвячено чимало робіт (див., наприклад, [2, 3]).

Крім того, проблема достовірності комп'ютерних розв'язків із зростанням обсягів задач на паралельних комп'ютерах також ускладнюється. Відомо, що у деяких випадках у процесі розв'язання на комп'ютерах наукових та інженерних задач користувачі отримують машинні розв'язки, що не містять фізичного змісту. Це відбувається з багатьох причин, але насамперед через похибки у вихідних даних, відмінності властивостей математичних і комп'ютерних моделей задач, а також через відмінності арифметики та машинної арифметики тощо. Проблема дослідження достовірності комп'ютерних розв'язків є однією з практично важливих.

Іншою, не менш важливою, актуальною проблемою практичної реалізації високопродуктивних обчислень є створення програмного інструментарію для кінцевого користувача — програмних засобів, що забезпечують спілкування з комп'ютером на мові предметної області та автоматизацію процесу розв'язання задачі на комп'ютері (алгоритмізація, програмування, вибір комп'ютерної топології, розв'язування задачі в умовах наближених початкових даних з аналізом достовірності комп'ютерних результатів).

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) є задачею, яка найчастіше виникає в процесі математичного моделювання як один із етапів обчислення. Таким чином, можна стверджувати, що успішне розв'язування більшості науково-технічних задач значною мірою залежить від ефективного розв'язування СЛАР. У наведеній роботі цю задачу розглянуто в рамках концепції створення інтелектуальної системи комп'ютерної математики (ІСКМ) для високопродуктивних обчислень. В основі такої системи лежить тріада: комп'ютерна математика, високопродуктивні обчислення, інтелектуальне програмне забезпечення [3, 4]. У роботі запропоновано нові адаптивні підходи до автоматизації процесу розв'язання задач з використанням змінного комп'ютерного середовища та нейромережевих технологій.

ОСОБЛИВОСТІ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ

Математичні моделі, що описують прикладні задачі, завжди містять похибки у вихідних даних. Але здебільшого в процесі дослідження математичних задач передбачається неявно, що вихідні дані задано точно. Характерною особливістю математичних моделей з наближеними даними є те, що їхні математичні властивості апріорі невідомі. У межах заданого рівня похибки задачі можуть бути сумісні і несумісні, коректно і некоректно поставлені, погано і добре обумовлені. До того ж машинна задача, яку зрештою доводиться розв'язувати на комп'ютері, завжди має наближений відносно вихідної задачі характер (через спадкову похибку у вихідних даних, похибку дискретизації, а також через похибки числових даних у комп'ютері) [3].

У цьому випадку надзвичайно ускладнює ситуацію той факт, що велика математична відмінність між матрицями повного і неповного рангу існує лише в математично ідеальному світі дійсних чисел. Оскільки дії над матрицями проводяться з округленням, ця відмінність стає невизначеною. Таким чином, невироджена матриця може стати в комп'ютері виродженою. З іншого боку, ймовірно, що вироджена вихідна матриця за рахунок похибки округлень буде перетворена на близьку, але невироджену.

З аналізу особливостей реалізації комп'ютерної арифметики випливає [2, 3], що:

• континуум усіх дійсних чисел у комп'ютері апроксимується скінченною множиною скінченних дробів (у процесі введення числових даних у комп'ютер виникають похибки округлення, які визначаються так званим macheps);

• феномен «машинного нуля» породжує низку труднощів реалізації обчислювальних алгоритмів (будь-який сучасний комп'ютер має найменше додатне число, яке може бути в ньому представлено, і всі числа, менші за абсолютною величиною від нього, замінюються нулем);

• арифметичні операції на комп'ютері відрізняються від математичних: закони асоціативності і дистрибутивності не виконуються на жодному сучасному комп'ютері, а закони комутативності в операціях з плаваючою комою виконуються лише, коли застосовується правильна процедура округлення.

Таким чином, аксіоматика класичної математики відрізняється від аксіоматики комп'ютерної математики. Розв'язання проблеми полягає в тому, щоб у машинному середовищі визначити властивості комп'ютерної задачі і сформувати машинний алгоритм отримання наближеного розв'язку математичної задачі, коректно і некоректно поставленої, погано і добре обумовленої.

Отже, для ефективного розв'язування на паралельних комп'ютерах СЛАР з наближеними даними, які виникають у задачах математичного моделювання, необхідно створювати комп'ютерний інструментарій для дослідження математичних властивостей машинних моделей задач, побудови відповідного алгоритму їхнього розв'язування з урахуванням архітектури комп'ютерів та оцінювання достовірності отриманих результатів [3, 4].

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАШИННИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ

Алгоритми для комп'ютерного дослідження математичних властивостей СЛАР створено з використанням відомих прямих методів, а саме: методу Гауса для невироджених несиметричних матриць різної структури, методу Холецького для невироджених симетричних додатно-означених матриць різної структури, методу найменших квадратів для вироджених матриць [2, 3, 5–8]. У цих алгоритмах передбачено дослідження в комп'ютері математичних властивостей та розв'язання задачі з використанням необхідної комп'ютерної розрядності для забезпечення достовірних результатів [3, 9–12].

Розглянемо системи з точно заданими вихідними даними

$$\overline{A}\overline{x} = \overline{b} \tag{1}$$

та з наближеними даними

$$Ax = b. \tag{2}$$

Відповідні похибки у вихідних даних системи визначаються співвідношеннями

$$\| \overline{A} - A \| = \| \Delta A \| \le \varepsilon_A \| \overline{A} \|, \ \| \overline{b} - b \| = \| \Delta b \| \le \varepsilon_b \| \overline{b} \|, \tag{3}$$

де A — квадратна матриця розміру $n \times n$; b — вектор правої частини СЛАР розміру n; x — розв'язок (вектор розміру n); $\varepsilon_A, \varepsilon_b$ — максимальні відносні похибки елементів матриці та правої частини системи відповідно. Припускаємо, що структура матриці вихідної задачі не змінюється.

Невиродженою в межах точності задання вихідних даних вважаємо матрицю, яка не може стати виродженою в області ΔA зміни числових значень елементів із умови (3).

Машинно невиродженою вважаємо матрицю, яка не може стати виродженою, якщо числові значення її елементів змінюються в межах машинної точності.

Теоретичним критерієм коректності СЛАР (1), (3) є виконання умов:

$$\det(A) \ne 0, \ \| \Delta A \| \| A^{-1} \| < 1$$

для довільного збурення ΔA в межах (3), які гарантують існування, єдиність та стійкість класичного розв'язку задач в області змін вихідних даних [10, 11].

Комп'ютерне дослідження коректності зводиться до перевірки співвідношення

$$1.0 + \gamma \ne 1.0, \tag{4}$$

де $\gamma = h^{-1}(A)$, $h(A)$ — число обумовленості матриці. Ця умова, яка виконується в арифметиці з плаваючою комою, означає, що матриця невироджена в межах машинної точності (машинно невироджена), а умова $(||\Delta A||/||A||)\, h(A) < 1$ означає, що вона невироджена в межах точності задання вихідних даних.

За виконання умови (4) розв'язок задачі існує, єдиний і стійкий. В іншому випадку матриця системи може виявитися матрицею виродженою або погано обумовленою.

Таким чином, основним критерієм для визначення властивостей СЛАР, які впливають на достовірність розв'язку задачі, є число обумовленості $h(A)$ матриці. Якщо значення $h(A)$ невелике, то матриця системи називається добре обумовленою, в іншому випадку — погано обумовленою. Проте, в комп'ютерних обчисленнях критерій хорошої або поганої обумовленості матриці є величиною відносною, пов'язаною з математичними можливостями конкретного комп'ютера, похибками вихідних даних задачі тощо. Наприклад, одна й та сама матриця може класифікуватися для однієї довжини мантиси машинного слова як добре обумовлена, а для іншої — як погано обумовлена. Тому дослідження СЛАР доцільно продовжити, збільшуючи розрядність в залежності від властивостей задачі.

Для відносної спадкової похибки розв'язку задачі (1), (3) має місце оцінка [3, 12]

$$\frac{||x-\bar{x}||}{||x||} \le \frac{h(A)(\varepsilon_A + \varepsilon_A)}{1-h(A)\varepsilon_A}$$

за умови $||\Delta A||\,||A^{-1}|| < 1$. Оцінка має мажорантний характер на всьому класі матриць для моделі похибки (3). Проте, для невироджених матриць показана досяжність оцінки для першої матричної норми і тим самим доведена непокращуваність оцінки на класі невироджених матриць.

Характеристикою близькості машинного розв'язку до математичного є оцінка обчислювальної похибки розв'язку, для визначення якої можна використати ідею ітераційного уточнення розв'язку системи з невиродженою матрицею, що реалізується за схемою [3]:

$$x^{(0)} = x,\quad r^{(s)} = b - Ax^{(s)},\quad A \times \Delta x^{(s)} = r^{(s)},\quad x^{(s+1)} = x^{(s)} + \Delta x^{(s)},\ s = 0, 1, 2, \dots$$

Тут x — обчислений будь-яким прямим методом розв'язок системи (1), (3), нев'язка $r_i^{(s)}$ обчислюється з підвищеною довжиною машинного слова відносно основної розрядності. Тоді як оцінку обчислювальної похибки можна використати $E_{\text{обчис.}} \approx ||\Delta x_1|| / ||\Delta x_2||$, де x_2 — наближення до точного розв'язку, отримане за один крок уточнення.

Розглянемо на прикладах дослідження властивостей СЛАР, використавши підвищену розрядність [13, 14].

Задача 1. Розв'язати систему рівнянь з такими вихідними даними:

$$(A + 3\cdot 10^{-13} \times I)x = b,\quad A = \begin{pmatrix} 1002 & 1000 & -998 & 1000 \\ 1000 & 1002 & -1000 & 998 \\ -998 & -1000 & 1002 & -1000 \\ 1000 & 998 & -1000 & 1002 \end{pmatrix},$$

$$b = (2004 + 3\cdot 10^{-13}\ \ 2000 + 3\cdot 10^{-13}\ \ -1996 + 3\cdot 10^{-13}\ \ 2000 + 3\cdot 10^{-13})^{\mathrm{T}},$$

$$x = (1\ \ 1\ \ 1\ \ 1)^{\mathrm{T}} \text{ — точний розв'язок системи.}$$

Фрагмент лістингу протоколу комп'ютерного дослідження та розв'язування задачі 1:

```
Method: Gaus decomposition
Double precision
R E S U L T S:
THE MATRIX IS MACHINE-SINGULAR
RCOND = 1.426637e-17.
Precision: 128
R E S U L T S:
SOLUTION
0.9999999……8217938717692071     1.000000……178206128230797
1.000000……178206128230813       1.000000……178206128230809
```

З протоколу ми бачимо, що матриця СЛАР, яка була введена в комп'ютер, виявилася виродженою в межах подвійної точності, а на розрядності 128 отримано наближення до єдиного розв'язку задачі з невиродженою вихідною матрицею.

Задача 2. Розв'язати систему рівнянь з вихідними даними:

$$A=\begin{bmatrix} 8.0 & 1.0 & 6.0 & 7.0 \\ 1.0 & 4.0 & 2.0 & -3.0 \\ 6.0 & 2.0 & 11.0 & 4.0 \\ 7.0 & -3.0 & 4.0 & 10.0 \end{bmatrix}, \quad b=\begin{bmatrix} 22.0 \\ 4.0 \\ 23.0 \\ 18.0 \end{bmatrix}.$$

Фрагмент лістингу протоколу комп'ютерного дослідження та розв'язування задачі 2:

```
Method: Gaus decomposition
Double precision
R E S U L T S:
THE MATRIX IS MACHINE-SINGULAR
RCOND = 2.467162e-17.

Precision: 128
R E S U L T S:
    Method: Singular value decomposition of a general matrix
Double precision
R E S U L T S:
SOLUTION
1.3333 0.6667
1.0000 0.6667
```

Закінчення виконання задачі 2 алгоритмом розвинення за методом Гауса на різній розрядності (double, precision 128) з невиконанням умов (4) і для double і для precision 128, свідчить, що матриця вихідної СЛАР вироджена. В цьому випадку розв'язування було автоматично продовжено методом регуляризації на основі SVD-розвинення. На подвійній розрядності отримано наближення до нормального псевдорозв'язку задачі.

Для програмної реалізації розв'язування СЛАР з підвищеною розрядністю було використано спеціальні функції з відомої бібліотеки програм GMP, які дають можливість задавати та змінювати розрядність у різних фрагментах програм [13].

Одним із шляхів підвищення ефективності обчислень і скорочення часу математичного моделювання є побудова адаптивних алгоритмів, які в процесі роботи виконують окремі обчислення на комп'ютерах з різною розрядністю, не втрачаючи точність результатів розв'язування [15]. Для цього створено дрібноплиткові адаптивні алгоритми для розв'язування СЛАР прямими методами з використанням LL^{T}- LU- та QR-розвинення щільних невироджених матриць [16]. У цих алгоритмах у процесі факторизації матриць СЛАР операції здійснюються над невеликими блоками матриці з використанням різної комп'ютерної розрядності.

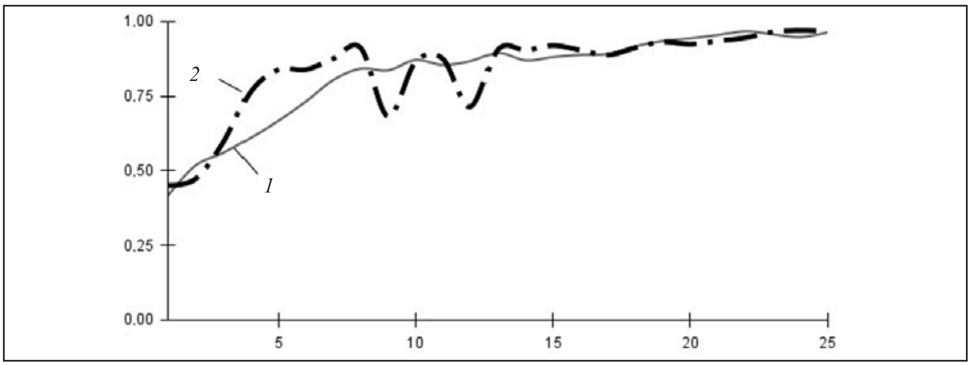

Рис. 1. Показники точності нейронної мережі: *1* – навчальна вибірка, *2* – валідаційна вибірка

ДОСЛІДЖЕННЯ СТРУКТУРИ ВИХІДНИХ ДАНИХ

Спираючись на проведені дослідження, можна зробити висновок, що для досягнення високої ефективності обчислень у процесі використання паралельних алгоритмів для розв'язування СЛАР необхідно їх узгодити з архітектурними та технологічними особливостями комп'ютера, а також математичними властивостями задачі, які виявлені в комп'ютері.

Крім того, існує проблема автоматизованого виявлення в комп'ютері структури розріджених матриць великих обсягів, які дуже часто виникають у процесі математичного моделювання в різних предметних областях. Розв'язання цієї проблеми в адаптивних алгоритмах зводиться до задачі класифікації та розпізнавання структури матриць з використанням засобів машинного навчання та нейронних мереж [17].

Автоматизація дослідження структури довільної розрідженої матриці здійснюється за такою схемою:

- ідентифікація вихідної структури розрідженої матриці;
- налаштування паралельного алгоритму розв'язування задачі на визначену структуру розрідженої матриці;
- декомпозиція (розподіл між процесорними пристроями) елементів матриці згідно з отриманою структурою.

Для визначення структури матриць у комп'ютері використовується нейронна мережа «Sparse Matrix Vision» [17], на вхід якої подається зображення розміру 150x150 пікселів профіля наповненості ненульовими елементами матриці. Для навчання нейронної мережі використовують такий набір даних: навчальна вибірка — 2500 зображень, валідаційна вибірка — 500 зображень, контрольна вибірка — 100 портретів. Точність класифікації становить більше 86%. На рис. 1 демонструється динаміка зміни показників точності в процесі навчання.

На виході нейронної мережі отримується вектор, який характеризує ймовірну оцінку належності «портрету» матриці одному з типів матриць: профільної, стрічкової, блочно-діагональної, блочно-діагональної з обрамленням, хмарочосної структури, довільної розрідженої структури. За результатами досліджень нейронної мережі відповідний алгоритм налаштовується на структуру матриці та здійснює ефективну декомпозицію елементів матриці між обчислювальними пристроями паралельного комп'ютера.

Було проведено низку чисельних експериментів розв'язування практичних задач з використанням запропонованої технології на кластерному комплексі СКІТ Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України [18].

Задача 3. Дослідити напружено-деформований стан промислової споруди.

Загальний вигляд конструкції та скінчено-елементну сітку представлено на рис. 2. [3, 19].

Після дискретизації методом скінченних елементів отримано СЛАР з розрідженою матрицею неідентифікованої структури порядку 44436 (рис. 3).

Після закінчення комп'ютерного дослідження структури матриці отримано висновок, що матриця з ймовірністю 75% має хмарочосну структуру та з ймовірністю 25% матриця є стрічковою.

Для розв'язування СЛАР було використано відповідні адаптивні алгоритми [3, 5]. Час розв'язування СЛАР з матрицею хмарочосної структури становить 10 с, зі стрічковою матрицею — 15 с.

Задача 4. Дослідити та розв'язати СЛАР порядску 999999 з розрідженою матрицею довільної структури (рис. 4).

За допомогою нейронної мережі класифіковано матрицю, як блочно-діагональну з обрамленням. Для розв'язування СЛАР у цьому випадку доцільно застосувати адаптивний дрібно-плитковий алгоритм (розмір плитки — 128) [16] на паралельному комп'ютері з використанням шістьох процесорних ядер та трьох графічних прискорювачів.

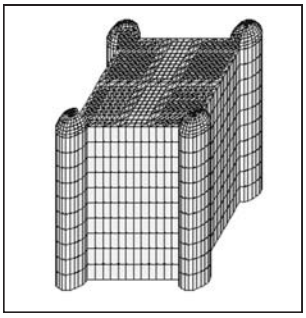

Рис. 2. Загадьний вигляд будівельної конструкції

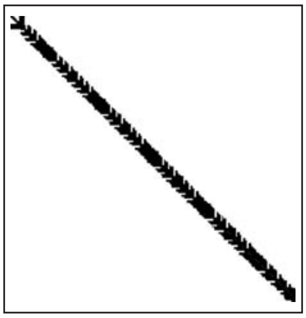

Рис. 3. Структура матриці в задачі 3

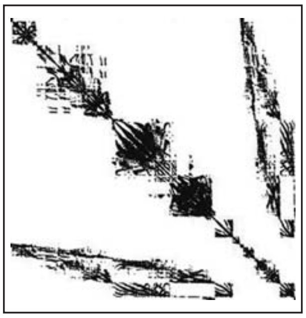

Рис. 4. Структура матриці в задачі 4

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНА СИСТЕМА КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ

Алгоритми для дослідження та розв'язування СЛАР з наближеними даними на паралельних комп'ютерах є функціональною основою інтелектуальної системи комп'ютерної математики (ІСКМ) з обчислювальної математики. Під ІСКМ у цьому випадку будемо розуміти сукупність алгоритмічного, інтелектуального програмного та апаратного забезпечення для автоматизації дослідження і ефективного розв'язування на паралельних комп'ютерах математичних задач.

Інтелектуальне програмне забезпечення — комплекс програм, який реалізує функцію автоматичного адаптивного налаштування алгоритму, програми і архітектури (топологія, кількість процесорів, машинна розрядність) комп'ютера на властивості задачі, що розв'язується, і отримання комп'ютерного розв'язку з оцінкою похибки [4, 20].

Структура інтелектуального програмного забезпечення (рис. 5) побудована на знаннях про предметну область, архітектурні особливості комп'ютера з урахуванням мети та рівня підготовки користувача щодо використання.

Взаємодію між користувачем та програмним засобом здійснюють за допомогою інтерфейсу, що забезпечує:

Рис. 5. Структура програмного забезпечення

- використання програмного засобу як локально, так і віддалено в мережі Інтернет;
- постановку задачі з наближеними даними і введення вхідних даних;
- автоматизований та інтерактивний способи розв'язування задачі;
- взаємодію з користувачем у разі інтерактивного способу розв'язування задачі;
- візуалізацію і збереження отриманих результатів та протоколу процесу дослідження задачі.

База знань побудована на основі формальної моделі предметної області, моделі користувача та моделі спілкування. База даних містить введені дані та результати досліджень в комп'ютері. У блоці пояснень накопичується інформація про хід обчислювального процесу задачі та результати аналізу достовірності отриманих розв'язків.

Інтелектуальне програмне забезпечення надає змогу реалізувати автоматизацію дослідження та розв'язування задачі, а також розпаралелювання обчислень. Воно уможливлює використання нейромережевих засобів для розпізнавання типу розріджених матриць та їхньої класифікації.

Розглянемо приклад автоматизованого дослідження та розв'язування СЛАР за допомогою створеного інтелектуального програмного забезпечення.

Задача 5. Дослідити та розв'язати систему лінійних рівнянь з матрицею $A=(a_{ij})$, $i,j=1\div n$, $n=3w+1$, $w=1,2,\ldots$, $a_{ii}=n-i$, $a_{ij}=n+1-\max(i,j)$, $n=1000$.

Елементи правої частини системи обчислюються за формулами:

$$b=\{b\}_1^n,\ b_i=n-i,\ \text{якщо}\ i\le 2;\ b_i=n+1-i,\ \text{якщо}\ i>2.$$

Точним розв'язком системи є $x=(0\ 1\ 0\ \ldots\ 0)^{\mathrm{T}}$.

Фрагмент протоколу дослідження та розв'язування задачі 5:

```
    PROBLEM:
        solving of the linear algebraic system
        with a symmetic matrix
Process of investigating and solving
METHOD:
    Choletsky decomposition
    Number of processes: 1
    Double precision
RESULTS:
!!! THE MATRIX IS NOT POSITIVE DEFINED !!!
METHOD:
    Gauss elimination with partial pivoting
```

```
     Number of processes: 2
     Double precision
RESULTS:
!!! THE MATRIX IS MACHINE-SINGULAR !!!
     PRECISION: 128
METHOD:
     singular value decomposition
RESULTS:
SOLUTION
first 4 components of solution are:
     0.0000000000000000e+00     1.0000000000000000e+00
     0.0000000000000000e+00     0.0000000000000000e+00
```

З протоколу розв'язування задачі 5 випливає таке. Оскільки матриця системи є симетричною, то в автоматичному режимі як пробний алгоритм для дослідження задачі було вибрано алгоритм LL^{T}-розвинення як найбільш економічний за використанням обчислювальних ресурсів та часу виконання для таких матриць. Однак у процесі дослідження з використанням одного процесора матриця виявилася недодатньо означеною, тому подальше дослідження автоматично було продовжено алгоритмом LU-розвинення з використанням двох процесорів.

У результаті дослідження СЛАР на подвійній розрядності матриця виявилася виродженою в межах машинної точності. Подальше дослідження було здійснено на розрядності 128. Отримано наближення до нормального псевдорозв'язку вихідної задачі.

На кластерному комплексі СКІТ створено сегмент експериментального зразка інтелектуального програмного забезпечення InparSolver для розв'язування СЛАР, який вже використовується в деяких задачах математичного моделювання [19, 21, 22].

ВИСНОВКИ

Запропоновано методи та технологію, що реалізують автоматизоване адаптивне налаштування алгоритму, програми та архітектури паралельного комп'ютера на властивості розрідженої (в загальному випадку) матриці. Інноваційність результату забезпечується використанням апарату змінної розрядності та нейромережевих технологій. Застосування таких принципів організації обчислень дає змогу суттєво скоротити терміни розроблення застосунків для розв'язування науково-технічних задач та підвищити якість комп'ютерних результатів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Top 500, June 2021. URL: https://top500.org/statistics/list/.
2. Численные методы для многопроцессорного вычислительного комплекса ЕС. Под ред. И.Н. Молчанова. Москва: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1986. 401 с.
3. Химич А.Н., Молчанов И.Н., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф. Параллельные алгоритмы решения задач вычислительной математики. Киев: Наук. думка, 2008. 247 с.
4. Sergienko I.V, Molchanov I.N, Khimich A.N. Intelligent technologies of high-performance computing. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2010. Vol. 46, N. 5. P. 833–844. https://doi.org/10.1007/s10559-010-9265-3.
5. Khimich A.N., Popov A.V., Polyanko V.V. Algorithms of parallel computations for linear algebra problems with irregularly structured matrices. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2011. Vol. 47, N 6. P. 973–985. https://doi.org/0.1007/s10559-011-9377-4.
6. Химич А.Н., Баранов А.Ю. Гибридный алгоритм решения линейных систем с ленточными симметричными матрицами. *Компьютерная математика.* 2013. № 3. С. 80–88.
7. Хіміч О.М., Полянко В.В. Оптимізація паралельного ітераційного процесу для лінійних систем з розрідженими матрицями. *Теорія оптимальних рішень.* 2011. № 10. С. 47–53.
8. Хіміч О.М., Сидорук В.А. Гібридний алгоритм для лінійної задачі найменших квадратів з напіввизначеною розрідженою матрицею. *Теорія оптимальних рішень.* 2014. С. 106–113.
9. Khimich A.N., Yakovlev M.F. The total error in calculating linear mathematical models by iterative methods. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2002. Vol. 38, N 5. P. 749–758. https://doi.org/10.1023/A:1021895010938.

10. Химич А.Н. Оценки полной погрешности решения систем линейных алгебраических уравнений для матриц произвольного ранга. *Компьютерная математика.* 2002. № 2. С. 41–49.
11. Sergienko I.V., Khimich A.N., Yakovlev M.F. Methods for obtaining reliable solutions to systems of linear algebraic equations. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2011. Vol. 47, N 1. P. 62–73. https://doi.org/10.1007/s10559-011-9290-x.
12. Khimich A.N., Nikolaevskaya E.A. Reliability analysis of computer solutions of systems of linear algebraic equations with approximate initial data. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2008. Vol. 44, N 6. P. 863–874. https://doi.org/10.1007/s10559-008-9062-4.
13. Nikolaevskaja E.A., Chimich A.N, Chistyakova T.V. Programming with multiple precision. Springer-Verlag. *Studies in Computational Intelligence*, 2012. P. 233. https://doi.org/10.1007/978-3-642-25673-8.
14. Хіміч О.М., Чистякова Т.В. Автоматичне дослідження та розв'язування лінійних систем з використанням підвищеної точності. *Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю «Інформатика та системні науки (ІСН-2015)* (Полтава, 19–21 березня 2015 р.). Полтава: ПУЕТ. 2015. С. 365–367.
15. Buttari A., Langou J., Kurzak J., Dongarra J. A Class of parallel tiled linear algebra algorithms for multicore architectures. *Parallel Computing.* 2009. Vol. 35, Iss. 1. P. 38–53. https://doi.org/10.1016/j.parco.2008.10.002.
16. Хіміч О.М., Сидорук В.А. Використання мішаної розрядності у математичному моделюванні. *Математичне та комп'ютерне моделювання.* Серія: Фізико-математичні науки. Зб. наук. праць. 2019. Вип. 19. С. 180–187. https://doi.org/10.32626/2308-5878.2019-19.180-187.
17. Khimich A., Sydoruk V., Yershov P. Intellectualization of computation based on neural networks for mathematical modeling. *2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT).* 2019. P. 445–448. https://doi.org/10.1109/ATIT49449.2019.9030444.
18. Суперкомп'ютерний комплекс СКІТ. URL: http://icybcluster.org.ua.
19. Химич А.Н., Полянко В.В., Попов А.В., Рудич О.В. Решение задач расчета прочности конструкций на MIMD-компьютере. *Искусственный интеллект.* 2008. № 3. С. 750–760.
20. Химич А.Н., Молчанов И.Н., Мова В.И., Перевозчикова О.Л., Стрюченко В.А., Попов А.В., Чистякова Т.В., Яковлев М.Ф., Герасимова Т.А., Зубатенко В.С., Громовский А.В., Нестеренко А.Н., Полянко В.В., Рудич О.В, Ющенко Р.А., Николайчук А.А., Городецкий А.С., Слободян Я.Е., Гераймович Ю.Д. Численное программное обеспечение интеллектуального MIMD-компьютера Инпарком. Киев: Наук. думка, 2007. 221 с.
21. Махненко В.И., Попов А.В., Семенов А.П., Химич А.Н., Яковлев М.Ф. Математическое моделирование на MIMD-компьютерах физических процессов при сварке. *УСиМ*. 2007. № 6. С. 80–87.
22. Velikoivanenko E.A., Milenin A.S., Popov A.V., Sidoruk V.A., Khimich A.N. Methods of numerical forecasting of serviceability of welded structures on computers of hybrid architecture. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2019. Vol. 55, N 1. P. 117–27. https://doi.org/10.1007/s10559-019-00117-8.

O.M. Khimich, T.V. Chistyakova, V.A. Sidoruk, P.S. Yershov

ADAPTIVE COMPUTER TECHNOLOGIES FOR SOLVING PROBLEMS OF COMPUTATIONAL AND APPLIED MATHEMATICS

Abstract. A technology is proposed for automatic solving of problems with innovative capabilities on the class of problems: systems of linear algebraic equations. The efficiency of application of computer technologies is considered from the point of view of implementing three basic paradigms of computer modeling: computer mathematics, HPC, and intellectual interface. Realization of these factors as compared with traditional technologies allows substantial redistribution of works in the process of mathematical modeling between the user and computer, shortening the terms of development of applications for solving scientific and technical problems, and improving the quality of computer solutions.

Keywords: mathematical modeling, parallel computers, approximate data, mixed bit, neural network technologies, intelligent software.

Надійшла до редакції 16.08.2021