

**О.Д. ПОЛІЩУК**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача  
НАН України, Львів, Україна, e-mail: [od\\_polishchuk@ukr.net](mailto:od_polishchuk@ukr.net).

**М.С. ЯДЖАК**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача  
НАН України; Львівський національний університет імені Івана Франка,  
Львів, Україна, e-mail: [yadzhak\\_ms@ukr.net](mailto:yadzhak_ms@ukr.net).

**АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОNUВАННЯ АВТОТРАНСПОРТНОЇ СИСТЕМИ МІСТА МЕТОДАМИ U-СТАТИСТИК.**

**I. ІНТЕРАКТИВНЕ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТИВ НЕПЕРЕРВНОГО МОНІТОРИНГУ**

**Анотація.** Метод *U*-статистик застосовано для аналізу ефективності функціонування автотранспортної системи (АТС) великого міста, як складної мережової системи із частково впорядкованим рухом потоків. На основі результатів неперервного моніторингу руху обладнаної GPS-трекерами впорядкованої частини потоків, а саме засобів громадського транспорту, розроблено методи інтерактивного, прогнозичного та агрегованого оцінювання стану та процесу функціонування складових АТС різних рівнів ієрархії. Запропоновану методику можна легко автоматизувати та використовувати для оперативного аналізу і прогнозування розвитку автотранспортних ситуацій на автошляхах міста та для розроблення ефективних засобів оптимізації процесу функціонування АТС.

**Ключові слова:** складна мережа, мережева система, автотранспортна система, *U*-статистика, оцінювання, прогнозування, агрегація.

**ВСТУП**

У працях [1–4] на прикладі залізничної транспортної системи було розроблено методику комплексного оцінювання стану та процесу функціонування мережевої системи (МС) із повністю впорядкованим рухом потоків. Такі системи складають значну частку сучасного індустріального суспільства. Однак, не менш важливими у функціонуванні економіки та забезпечені життєдіяльності людського соціуму є системи із частково впорядкованим рухом потоків, тобто системи, у яких рух лише частини потоків відбувається за певним графіком. Одним із показових прикладів таких систем є автотранспортні системи великих міст. Задачі підвищення ефективності їхнього функціонування, оптимізації дорожньої інфраструктури та регулювання руху, а також розв’язання проблеми заторів та запобігання дорожньо-транспортним пригодам (ДТП) і оперативне подолання їхніх наслідків давно привертають увагу дослідників [5–8]. Натепер для розв’язання цих задач все активніше використовують можливості новітніх мобільних та інформаційних технологій [9–12]. Рух частини потоків у таких МС, а саме засобів громадського транспорту (ЗГТ), здійснюється згідно з наперед складеним графіком. Очевидно, що оцінювання стану та ефективності функціонування таких систем є не менш важливим, ніж оцінювання МС, у яких рух потоків є повністю детермінованим.

Натепер створено чимало математичних моделей процесу функціонування АТС великого міста: мікро- та макроскопічних, кінематичних, гравітаційних, ентропійних, які ґрунтуються на теорії станів, клітинних автоматів, конкурентних можливостей тощо [13, 14]. Загалом ці моделі достатньо адекватно описують процеси, які відбуваються в АТС у некритичних умовах їхнього функціонування, але не можуть розв’язати проблему критичного завантаження шляхів у години пік, визначити причини виникнення заторів та розв’язати інші важливі задачі моделювання та оптимізації автомобільного трафіку у місті.

Мета статті — розроблення інтерактивної методики оцінювання і прогнозування стану та ефективності функціонування елементів АТС міста на основі методу *U*-статистик. Цей метод ефективно застосовують для верифікації достовірності прогнозів поведінки складних систем, адекватності їхніх математичних моделей тощо [15, 16].

#### **АТС МІСТА ЯК МЕРЕЖЕВА СИСТЕМА ІЗ ЧАСТКОВО ВПОРЯДКОВАНИМ РУХОМ ПОТОКІВ**

Дослідження АТС, як і будь-якої мережевої системи, починається із визначення її структури. Як основні елементи цієї структури виокремлюємо перехрестя (узли) та поєднуючі їх ділянки шляху (ребра). Впорядкованою частиною транспортних потоків у цій системі вважатимемо ЗГТ. Сучасні методи GPS-моніторингу автотранспортних засобів дають можливість відстежувати у режимі реального часу (оновлення інформації про кожний об'єкт моніторингу відбувається кожні 15 с) місцезнаходження транспортного засобу, визначати його швидкість, місце та тривалість зупинок, перетин контрольних зон, найменші відхилення від заданого маршруту тощо [10]. На підставі цих даних системи GPS-моніторингу дають змогу формувати детальні звіти про пересування конкретного транспортного засобу, які можна використовувати як для оцінювання його стану, так і в сукупності для подальшого об'єктивного аналізу стану та якості функціонування автотранспортних мереж (АТМ). Згадані технології дають змогу достатньо точно визначати щільність, інтенсивність та обсяги транспортних потоків, які пересуваються ребрами АТМ. Аналіз цих даних, одержаних для системи громадського транспорту, у якій зараз широко впроваджуються GPS-трекери, дає змогу робити у режимі реального часу опосередковані, але достатньо обґрунтовані висновки про стан та якість функціонування системи. Більш того, процес одержання таких висновків та вироблення адекватних реакцій на транспортні ситуації можна легко автоматизувати.

Кожний власник ЗГТ зацікавлений у максимізації кількості перевезених пасажирів. Це відображається на області покриття маршрутами ЗГТ території міста та складанні графіка руху кожного автобуса за маршрутом, який формується на основі дотримання (залежно від часу доби) близької до максимального допустимої швидкості його руху між зупинками та мінімізації часу посадки-висадки пасажирів на зупинках, тобто збільшенні кількості проходжень маршрутом кожного автобуса за добу. Невідповідним чином складений графік руху може привести до скучення громадського транспорту на невеликій ділянці маршруту і унаслідок цього — до зменшення кількості пасажирів та доходів перевізника. Зазвичай маршрути громадського транспорту достатньо щільно охоплюють територію кожного великого міста, зокрема усі основні його автошляхи.

Серед основних причин неефективного функціонування АТС міста можна виокремити вади дорожньої інфраструктури, наприклад, відсутність зручних розв'язок, незадовільний стан шляхів або транспортних засобів, низьку пропускну здатність доріг або надмірну щільність транспортних потоків, а також неефективну організацію їхнього руху за допомогою світлофорів. Застосування методів інтерактивного оцінювання поведінки систем із повністю впорядкованим рухом потоків, як засобу неперервного моніторингу функціонування АТС [4], виявляється не зовсім зручним унаслідок наявності великої кількості негативних випадкових впливів (ДТП, кліматичні умови і т. ін.), які порушують усталений процес функціонування АТС.

## МЕТОДИ *U*-СТАТИСТИК ЛОКАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ СТАНУ ТА ЯКОСТІ ФУНКЦІОNUВАННЯ АТС

Для аналізу результатів неперервного моніторингу АТС можна використовувати низку статистичних методів: порівняння інтенсивності руху та швидкості на контрольних ділянках мережі, дисперсійний та кореляційний аналіз, визначення залежності між інтенсивністю, швидкістю та щільністю руху або між часом руху та тривалістю затримки на зупинках на основі двокомпонентних моделей кінематичної теорії транспортного потоку тощо [12–14]. Застосуємо теорію *U*-статистик для побудови інтерактивно-статистичного методу оцінювання процесу функціонування елементів АТС як засобу аналізу результатів їхнього неперервного моніторингу.

Як об'єкти моніторингу оберемо регульовані та нерегульовані перехрестя автотранспортної мережі, а також елементарні ділянки шляху, які визначимо як складові ребер АТМ, обмежені перехрестями, світлофорами та зупинками ЗГТ. Дотримання встановленого графіка руху засобів громадського транспорту на самперед залежить від швидкості їхнього руху на елементарних ділянках АТМ. Якщо середня швидкість руху автотранспорту на елементарних ділянках у ненавантажені години доби опосередковано, але від того не менш ґрунтovно, свідчить про стан цих ділянок (якість дорожнього покриття), то перетин регульованих перехресть свідчить про ефективність організації руху мережею (режиму роботи світлофорів).

Якщо автодорожнє покриття якісне, то з урахуванням чинних правил руху в населених пунктах середня швидкість автотранспортних засобів, зокрема ЗГТ, на елементарних ділянках шляху має бути у межах 40–50 км/год, при наймні у ненавантажені години доби. Ефективна організація роботи світлофорів (окрім випадків виникнення заторів) передбачає, що час затримки автотранспортного засобу на перехресті не перевищить часу, протягом якого для напрямку його руху ввімкнено червоний сигнал світлофору. Отже, як очікувані показники стану елементарних ділянок можна обрати середню швидкість руху на них ЗГТ, а як показники ефективності функціонування — значення режиму роботи світлофорів, що мінімізують час затримки на перехресті.

Локальне оцінювання процесу функціонування елементів АТС здійснюватимемо подобово, обравши за початок відліку 00:00 год поточної доби. Позначимо  $v_{ij}^a$  — середню швидкість руху на  $i$ -й елементарній ділянці  $j$ -го з початку доби ЗГТ,  $1 \leq j \leq N_i$ , де  $N_i$  — максимальна кількість ЗГТ, які рухаються цією ділянкою протягом доби. Нехай  $v_{ij}^h$  — середня очікувана або обчислена на підставі попередніх статистичних досліджень швидкість руху на  $i$ -й ділянці автотранспортних засобів у момент  $t_j \in [00:00, 24:00]$ , яка визначається правилами дорожнього руху і залежить від просторової геометрії шляху (пряма, крива, одна або більше смуг), довжини ділянки, прогнозованої щільності руху у певний час доби, кліматичних умов тощо (рис. 1).

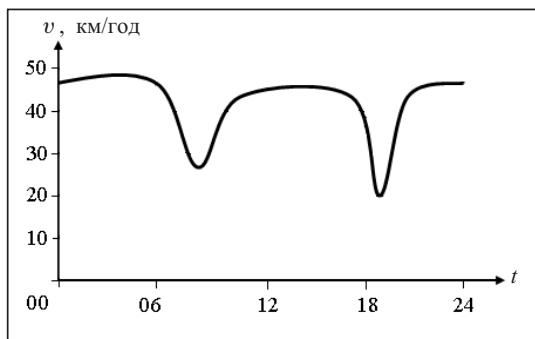


Рис. 1. Приклад очікуваної середньої швидкості руху автотранспортних засобів на  $i$ -й елементарній ділянці АТМ протягом доби

хрестях ATM визначимо сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j} = \{t_{ik}^a\}_{k=1}^j$ ,  $\mathbf{t}_i^{h,j} = \{t_{ik}^h\}_{k=1}^j$ , у яких  $t_{ik}^a = s_i / v_{ik}^a$ ,  $t_{ik}^h = s_i / v_{ik}^h$  та  $s_i$  — довжина  $i$ -ї елементарної ділянки,  $i = \overline{1, L}$ , де  $L$  — кількість елементарних ділянок, з яких складається ATM міста та якими рухається громадський транспорт. Тоді головна  $U$ -статистика  $U_{ij}$  руху на  $i$ -й ділянці ATM, яка визначає відносне відхилення реального часу руху ЗГТ ділянкою від очікуваного протягом періоду  $[0, t_j]$ , обчислюється за співвідношенням

$$U_{ij} = \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j} / (\|\mathbf{t}_i^{a,j}\|_{R^j} + \|\mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}), \quad (1)$$

де  $\|\mathbf{t}\|_{R^j}$  — норма Евклідового простору  $R^j$ , породжувана скалярним добутком  $\langle \mathbf{t}, \mathbf{t} \rangle_{R^j} = \sum_{k=1}^j t_k \tau_k$ .

Окрім головного значення  $U_{ij}$ , методи  $U$ -статистики містять також три додаткові критерії:

— коефіцієнт частки зміщення  $U_{ij}^m$ , за яким оцінюють систематичну похибку або наскільки середнє арифметичне значення реальних даних відрізняється від відповідного значення очікуваних показників на  $i$ -й ділянці ATM протягом періоду  $[0, t_j]$ , обчислений за співвідношенням

$$U_{ij}^m = j(\bar{t}_{ij}^a - \bar{t}_{ij}^h)^2 / \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}^2, \quad (2)$$

де  $\bar{t}_{ij}^a = \sum_{k=1}^j t_{ik}^a$  та  $\bar{t}_{ij}^h = \sum_{k=1}^j t_{ik}^h$ ;

— коефіцієнт частки дисперсії  $U_{ij}^s$ , за яким оцінюють міру збігу очікуваних та реальних швидкостей ЗГТ на  $i$ -й ділянці ATM протягом періоду  $[0, t_j]$ , обчислений за співвідношенням

$$U_{ij}^s = j(u_{ij}^a - u_{ij}^h)^2 / \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}^2, \quad (3)$$

де  $u_{ij}^a = \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \bar{\mathbf{t}}_i^{a,j}\|_{R^j} / j$ ,  $\bar{\mathbf{t}}_i^{a,j} = \{\bar{t}_{ik}^a\}_{k=1}^j$ , та  $u_{ij}^h = \|\mathbf{t}_i^{h,j} - \bar{\mathbf{t}}_i^{h,j}\|_{R^j} / j$ ,  $\bar{\mathbf{t}}_i^{h,j} = \{\bar{t}_{ik}^h\}_{k=1}^j$ ;

— коефіцієнт частки коваріації  $U_{ij}^c$ , за яким оцінюють залишкову похибку і який дає змогу виокремлювати ті випадки, коли задовільні за першими двома критеріями реальні дані взаємно компенсують помилки спостережень на  $i$ -й ділянці ATM протягом періоду  $[0, t_j]$ , обчислений за співвідношенням

$$U_{ij}^c = 2j(1-r)u_{ij}^a u_{ij}^h / \|\mathbf{t}_i^{a,j} - \mathbf{t}_i^{h,j}\|_{R^j}^2, \quad (4)$$

де  $r$  — коефіцієнт кореляції між реальними та очікуваними даними, який для систем такого типу зазвичай є близьким до 0 [14],  $j = \overline{1, N_i}$ ,  $i = \overline{1, L}$ .

Використовуючи обчислені значення визначених вище  $U$ -статистик, формуємо уточнені бальні оцінки їхньої поведінки протягом періоду  $[0, t_j]$ . Враховуючи, що значення цих статистик належать проміжку  $[0, 1]$  та поведінка оцінюваних характеристик руху ЗГТ є тим кращою, чим більшими є значення  $U_{ij}$ -,  $U_{ij}^m$ - та  $U_{ij}^s$ -статистик до 0, а значення  $U_{ij}^c$ -статистики — до 1, інтерактивну статистичну уточнену бальну оцінку  $e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j} = \{t_{ik}^a\}_{k=1}^j$  за головною статистикою  $U_{ij}$  визначаємо за формулою

$$e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,j}) = \begin{cases} 5, & \text{якщо } U_{ij} \in [0.00, \gamma_1], \\ 4 + 4(\gamma_2 - U_{ij}), & \text{якщо } U_{ij} \in ]\gamma_1, \gamma_2[, \\ 3 + 4(\gamma_3 - U_{ij}), & \text{якщо } U_{ij} \in ]\gamma_2, \gamma_3[, \\ 2, & \text{якщо } U_{ij} \in ]\gamma_3, 1.00]. \end{cases} \quad (5)$$

Аналогічно визначаються інтерактивні статистичні уточнені бальні оцінки  $e_{U_{ij}^m}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  та  $e_{U_{ij}^s}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  за  $U_{ij}^m$ - та  $U_{ij}^s$ -статистиками відповідно,  $j = \overline{1, N_i}$ ,  $i = \overline{1, L}$ . Вважатимемо, що інтерактивна статистична оцінка  $e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  поведінки сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  за  $U_{ij}^c$ -статистикою визначається за формулою

$$e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a,j}) = \begin{cases} 5, & \text{якщо } U_{ij}^c \in [\gamma_3, 1.00], \\ 4 + 4(U_{ij}^c - \gamma_2), & \text{якщо } U_{ij}^c \in [\gamma_2, \gamma_3[, j = \overline{1, N_i}, i = \overline{1, L}. \\ 3 + 4(U_{ij}^c - \gamma_1), & \text{якщо } U_{ij}^c \in [\gamma_1, \gamma_2[, \\ 2, & \text{якщо } U_{ij}^c \in [0.00, \gamma_1[. \end{cases} \quad (6)$$

Значення інтерактивних статистичних оцінок, обчислені за формулами (5), (6), отримують в уточнений бальній шкалі оцінювання [2], у якій основна понятійна оцінка, а саме «задовільно» та «добре», відповідної статистики уточнюється, згідно з особливостями її поведінки протягом періоду часу  $[0, t_j]$ . Такі оцінки дають змогу скласти значно адекватніше уявлення про стан дорожнього покриття або ефективність організації руху автотранспортних потоків.

Поточний узагальнений висновок  $E_{ij}(\mathbf{t}_i^{a,j})$  про поведінку сукупності  $\mathbf{t}_i^{a,j}$  протягом періоду  $[0, t_j]$  та відповідний фінальний узагальнений висновок  $E_{i,N_i}(\mathbf{t}_i^{a,N_i})$  протягом доби за усіма  $U$ -статистиками отримуємо, використовуючи метод лінійної агрегації [3], а саме:

$$\begin{aligned} E_{i,N_i}(\mathbf{t}_i^{a,N_i}) = & (e_{U_{ij}}(\mathbf{t}_i^{a,N_i}) + e_{U_{ij}^m}(\mathbf{t}_i^{a,N_i}) + \\ & + e_{U_{ij}^s}(\mathbf{t}_i^{a,N_i}) + e_{U_{ij}^c}(\mathbf{t}_i^{a,N_i})) / 4, \quad i = \overline{1, L}. \end{aligned} \quad (7)$$

У табл. 1 наведено результати оцінювання двох ділянок АТМ Львова. При цьому у (5) та (6) вважалося, що  $\gamma_k = 0.25k$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Ділянка 1 має чотири смуги і є горизонтальною прямою із асфальтовим покриттям та розташована у «спальному районі» на околиці міста, ділянка 2 має дві смуги і є горизонтальною прямою із покриттям бруківкою та розташована у середмісті Львова.

Для аналізу результатів неперервного моніторингу часу перетину ЗГТ регульованих перехресть, розташованих на шляху їхнього руху, методами  $U$ -статистик та обчислення відповідних уточнених бальних оцінок ефективності роботи світлофорів також застосовуються співвідношення (1)–(6), де як  $\mathbf{t}_i^{a,j} = \{t_{ik}^a\}_{k=1}^j$  та  $\mathbf{t}_i^{h,j} = \{t_{ik}^h\}_{k=1}^j$  використовують реальні та очікувані значення часу затримки ЗГТ перед світлофором.

У табл. 2 наведено результати оцінювання режиму роботи двох світлофорів, які розташовані у кінці ділянок 1 та 2 відповідно, розглянутих у попередньому прикладі. Для побудови фінального узагальненого висновку також використовувався метод лінійної агрегації.

Порівняння даних табл. 1 та 2 дає змогу зробити висновок, що переваги, які надаються завдяки якісному стану автошляху, можуть нівелюватися неефективним режимом роботи світлофорів, та навпаки. Це сприяє пошуку як резервів удосконалення дорожньої інфраструктури, так і оптимізації процесу функціонування АТС

**Таблиця 1**

| Тип статистики        | Ділянка 1  |        | Ділянка 2  |        |
|-----------------------|------------|--------|------------|--------|
|                       | статистика | оцінка | статистика | оцінка |
| $U_{i,N_i}$           | 0.29       | 4.84   | 0.54       | 3.84   |
| $U_{i,N_i}^m$         | 0.21       | 4.52   | 0.51       | 3.96   |
| $U_{i,N_i}^s$         | 0.17       | 4.96   | 0.41       | 4.36   |
| $U_{i,N_i}^c$         | 0.62       | 3.48   | 0.08       | 2.00   |
| $E_{i,N_i}, i = 1, 2$ | 4.59       |        | 3.54       |        |

**Таблиця 2**

| Тип статистики        | Перехрестя 1 |        | Перехрестя 2 |        |
|-----------------------|--------------|--------|--------------|--------|
|                       | статистика   | оцінка | статистика   | оцінка |
| $U_{i,N_i}$           | 0.52         | 3.92   | 0.33         | 4.68   |
| $U_{i,N_i}^m$         | 0.37         | 4.52   | 0.27         | 4.92   |
| $U_{i,N_i}^s$         | 0.39         | 4.44   | 0.37         | 4.52   |
| $U_{i,N_i}^c$         | 0.24         | 2.00   | 0.36         | 3.44   |
| $E_{i,N_i}, i = 1, 2$ | 3.72         |        | 4.39         |        |

міста для суттєвого покращення ефективності її роботи. Якщо метою оцінювання є тільки стан автошляхів, то визначені вище  $U$ -статистики доцільно обчислювати у ненавантажені періоди доби, наприклад, з 6:00 до 8:00, з 11:00 до 16:00 та з 21:00 до 24:00. Якщо метою оцінювання є тільки ефективність роботи світлофорів, то визначені вище  $U$ -статистики доцільно обчислювати у навантажені періоди доби, тобто з 8:00 до 10:00 та з 17:00 до 20:00. Зазначимо також, що для обчислення більш строгих оцінок  $U$ -статистик різних типів межі їхніх основних бальних (понятійних) оцінок можна корегувати, а для отримання адекватніших узагальнених висновків — використовувати методи нелінійної або зваженої лінійної агрегації [17].

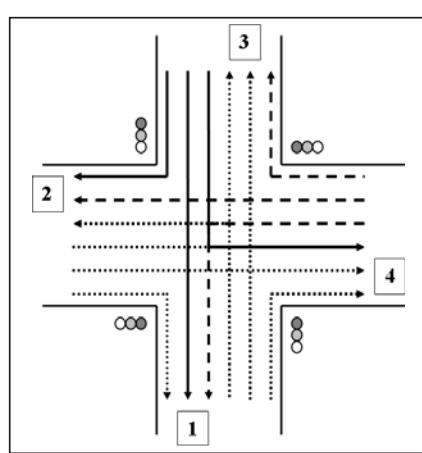


Рис. 2. Схема руху автотранспорту на перехресті великого міста (1 — «спальний» район міста до 150 тис. мешканців, 2 — замістя, 3 — промисловий район, 4 — середмістя)

Проялюструємо корисність застосування визначених вище  $U$ -статистик на такому прикладі. У Львові, як і у більшості великих міст країни, існують сотні перехресть-узлів зі структурним ступенем 4. Рух автотранспортних засобів на найважливіших із цих перехресть регулюють світлофори. Неоптимальний режим роботи цих світлофорів, особливо в години пік, зазвичай стає причиною тривалих заторів. Значення  $U$ -статистик для вузлів АТС міста дають змогу насамперед виокремити ті перехресть, через які відбувається найбільш інтенсивний рух автотранспортних засобів та які потребують першочергової оптимізації роботи світлофорів. На рис. 2 зображене схему руху автотранспорту на перехресті 1.

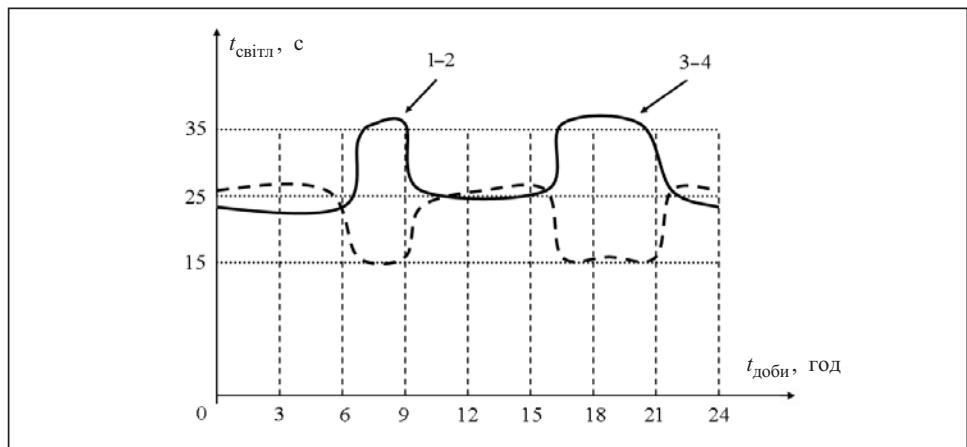


Рис. 3. Оптимальний режим роботи світлофорів на перехресті протягом доби

Очевидно, що у ранкові години пік (приблизно з 7:30 до 9:30) найбільші транспортні потоки спостерігаються зі «спального» району та замістя у напрямках промислової зони та середмістя, а у вечірні години пік (приблизно з 17:00 до 20:00) — у зворотних напрямках. Довший час зелений сигнал світлофорів у кожному напрямку (протягом доби) тривав 15 с, що призводило до постійних кількасотметрових заторів у ранкові та вечірні години пік. Це пояснювалось тим, що під час кожного зеленого сигналу світлофора через перехрестя пропускалося занадто мало транспортних засобів, а кількість автомобілів, що підїжджали до нього, поступово збільшувалась.

На підставі кількісного аналізу накопичення автотранспортних засобів у різних напрямках у різні години доби під час очікування зеленого сигналу світлофора було встановлено найбільш оптимальний режим роботи світлофорів на перехресті 1 у робочі дні тижня (рис. 3). Позначення 1–2 відображає оптимальний режим роботи світлофорів для руху зі «спального» району та замістя у ранкові години пік, а позначення 3–4 — з боку промислового району та середмістя у вечірні години пік. На жаль, забезпечити неперервну зміну режиму роботи світлофорів протягом доби не вдалося з технічних причин. Однак було встановлено, що якщо тривалість зеленого сигналу світлофора у кожному напрямку дорівнює 25 с, то це мінімізує накопичення обсягів транспортних потоків, а отже, протидіє виникненню заторів як у ранкові, так і у вечірні години пік.

Аналогічне дослідження також було проведено для інших найбільш завантажених перехресть міста, що дало змогу принаймні частково оптимізувати режими роботи світлофорів на них та суттєво зменшити проблему заторів за межами середмістя.

Використовуючи методи теорії  $U$ -статистик для дослідження руху автотранспорту нерегульованими перехрестями, можна визначити (у випадку постійних заторів) необхідність регулювання руху на таких перехрестях за допомогою світлофорів. Метою неперервного моніторингу АТС міста можуть бути й інші важливі показники її функціонування: місцезнаходження регулярних ДТП, ділянки постійних ремонтних робіт, невиправдані щільністю потоків затори, зменшення пропускної здатності ділянок автошляху унаслідок масового паркування транспортних засобів і т. ін. У результаті таких досліджень світлофори встановлювали не лише на перехрестях, але й на пішохідних переходах на прямих ділянках дороги, на яких неодноразово здійснювалися наїзди.

## АГРЕГОВАНЕ ОЦІНЮВАННЯ СТАНУ ТА ЯКОСТІ ФУНКЦІОNUВАННЯ АТС

Поділимо АТС міста на  $R$  районів. Зазвичай ці райони є значно меншими за розміром, ніж однотипні адміністративні одиниці міста, та мають особливості структури та процесу функціонування АТС. Позначимо  $G_r = \overline{(V_r, E_r)}$  — структуру  $r$ -го району, в якій  $V_r = \{v_{r,k}\}_{k=1}^{K_r}$  та  $E_r = \{e_{r,k}\}_{k=1}^{N_r}$ ,  $r = \overline{1, R}$ , — сукупності вузлів та ребер цієї структури. Визначимо структуру кожного ребра  $e_{r,k}$  як послідовність елементарних ділянок автошляху, розділених світлофорами та зупинками ЗГТ, тобто  $e_{r,k} = \{e_{r,k}^l\}_{l=1}^{L_{r,k}}$ . Побудову узагальнених висновків насамперед проводитимемо для сукупностей локальних оцінок, які характеризують стан ребер, підмереж районів та інфраструктури АТС міста загалом. Ці висновки формуються у результаті послідовного виконання таких кроків.

1. Агрегація за часом (подобово) оцінок стану елементарної ділянки автошляху протягом певного періоду часу з використанням методу нелінійної агрегації, який у випадку однаково важливих елементів системи позбавлений недоліку методу лінійної агрегації, що полягає у нівелюванні як позитивних, так і негативних висновків стосовно їхнього стану та процесу функціонування [17]. Для спрощення викладу позначимо  $E_{l,m}^{r,k}$  — обчислений за формулою (7) узагальнений висновок про стан  $l$ -ї ділянки  $k$ -го ребра  $r$ -го району АТС, отриманий унаслідок неперервного моніторингу руху ЗГТ цією ділянкою протягом  $m$ -ї доби,  $m = \overline{1, M}$ . Узагальнений висновок  $E_{l,M}^{r,k}$  про стан досліджуваної ділянки протягом  $M$  діб отримуємо методом нелінійної агрегації за співвідношенням:

$$E_{l,M}^{r,k} = \prod_{m=1}^M E_{l,m}^{r,k} / (\varepsilon_{l,M}^{r,k})^{M-1},$$

де  $\varepsilon_{l,M}^{r,k} = \sum_{m=1}^M E_{l,m}^{r,k} / M$ .

Аналіз поведінки послідовності оцінок  $E_{l,M}^{r,k}$  зі зростанням часового інтервалу, тобто значення  $M$ , дає змогу відстежувати швидкість погіршення стану ділянки та прогнозувати терміни її чергового ремонту [2].

2. Побудова методом нелінійної агрегації узагальненого висновку  $E_M^{r,k}$  про стан ребра АТМ, яке складається з оцінених на попередньому кроці елементарних ділянок, а саме:

$$E_M^{r,k} = \prod_{l=1}^{L_{r,k}} E_{l,M}^{r,k} / (\varepsilon_M^{r,k})^{L_k - 1}, \quad (8)$$

де  $\varepsilon_M^{r,k} = \sum_{l=1}^{L_{r,k}} E_{l,M}^{r,k} / L_k$ .

3. Побудова методом гібридної агрегації [17], який поєднує переваги методів нелінійної та зваженої лінійної агрегації, узагальненого висновку  $E_M^r$  про стан транспортної інфраструктури окремого району АТС міста з урахуванням пріоритетності окремих ребер АТМ. Поділимо усі ребра  $r$ -го району на  $N_r$  груп ребер однакової пріоритетності  $\rho_n^r$ ,  $n = \overline{1, N_r}$ , значення якої є пропорційними до обсягів автотранспортних потоків, які рухаються ребром за  $M$  діб. Тоді узагальнений висновок  $E_M^r$  про стан автошляхів району визначається за співвідношенням:

$$E_M^r = \sum_{n=1}^{N_r} (\rho_n^r \tilde{E}_M^{r,n}) / \sum_{n=1}^{N_r} \rho_n^r, \quad (9)$$

де  $\tilde{E}_M^{r,n}$  — отриманий методом нелінійної агрегації узагальнений висновок для сукупності ребер  $n$ -ї групи,  $n = \overline{1, N_r}$ .

4. Побудова методом гібридної агрегації узагальненого висновку  $E_M$  про стан транспортної інфраструктури АТС міста загалом з урахуванням пріоритетності підмереж окремих районів АТМ. Поділимо усі райони АТС міста на  $N$  груп районів однакової пріоритетності  $\sigma_n$ ,  $n = \overline{1, N}$ , значення якої є пропорційними до обсягів автотранспортних потоків, які рухаються районом за  $M$  діб. Тоді узагальнений висновок  $E_M$  про стан автошляхів міста визначається за співвідношенням:

$$E_M = \sum_{n=1}^N (\sigma_n \tilde{E}_M^n) / \sum_{n=1}^N \sigma_n, \quad (10)$$

у якому  $\tilde{E}_M^n$  — отриманий методом нелінійної агрегації узагальнений висновок для сукупності районів  $n$ -ї групи,  $n = \overline{1, N}$ .

Показником достовірності отриманих агрегованих оцінок у межах міста є питома вага сукупності маршрутів громадського транспорту у структурі всіх його вулиць. Прогнозування поведінки оцінок (8)–(10) доцільно використовувати під час планування термінів та обсягів необхідних ремонтних робіт автошляхів міста і пов'язаних з ними втрат [3].

Наступний етап полягає у побудові узагальнених висновків для сукупностей локальних оцінок, які характеризують ефективність режимів роботи світлофорів на автошляхах міста. Ці висновки аналогічно оцінкам стану формуються у результаті послідовного виконання таких кроків.

1. Нелінійна агрегація за часом (подобово) оцінок режиму роботи окремого світлофора протягом певного періоду часу.

2. Побудова методом нелінійної агрегації та прогноз поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи усіх оцінюваних на попередньому кроці світлофорів окремого регульованого перехрестя АТМ.

3. Побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи усіх світлофорів району міста з урахуванням пріоритетності окремих його регульованих перехресть.

4. Побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи усіх світлофорів міста з урахуванням пріоритетності окремих його районів.

Показником достовірності отриманих агрегованих оцінок є питома вага транспортних потоків, які рухались повз оцінену вище сукупність світлофорів, порівняно з усіма транспортними потоками міста. Сформовані узагальнені висновки створюють достатньо адекватне уявлення про ефективність організації руху транспортних засобів у місті та можуть бути використані для оптимізації режиму роботи світлофорів на його автошляхах.

Агреговане оцінювання також доцільно здійснювати з метою аналізу та прогнозування розвитку поточної автотранспортної ситуації, яка склалася на окремому маршруті руху ЗГТ, у районі міста або його АТС загалом. Узагальнені висновки цього типу формуються у результаті виконання таких кроків.

1. Побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальненого висновку про поточний стан (завантаженість) маршруту руху ЗГТ з урахуванням пріоритетності окремих ребер АТМ, які розташовані на шляху цього маршруту.

2. Побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальненого висновку про ефективність роботи світлофорів на маршруті руху ЗГТ у поточний момент часу з урахуванням пріоритетності окремих світлофорів АТМ, які розташовані на шляху цього маршруту.

Агреговані оцінки можна будувати і для послідовності елементарних ділянок шляху та світлофорів, які утворюють маршрут руху ЗГТ:

— побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальнено-го висновку про поточний стан (завантаженість) автошляхів окремого району міста з урахуванням пріоритетності ребер, які входять до складу АТМ району;

— побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальнено-го висновку про ефективність роботи світлофорів окремого району міста з урахуванням пріоритетності світлофорів, які входять до складу АТМ району.

Агреговані оцінки також можна будувати для сукупності елементарних ділянок шляху та світлофорів, які входять до складу АТМ району:

— побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальнено-го висновку про поточний стан (завантаженість) автошляхів міста загалом з урахуванням пріоритетності ребер, які входять до складу його АТМ;

— побудова методом гібридної агрегації та прогноз поведінки узагальнено-го висновку про ефективність роботи світлофорів міста загалом з урахуванням пріоритетності світлофорів, які входять до складу його АТМ.

Агреговані оцінки можна будувати і для сукупності елементарних ділянок шляху та світлофорів, які входять до складу АТМ міста.

## ВИСНОВКИ

Розроблені у статті методи оцінювання та отримані результати можна успішно застосовувати для оцінювання поточних автотранспортних ситуацій на окремих ділянках міської автомережі та прогнозування у режимі реального часу їхнього подальшого розвитку. Для глибшого аналізу стану та ефективності функціонування АТС міста застосовано відповідні методи побудови узагальнених висновків, які дають змогу визначати найбільш завантажені у поточний момент або у найближчому майбутньому складові АТМ та завчасно обирати альтернативні шляхи руху в об’їзд цих складових, перерозподіляючи тим самим щільність транспортних потоків. Як і для систем із повністю впорядкованим рухом потоків, запропонована у цій статті методика також має комплексний характер, оскільки поєднує у собі взаємопов’язані методи інтерактивного, прогностичного та агрегованого оцінювання поведінки складових системи різного типу та рівнів ієрархії. Порівняно з іншими методиками запропоновану у статті методику достатньо просто реалізувати за допомогою вже впроваджених у АТС більшості великих міст засобів GPS-трекінгу руху ЗГТ та легко автоматизувати з використанням сучасних інформаційних технологій. Пропоновані методи потребують попереднього опрацювання в режимі реального часу значних обсягів вхідних даних, що можна здійснити, застосовуючи високо-паралельні алгоритми цифрової фільтрації [18]. Okрім цього, з метою проведення досліджень АТС на сучасних обчислювальних засобах [19] необхідно на підставі методів *U*-статистик будувати паралельні алгоритми оцінювання. Саме в цьому автори вбачають напрямок своїх подальших досліджень.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: I. Опис методики. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 1. С. 21–31.
2. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: II. Локальне та прогностичне оцінювання. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 2. С. 26–38.
3. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: III. Агреговане оцінювання. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2015. № 4. С. 20–31.

4. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: IV. Інтерактивне оцінювання. *Системні дослідження та інформаційні технології*. 2016. № 1. С. 7–16. <https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2016.1.01>.
5. Kamenchukov A., Yarmolinsky V., Pugachev I. Evaluation of road repair efficiency in terms of ensuring traffic quality and safety. *Transportation Research Procedia*. 2018. Vol. 36. P. 627–633. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2018.12.142>.
6. Su F., Dong H., Jia L., Sun X. On urban road traffic state evaluation index system and method. *Modern Physics Letters B*. 2017. Vol. 31, N 1. 1650428. <https://doi.org/10.1142/S0217984916504285>.
7. Iwanowicz D., Chmielewski J. Analysis of the methods of traffic evaluation at the approaches of urban signalised intersections. In: Nodes in Transport Networks — Research, Data Analysis and Modelling. Lecture Notes in Intelligent Transportation and Infrastructure. Macioszek E., Kang N., Sierpinski G. (Eds). Cham: Springer, 2020. P. 180–198. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-39109-6\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-030-39109-6_14).
8. Xiaoliang S., Jinke J., Jinjin Z., Jun L. Research on traffic state evaluation method for urban road. *Proc. International Conference on Intelligent Transportation, Big Data and Smart City*. 2015. P. 687–691. <https://doi.org/10.1109/ICITBS.2015.174>.
9. Lewandowski M., Placzek B., Bernas M., Szymala P. Road traffic monitoring system based on mobile devices and bluetooth low energy beacons. *Wireless Communications and Mobile Computing*. 2018. Vol. 2018. 3251598. <https://doi.org/10.1155/2018/3251598>.
10. Внуков А.Б. Современные системы навигации и слежения за наземными транспортными средствами на базе спутниковых технологий. *Горная промышленность*. 2006. № 6. С. 97–101.
11. Jin J., Ma X., Kosonen I. An intelligent control system for traffic lights with simulation-based evaluation. *Control Engineering Practice*. 2017. Vol. 58. P. 24–33. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2016.09.009>.
12. Кочерга В.Г., Зырянов В.В., Коноплянко В.И. Интеллектуальные транспортные системы в дорожном движении. Ростов на Дону: Изд-во Ростовского гос. строит. ун-та, 2001. 108 с.
13. Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков. *Автоматика и телемеханика*. 2003. № 11. С. 3–46.
14. Буслаев А.П., Новиков А.В., Приходько В.М., Таташев А.Г., Яшина М.В. Вероятностные и имитационные подходы к оптимизации автодорожного движения. Москва: Мир, 2003. 368 с.
15. Korolyuk V.S., Borovskich Y.V. Theory of U-statistics. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013. 554 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-3515-5>.
16. Lee A.J. U-statistics: Theory and practice. London: Routledge, 2019. 320 p.
17. Polishchuk O. Construction of generalized conclusions by means of linear and nonlinear aggregation methods. *Mathematical Modeling and Computing*. 2017. Vol. 4, N 2. P. 177–186. <https://doi.org/10.23939/mmc2018.01.074>.
18. Анисимов А.В., Яджак М.С. Построение оптимальных алгоритмов массовых вычислений в задачах цифровой фильтрации. *Кибернетика и системный анализ*. 2008. № 4. С. 3–14.
19. Яджак М.С., Поліщук О.Д., Тютюнник М.І. Оптимізація методики комплексного оцінювання складних систем на підставі паралельних обчислень. *Інформатика та математичні методи в моделюванні*. 2016. Т. 6, № 4. С. 347–356.

**O.D. Polishchuk, M.S. Yadzhak**

**ANALYSIS OF THE OPERATION EFFICIENCY OF A CITY TRANSPORT SYSTEM  
BY THE METHODS OF U-STATISTICS. I. INTERACTIVE EVALUATION  
OF THE RESULTS OF CONTINUOUS MONITORING**

**Abstract.** The method of *U*-statistics is used to analyze the efficiency of operation of the motor transport system of a large city as a complex network system with partially ordered traffic flows. Based on the results of continuous monitoring of the ordered part of the flows equipped with GPS-trackers, namely, public transportation, methods of interactive, forecasting, and aggregated analysis of the state and process of operation of motor transport system components of various hierarchy levels have been developed. The proposed technique can be easily automated and used for operational analysis and forecasting of the development of traffic situations on city highways and creating efficient tools to optimize the operation of the motor transport system.

**Keywords:** complex network, network system, road system, *U*-statistics, evaluation, forecasting, aggregation.

*Надійшла до редакції 19.02.2021*