КІБЕРНЕТИКА

УДК 519.713.1

А.М. ЧЕБОТАРЬОВ
Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ, Україна,
e-mail: *ancheb@gmail.com*.

ПОБУДОВА $-\omega$-РЕГУЛЯРНОГО ВИРАЗУ, ЗАДАНОГО ГРАФОМ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ПРОДОВЖЕНЬ

Анотація. Під час синтезу Σ-автомата, специфікованого мовою LP, виникає задача подання множини $-\omega$-слів, що задає формула $F(t)$, у вигляді $-\omega$-регулярного виразу. Побудова цього виразу ґрунтується на відповідності між структурними елементами формул та $-\omega$-регулярних виразів. Для забезпечення такої відповідності запроваджено дві додаткові операції над $-\omega$-регулярними множинами, що відповідають операціям квантифікації у формулах. Задача зводилася до обчислення $-\omega$-регулярних виразів, що визначаються цими операціями. У його основі лежить побудова графу елементарних продовжень, де певна множина нескінченних шляхів відповідає всім $-\omega$-словам, що належать $-\omega$-регулярній множині, яку потрібно обчислити. Запропоновано метод побудови $-\omega$-регулярного виразу, що задається таким графом. Цей метод базується на розв'язанні системи лінійних рівнянь над $-\omega$-регулярними множинами.

Ключові слова: $-\omega$-слово, $-\omega$-регулярний вираз, префіксно-замкнута множина $-\omega$-слів, граф елементарних продовжень, лінійне рівняння над $-\omega$-регулярними множинами.

ВСТУП

У праці [1] розглянуто подання множини $-\omega$-слів, заданої формулою $F(t)$ мови LP, у вигляді $-\omega$-регулярного виразу. Побудова такого виразу ґрунтується на відповідності між операціями, за допомогою яких будуються формули, і операціями, що використовуються в $-\omega$-регулярному виразі. Для забезпечення цієї відповідності було введено дві додаткові операції над $-\omega$-регулярними множинами, які відповідають операціям квантифікації у формулах. Задача зводилася до обчислення $-\omega$-регулярних виразів, що визначаються цими операціями. В основі таких обчислень лежить обчислення $-\omega$-регулярного виразу для операції $\wp(R)$, яка визначає максимальну префіксно-замкнуту підмножину $-\omega$-регулярної множини R. Для цього будувався розмічений граф елементарних продовжень, кожний нескінченний шлях в якому породжує $-\omega$-слово, що належить множині $\wp(R)$. Враховуючи, що циклам у такому графі відповідають операції *, або ${}^{-\omega}$ в $-\omega$-регулярному виразі, нескладно записати $-\omega$-регулярний вираз, який визначає цей граф. Проте для графів із великою кількістю вкладених циклів така задача істотно ускладнюється. Отже, потрібний формальний спосіб побудови $-\omega$-регулярного виразу, що відповідає графу елементарних продовжень. У цій роботі запропоновано такий спосіб, який ґрунтується на розв'язанні системи лінійних рівнянь над

$-\omega$-регулярними множинами, що визначається графом. Зауважимо, що в [1] розглянуто метод побудови графу елементарних продовжень для $-\omega$-регулярного виразу R, який не містить операцій скінченної ітерації (*). Якщо R містить таку операцію, отримуємо граф з нескінченною кількістю вершин. У деяких випадках, використовуючи розглянуті в цій роботі перетворення графів, такий граф можна еквівалентно перетворити в скінченний граф, дуги якого відзначаються регулярними виразами в алфавіті Σ. У загальному випадку необхідно розширити поняття графу, використовуючи операції * у позначках дуг і позначках вершин. Проте розгляд методів побудови таких графів та визначення їхніх властивостей є предметом подальших досліджень. У цій статті розглядаються лише графи елементарних продовжень, одержані як результат обчислення $\wp(R)$ для $-\omega$-регулярних виразів, які не містять операції *.

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

Нехай Σ — скінченний алфавіт, $\mathbf{Z}$ — множина цілих чисел, $\mathbf{N}^- = \{z \in \mathbf{Z} \mid z \le 0\}$. Відображення r множини $\{1, \ldots, n\}$ $(n \ge 0)$ у Σ називається словом довжиною n в алфавіті Σ і позначається $\sigma_1\sigma_2\ldots\sigma_n$, де $\sigma_i = r(i)$ для всіх $1 \le i \le n$. Слово довжиною 0 (порожнє слово) позначається ε. Відображення $g : \mathbf{N}^- \to \Sigma$ називається $-\omega$-словом (зворотним надсловом) і позначається $\ldots\sigma_{-2}\sigma_{-1}\sigma_0$, де $\sigma_i = g(i)$ для $i \in \mathbf{N}^-$. Множина всіх слів в алфавіті Σ, включно з порожнім словом, позначається Σ^*, а множина всіх $-\omega$-слів — $\Sigma^{-\omega}$. На множині $\Sigma^* \cup \Sigma^{-\omega}$ у звичайний спосіб визначена (часткова) операція конкатенації $(\cdot)$, яку поширимо на підмножини множин Σ^*, $\Sigma^{-\omega}$. Надалі символ конкатенації будемо випускати. Іноді розглядатимемо слова в розширеному алфавіті $\Sigma' = 2^{\Sigma}$, які відповідають множинам слів, наприклад $a\Sigma$, $(a \cup b)cb$, $a\Sigma\Sigma b$. Тут Σ є об'єднанням усіх символів алфавіту Σ.

Над множинами слів визначено операції скінченної ітерації (*) і нескінченної ітерації $({}^{-\omega})$. Нехай $R \subseteq \Sigma^*$, операції ітерації визначаються у такий спосіб:

$R^* = \{r_1 r_2 \ldots r_n \mid n \ge 0, r_i \in R\}$, зазначимо, що $n = 0$ відповідає порожньому слову ε;

$R^{-\omega} = \{\ldots r_{-2} r_{-1} r_0 \mid$ для всіх $i \le 0$ $r_i \in R \setminus \{\varepsilon\}\}$.

Для опису множин $-\omega$-слів будемо використовувати $-\omega$-регулярні вирази, тобто вирази, які є скінченними об'єднаннями виразів вигляду $R^{-\omega}U$, де R і U — регулярні вирази, побудовані із символів алфавіту Σ за допомогою операцій об'єднання, конкатенації та скінченної ітерації. Як видно, $-\omega$-регулярні вирази визначено симетрично до ω-регулярних виразів, що використовують операцію нескінченної ітерації $({}^{\omega})$ [2]. Множини $-\omega$-слів, які задаються $-\omega$-регулярними виразами, називаються $-\omega$-регулярними множинами. Як і в праці [3], $-\omega$-регулярні вирази будемо ототожнювати з $-\omega$-регулярними множинами, які вони задають. Тому поряд з операціями, що використовуються в $-\omega$-регулярних виразах, використовуватимемо операцію перетину $(\cap)$, розуміючи під цим перетин відповідних множин.

Вираз вигляду $Q^{-\omega}r$, де $Q \subseteq \Sigma^*$, $r \in (\Sigma')^*$, називатимемо термом, зокрема, в разі $Q = \Sigma$ маємо $\Sigma^{-\omega}r$. Надалі розглядаються прості терми, в яких вирази Q не містять операції скінченної ітерації (*).

ПОБУДОВА ГРАФУ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ПРОДОВЖЕНЬ

Граф елементарних продовжень [1] будується для виразу $T(R)$, що є скінченною множиною простих термів, у яких $r \in (\Sigma')^* \setminus \{\varepsilon\}$. Ці терми називатимемо первинними. Нехай $Q^{-\omega} r$ — простий терм, де r — непорожнє слово в алфавіті Σ'. Вираз $Q^{-\omega} r_1$ називається префіксом цього терму, якщо $r = r_1 r_2$. Вершини графу елементарних продовжень відзначаються виразами вигляду $p\sigma$, де $\sigma \in \Sigma'$, p — $-\omega$-регулярний вираз, який називається префіксом вершини. Для наочності префікс вершини будемо відділяти крапкою від останнього символу виразу, що її відзначає. Первинний терм t є застосовним до префіксу вершини, що відзначена виразом $p.\sigma$, якщо $t \cap p \neq \varnothing$.

Алгоритм побудови графу елементарних продовжень, запропонований у праці [1], зручно використовувати, коли перетин простих термів є простим термом, наприклад перетин простого терму з термом вигляду $\Sigma^{-\omega} r$. У цьому разі результат застосування терму t до префіксу вершини $p.\sigma$ являє собою вершину, яка відзначена термом $p_1.\sigma_1 = p \cap t$. Із вершини, що відзначена термом $p_1.\sigma_1$, у вершину, відзначену термом $p_2.\sigma_2$, веде дуга, яка відзначена символом σ_2, тоді й тільки тоді, коли існує первинний терм, застосування якого до префіксу p_1 породжує терм $p_2.\sigma_2$. Граф будується, починаючи з вершин, що відзначені первинними термами, шляхом застосування до префіксу кожної з цих вершин усіх застосовних до нього первинних термів. До префіксів отриманих вершин також застосовуються первинні терми і т.д. Вершини, які відзначені первинними термами, називаються початковими.

Приклад 1. Нехай $R = \Sigma^{-\omega}(a \vee bc) \cup (ab)^{-\omega}$, цьому виразу відповідає $T(R) = \{\Sigma^{-\omega} a, \Sigma^{-\omega} bc, (ab)^{-\omega} ab\}$. Оскільки кожен первинний терм має закінчуватися непорожнім словом, терм $(ab)^{-\omega}$ замінюється еквівалентним йому термом $(ab)^{-\omega} ab$. Для простоти вершини будемо ототожнювати з термами, що їх відзначають. До префіксу $\Sigma^{-\omega}$ вершини $\Sigma^{-\omega}.a$ застосовні усі три первинні терми. Їхнє застосування дає вершини $\Sigma^{-\omega}.a$, $\Sigma^{-\omega} b.c$ та $(ab)^{-\omega} a.b$, в які з вершини $\Sigma^{-\omega}.a$ ведуть дуги, відзначені відповідно символами a, c і b. До префіксу $\Sigma^{-\omega} b$ вершини $\Sigma^{-\omega} b.c$ застосовний лише терм $(ab)^{-\omega} ab$. Застосувавши його, отримаємо вершину $(ab)^{-\omega} a.b$, в яку веде дуга, що відзначена символом b. До префіксу $(ab)^{-\omega} a$ вершини $(ab)^{-\omega} a.b$ застосовний лише терм $\Sigma^{-\omega} a$, що дає вершину $(ab)^{-\omega}.a$ і дугу, що веде в неї і відзначена символом a. До префіксу $(ab)^{-\omega}$ вершини $(ab)^{-\omega}.a$ застосовний лише терм $(ab)^{-\omega} ab$, застосування якого породжує дугу, що веде із вершини $(ab)^{-\omega}.a$ у вершину $(ab)^{-\omega} a.b$ і відзначена символом b. У результаті отримуємо граф елементарних продовжень, наведений на рис. 1.

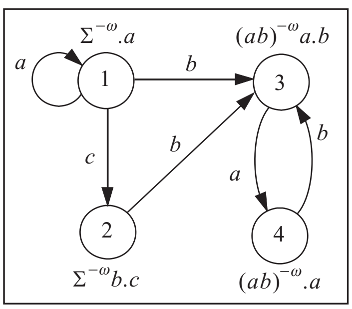

Рис. 1

Під час побудови графу елементарних продовжень виникають труднощі, коли потрібно обчислювати перетин двох термів вигляду $Q^{-\omega} r$, де Q — множина слів в алфавіті Σ'. Результат перетину може не бути простим термом і містити операцію *. У цьому разі для побудови графу елементарних продовжень слід використовувати алгоритм, який не потребує обчислення таких перетинів. Префікси вершин, одержаних таким алгоритмом, — це $-\omega$-регулярні вирази, розширені операцією перетину. Для застосування до них первинних термів використовують операції $-\omega$-розгортки та елементарного перетину [3]. Цей алгоритм тут не наводиться, оскільки розглянутий у статті спосіб переходу від графу елементарних продовжень до $-\omega$-регулярного виразу не залежить від того, який алгоритм використовувався для його отримання.

ПЕРЕХІД ВІД ГРАФУ ДО $-\omega$-РЕГУЛЯРНОГО ВИРАЗУ

Кожній вершині q графу елементарних продовжень відповідає множина Q $-\omega$-слів в алфавіті Σ'. Процес побудови $-\omega$-слова з Q полягає в послідовному породженні його символів, починаючи з останнього символу терму, що відзначає вершину q, і продовжується ліворуч відповідно до дуг, що виходять із вершин. Символи, що породжуються, — це позначки дуг, по яких здійснюється рух. Під час переходу від графу елементарних продовжень до $-\omega$-регулярного виразу зручніше користуватися оберненим графом, тобто графом, в якому напрямок дуг змінено на зворотний. Множину $-\omega$-слів Q, яка відповідає вершині q графу елементарних продовжень (оберненого графу), визначимо у такий спосіб.

Означення 1. Зворотне надслово $\ldots\sigma_{-2}\sigma_{-1}\sigma_0$ в алфавіті Σ' представлено вершиною q оберненого графу, якщо існує така нескінченна послідовність вершин $\ldots q_{-2}q_{-1}q_0$, де $q_0 = q$, що для будь-якого $i = -1, -2, -3, \ldots$ є дуга, яка веде із вершини q_i у q_{i+1} і відзначена символом σ_{i+1}. Множину всіх зворотних надслів, представлених вершиною q, позначимо Q'.

Нехай терм, що відзначає вершину q, закінчується символом $\sigma \in \Sigma'$. Якщо $-\omega$-слово g представлено вершиною q, говоритимемо, що $-\omega$-слово $g\sigma$ закінчується у вершині q. Множина $-\omega$-слів Q, що відповідає вершині q, — це множина всіх $-\omega$-слів, що закінчуються у вершині q, тобто $Q = Q'\sigma$. Поняття «$-\omega$-слово закінчується у вершині q» для оберненого графу є природнішим, ніж для графу елементарних продовжень, і відповідає порядку запису (конкатенації) символів у $-\omega$-регулярному виразі. Множина $R(G)$ $-\omega$-слів, яку задає граф елементарних продовжень G, — це об'єднання всіх $-\omega$-слів, що закінчуються в початкових вершинах відповідного оберненого графу.

Нехай $q_1, \ldots, q_k$ — усі вершини оберненого графу, з яких дуги ведуть у вершину q і відзначені відповідно символами $\sigma_1, \ldots, \sigma_k$, тоді згідно зі способом побудови графу $Q' = Q'_1\sigma_1 \cup \ldots \cup Q'_k\sigma_k$. Звідси випливає таке твердження.

Твердження 1. Нехай $q_1, \ldots, q_k$ — усі початкові вершини оберненого графу, з яких дуги ведуть у початкову вершину q, тоді $Q_1 \cup \ldots \cup Q_k \subseteq Q'$.

Отже, якщо $R(G)$ містить у собі Q', то додавати у вираз $R(G)$ множини $Q_1, \ldots, Q_k$ не потрібно. Зауважимо, що твердження 1 є справедливим, якщо для всіх $i = 1, 2, \ldots, k$ $Q_i = Q'_i\sigma_i$ (або $Q_i \subseteq Q'_i\sigma_i$). Щодо можливого порушення цієї умови дивись нижче.

Для кожної вершини q запишемо рівняння $Q' = Q'_1\sigma_1 \cup \ldots \cup Q'_k\sigma_k$. У такий спосіб отримаємо систему з n лінійних рівнянь з невідомими $Q'_1, \ldots, Q'_n$, де n — кількість вершин у графі. Розв'язання цієї системи рівнянь здійснюється методом послідовного вилучення невідомих і, зрештою, зводиться до розв'язання рівнянь вигляду $R = R_1 \cup RW$ або $R = RW$ з одним невідомим R, де $R, R_1 \subseteq \Sigma^{-\omega}$, $W \subseteq \Sigma^*$. Як показано в [4], перше рівняння має максимальний розв'язок $R = R_1W^* \cup W^{-\omega}$, якщо $W^{-\omega} \subseteq R$, інакше $R = R_1W^*$, що легко перевіряється підставленням розв'язку в рівняння; максимальний розв'язок другого рівняння має вигляд $R = W^{-\omega}$, якщо $W^{-\omega} \subseteq R$, інакше дорівнює $\varnothing$. У розглядуваному випадку не потрібно перевіряти виконуваність включень вигляду $W^{-\omega} \subseteq R$, оскільки вони завжди виконуються, що суттєво спрощує розв'язання. Розв'язавши систему рівнянь для невідомих Q_i', що відповідають початковим вершинам, і об'єднавши відповідні множини Q_i, отримаємо множину $R(G)$ $-\omega$-слів, що задається графом елементарних продовжень G. Розглянемо приклад побудови множини $-\omega$-слів для графу, наведеного на рис. 1.

Приклад 2. Відповідний обернений граф з початковими вершинами 1, 2, 3 зображено на рис. 2.

Система рівнянь для цього графу має такий вигляд:

$$Q_1' = Q_1' a \cup Q_2' c \cup Q_3' b,$$
$$Q_2' = Q_3' b,$$
$$Q_3' = Q_4' a,$$
$$Q_4' = Q_3' b.$$

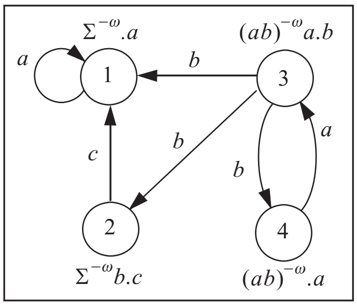

Рис. 2

Підставивши Q_4' у праву частину рівняння для Q_3', отримаємо $Q_3' = Q_3' ba$, отже, $Q_3' = (ba)^{-\omega}$. Підставивши значення Q_3' у рівняння для Q_2', отримаємо $Q_2' = (ba)^{-\omega} b = (ab)^{-\omega}$. Відповідно $Q_1' = Q_1' a \cup (ab)^{-\omega} c \cup (ba)^{-\omega} b$. Розв'язавши це рівняння, одержимо $Q_1' = ((ab)^{-\omega} c \cup (ab)^{-\omega}) a^* \cup a^{-\omega}$. Із твердження 1 випливає, що $Q_1' = Q_1 \cup Q_2 \cup Q_3$. Оскільки вершина 4 не є початковою, $R(G) = Q_1'$, тобто $R(G) = ((ab)^{-\omega} c \cup (ab)^{-\omega}) a^* \cup a^{-\omega}$.

Під час розв'язання рівнянь позначки вершин (а точніше, їхні останні символи) використовуються тільки на заключному етапі формування виразу $R(G)$. На цьому етапі Q_i', що відповідають початковим вершинам, заміняються (якщо це необхідно з урахуванням твердження 1) виразом $Q_i = Q_i' \sigma_i$, де σ_i — останній символ позначки вершини q_i. Таким чином, відзначати можна тільки початкові вершини і як позначку використовувати останній символ відповідного терму. Вважатимемо, що вершини, які не мають позначок, відзначені порожньою множиною.

ПЕРЕТВОРЕННЯ ОБЕРНЕНИХ ГРАФІВ

Два графи елементарних продовжень (обернених графи) називаються еквівалентними, якщо вони задають одну й ту саму множину $-\omega$-слів. У роботі [1] розглядалося еквівалентне перетворення графу елементарних продовжень, що полягає в ототожненні еквівалентних вершин. Це перетворення можна застосувати і для обернених графів, причому поняття еквівалентності вершин залишається тим самим. У цьому разі достатню умову еквівалентності вершин слід сформулювати інакше, пов'язавши її не з дугами, що виходять із вершини, а з тими, що входять. У графі елементарних продовжень ця умова формулюється аналогічно до умови еквівалентності станів скінченного детермінованого автомата, тому об'єднання вершин краще виконувати для вихідного графу елементарних продовжень, а потім переходити до оберненого графу.

Під час ототожнювання еквівалентних вершин множини їхніх позначок об'єднуються. Якщо такою вершиною є вершина q_i із твердження 1, то позначка вершини q_i може відрізнятися від σ_i, тобто може не виконуватися відношення $Q_i \subseteq Q_i' \sigma_i$. У цьому разі таку вершину треба вилучити з лівої частини твердження 1.

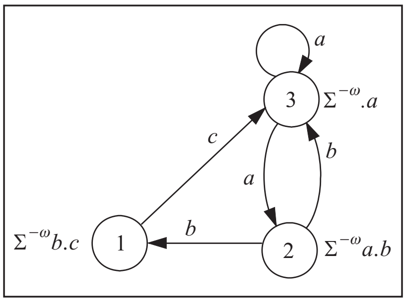

Рис. 3

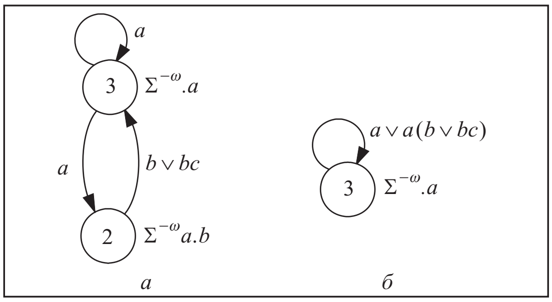

Рис. 4

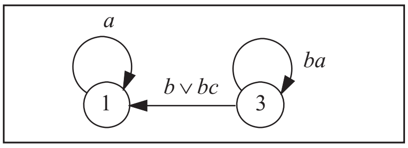

Рис. 5

Об'єднання послідовних дуг. Дугу, що веде із вершини q у вершину q' і відзначена символом $\sigma \in \Sigma'$, позначатимемо (q, σ, q').

Твердження 2. Нехай у вершину q_2 веде єдина дуга (q_1, r_1, q_2), де $q_1 \neq q_2$, і з неї виходять дуги (q_2, r_i, q_i), $i = 1, 2, \ldots, k$. Якщо вершина q_2 не є початковою або для неї на підставі твердження 1 не потрібно обчислювати значення Q_2, то, замінивши кожну пару дуг (q_1, r_1, q_2), (q_2, r_i, q_i) дугою $(q_1, r_1 r_i, q_i)$, отримаємо еквівалентний граф.

Для обґрунтування цього твердження зазначимо, що рівняння для вершини q_2 має вигляд $Q_2' = Q_1' r_1$ і підставлення його правої частини в рівняння для q_i утворює вираз $Q_1' r_1 r_2$, що відповідає дузі $(q_1, r_1 r_2, q_i)$. Кожна з дуг $(q_1, r_1 r_i, q_i)$ називається об'єднанням послідовних дуг (q_1, r_1, q_2) і (q_2, r_i, q_i). Таким чином, у результаті об'єднання послідовних дуг отримуються дуги з позначками із Σ^*.

Об'єднання паралельних дуг. Нехай $r_1, r_2 \in (\Sigma')^* \setminus \{\varepsilon\}$ і з вершини q_1 у вершину q_2 ведуть дуги (q_1, r_1, q_2) та (q_1, r_2, q_2). Ці дуги можна замінити однією дугою $(q_1, r_1 \cup r_2, q_2)$, яка називається об'єднанням паралельних дуг (q_1, r_1, q_2) і (q_1, r_2, q_2). Еквівалентність такого перетворення очевидна. Зауважимо, що паралельні дуги можуть виникати внаслідок об'єднання послідовних дуг, отже, позначками дуг можуть бути множини слів із Σ^*.

Приклад 3. Нехай $R = (a \vee ab \vee bc)^{-\omega}$. Відповідний обернений граф G наведено на рис. 3.

Тут на підставі твердження 1 $R(G) = Q_3'$, тобто значення Q_1 і Q_2 обчислювати не потрібно, тому дуги (2, b, 1) і (1, c, 3) можна замінити однією дугою (2, bc, 3). Після цього, об'єднавши паралельні дуги, отримаємо граф, наведений на рис. 4, *а*. Об'єднавши в ньому послідовні дуги (3, a, 2) та (2, $b \vee bc$, 3), отримаємо дугу (3, $a(b \vee bc)$, 3), об'єднавши яку з паралельною дугою (3, a, 3), одержимо граф, зображений на рис. 4, *б*.

Із цього графу маємо $R(G) = (a \vee a(b \vee bc))^{-\omega}$. Отже, внаслідок перетворень графу не знадобилося розв'язувати систему рівнянь.

Розглянемо альтернативний варіант побудови $-\omega$-регулярного виразу $R(G)$ для оберненого графу з прикладу 2. Тут $R(G) = Q_1'$, тому позначки вершин не потрібні. Після об'єднання двох пар послідовних дуг і подальшого об'єднання паралельних дуг отримаємо граф, наведений на рис. 5.

Рівняння для вершин 1 і 3 мають такий вигляд: $Q_1' = Q_1' a \cup Q_3' (b \vee bc)$, $Q_3' = Q_3' ba$. Звідси $Q_3' = (ba)^{-\omega}$ і $Q_1' = Q_1' a \cup (ba)^{-\omega} (b \vee bc)$. Отже, $R(G) = Q_1' =$ $= Q_1' a \cup (ba)^{-\omega} (b \vee bc) = (ab)^{-\omega} a^* \cup (ab)^{-\omega} ca^* \cup a^{-\omega}$.

ВИСНОВКИ

Для переходу від формул вигляду $F(t)$ логіки LP до $-\omega$-регулярних множин, які вони задають, суттєве значення має операція, що визначає максимальну префіксно-замкнуту підмножину множини R, заданої $-\omega$-регулярним виразом. Для отримання $-\omega$-регулярного виразу, який задає таку множину, був запропонований метод, що базується на побудові графу елементарних продовжень за $-\omega$-регулярним виразом, який не містить операції *. У цій статті запропоновано метод побудови $-\omega$-регулярного виразу, заданого графом елементарних продовжень. Метод базується на розв'язанні системи лінійних рівнянь над $-\omega$-регулярними множинами. Розв'язування такої системи рівнянь зводиться до розв'язування лінійних рівнянь вигляду $Q = R_1 \cup QW$ або $Q = QW$ з одним невідомим Q. Максимальний розв'язок рівняння в першому випадку має вигляд $Q = R_1 W^* \cup W^{-\omega}$, а в другому — $Q = W^{-\omega}$.

Розглянуто еквівалентні перетворення графів, які зменшують кількість вершин або дуг у графі, що спрощує відповідну систему рівнянь. Запропонований метод дає змогу досить просто за графом побудувати $-\omega$-регулярний вираз, який він задає. Зазначимо, що розглядалися графи, одержані для $-\omega$-регулярних виразів, які не містять операції *. Взагалі, запропонований метод є придатним для будь-яких графів, що задають скінченні детерміновані автомати. Для $-\omega$-регулярного виразу, який містить операцію *, утворюється граф з нескінченною кількістю вершин. Щоб цьому запобігти, потрібно розширити поняття графу елементарних продовжень, допускаючи використання оператора * у позначках дуг і вершин. Розгляд методів побудови таких графів і визначення їхніх властивостей є предметом подальших досліджень.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чеботарев А.Н. От формул вида $F(t)$ языка LP к $-\omega$-регулярным выражениям. *Кибернетика и системный анализ*. 2020. Т. 56, № 5. С. 3–17.
2. Thiemann P., Sulzmann M. From ω-regular expressions to Buchi automata via partial derivatives. *Lecture Notes Comput. Sci.* Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2015. Vol. 8977. P. 287–298.
3. Чеботарьов А.М. Перетин $-\omega$-регулярних виразів. *Кібернетика та системний аналіз.* 2021. Т. 57, № 5. С. 12–21.
4. Staiger L. On ω-power languages. *Lecture Notes Comput. Sci.* Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 1997. Vol. 1218. P. 377–394.

A.N. Chebotarev

CONSTRUCTING A $-\omega$-REGULAR EXPRESSION SPECIFIED BY AN ELEMENTARY EXTENSIONS GRAPH

Abstract. In synthesis of a Σ-automaton specified in the LP language, the problem arises how to represent the set of $-\omega$-words defined by a formula $F(t)$ in the form of a $-\omega$-regular expression. Construction of this representation is based on the correspondence between structural components of the formulas and $-\omega$-regular expressions. To provide such a correspondence, two additional operations on $-\omega$-regular sets relating to the operation of quantification in the formulas were introduced. The problem was reduced to calculating the $-\omega$-regular expressions defined by these operations. This calculation relies on the construction of an elementary extensions graph, in which certain set of infinite paths corresponds to all $-\omega$-words that belong to the $-\omega$-set to be calculated. A method for constructing a $-\omega$-regular expression specified by such a graph is proposed in the paper. This method is based on solving a system of linear equations over $-\omega$-regular sets.

Keywords: $-\omega$-word, $-\omega$-regular expression, prefix-closed set of $-\omega$-words, elementary extensions graph, linear equations over $-\omega$-regular sets.

Надійшла до редакції 25.03.2021