

## ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ КАПІТАЛЬНИХ ІНВЕСТИЦІЙ В УМОВАХ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІКИ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ «ВИТРАТИ–ВИПУСК»

**Анотація.** Статтю присвячено оптимізації розподілу капітальних інвестицій між галузями економіки країни. Виведено формули залежності зростання валового внутрішнього продукту від обсягів інвестицій. На основі моделі «витрати–випуск» запропоновано задачу оптимізації розподілу інвестицій, у якій максимізується валовий внутрішній продукт країни з відкритою економікою за умов, що обсяги інвестицій обмежені. Побудовано метод визначення інвестиційних коефіцієнтів, розраховано оптимальний розподіл інвестицій між галузями економіки України.

**Ключові слова:** оптимізація, розподіл інвестицій, модель «витрати–випуск», валовий внутрішній продукт, метод.

### ВСТУП

У статті побудовано економіко-математичну модель оптимізації розподілу капітальних інвестицій, в якій максимізується зростання валового внутрішнього продукту країни. Вважається, що економіка є ринковою та відкритою, а обсяг випуску продукції — відносно невеликий. Тому допускається експорт товарів та послуг у необхідних кількостях, а імпорт обмежений фінансовими можливостями. Згідно з «підходом Тінбергена» [1] для розроблення економічної політики потрібно визначити мету дій уряду, побудувати відповідну економіко-математичну модель, а також визначити політичні інструменти, що будуть застосовані. Зокрема, як інструменти у статті запропоновано використовувати пільги на податки, які зумовлюватимуть збільшення капітальних інвестицій. За допомогою побудованої моделі, таблиць «витрати–випуск» та інших даних, що регулярно надаються Державною службою статистики України [2–4], розраховано оптимальні величини капітальних інвестицій в окремі галузі економіки України.

Проблемам економічного зростання, основу якого складають інвестиції, приділяють значну увагу в економіко-математичній літературі. У роботі [5] розглянуто моделі Леонтьєва, Неймана та інші моделі, а також наведено поняття збалансованого зростання економіки та доведено теорему про магістраль, в якій стверджується, що ефективна траекторія економічного розвитку наближується до нейманівської траекторії збалансованого зростання. Метод міжгалузевого аналізу було розроблено В. Леонтьєвим [6]. У роботі [7] побудовано стохастичні міжгалузеві моделі, в яких максимізується математичне сподівання випуску кінцевої продукції у заданих пропорціях. У роботі [8] розглянуто задачу максимізації фонду споживчих благ та задачу максимізації споживання для заданих траекторій зростання на основі динамічного міжгалузевого балансу. У роботі [9] описано та досліджено моделі динаміки відкритої економіки, зокрема оптимізаційні моделі відкритого динамічного міжгалузевого балансу. У статті [10] побудовано інші оптимізаційні моделі на основі міжгалузевого балансу.

Строгі результати математичної теорії економічної динаміки мають важливе теоретичне значення, однак, як зауважено в [8], вони зазвичай досягаються ціною значного спрощення опису економічних процесів, тому безпосередньо не застосовуються до економічної реальності. Через економічні та технологічні зміни збалансоване зростання економіки не завжди є бажаним. В умовах відкритої економіки внаслідок міжнародного поділу праці немає сенсу максимізувати приріст випуску продукції або споживчих благ у заданих пропорціях. Тому в цій статті максимізується приріст валового внутрішнього продукту (ВВП) за обмежень на обсяги інвестицій.

#### МОДЕЛЬ «ВИТРАТИ–ВИПУСК»

Розглянемо модель «витрати–випуск», яка у вартісному вираженні описує економіку країни, що складається з  $n$  галузей:

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i + K_i + E_i - I_i, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Тут  $X_i$  — обсяг випуску продукції  $i$ -ї галузі за рік;  $a_{ij}$  — витрати  $i$ -ї продукції на виготовлення  $j$ -ї продукції одиничної вартості;  $Y_i$  — обсяг продукції  $i$ -ї галузі для кінцевих споживчих витрат;  $K_i$  — витрати продукції  $i$ -ї галузі для валового нагромадження капіталу в цій та інших галузях;  $E_i$ ,  $I_i$  — відповідно експорт та імпорт продукції  $i$ -го типу. Величини  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $E_i$ ,  $I_i$ ,  $a_{ij}$  вважаються невід'ємними. Періодом керування економікою та одиницею часу вважаємо один рік. Величини  $a_{ij}$  обчислюють за формулою  $a_{ij} = X_{ij} / X_j$ , де  $X_{ij}$  — вартість  $i$ -ї продукції, що використовується для виробництва у  $j$ -ї галузі. Позначимо  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ ,  $K = (K_1, K_2, \dots, K_n)$ ,  $E = (E_1, E_2, \dots, E_n)$ ,  $I = (I_1, I_2, \dots, I_n)$ ; тут і далі всі вектори вважатимемо векторами-стовпцями. Нехай  $A$  — квадратна матриця порядку  $n$  з елементами  $a_{ij}$ ,  $A = (a_{ij})$ . Модель (1) запишемо у векторно-матричному вигляді

$$X = AX + Y + K + E - I.$$

Величина  $\hat{X}_j = \sum_{i=1}^n X_{ij}$  становить обсяг проміжного споживання в  $j$ -ї галузі. Справедливим є співвідношення

$$X = \hat{X} + W + T + P,$$

де  $\hat{X} = (\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n)$ ,  $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)$ ,  $T = (T_1, T_2, \dots, T_n)$ ,  $P = (P_1, P_2, \dots, P_n)$ ,  $W_j$  — оплата праці найманых працівників у  $j$ -ї галузі,  $T_j$  — податки на виробництво та імпорт за винятком субсидій,  $P_j$  — валовий прибуток, змішаний дохід.

Описані моделі відповідають таблицям «витрати–випуск» у цінах споживачів, які щорічно розробляються та публікуються в Україні [2]. Величина  $\sum_{j=1}^n (X_j - \hat{X}_j)$ , що дорівнює  $\sum_{j=1}^n (W_j + T_j + P_j)$ , являє собою валовий внутрішній продукт [11]. Виконується рівність

$$\sum_{i=1}^n ((E - A)X)_i = \sum_{j=1}^n (X_j - \hat{X}_j). \quad (2)$$

Дійсно,

$$\sum_{i=1}^n ((E - A)X)_i = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_{ij},$$

$$\sum_{j=1}^n (X_j - \hat{X}_j) = \sum_{j=1}^n X_j - \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n X_{ij};$$

звідси випливає рівність (2). Отже, обсяг  $V$  валового внутрішнього продукту обчислюється за формулou

$$V = \sum_{i=1}^n ((E - A)X)_i. \quad (3)$$

### ЗАЛЕЖНІСТЬ ПРИРОСТУ ВАЛОВОГО ВНУТРІШНЬОГО ПРОДУКТУ ВІД ІНВЕСТИЦІЙ

Капітальними інвестиціями називають витрати на придбання або виготовлення (створення) матеріальних і нематеріальних необоротних активів [3]. Вектор валового нагромадження капіталу  $K$  використовується, зокрема, для капітальних інвестицій, які є сумою двох величин: амортизації капіталу та чистих інвестицій [1]. Амортизація являє собою частину капітальних інвестицій, що використовуються для заміни зношених фондів, а чисті інвестиції збільшують наявний капітал. Вважатимемо, що приріст продукції пропорційний чистим інвестиціям, тобто  $J_i = b_i \Delta X_i$ , де  $J_i$  — чисті інвестиції в  $i$ -й галузі,  $\Delta X_i$  — приріст продукції внаслідок використання освоєних чистих інвестицій протягом року, додатне число  $b_i$  означає обсяг чистих інвестицій (у мільярдах гривень) у  $i$ -й галузі, що потрібні для збільшення випуску продукції цієї галузі на 1 млрд. грн за рік їхнього використання. У матричному вигляді

$$J = B \Delta X,$$

де  $J = (J_1, J_2, \dots, J_n)$ ,  $B$  — діагональна матриця з елементами  $b_1, b_2, \dots, b_n$  на головній діагоналі,  $\Delta X = (\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_n)$ .

За умови, що на початку року в  $i$ -й галузі освоєні чисті інвестиції обсягом  $J_i$ , приріст продукції за рік складатиме  $\Delta X_i = J_i / b_i$ . Однак, зазвичай, нові необоротні активи підприємств починають використовуватися у деякі моменти часу протягом року. Тому вважаємо, що приріст продукції до кінця року становить

$$\Delta X_i = h J_i / b_i, \quad (4)$$

де  $h \in (0; 1)$ . З формул (3), (4) випливає, що приріст ВВП до кінця року становить

$$h \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}J)_i.$$

Припустимо, що освоєні інвестиції (нові активи) застосовують для виготовлення продукції у році  $t_0$ , а також у наступних роках  $t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, t_0 + N, \dots$ , причому в наступних роках активи використовуються повністю протягом року. Унаслідок освоєння інвестицій  $J$  у  $t_0$ -му році валовий внутрішній продукт зросте у році  $t_0 + k, k > 0$ . Приведена величина відповідного приросту становить  $\frac{1}{(1+\alpha)^k} \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}J)_i$ , де  $\alpha$  — величина процентної ставки [1]. Приведена величина приросту ВВП з  $t_0$ -го по  $(t_0 + N)$ -й рік, яку позначимо  $\Delta V(\alpha, N, J, h)$ , становить

$$\Delta V(\alpha, N, J, h) = \left( h + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(1+\alpha)^k} \right) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}J)_i,$$

тобто

$$\Delta V(\alpha, N, J, h) = \varphi(\alpha, N, h) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}J)_i, \quad (5)$$

де  $\varphi(\alpha, N, h) = h + \sum_{k=1}^N \frac{1}{(1+\alpha)^k}$ . Позначимо  $\varphi(\alpha, h) = h + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1+\alpha)^k}$ . Маємо

$\varphi(\alpha, h) = h + \frac{1 / (1+\alpha)}{1 - 1 / (1+\alpha)} = h + \frac{1}{\alpha}$ . Якщо значення величини  $\varphi(\alpha, N, h)$  мало

відрізняється від значення  $\varphi(\alpha, h)$ , замість формули (5) можна використати формулу

$$\Delta V(\alpha, J, h) = \varphi(\alpha, h) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}J)_i, \quad (6)$$

де  $\Delta V(\alpha, J, h)$  — приведена величина приросту ВВП.

Під час виведення формули (6) не враховували лагів освоєння інвестицій, але їх можна врахувати, використовуючи процентну ставку. Позначимо  $L_i$  лаг в  $i$ -ї галузі. Нехай  $L = (L_1, L_2, \dots, L_n)$ . Приведена величина зростання ВВП для всіх наступних років, яку позначимо  $\Delta V(\alpha, L, J, h)$ , становить

$$\Delta V(\alpha, L, J, h) = \varphi(\alpha, h) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}\Psi J)_i, \quad (7)$$

де  $\Psi$  — діагональна матриця з елементами  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$  на головній діагоналі,  $\psi_i = 1 / (1 + \alpha)^{L_i}$ .

#### ОПТИМІЗАЦІЙНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙ

Припустимо, потрібно створити вектор фінансових ресурсів  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$  і спрямувати кожну величину  $z_i$  в  $i$ -ту галузь для придбання або створення додаткових необоротних активів. Вектор  $Z$ , що підлягає визначенню, утворюється за рахунок пільг на податки та інших джерел. Приведена величина додаткового приросту ВВП  $\Delta V(\alpha, L, Z, h)$ , що утворюється внаслідок освоювання інвестицій  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , визначається за формулою

$$\Delta V(\alpha, L, Z, h) = \varphi(\alpha, h) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}\Psi Z)_i,$$

яка аналогічна до формули (7). Отримуємо задачу максимізації приведеної величини додаткового приросту ВВП за умов, що величини  $z_i$  та їхня сума обмежені:

$$\begin{aligned} \varphi(\alpha, h) \sum_{i=1}^n ((E - A)B^{-1}\Psi Z)_i &\xrightarrow[Z]{} \max, \\ \sum_{i=1}^n z_i &\leq r_0, \quad 0 \leq z_i \leq r_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (8)$$

Для визначення числа  $r_0$  потрібно враховувати максимальну допустиму величину, на яку зменшується бюджет країни. Під час визначення чисел  $r_i$ ,  $i \geq 1$ , потрібно врахувати обмеженість людських ресурсів, банківських кредитів, ринків збути, сировини та матеріалів. Задача (8) являє собою задачу лінійного програмування

$$\sum_{i=1}^n d_i z_i \xrightarrow[Z]{} \max, \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i \leq r_0, \quad (10)$$

$$0 \leq z_i \leq r_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

де коефіцієнт  $d_i$  дорівнює величині  $\varphi(\alpha, h)$ , помноженій на суму елементів  $i$ -го стовпця матриці  $(E - A)B^{-1}\Psi$ .

Опишемо метод розв'язування задачі (9)–(11).

**Крок 1.** Вибираємо  $z_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$ ,  $Q = \{i : 1 \leq i \leq n, d_i > 0, r_i > 0\}$ .

**Крок 2.** Якщо  $r_0 = 0$  або  $Q = \emptyset$ , припиняємо роботу методу.

**Крок 3.** Нехай  $k \in Q$  та для кожного  $i \in Q$  виконується нерівність  $d_k \geq d_i$ .

Вибираємо  $z_k = \min \{r_k, r_0\}$ ,  $r_0 = r_0 - z_k$ ,  $Q = Q \setminus \{k\}$ . Переходимо до кроку 2.

Легко довести, що описаний метод буде оптимальний розв'язок задачі (9)–(11), крок 3 виконується не більше за  $n$  разів.

#### МЕТОД РОЗРАХУНКУ ІНВЕСТИЦІЙНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

У роботі [8] для побудови динамічного міжгалузевого балансу використовується квадратна матриця  $n$ -го порядку коефіцієнтів капіталомісткості пристрів випуску продукції. Нехай елемент  $b_{ki}$  цієї матриці означає кількість  $k$ -ї продукції, яку потрібно інвестувати в  $i$ -ту галузь для того, щоб випуск  $i$ -ї продукції збільшився на одиницю у вартісному вигляді. Коефіцієнти  $b_i$ , що використовуються для визначення коефіцієнтів  $d_i$  з (9), обчислюються за формулами:

$$b_i = \sum_{k=1}^n b_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

Визначення інвестиційних коефіцієнтів являє собою складну задачу, тому опишемо інший метод розрахунку величин  $b_i$ .

У цьому розділі не враховуємо лагів освоєння інвестицій. Нехай  $p^t$  — індекс-дефлятор випуску продукції економікою країни, тобто число, яке показує, у скільки разів ціни у  $t$ -му році перевищують ціни попереднього року;  $p_i^t$  — індекс-дефлятор випуску продукції  $i$ -ї галузі. Припустимо, в  $i$ -й галузі на початку  $t$ -го року освоєно чисті інвестиції в обсязі  $J_i^t$ . Унаслідок цього протягом року отримано приріст продукції  $\Delta X_i^t$ . Величина  $b_i^t$  обчислюється за формулою

$$b_i^t = \frac{J_i^t}{\Delta X_i^t}. \quad (13)$$

Нехай на початку року  $t+1$  освоєно чисті інвестиції, які мають такі самі обсяги та структуру. Оскільки інвестиції містять продукцію різних галузей, вважатимемо, що їхня вартість становить  $p^{t+1} J_i^t$ . Вартість приросту продукції становить  $p_i^{t+1} \Delta X_i^t$ , тому з урахуванням (13) отримуємо

$$b_i^{t+1} = \frac{p^{t+1} J_i^t}{p_i^{t+1} \Delta X_i^t} = \frac{p^{t+1}}{p_i^{t+1}} b_i^t. \quad (14)$$

Ітеруючи (14), отримуємо

$$b_i^{t+k} = \frac{p_i^{t+1} p_i^{t+2} \dots p_i^{t+k}}{p_i^{t+1} p_i^{t+2} \dots p_i^{t+k}} b_i^t, \quad (15)$$

де  $k$  — ціле число,  $k > 0$ .

Позначимо  $\bar{X}_i^t$  випуск  $i$ -ї продукції у  $t$ -му році за умови, що обсяг чистих інвестицій в  $i$ -й галузі у цьому році дорівнює нулю (кількість необоротних активів не змінюється). Нехай  $J_i^t$  — обсяг чистих інвестицій (у мільярдах гривень) у  $t$ -му році. Вважатимемо, що інвестиції освоюються частинами протягом року.

Випуск  $X_i^t$  згідно з (4) обчислюємо за формулою

$$X_i^t = \bar{X}_i^t + h \frac{J_i^t}{b_i^t}. \quad (16)$$

Випуск продукції у  $(t+1)$ -му році обчислюємо за формулою

$$X_i^{t+1} = p_i^{t+1} \left( \bar{X}_i^t + \frac{J_i^t}{b_i^t} \right) + h \frac{J_i^{t+1}}{b_i^{t+1}}.$$

Використовуючи співвідношення (14), отримуємо

$$\frac{X_i^{t+1}}{p_i^{t+1}} = \bar{X}_i^t + \frac{J_i^t}{b_i^t} + h \frac{J_i^{t+1} / p_i^{t+1}}{b_i^t p^{t+1} / p_i^{t+1}},$$

тобто

$$\frac{X_i^{t+1}}{p_i^{t+1}} = \bar{X}_i^t + \frac{J_i^t}{b_i^t} + h \frac{J_i^{t+1}}{b_i^t p^{t+1}}.$$

Від останньої рівності віднімемо (16):

$$\frac{X_i^{t+1}}{p_i^{t+1}} - X_i^t = (1-h) \frac{J_i^t}{b_i^t} + h \frac{J_i^{t+1}}{b_i^t p^{t+1}}.$$

Звідси випливає

$$\frac{1}{b_i^t} = \frac{X_i^{t+1} / p_i^{t+1} - X_i^t}{(1-h) J_i^t + h J_i^{t+1} / p^{t+1}}. \quad (17)$$

Припустимо, що  $t \in \{t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + N - 1\}$ . Використовуючи (15) та (17), для кожного  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  отримуємо

$$\frac{1}{b_i^{t_0+N}} = \frac{p_i^{t+1} p_i^{t+2} \dots p_i^{t_0+N}}{p^{t+1} p^{t+2} \dots p^{t_0+N}} \cdot \frac{X_i^{t+1} / p_i^{t+1} - X_i^t}{(1-h) J_i^t + h J_i^{t+1} / p^{t+1}},$$

$$t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + N - 1.$$

Зauważимо, що величини  $b_i^{t_0+N}$  визначені у цінах  $(t_0 + N)$ -го року. Вважаємо, що  $(t_0 + N)$ -й рік безпосередньо передує рокові, для якого розв'язується задача (9)–(11), тому ототожнюємо величини  $b_i^{t_0+N}$  та  $b_i$ . Позна-

чимо

$$\delta_i^t = \frac{p_i^{t+1} p_i^{t+2} \dots p_i^{t_0+N}}{p^{t+1} p^{t+2} \dots p^{t_0+N}} \cdot \frac{X_i^{t+1} / p_i^{t+1} - X_i^t}{(1-h)J_i^t + hJ_i^{t+1} / p^{t+1}}.$$

Для кожного  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  маємо систему рівнянь

$$\frac{1}{b_i} = \delta_i^t, \quad t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_0 + N - 1. \quad (18)$$

Після підставлення замість величин  $X_i^t$ ,  $J_i^t$ ,  $p^t$ ,  $p_i^t$ ,  $h$  статистичних даних система (18), зазвичай, стає несумісною. Тому для визначення величини  $1/b_i$  використовуємо метод найменших квадратів, тобто вибираємо  $1/b_i$

так, щоб сума  $\sum_{t=t_0}^{t_0+N-1} \left( \frac{1}{b_i} - \delta_i^t \right)^2$  досягала мінімуму. Маємо

$$\frac{1}{b_i} = \frac{1}{N} \sum_{t=t_0}^{t_0+N-1} \delta_i^t, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (19)$$

Зауважимо, що на відміну від інвестиційних коефіцієнтів, які обчислені за формулами (12), на інвестиційні коефіцієнти (19) впливають ті самі фактори, що й на темпи інфляції, обсяги випуску продукції. У цьому розділі величини  $1/b_i$  оцінюються за умови відсутності лагів освоєння інвестицій, але способом, подібним до описаного, вони можуть бути визначені з урахуванням величин лагів.

#### РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ РОЗРАХУНКІВ

Обчислимо оптимальні значення вектора  $Z$  та цільової функції задачі (9)–(11) для економіки України за 2020 рік з використанням статистичних даних, опублікованих Державною службою статистики України [2–4]. Далі використовуються таблиці «витрати–випуск» у цінах споживачів, дані щодо капітальних інвестицій за видами економічної діяльності та основних засобів України, індекси-дефлятори випуску продукції у ринкових цінах за 2010–2019 роки.

Задача (9)–(11) розв’язується за таких умов. Матриця коефіцієнтів прямих витрат  $A$  розраховується на основі таблиці «витрати–випуск» за 2019 рік. Лагів освоєння інвестицій не беремо до уваги, тобто  $L_i = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Вибираємо  $\alpha = 0.1$ ; у цьому разі  $\varphi(\alpha, h) = h + 10$ . Вважатимемо, що обсяг продукції, виготовленої до кінця року унаслідок освоєння інвестицій у цьому році, пропорційний величині часового проміжку від моменту освоєння до кінця року; в результаті розрахунку отримаємо  $h = 0.42$ . Величини  $r_i$ ,  $i \geq 1$ , вважатимемо пропорційними величинам чистих інвестицій за 2019 рік,

$$r_i = sJ_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (20)$$

де  $s$  — задане число,  $s > 0$ . За прийнятих умов кожен коефіцієнт  $d_i$  в (9) дорівнює сумі елементів  $i$ -го стовпця матриці  $(E - A)B^{-1}$ , тобто

$$d_i = \left( 1 - \sum_{k=1}^n a_{ki} \right) \frac{1}{b_i}.$$

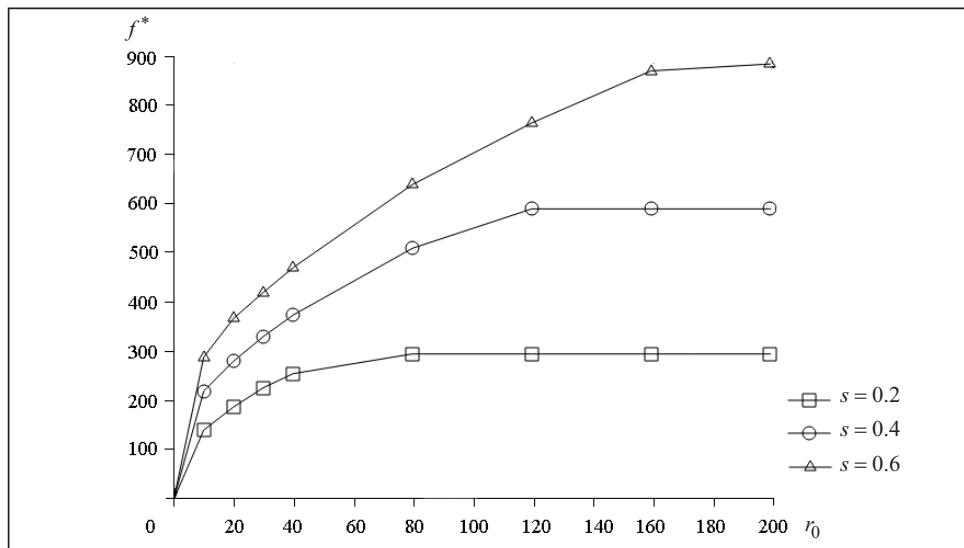


Рис. 1. Залежність приведеного додаткового приросту ВВП  $f^*$  від величин  $r_0$  та  $s$  в мільярдах гривень

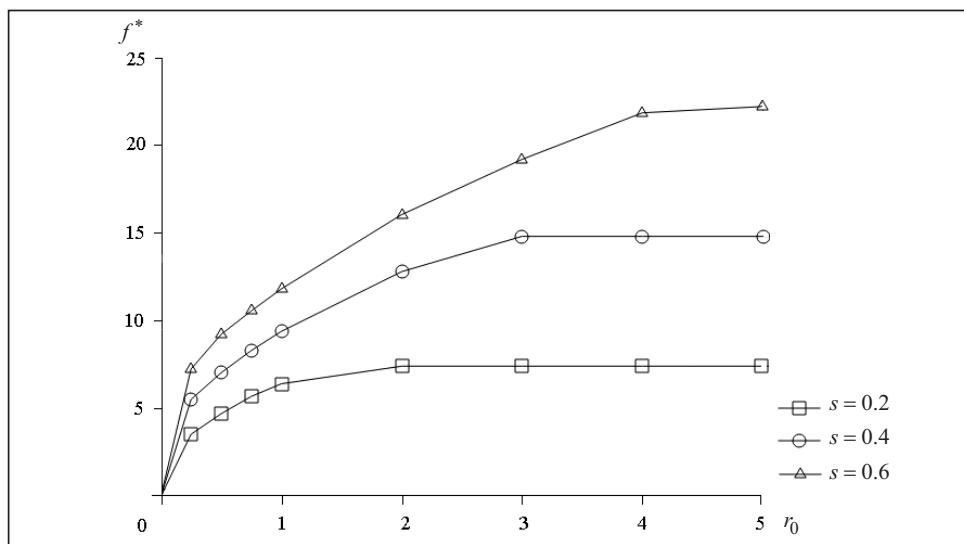


Рис. 2. Залежність приведеного додаткового приросту ВВП  $f^*$  від величин  $r_0$  та  $s$  у відсотках від обсягу ВВП

Величини  $1/b_i$  обчислюються за формулою (19) (де  $N = 5$ ) з використанням даних за 2015–2019 роки. Величина  $1/b_i$  для сільського, лісового та рибного господарств обчислюється окремо за формулою (19) з використанням даних за 2010–2019 роки. Чисті інвестиції  $J_i$  в  $i$ -й галузі розраховуються за формулою  $J_i = \bar{J}_i - \tilde{J}_i$ , де  $\bar{J}_i$  — валові капітальні інвестиції,  $\tilde{J}_i$  — вартість необоротних активів, що вибули. Вважається, що індекси-дефлятори випуску продукції одні й ті самі для всіх галузей.

Розглянемо залежність оптимального значення  $f^*$  цільової функції задачі (9)–(11) (тобто максимуму приведеного додаткового приросту ВВП) від величин  $r_0$  та  $s$  в мільярдах гривень у цінах споживачів 2019 року (рис. 1) та

у відсотках від обсягу ВВП 2019 року (рис. 2). Зрозуміло, що для кожного  $s > 0$  існує таке число  $\bar{r}_0(s)$ , що за умови  $r_0 \geq \bar{r}_0(s)$  величина  $f^*$  є константою, оскільки обмеження (10) стає неактивним, а через обмеження (11) зростання  $f^*$  неможливе. Аналогічно для кожного  $r_0 > 0$  існує таке число  $\bar{s}(r_0)$ , що за умови  $s \geq \bar{s}(r_0)$  величина  $f^*$  є константою, оскільки обмеження (11) (для яких  $r_i > 0$ ) неактивні, а через обмеження (10) зростання  $f^*$  неможливе.

У наведеному розрахунку можливість додаткових інвестицій допускалася для галузей, що належать до сфери матеріального виробництва, тобто для тих, які займають позиції з першої по тридцять першу у таблиці «витрати–випуск» за 2019 рік [2]. Для цих галузей у співвідношеннях (11) величини  $r_i$  обчислені за формулами (20), для інших галузей обрано  $r_i = 0$ .

## ВИСНОВКИ

У статті на основі моделі «витрати–випуск» побудовано екстремальну задачу, в якій потрібно знайти оптимальний розподіл додаткових інвестицій між галузями економіки країни. Критерієм є приведений додатковий приріст валового внутрішнього продукту. Побудовано числовий метод розв’язання такої задачі, за допомогою якого оптимізовано розподіл інвестицій в економіку України. Результати розрахунків будуть якіснішими, якщо точніше визначити інвестиційні коефіцієнти та праві частини обмежень побудованої екстремальної задачі, врахувати лаги освоєння інвестицій, а також те, що деякі параметри задачі є випадковими величинами.

Для моделі «витрати–випуск» для відкритої економіки передбачається наявність векторів експорту та імпорту, внаслідок чого у деяких аспектах спрошується її аналіз у порівнянні з моделлю для закритої економіки. Для будь-яких векторів випуску продукції, кінцевих споживчих витрат, валового нагромадження капіталу існують такі вектори експорту та імпорту з невід’ємними компонентами, що виконуються балансові рівності, тому немає необхідності вважати матрицю прямих витрат продуктивною. Унаслідок наявності експорту та імпорту немає сенсу максимізувати валовий внутрішній продукт або кінцеве споживання у заданих пропорціях.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Sachs J.D., Larrain B.F. Macroeconomics in the global economy. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993. 848 p.
2. Таблиці «витрати–випуск» України за 2010–2019 роки у цінах споживачів. Київ: Державна служба статистики України, 2012–2021 pp. URL: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua).
3. Капітальні інвестиції України за видами економічної діяльності за 2010–2019 роки. Київ: Державна служба статистики України, 2012–2021 pp. URL: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua).
4. Наявність і рух необоротних активів України за видами економічної діяльності за 2010–2019 роки. Київ: Державна служба статистики України, 2012–2021 pp. URL: [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua).
5. Morishima M. Equilibrium, stability and growth: A multi-sectoral analysis. London: Oxford University Press, 1964. 279 p. <https://doi.org/10.1093/0198281455.001.0001>.

6. Leontief W. Input-output economics. New York: Oxford University Press, 1986. 436 p.
7. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании. Москва: Наука, 1979. 256 с.
8. Гранберг А.Г. Динамические модели народного хозяйства. Москва: Экономика, 1985. 198 с.
9. Ляшенко О.І. Математичне моделювання динаміки відкритої економіки. Рівне: Волинські обереги, 2005. 360 с.
10. Овандер Н.Л. Формалізація моделі оптимізації структурних зрушень в економіці країни на основі міжгалузевого балансу. *Економіка та суспільство*. 2017. № 10. С. 904–910.
11. Методологічні положення з організації державного статистичного спостереження «Таблиця «витрати–випуск». Київ: Державна служба статистики України, 2018. 46 с.

**S.V. Pashko**

**OPTIMIZATION OF CAPITAL INVESTMENT DISTRIBUTION IN THE OPEN ECONOMY  
ON THE BASIS OF THE “INPUT-OUTPUT” MODEL**

**Abstract.** The article is devoted to optimizing the distribution of capital investment between sectors of the economy. The formulas of dependence of gross domestic product growth on the volume of investments are derived. Based on the input-output model, the problem of optimizing the distribution of investments is proposed, which maximizes the gross domestic product of a country with an open economy under limited investments. The method of determining the investment coefficients is constructed, the optimal distribution of investments between branches of the economy of Ukraine is calculated.

**Keywords:** optimization, investment distribution, input-output model, gross domestic product, method.

*Надійшла до редакції 26.10.2021*