УДК 303.732.4

В.В. ХИЛЕНКО
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна,
e-mail: *vkhilenko@ukr.net.*

АЛГОРИТМ ДЕКОМПОЗИЦІЙНОГО КЕРУВАННЯ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ НЕЛІНІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ СИСТЕМ ЗА НАЯВНОСТІ РІЗНОШВИДКІСНИХ ПРОЦЕСІВ У ЇХНІЙ ДИНАМІЦІ

Анотація. Запропоновано декомпозиційний алгоритм прогнозування траєкторій нелінійних стохастичних систем, у динаміці яких присутні субпроцеси, що значно відрізняються за швидкістю. Алгоритм спрямований на скорочення часу отримання прогнозних результатів для суттєво нелінійних об'єктів і систем, коли розрахунки за їхніми повними математичними моделями пов'язані з великим обсягом обчислень та складнощами тимчасового корегування параметрів.

Ключові слова: нелінійні стохастичні системи, математичне моделювання та прогнозування динаміки, керування динамічними системами, декомпозиція моделей.

Для істотно нелінійних об'єктів та систем прогнозування динаміки за їхніми повними математичними моделями пов'язане, зазвичай, з великим обсягом обчислень та значними часовими витратами [1–4]. Наявність параметричних невизначеностей [5], необхідність корегування моделей з урахуванням особливостей часового інтервалу тощо вимагає значного часу для отримання прогнозних даних та додаткового уточнення адекватності моделі.

Для розв'язання цієї задачі актуальним є розроблення евристичних алгоритмів, що дають змогу за допомогою певних спрощень, що не порушують адекватності моделей, які використовуються, і відповідно не порушують працездатності систем керування, скоротити час обчислення прогнозних показників [6]. Своєчасне виявлення у режимі реального часу розбіжностей між прогнозним впливом випадкових чинників і фактичними даними стану системи забезпечить адекватне реагування системи керування щодо недопущення виходу параметрів об'єкта керування (системи) за межі допустимого діапазону.

У багатьох прикладних задачах для забезпечення роботи систем керування використовують «швидкі» прогнозні дані, отримані з урахуванням декомпозиційних моделей. У цьому разі скорочення часу щодо отримання прогнозу дає змогу мінімізувати подальші відхилення бажаної траєкторії. Декомпозиційні моделі використовуються з метою:

а) скорочення часу циклу: прогноз траєкторії у наступній часовій точці, тобто на кінці наступного інтервалу дискретизації — корегування керувальних впливів — отримання фактичних значень параметрів системи (зняття даних із датчиків);

б) оптимізації інтервалу дискретизації роботи системи керування.

Побудова декомпозиційних моделей складних нелінійних систем також являє собою трудомістку задачу [7], розв'язання якої ускладнюється наявністю стохастичних факторів [8], а також присутністю в динаміці моделі більш ніж двох груп параметрів, що змінюються з суттєво різною швидкістю, тобто наявністю ступінчастого примежового шару [7, 9]. Однак результати розв'язання зазначеної задачі дають змогу забезпечити більшу швидкодію і більшу «гнучкість» системи керування, оскільки розширюється спектр моделей, що застосовуються, а також забезпечується використання на кожному тимчасовому інтервалі відповідних йому моделей і точніше визначається стан об'єкта керування.

Вважатимемо, що опис досліджуваного об'єкта (системи) сформовано у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\dot{X} = f(x, s, u, t), \qquad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

де $x \in G$ — вектор змінних; $s \in G$ — деякий вектор параметрів або функцій, що мають стохастичний характер, який враховує вплив випадкових факторів; u — вектор керувальних впливів; G — деяка множина, що входить у заданий нормований простір.

Вважатимемо також, що для системи (1) справедливі співвідношення [7]

$$\frac{\max\limits_{i} \operatorname{Re} \lambda_i}{\min\limits_{i} \operatorname{Re} \lambda_i} >> 1, \tag{2}$$

де λ — власні числа Якобіана системи рівнянь (1).

За методом зниження порядку [7] наведемо перші k змінних вектора x у вигляді

$$x_i(t) = w_i(t) + \Omega_i(x'_q(t), \ldots, x'_n(t)) \;\; (i = \overline{1, k}; q = k+1), \tag{3}$$

де Ω_i — розв'язок підсистеми рівнянь

$$f_i(x', u, t) = 0 \quad (i = \overline{1, k}), \tag{4}$$

яка отримана з k перших рівнянь системи (1) для $\dot{x}_i = 0, \; s = 0$.

Функції $w_i(t)$ є розв'язками системи

$$\dot{w}_i = F_i(w_l, x'_q, \ldots, x'_n, t) \;\; (i, l = \overline{1, k}), \tag{5}$$

отриманої підставленням виразів (3) у перші k рівнянь системи (1).

Вважатимемо допустимою кусково-інтервальну лінеаризацію траєкторії системи і перейдемо до лінеаризованої системи, знехтуючи впливом стохастичних параметрів:

$$\dot{X} = Ax + B, \qquad x(t_0) = x_0. \tag{6}$$

Система (6) є лінеаризацією системи (1) на деякому інтервалі $[t_k, t_{k+1}]$, де t_k і t_{k+1} — відповідно початкове і кінцеве значення t деякого k-го інтервалу дискретизації динаміки системи.

Вважатимемо, що у визначеному інтервалі дискретизації керувальні впливи не підлягають корегуванню, якщо траєкторія системи не виходить за межі деякого встановленого діапазону. При цьому вважаємо також, що початковий і кінцевий стани системи для кожного інтервалу дискретизації є відомими і перебувають у діапазоні допустимих стосовно зору стійкості і керованості системи значень. Оцінювання розбіжності прогнозних та фактичних значень параметрів системи на кінцях інтервалів дискретизації дає змогу виявити вплив випадкових процесів, математичні моделі яких отримати неможливо або нераціонально. Наступні керувальні впливи можна оптимізувати з урахуванням «пам'яті» за варіативністю можливих випадкових процесів або одномоментних факторів, що мають стохастичну природу. Час, потрібний для керувальної системи, щоб забезпечити різноспрямований рух з урахуванням внесення поправок щодо прогнозного значення динаміки випадкових процесів, пов'язаний з великими тимчасовими витратами. Метою лінеаризації та переходу до декомпозиційних моделей є зменшення обчислювальної складності задачі. Можливе оцінювання власних чисел матриць дає змогу суттєво скоротити час, потрібний для отримання (розрахунку) прогнозу за різноспрямованими векторами.

Використовуючи систему (6), обчислимо прогнозне значення вектора кінцевої точки t_{k+2} наступного інтервалу дискретизації $[t_{k+1}, t_{k+2}]$, тобто $x_p(t_{k+2})$.

Визначимо величини

$$\Delta(t_{k+2}) = x_F(t_{k+2}) - x_p(t_{k+2}), \tag{7}$$

де x_F — фактичне значення вектора змінних, та

$$\theta(t_{k+2}) = x_F(t_{k+2}) - x_0(t_{k+2}), \tag{8}$$

де x_0 — початкове сплановане значення вектора змінних, що відповідає оптимальній траєкторії руху (динаміки процесів) системи.

Отримані значення Δ та θ дають змогу оцінити вплив випадкових факторів на динаміку системи на певному інтервалі дискретизації та визначитись стосовно необхідного корегування керувальних впливів для зменшення значення θ.

Введення величини

$$\varepsilon = \| X_B - x_F \|, \tag{9}$$

де X_B — граничне значення діапазону стійкості, ε — деяка норма, що визначається розробником з урахуванням вимог до динаміки системи і дає змогу виявити «критичність» стану, тобто різницю між запланованими параметрами динаміки системи і фактичним її станом. Виявлення значних розбіжностей, які свідчать про виникнення «турбулентності» у поведінці системи, дають змогу змінювати не тільки керувальні впливи, а й величину інтервалу дискретизації у критичних ситуаціях.

Критичність ситуації оцінюватиметься користувачем з урахуванням особливостей функціонування та специфіки конкретної системи, оптимальне керування якої має бути забезпечене, і визначатиметься деяким діапазоном наближення параметрів системи до межі діапазону стійкості її динаміки. Визначимо оцінку критичної ситуації:

$$X(t') < \varepsilon_{\max} \wedge X(t') > \varepsilon_{\min}, \tag{10}$$

де t' — певний момент часу, $\varepsilon_{\max}$ та $\varepsilon_{\min}$ відповідно визначають межі діапазону «примежевого шару». Перебування в цьому діапазоні параметрів системи зумовлює зменшення інтервалу дискретизації та корегування параметрів керування.

Якщо система керування спрацьовує ефективно, то напрямленість векторів впливів, що керують динамікою системи на сусідніх інтервалах дискретизації, протилежна, тобто

$$\frac{u_{t_k}(x_i)}{u_{t_{k+1}}(x_i)} < 0, \qquad (11)$$

де $u_{t_k}(x_i)$ і $u_{t_{k+1}}(x_i)$ — значення керувальних параметрів для i-ї змінної на k-му і $(k+1)$-му інтервалах дискретизації відповідно.

У цьому випадку результивний вектор у разі швидкого відхилення системи від потрібної траєкторії має забезпечити повернення до неї або діапазону допустимого відхилення, застосовуючи негативний субвектор керування на інтервалі $[t_{k+1}, t_{k+2}]$, який напрямлений у протилежний бік щодо субвектора керування, що діяло на інтервалі $[t_k, t_{k+1}]$.

Якщо розрахункова напрямленість векторів керувальних впливів збігається на сусідніх інтервалах дискретизації, тобто

$$\frac{u_{t_k}(x_i)}{u_{t_{k+1}}(x_i)} > 0, \qquad (12)$$

то потрібно здійснити додаткову перевірку адекватності використовуваної моделі та доцільно зменшити інтервал дискретизації. Аналогічно величина інтервалу дискретизації та значення керувальних впливів підлягають корегуванню, якщо зміни фактичних значень параметрів системи в моменти t_i та t_{i+1} перевищують деяку норму e^*:

$$\| x(t_i) - x(t_{i+1}) \| > e^*. \qquad (13)$$

При цьому вважатимемо, що перевищення допустимих параметрів системи не є «викидами», зумовленими помилками системи вимірювання або разовими подіями, що не мають суттєвого значення та не змінюють динаміку системи в цілому. Вважатимемо, що ситуація, коли система керування змушена послідовно односпрямовано впливати на об'єкт керування, намагаючись зменшити значне (неприйнятне) відхилення від очікуваної траєкторії, зумовлена внутрішніми або зовнішніми факторами, що виникли непередбачувано. Вплив цих факторів на деякому інтервалі часу вимагає корекції (зміни) моделі та зменшення інтервалу дискретизації. З урахуванням особливостей конкретного об'єкта користувач визначає, чи є відхилення, що відбуваються на декількох інтервалах дискретизації (або різкі зміни процесів — «викиди»), такими подіями, які можуть бути провісниками неординарних ситуацій, аналізованих у теорії катастроф [10, 11].

Після переходу до декомпозиційної моделі крок дискретизації її складових можна вибрати істотно різним, тобто

$$\tau_m >> \tau_s, \qquad (14)$$

де τ_m і τ_s — відповідно кроки дискретизації повільних та швидких складових. Із співвідношення між τ_m та τ_s випливає, що

$$\tau_m = q * \tau_s, \tag{15}$$

де q — деяке число, що в загальному вигляді приймає різні значення на різних інтервалах дискретизації.

Оцінювання власних чисел матриць декомпозиційної системи на кожному кроці (почасовому інтервалі) виконуватимемо згідно з теоремою та відповідно до алгоритму обчислення власних чисел [7, 9]. З урахуванням співвідношень (5) та (6) прогнозування за динамікою повільних та швидких складових можна виконати окремо з використанням субмоделей. У деяких випадках корегування керувальних впливів за швидкими змінними може бути достатнім для збереження динаміки всієї системи, що визначається сукупністю як повільних, так і швидких складових. Показником ефективності (достатності) керування загальною динамікою системи за швидкими складовими у разі наявності фактичного діапазону випадкових впливів є обмеженість варіативного діапазону розбіжності фактичних та прогнозних даних. Цей підхід є ефективним у разі, коли вихідна математична модель об'єкта є значно жорсткою.

У деяких випадках потрібна кореляція керувальних впливів як за швидкими, так і за повільними рухами. Однак питання доцільності побудови та використання декомпозиційних моделей значною мірою залежатиме від обсягу обчислень, пов'язаних з визначенням коефіцієнтів взаємозв'язку (взаємовпливу) між повільними та швидкими змінними [7].

Декомпозиційний алгоритм керування для нелінійних стохастичних систем, у динаміці яких присутні суттєво різношвидкісні процеси, мусить містити такі операції.

1. Перехід від вихідної нелінійної моделі до кусково-лінеаризованої.

2. Застосування методу зниження порядку системи і формування підсистем швидких і повільних змінних.

3. Визначення прогнозних значень динаміки системи, нехтуючи впливом стохастичних параметрів.

4. За результатами порівняння прогнозних та фактичних даних стану системи на кінці розглянутого інтервалу дискретизації має бути здійснено корегування значень керувальних параметрів підсистеми швидких змінних для наступного інтервалу дискретизації.

Отже, керування динамікою системи на інтервалах дискретизації, величина яких визначається швидкими складовими, виконується за фіксованими (квазіфіксованими) значеннями керувальних змінних за повільними складовими. Вчасна реакція системи керування за швидкими складовими має забезпечити утримання динаміки об'єкта у визначеному діапазоні відхилення траєкторії, яке виникло під впливом стохастичних параметрів.

Залежно від діапазону змін стохастичних параметрів і особливостей динаміки конкретного об'єкта декомпозиційний алгоритм керування можна розробляти на основі обчислення керувальних параметрів за повільними субмоделями для кусково-фіксованих значень швидких змінних. Вибір схеми алгоритму визначається відповідно до задачі, що вирішується, і послідовність виконання кроків 1 та 2 при цьому в обох схемах алгоритму може змінюватись [12].

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Kutz J., Brunton S., Brunton B., Proctor J. Dynamic mode decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems. *SIAM*. Philadelphia, 2016. 250 p.
2. Jones B., Ryan M. The utility of decomposition as systems engineering tool. Conference: Systems Engineering. Test and Evaluation Conference SETE-2012. Canberra, 2012.
3. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. Москва: Радио и связь, 1989. 388 с.
4. Khilenko V.V., Strzelecki R., Kotuliak I. Solving the problem of dynamic adaptability of artificial intelligence systems that control dynamic technical objects. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2018. Vol. 54, N 6. P. 867–873.
5. Akhmetov B., Lakhno V., Malyukov V., Zhumadilova M., Kartbayev T. Decision support system about investments in smart city in conditions of incomplete information. *International Journal of Civil Engineering and Technology.* 2019. Vol. 10, Iss. 2. P. 661–670.
6. Іванов А.О. Теорія автоматичного керування: Дніпропетровськ: Національний гірничий університет, 2003. 250 с.
7. Khilenko V. Order reduction methods and adequate simplification of the models with uncertain coefficients. *Cybernetics and Systems Analysis.* 1998. Vol. 34, N 3. P. 458–461.
8. Афанасьев В.Н. Стохастические системы. Оценки и управление. Москва: ЛЕНАНД, 2018. 152 с.
9. Grishchenko A.Z., Khilenko V.V. Determining the number of fast and slow components in decomposition of arbitrarily large linear dynamical models. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1991. Vol. 27, N 6. P. 795–801.
10. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. Москва: Мир, 1980. 607 с.
11. Sanns W. Catastrophe theory with mathematica: A geometric approach. Germany: DAV, 2000. 175 p.
12. Khilenko V., Butko I., Ternavsjka V. Application of decomposition methods for solving the problems of processing of geoinformation systems. Monitoring 2019 Conference — Monitoring of Geological Processes and Ecological Condition of the Environment, 2019.

V.V. Khilenko

ALGORITHM FOR DECOMPOSITION CONTROL AND PREDICTION OF TRAJECTORIES OF NONLINEAR STOCHASTIC SYSTEMS UNDER DIFFERENT-SPEED PROCESSES IN THEIR DYNAMICS

Abstract. The author proposes a decompositional algorithm for predicting the trajectories of nonlinear stochastic systems whose dynamics contain subprocesses significantly different in speed. The algorithm is focused on reducing the time to obtain predictive results for substantially nonlinear objects and systems, when calculations based on their complete mathematical models are associated with a large amount of computation and the complexity of temporary adjustment of parameters.

Keywords: nonlinear stochastic systems, mathematical modeling and forecasting of dynamics, control of dynamic systems, decomposition of models.

Надійшла до редакції 15.09.2021