

**Д.М. ОНУФРІЄНКО**

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків, Україна, e-mail: *OnufrienkoResearcher@gmail.com*.

**Ю.К. ТАРАНЕНКО**

Приватне підприємство «Лікопак», Дніпро, Україна, e-mail: *tatanen@ukr.net*.

## **БЕЗПОРОГОВИЙ МЕТОД ДИСКРЕТНОЇ ВЕЙВЛЕТ-ФІЛЬТРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ**

**Анотація.** Розглянуто сучасні методи й алгоритми DWT-фільтрації зображень від Гаусових шумів високого рівня. Зазначено, що ці шуми можуть виникати під час аерофотознімання місцевості в умовах забрудненого повітря. Розглянуто використання єдиного універсального порога обмеження вейвлет-коефіцієнтів деталізації VisuShrink для всіх рівнів декомпозиції та адаптивного порога BayesShrink. Розроблено алгоритм обмеження кортежу вейвлет-коефіцієнтів зображення.

**Ключові слова:** DWT, VisuShrink, BayesShrink, алгоритм, Евклідова норма, кортеж вейвлет-коефіцієнтів.

### **ВСТУП**

Останнім часом на практиці широко застосовують алгоритми, що ґрунтуються на декомпозиції зображень у базисі вейвлет-функцій [1, 2]. Ці алгоритми призначені для реалізації порогового оброблення вейвлет-коефіцієнтів і містять такі етапи:

перший етап — декомпозиція зашумленого зображення на матрицю вейвлет-коефіцієнтів методом дискретного вейвлет-перетворення;

другий етап — порогове оброблення зашумлених вейвлет-коефіцієнтів, що складають матрицю, з використанням порогової функції зі спеціальним порогом;

третій етап — реконструкція отриманої матриці в очищене від шуму зображення.

Щоб здійснити другий етап, потрібно вибрати порогову функцію та поріг залежно від властивостей зображення і виконати складні обчислення. Тому спрощення алгоритмів порогової вейвлет-фільтрації зображень є актуальною задачею, особливо у разі браку часу на оброблення візуальної інформації.

Мета статті є такою: на основі результатів аналізу порогових методів вейвлет-фільтрації з урахуванням структури матриці вейвлет-перетворення зображень розробити безпороговий метод DWT-фільтрації зображень з визначенням вейвлет-функції. Визначити критерії ефективності безпорогового методу та побудувати простий алгоритм його реалізації мовою Python. Цей алгоритм забезпечує мінімальну Евклідову норму відстані між векторами знешумленого та оригінального зображень. Методологія розв'язання цієї задачі полягає у пошуку параметрів DWT-фільтрації для забезпечення її ефективності за наявності шумів високого рівня.

### **ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДУ**

Наведемо стислі [3, 4] теоретичні відомості, необхідні для викладу матеріалу. Плоске зображення можна математично описати за допомогою функції двох змінних  $f(x, y)$ . Для дискретного вейвлет-перетворення функції  $f(x, y)$  згідно з прийнятою у спеціальній літературі термінологією використовують масштабувальні функції  $\varphi(x)$  і  $\psi(x)$  — «батьківський» та «материнський» вейвлети відповідно. Під час масштабування та зсуву з цих функцій формують ортонормовані базисні функції у просторі функцій однієї змінної  $f(x)$ .

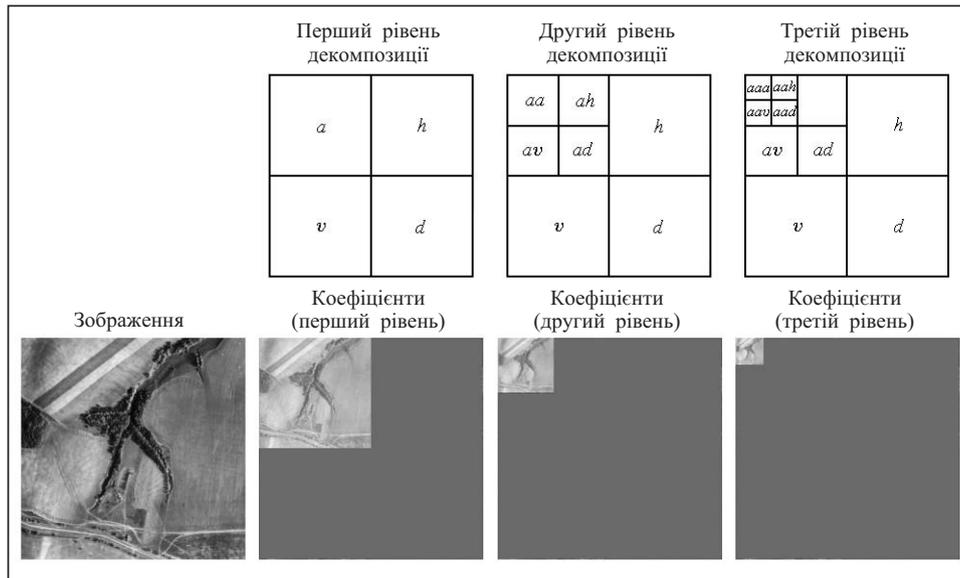


Рис. 1. Реконструкція зображення aero.jpeg (512 × 512) для трьох рівнів декомпозиції, вейвлет db4

Для вейвлет-декомпозиції зображення в результаті тензорного перемноження функцій  $\{\varphi_{j,n}(x)\}$ ,  $\{\psi_{j,n}(x)\}$  отримаємо ортонормовані базові функції

$$\begin{aligned} \{\varphi\varphi_{j,n,m}(x, y) = \varphi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)\}; \quad \{\varphi\psi_{j,n,m}(x, y) = \varphi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)\}; \\ \{\psi\varphi_{j,n,m}(x, y) = \psi_{j,n}(x)\varphi_{j,m}(y)\}; \quad \{\psi\psi_{j,n,m}(x, y) = \psi_{j,n}(x)\psi_{j,m}(y)\}, \end{aligned}$$

при цьому коефіцієнти декомпозиції є такими:

$A_j = \{aa_{j,n,m}\}$  — апроксимувальні (отримані як коефіцієнти декомпозиції за базисом  $\varphi\varphi_{j,n,m}(x, y)$ );

$H_j = \{ad_{j,n,m}\}$  — горизонтальні деталізувальні (отримані як коефіцієнти декомпозиції за базисом  $\varphi\psi_{j,n,m}(x, y)$ );

$V_j = \{da_{j,n,m}\}$  — вертикальні деталізувальні (отримані як коефіцієнти декомпозиції за базисом  $\psi\varphi_{j,n,m}(x, y)$ );

$D_j = \{dd_{j,n,m}\}$  — діагональні деталізувальні (отримані як коефіцієнти декомпозиції за базисом  $\psi\psi_{j,n,m}(x, y)$ ).

Зображення задається матрицею  $F$  з рівнем декомпозиції  $j_0$ :

$$A_j(H_j, V_j, D_j) = F, \quad (1)$$

де  $(H_j, V_j, D_j)$  — кортеж деталізувальних коефіцієнтів декомпозиції.

На першому рівні декомпозиції  $j_0 + 1$  обчислюються апроксимувальні  $A_j = \{aa_{j_0+1, n, m}\}$  та кортеж деталізувальних ( $H_j = \{ad_{j_0+1, n, m}\}$ ,  $V_j = \{da_{j_0+1, n, m}\}$ ,  $D_j = \{dd_{j_0+1, n, m}\}$ ) коефіцієнтів. Подальшу декомпозицію з остаточною реконструкцією на кожному етапі декомпозиції наведено на рис. 1. Файл aero.jpeg фрагменту аерофотознімання отримано з бази даних PyWavelets (<https://github.com/PyWavelets/pywt/blob/master/pywt/data/>).

#### АЛГОРИТМ БЕЗПОРОГОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

Під впливом Гаусового шуму різного походження, як візуального (задимлення) так і апаратного, зазнають спотворення всі коефіцієнти матриці  $F$ . Для дослідження впливу шуму введемо похибки апроксимувальних і деталізувальних вейвлет-коефіцієнтів через відносні зміни норм Евклідової відстані між

векторами, утвореними цими коефіцієнтами:

$$\begin{cases} E(A) = \frac{\|A_j - A_j(\eta)\|}{\|A_j\|}, \\ E(H) = \frac{\|H_j - H_j(\eta)\|}{\|H_j\|}, \\ E(V) = \frac{\|V_j - V_j(\eta)\|}{\|V_j\|}, \\ E(D) = \frac{\|D_j - D_j(\eta)\|}{\|D_j\|}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $A_j(\eta)$ ,  $H_j(\eta)$ ,  $V_j(\eta)$ ,  $D_j(\eta)$  — вектори вейвлет-коефіцієнтів, змінені під впливом шуму.

Для визначення залежності безрозмірної похибки вейвлет-коефіцієнтів від пікового відношення сигналу зображення до шуму (PSNR) у децибелах розроблено таку програму мовою Python:

```
def PSNR(original, compressed):
    mse = mean((original - compressed) ** 2)
    if(mse == 0):
        return 100
    max_pixel = 255.0
    psnr = 20 * log10(max_pixel / sqrt(mse))
    return psnr

original=pywt.data.aero();size=original.shape
xPSNR=[];yA=[];yH=[];yV=[];yD=[]
for ran in arange(4,36,4):
    random.seed(1)
    noisy =random.normal(original,ran,size)
    xPSNR.append(PSNR(noisy,original))
    coeffs2 = pywt.dwt2(noisy, 'bior1.3')
    A, (H, V, D) = coeffs2
    noisy =random.normal(noisy,ran, size)
    coeffs2 = pywt.dwt2(noisy, 'bior1.3')
    A1, (H1, V1, D1) = coeffs2
    yA.append(linalg.norm((A-A1),ord=1)/linalg.norm(A,ord=1))
    yH.append(linalg.norm((H-H1),ord=1)/linalg.norm(H,ord=1))
    yV.append(linalg.norm((V-V1),ord=1)/linalg.norm(V,ord=1))
    yD.append(linalg.norm((D-D1),ord=1)/linalg.norm(D,ord=1))
plt.ylabel('E');plt.xlabel('PSNR dB')
plt.plot(xPSNR,yA,marker='o',linewidth=1,linestyle='solid',label='E(A)')
plt.plot(xPSNR,yH,marker='o',linewidth=1,linestyle='solid',label='E(H)')
plt.plot(xPSNR,yV,marker='o',linewidth=1,linestyle='solid',label='E(V)')
plt.plot(xPSNR,yD,marker='o',linewidth=1,linestyle='solid',label='E(D)')
plt.grid();plt.legend();plt.show()
```

Результат її застосування наведено на рис. 2.

З графіка видно, що похибка вейвлет-коефіцієнтів апроксимації  $E(A)$  є найменшою та слабо залежить від зростання шуму (зменшення PSNR). Значно сильніше змінюється похибка для коефіцієнтів деталізації  $E(A)$ ,  $E(V)$ ,  $E(D)$ .

Для оцінювання ефективності фільтрації застосуємо показник нормованої Евклідової відстані безпосередньо до сигналів зображень:

$$E = \frac{\|im - img\|}{\|im\|}, \quad (3)$$

де  $im, img$  — вектори оригінального та знесумленого зображень відповідно.

Для реалізації безпорогового алгоритму скористаємося висновком, отриманим з графіка (рис. 2). Скопіюємо складну структуру вкладених масивів коефіцієнтів деталізації і після заповнення отриманої структури нулями замінимо наявні коефіцієнти на створені.

Наведемо приклад реалізації запропонованого безпорогового методу DWT-фільтрації з використанням бібліотеки PyWavelets [5] мовою Python:

```
def PSNR(original, compressed):
    mse = mean((original - compressed) ** 2)
    if(mse == 0):
        return 100
    max_pixel = 255.0
    psnr = 20 * log10(max_pixel / sqrt(mse))
    return psnr

nsigma=42
im= pywt.data.aero()
size=im.shape
random.seed(1)
img=im+ random.normal(0, nsigma, size)
wavlist= pywt.wavlist(kind='discrete')
result=[]
for wt in wavlist:
    coeffs = pywt.dwt2(im,wt,mode='symmetric', axes=(-2, -1))
    A, (V, H, D) = coeffs
    A= pywt.threshold(A, value=0.09, mode='soft')
    V =[zeros_like(v) for v in V]
    H =[zeros_like(v) for v in H]
    D =[zeros_like(v) for v in D]
    coeffs=A, (V, H, D)
    imf=pywt.idwt2(coeffs,wt,mode='symmetric', axes=(-2, -1))
    E=round(linalg.norm((im-imf),ord=1)/linalg.norm(im,ord=1),4)
    c=E,imf,wt
    result.append(c)
result.sort(key = lambda x: x[0])
```

Отриманий алгоритм є швидким та ефективним для реалізації на шумах з піковим значенням 14 dB і вище, але навіть для неспотвореного шумом зображення він зберігає його оригінал. Для зниження похибки додано цикл «for wt in wavlist» обрання вейвлета за умови мінімізації похибки  $E$ .

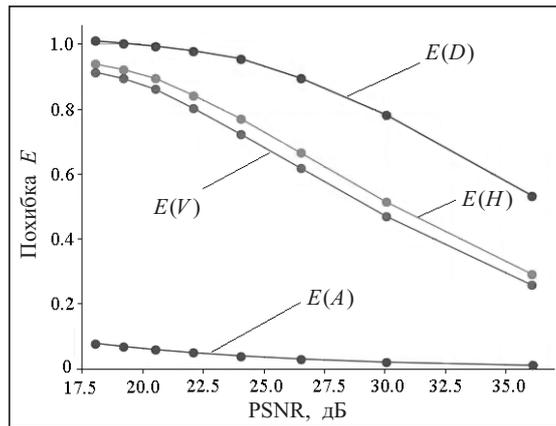


Рис. 2. Залежність похибки вейвлет-коефіцієнтів від PSNR

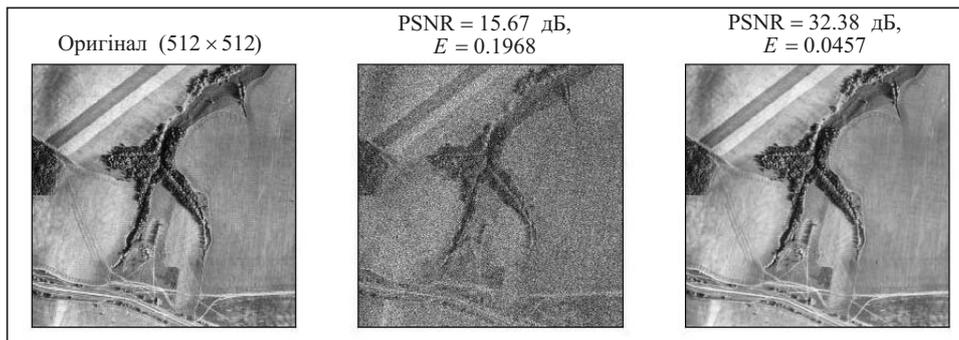


Рис. 3. Зображення, отримані безпороговим методом DWT-фільтрації

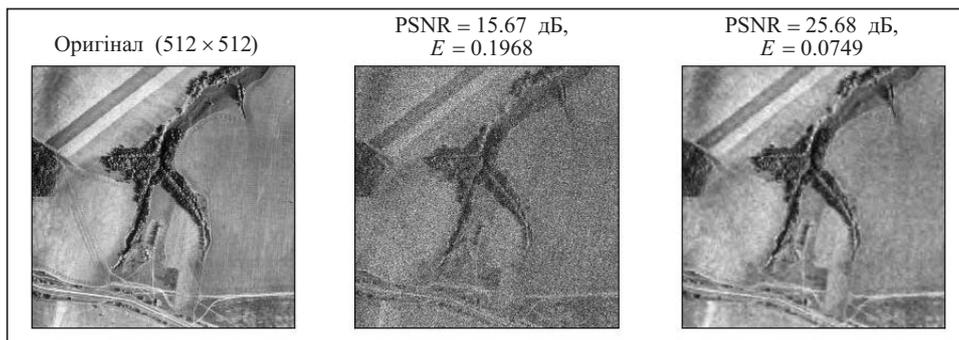


Рис. 4. Зображення, отримані методом DWT-фільтрації з універсальним порогом для кожного рівня декомпозиції BayesShrink

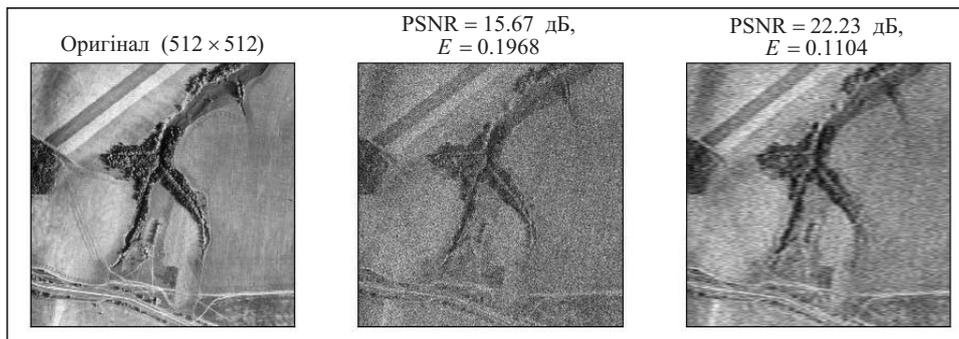


Рис. 5. Зображення, отримані методом DWT фільтрації із загальним порогом для усіх рівнів декомпозиції VisuShrink

Проведемо візуальне порівняння розробленого алгоритму (рис. 3) з відомими, а саме з алгоритмом VisuShrink (рис. 4) [6, 7] та BayesShrink (рис. 5) [8, 9] із загальним порогом обмеження та з універсальним порогом обмеження (відповідно) вейвлет-коефіцієнтів деталізації для кожного рівня декомпозиції. Для порівняння вибрано файл aeo.jpg фрагмента аерофотознімання з бази даних ruwt.data бібліотеки PyWavelets. Параметри зашумлення зображення вибрано однаковими.

Числові дані для наведених методів представлено в табл. 1.

На підставі візуальних та числових даних можна дійти висновку, що запропонований метод має безперечні переваги. Найважливішими є його простота та час виконання фільтрації. Дані отримано на персональному комп'ютері з проце-

**Таблиця 1.** Числові данні програмної реалізації запропонованого та наявних методів DWT-фільтрації зображень

Метод	Вейвлет	Порогова функція та поріг (за рівнем декомпозиції)	Знешумлення $\Delta$ PSNR (дБ)	Зменшення похибки (%)	Час роботи програми (с)
Безпороговий	db23	—	16.71	81.67	5.3
BayesShrink	sym11	Порогова функція: soft $H_1$ , threshold = 3.0387 $V_1$ , threshold = 32.4697 $D_1$ , threshold = 53.4609 $H_2$ , threshold = 69.7156 $V_2$ , threshold = 69.6288 $D_2$ , threshold = 123.7207 $H_3$ , threshold = 184.5588 $V_3$ , threshold = 160.7924 $D_3$ , threshold = 299.5097	19.01	61.94	39.7

**Таблиця 2.** Обчислювальні операції для програмної реалізації запропонованого та наявних методів DWT-фільтрації зображень

Обчислювальна операція	Наявність (+) або відсутність (-) обчислювальної операції в алгоритмі		
	Безпороговий (запропонований алгоритм)	VisuShrink	BayesShrink
Отримання матриці $A_j(H_j, V_j, D_j) = F$	+	+	+
Обчислення порога обмеження кортежу $(H_j, V_j, D_j)$	-	+	+
Окремі обмеження коефіцієнтів декомпозиції кортежу $(H_j, V_j, D_j)$ для кожного рівня декомпозиції	-	+	+
Обнулення всіх коефіцієнтів декомпозиції кортежу $(H_j, V_j, D_j)$	+	-	-
Реконструкція матриці вейвлет коефіцієнтів у файл зображення	+	+	+

сором Intel(R) Core(TM) 1.8 GHz. У разі застосування методу у безпілотному літальному апараті (БПЛА) з мікропроцесором у машинних кодах швидкодія оброблення одного кадру збільшиться на порядки.

Проведемо аналітичне оцінювання щодо зменшення обчислювальної складності розробленого алгоритму порівняно з BayesShrink та VisuShrink за операціями (табл. 2).

З табл. 2 видно, що запропонований алгоритм звільняє процесор від виконання складних операцій 2 та 3. Обчислення здійснюється для кожного рівня декомпозиції (до п'яти рівнів залежно від зображення) за складними формулами, які передбачають незміщену оцінку ризику.

## ВИСНОВКИ

Розроблено новий метод дискретної вейвлет-фільтрації та його алгоритм мовою Python з використанням бібліотеки PyWavelets. Результати порівняння цього методу з наявними пороговими функціями засвідчили переваги його застосування у ділянці Гаусових високочастотних шумів. Отримано вейвлет-функції для алгоритмів VisuShrink і BayesShrink, а також для безпорогового алгоритму, що забезпечують мінімальну похибку DWT-фільтрації. Одержані результати підтверджено графічними матеріалами та результатами обчислювального експерименту.

Запропонований метод дає змогу зменшити обчислювальні потужності, тому його можна застосовувати для фотографування місцевості за допомогою безпілотного літального апарата.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Chang S.G., Yu B., Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2000. Vol. 9, Iss. 9. P. 1532–1546. <https://doi.org/10.1109/83.862633>.
2. Ehsaeyan E. A robust image denoising technique in the contourlet transform domain. *International Journal of Engineering*. 2015. Vol. 28, Iss. 11. P. 1589–1596.
3. Sendur L., Selesnick I.W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2002. Vol. 50, Iss. 11. P. 2744–2756.
4. Zhang F., Liu Z. Image denoising based on the bivariate model of dual tree complex wavelet transform. *Proc. 11th IEEE International Conference on Computational Intelligence and Security* (19–20 December, Shenzhen, China). Shenzhen, 2015. P. 171–174.
5. Lee G.R., Gommers R., Waselewski F., Wohlfahrt K., O’Leary A. PyWavelets: A Python package for wavelet analysis. *The Journal of Open Source Software*. 2019. 4(36). 1237. <https://doi.org/10.21105/joss.01237>.
6. Donoho D.L., Johnstone I.M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*. 1994. Vol. 81, Iss. 3. P. 425–455.
7. Taranenko Y.K. Efficiency of using wavelet transforms for filtering noise in the signals of measuring transducers. *Meas Tech*. 2021. Vol. 64. P. 94–99. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01902-8>.
8. van der Walt S., Schönberger J.L., Nunez-Iglesias J., Boulogne F., Warner J.D., Yager N., Gouillart E., Yu T. The scikit-image contributors. scikit-image: image processing in Python. *PeerJ*. 2014. 2:e453. <https://doi.org/10.7717/peerj.453>.
9. Feng L., Lin L. Comparative analysis of image denoising methods based on wavelet transform and threshold functions. *International Journal of Engineering*. 2017. Vol. 30, Iss. 2. P. 199–206.

## D. Onufriienko, Yu. Taranenko

### THRESHOLD-FREE METHOD OF DISCRETE WAVELET FILTRATION OF IMAGES

**Abstract.** Modern methods and algorithms for DWT image filtering from high-level Gaussian noise are considered. It is indicated that these noises can occur during aerial photography under air pollution conditions. The use of a single universal threshold for limiting VisuShrink wavelet coefficients for all levels of decomposition and an adaptive BayesShrink threshold are considered. An algorithm for limiting the tuple of image wavelet coefficients is developed.

**Keywords:** DWT, VisuShrink, BayesShrink, algorithm, Euclidean norm, wavelet coefficient tuple.

*Надійшла до редакції 12.05.2022*